

L- 01 Swap

原案: monkukui

解法提供 : monkukui, ReiVindicatio, tardigrade

解説 : monkukui

2023 年 5 月 4 日

問題の言い換え

- 操作後の文字列 s' を考える

s	0	0	1	0	1
s'	1	0	0	1	0

問題の言い換え

- 操作後の文字列 s' を考える
- 括弧の対応が取れた s の部分列と一対一対応する
 - 0 を '(', 1 を ')' とみなす

	()	()
s	0	0	1	0	1
s'	1	0	0	1	0

問題の言い換え

- 操作後の文字列 s' を考える
- 括弧の対応が取れた s の部分列と一対一対応する
 - 0 を '(', 1 を ')' とみなす

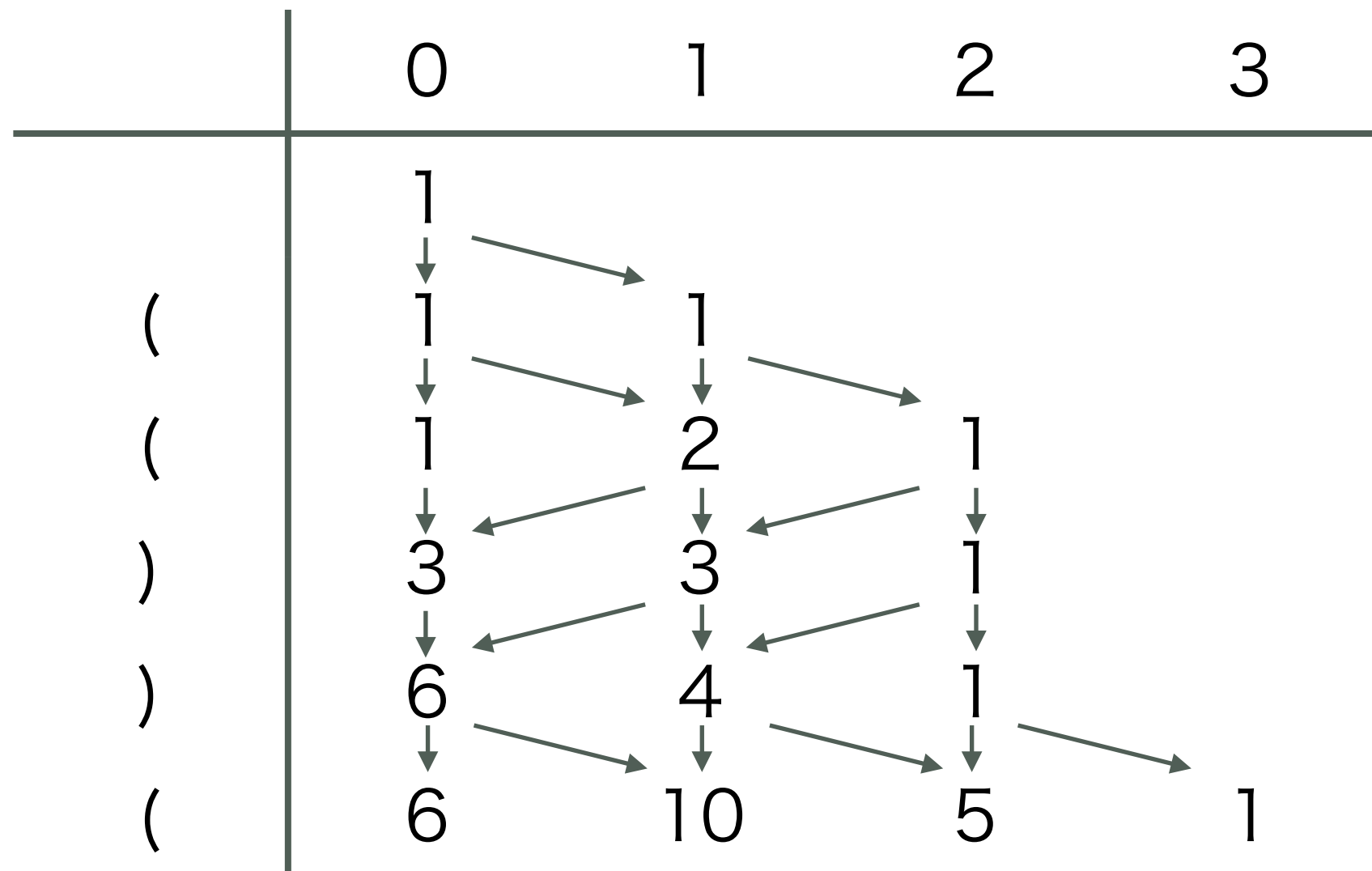
	(())
s	0	0	1	0	1
s'	1	0	0	1	0

問題の言い換え

- 言い換え後の問題：
 - 入力：'(', ') ' からなる長さ N の文字列 S
 - 出力： S の連続とは限らない部分列であって、括弧の対応が取れた文字列の個数

