

K- Power Game

原案・解説 ReiVindicatio(@RVindicatio)

9982 年 43 月 53 日

$(x^y)^z = (x^z)^y = x^{yz}$ なので, $S = A_1 A_2 \cdots A_N$ とすれば, 1 手目で A_i が選ばれた場合どのようにゲームが進行しても最終的な値は $x = A_i^{\frac{S}{A_i}}$ となります. よって, この x が最大になるように初手が選ばれることになります.

$f(x) = x^{\frac{S}{x}}$ として, $f(x)$ を最大にする x を考えます. $f(x)$ に対して \log を取った関数 $g(x) := \log f(x) = \frac{S \log x}{x}$ は $x = e$ で極大になる関数です. 実際に代入すると,

$$g(3) > g(2) = g(4) > g(5) > g(6) > \cdots > g(1) = 0$$

です. g の大小関係は f の大小関係と一致するため, 上記の優先順位で最初の数字を決定すれば良いです.

$\frac{S}{A_i}$ は比較的大きい値になり得ますが, $p = 998244353$ として $x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ なので, $\frac{S}{A_i}$ を $p-1$ で剰余を取った後計算を行えばよいです.