Écoulement d'un fluide incompressible

Introduction :

La **mécanique des fluides** se consacre à l'étude du comportement des fluides (liquide, gaz) et des forces internes associées. Cette branche de la physique se divise en deux parties :

- la **statique des fluides** (vue en classe de première) qui est l'étude des fluides au repos ;
- la **dynamique des fluides**, qui traite de l'étude des fluides en mouvement, et que nous allons développer en terminale.

Dans une première partie, nous nous intéressons aux résultantes des forces que peuvent subir des objets au contact d'un fluide au repos et développons le cas particulier bien connu de la poussée d'Archimède.
La seconde partie du cours traite des fluides en mouvement. Après avoir exposé les limitations de notre programme, nous définissons plus précisément une grandeur : le débit volumique, et montrons dans quelles conditions ce dernier se conserve.
Enfin, la dernière partie permet d'exposer une relation fondamentale de la dynamique des fluides : la relation de Bernoulli, ainsi qu'une conséquence directe de cette relation que l'on rencontre très souvent dans la vie courante : l'effet Venturi.

1 Qu'est-ce que la poussée d'Archimède ?

Nous avons tous entendu parler de la poussée d'Archimède, de la fameuse légende du « *Eurêka* » crié par ce savant grec du III^{e} siècle av. J.-C., lorsqu'il comprit les forces qui agissaient sur un corps plongé dans un fluide.
Nous savons maintenant que cette poussée, par exemple, permet aux bateaux de flotter, aux montgolfières de s'élever dans les airs, ou explique pourquoi on rencontre une résistance quand on essaie d'atteindre le fond

d'une piscine.
Mais savons-nous quelle est l'origine de cette force ? comment la déterminer ? C'est ce que nous allons voir dans cette première partie, à travers un exemple.

a. Origine de la poussée d'Archimède

Rappel

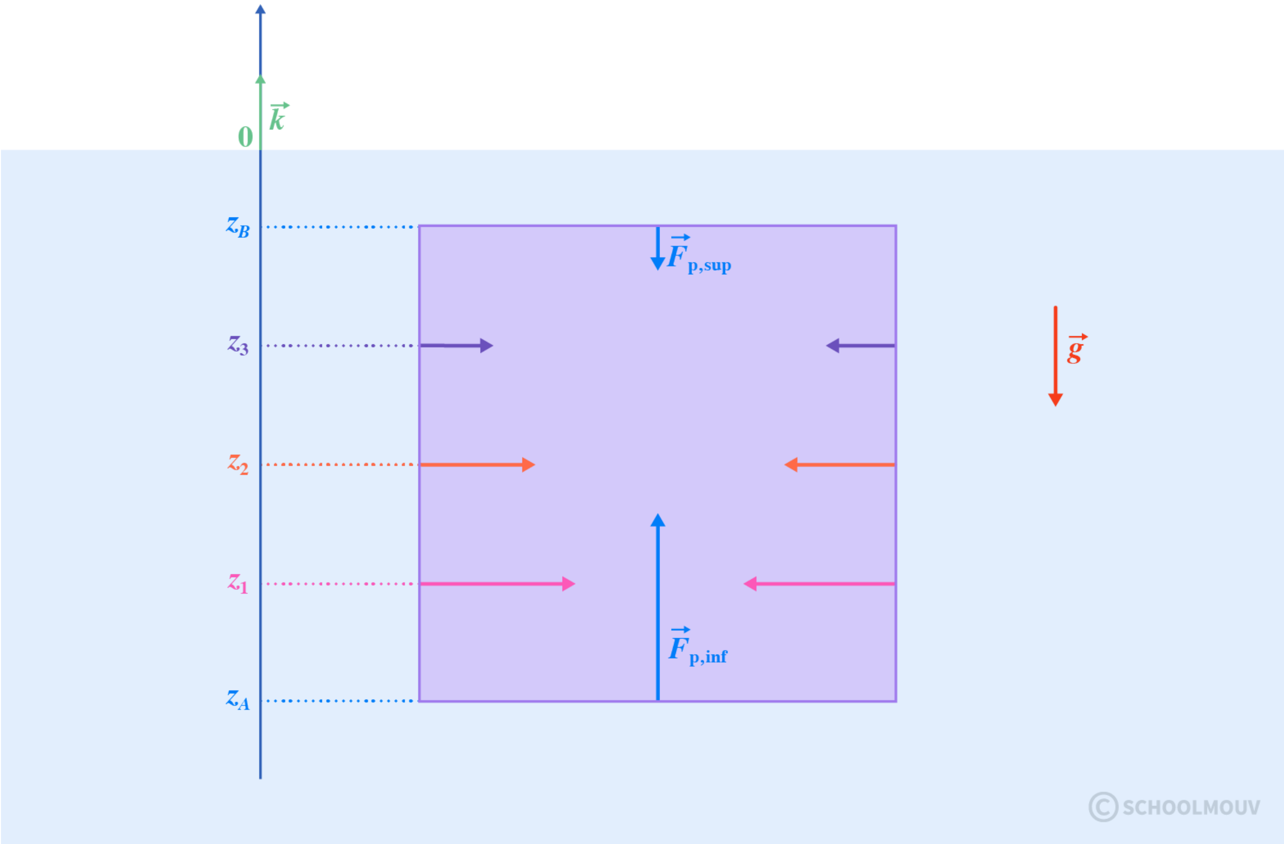
> Un fluide est incompressible si son volume reste constant malgré les forces extérieures qui s'exercent sur lui. Sa masse volumique ρ est donc constante et ne dépend pas de la pression qui s'y exerce.