簡単な DP

- $dp(i, j) := i$ 番目の文字まで見て、
括弧の開きが j 個であるときの部分列の数



重要な観察

正しい DP テーブル

	0	1	2	3
	1			
→	1	1		
→	1	2	1	
←	3	3	1	
←	6	4	1	
→	6	10	5	1

負を許すとしたら？

	-2	-1	0	1	2	3
			1			
→			1	1		
→			1	2	1	
←		1	3	3	1	
←	1	4	6	4	1	
→	1	5	10	10	5	1
			6	10	5	1

- 左と右でなぜズレた?????

重要な観察

負を許すとしたら？

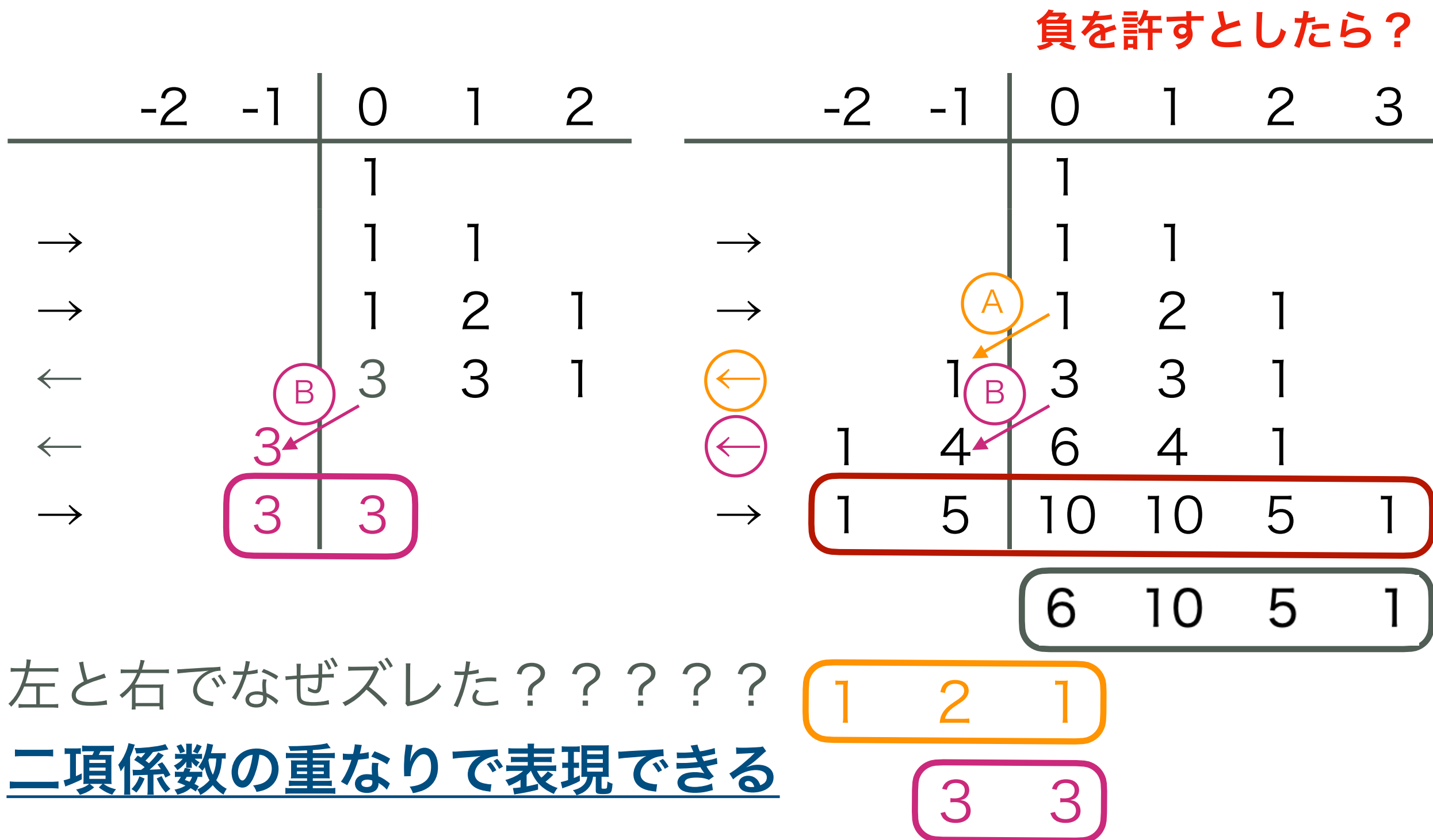
	-2	-1	0	1	2
			1		
→			1	1	
→			1	2	1
←		1			
←	1	1			
→	1	2	1		

	-2	-1	0	1	2	3
			1			
→			1	1		
→			1	2	1	
←		1	3	3	1	
←	1	4	6	4	1	
→	1	5	10	10	5	1
			6	10	5	1

- 左と右でなぜズレた?????

1	2	1
---	---	---

重要な観察



重要な観察

	-2	-1	0	1	2
			1		
→			1	1	
→			1	2	1
←		1			
←	1	1			
→	1	2	1		

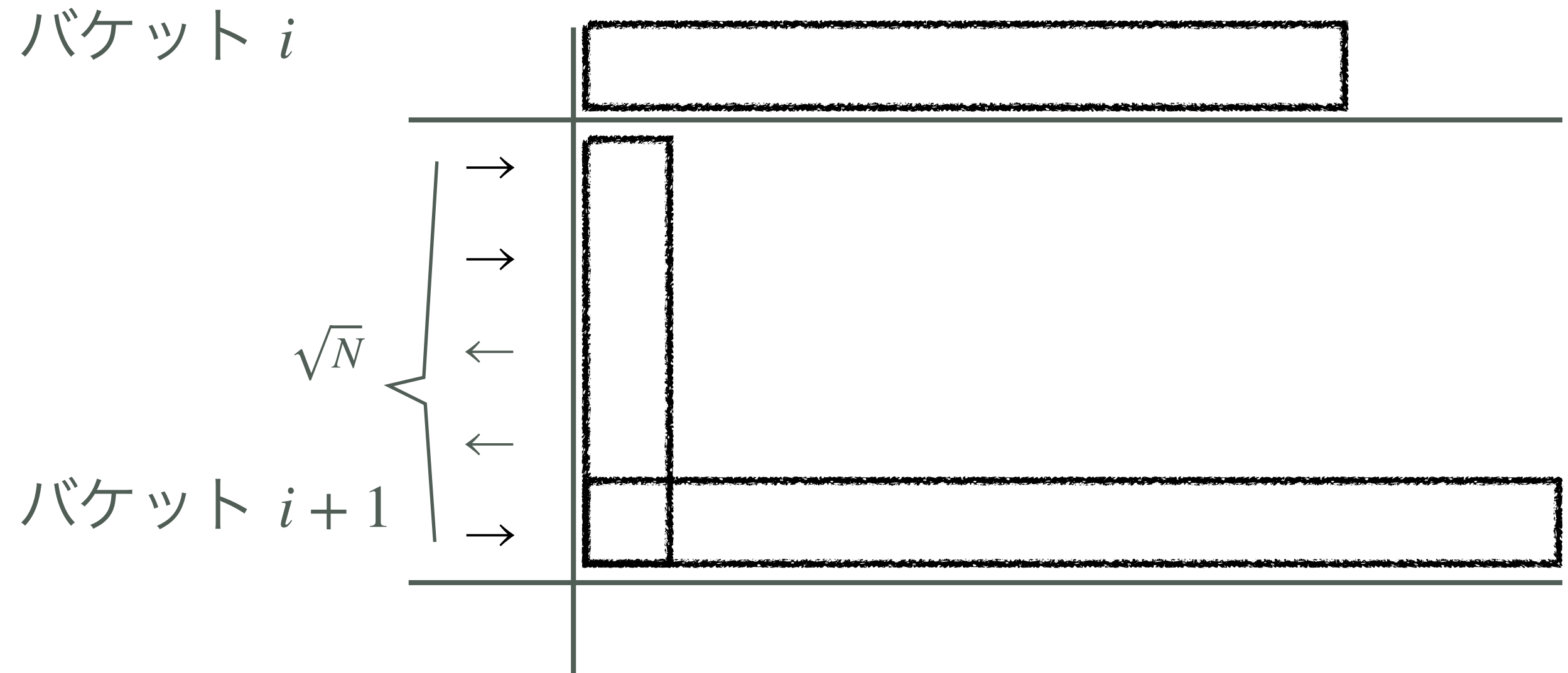
	-2	-1	0	1	2
			1		
→			1	1	
→			1	2	1
←			3	3	1
←		3			
→	3	3			

- わかれば良いこと：
 - ← のタイミングで飛び出るときの値

クエリ平方分割

- 方針: $B = \sqrt{N}$ として、各ステップ i ($0 \leq i$) で以下を計算
 - Step1: $dp[i \cdot B + j][0]$ ($0 \leq j < B$) を計算
 - Step2: $dp[i \cdot B][*]$ から、 $dp[(i + 1) \cdot B][*]$ を計算

クエリ平方分割



クエリ平方分割

↓ 前のステップで求まっている

バケット i

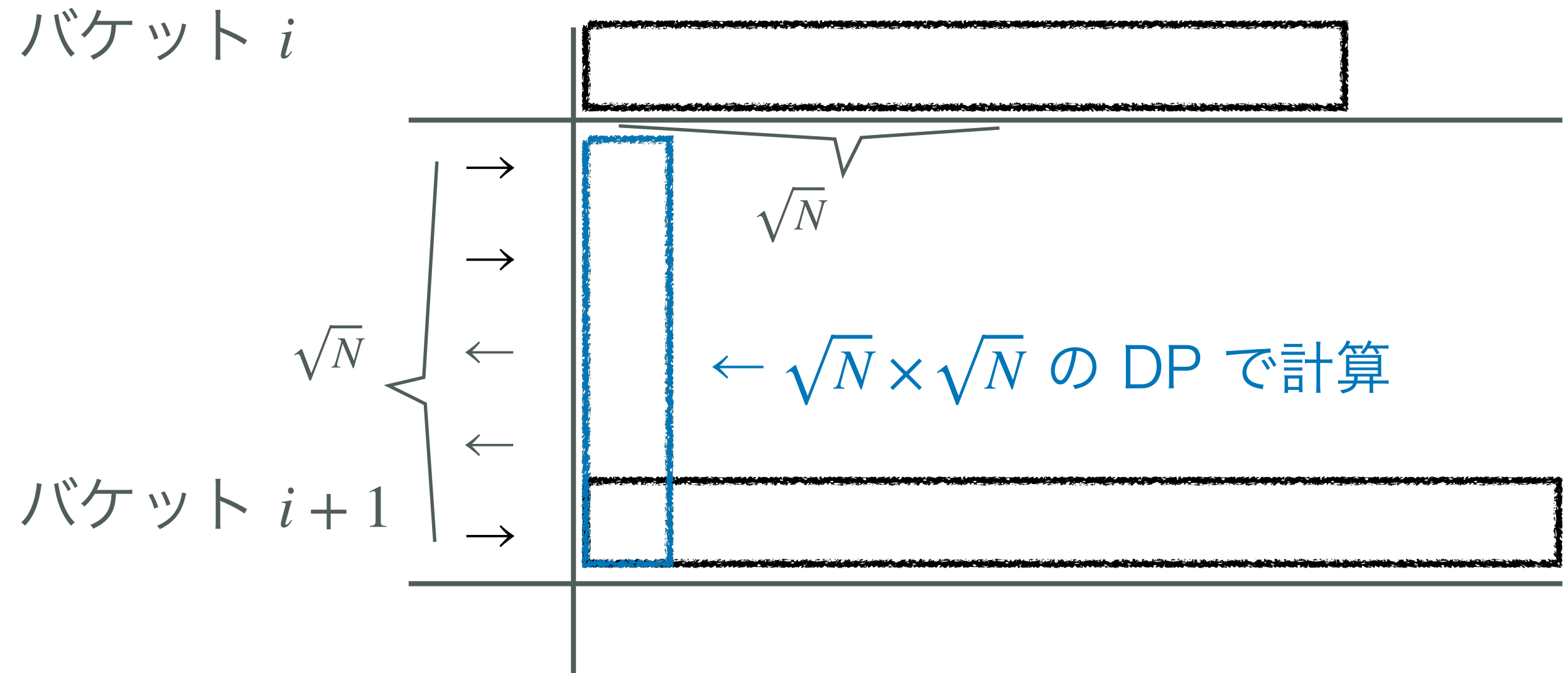


\sqrt{N}

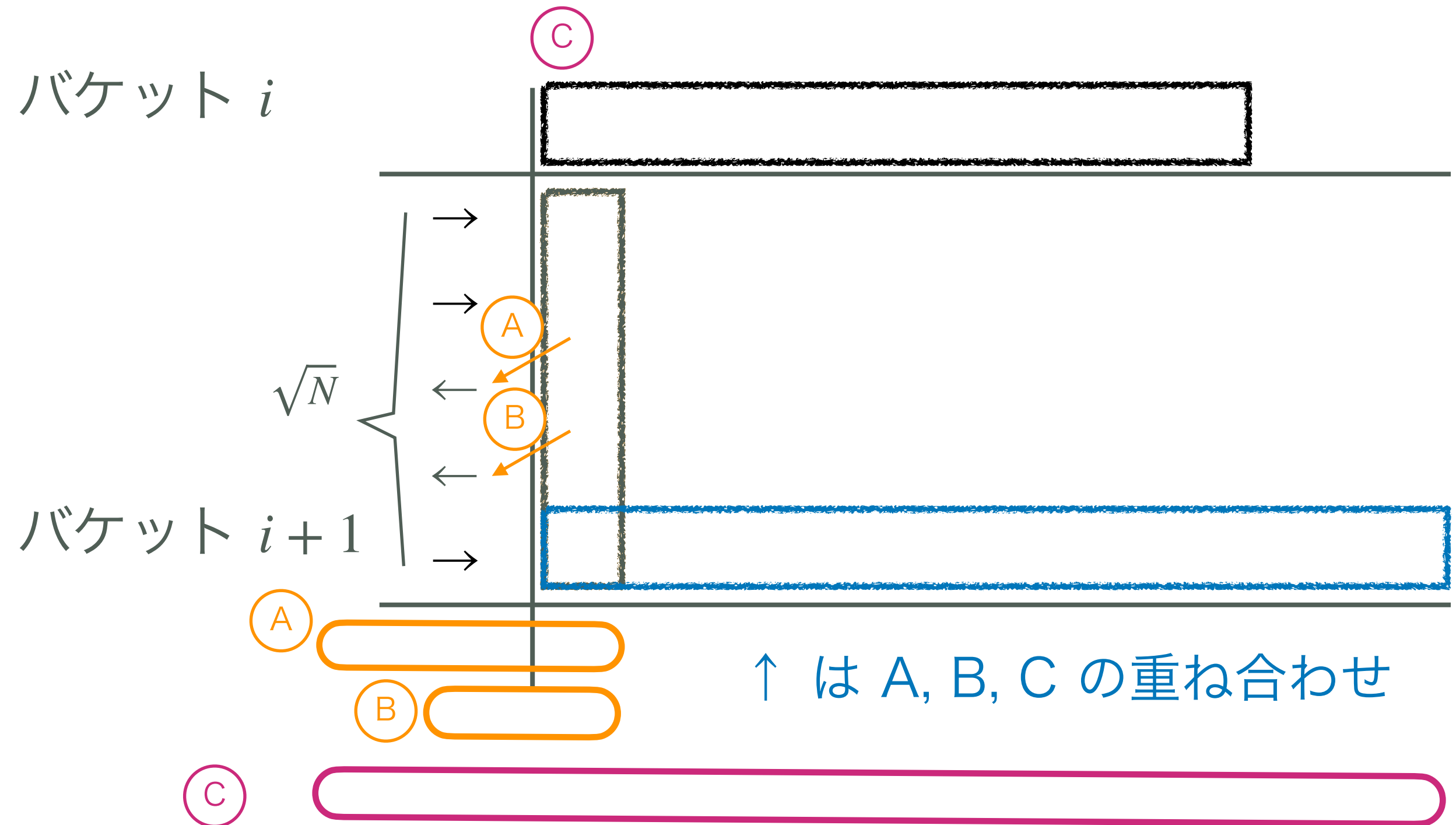
バケット $i+1$



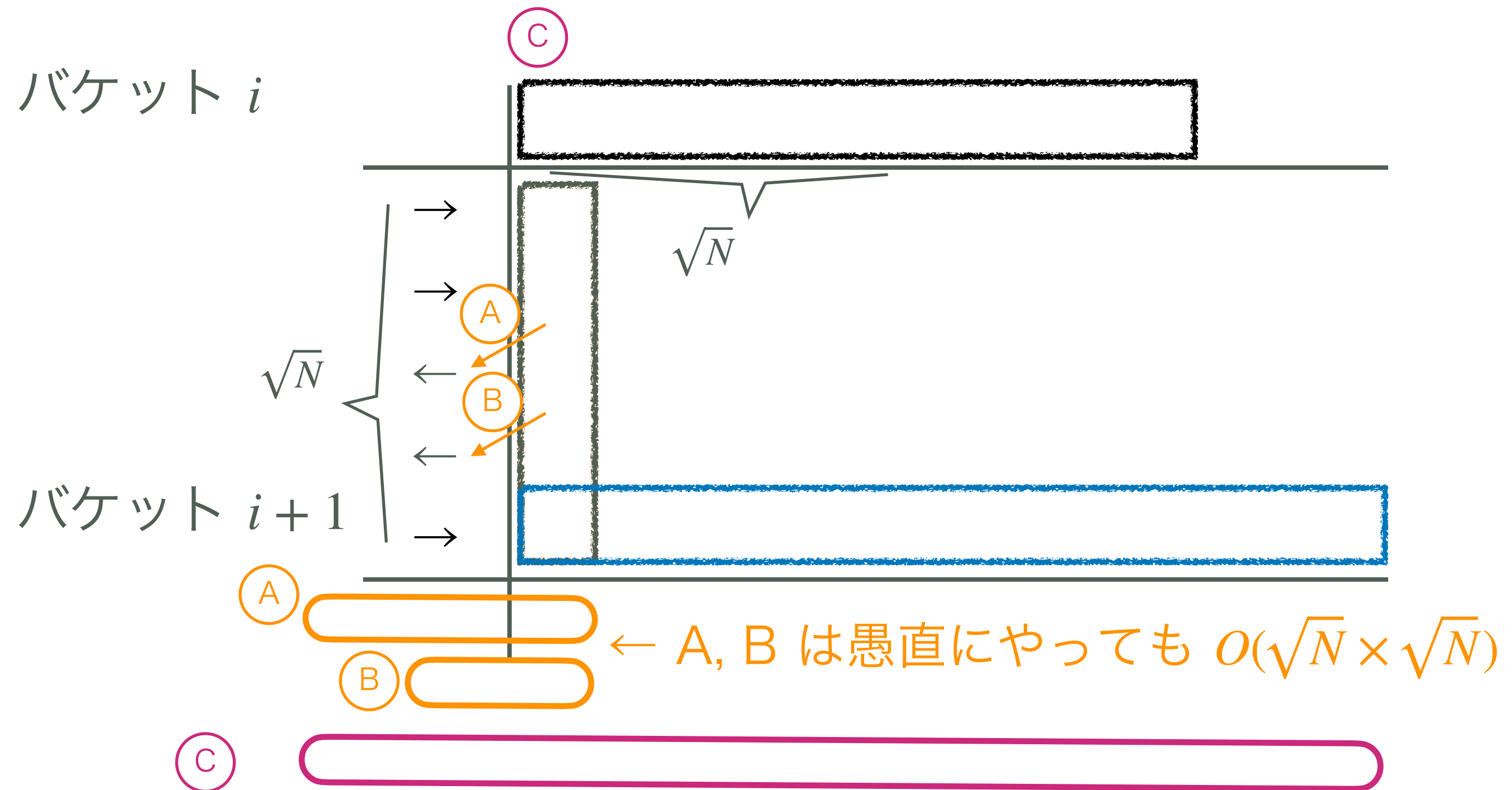
クエリ平方分割



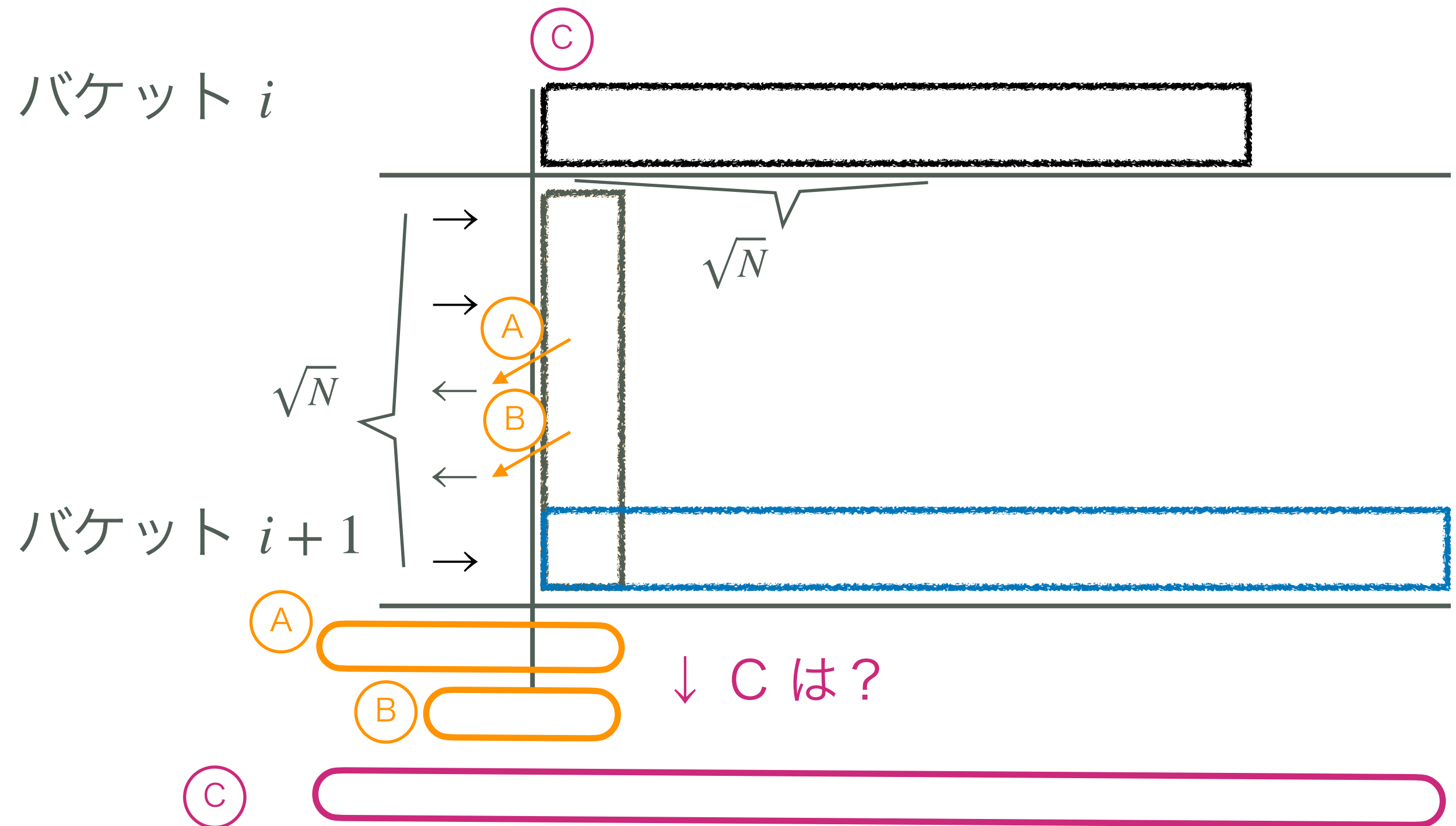
クエリ平方分割



クエリ平方分割



クエリ平方分割



畳み込み

	a_0	a_1			
バケット i	2	4			
→	2	24	4		
→	2	44	28	4	
→	2	64	612	212	4
バケット $i+1$					

$$a_{0\ 3}C_0$$

$$a_{0\ 3}C_1$$

$$a_{0\ 3}C_2$$

$$a_{0\ 3}C_3$$

畳み込みで
まとめて計算できる

$$a_{1\ 3}C_0$$

$$a_{1\ 3}C_1$$

$$a_{1\ 3}C_2$$

$$a_{1\ 3}C_3$$

計算量

- 時間計算量： $O(N\sqrt{N} \log N)$
- 空間計算量： $O(N)$