Afin de mieux comprendre son origine, considérons tout d'abord un solide dans les conditions suivantes :

- il est de forme cubique, d'arête a, et a donc pour volume $V_{\text{sol}} = a^3$;
- il est complètement immergé dans un fluide au repos, incompressible et de masse volumique ρ constante, soumis à un champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$ (avec $\vec{k}$ le vecteur unitaire, vertical et orienté vers le haut) ;
- ses faces supérieure et inférieure sont à l'« horizontale » (donc ses faces latérales sont à la « verticale ») ;
- la face inférieure est à l'altitude z_A, et la face supérieure à l'altitude z_B.

En classe de première, nous avons appris qu'un fluide au repos exerce, sur chaque petite surface du solide, une force pressante $\overrightarrow{F_{\text{p}}}$, normale à cette surface d'aire S et d'intensité : $F_{\text{p}} = P \cdot S$, où P est la pression du fluide à l'altitude considérée.

→ À l'altitude z_A, notons la pression P_A et, à l'altitude z_B, P_B.

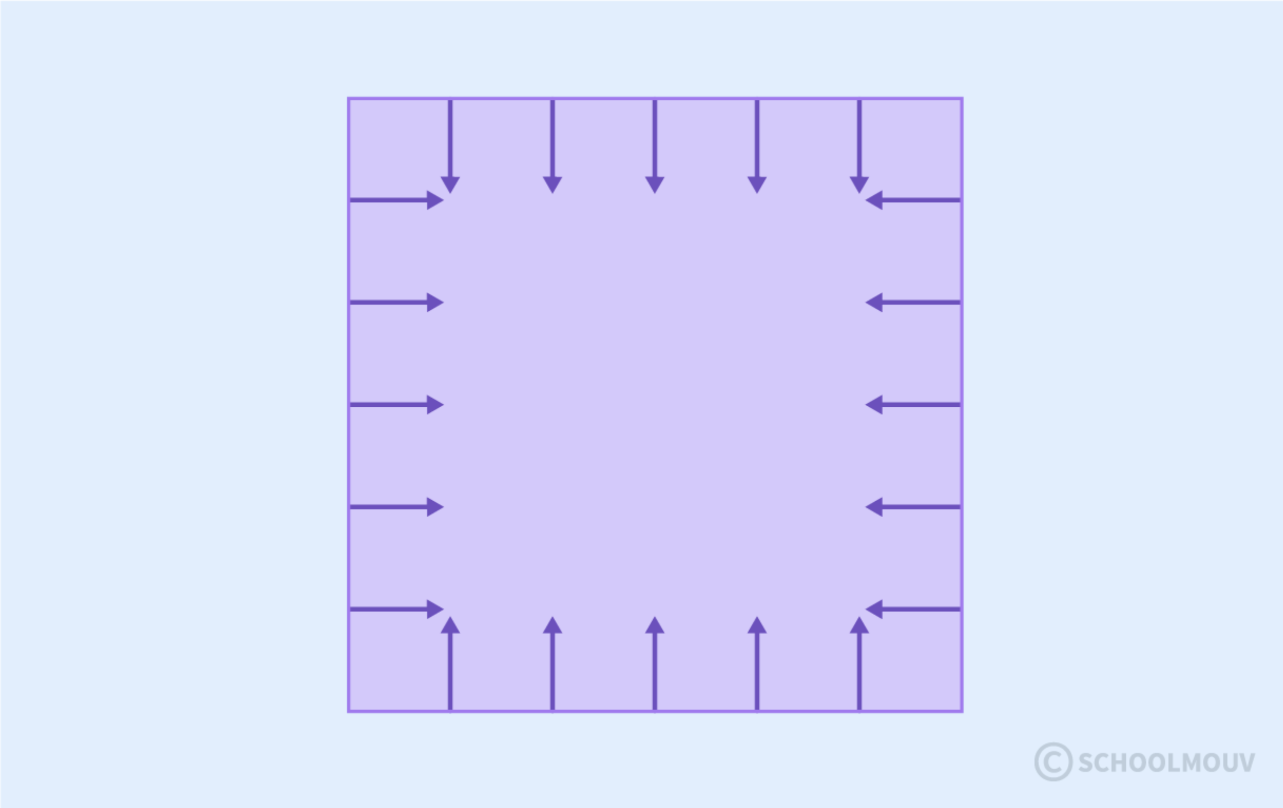


Intéressons-nous à la résultante des forces de pression que le fluide exerce sur l'ensemble des faces du cube, c'est-à-dire à la somme des forces qui s'exercent sur ses faces latérales, inférieure et supérieure.

→ Nous notons cette résultante $\overrightarrow{\Pi}$.

- **Forces pressantes exercées sur les faces latérales**

Regardons une vue en coupe du dessus du cube, par exemple à l'altitude z_3 :



Nous voyons que les forces pressantes qui s'exercent sur des faces opposées se compensent deux à deux.
Idem aux altitudes z_2 et z_1 : l'intensité des forces pressantes augmente avec la profondeur, mais, à une altitude égale, elles se compensent deux à deux.
Et il en va de même sur toute la hauteur du cube.

→ Les forces qui s'exercent sur les parois latérales du solide s'annulent deux à deux, leur somme est le vecteur nul :

$$\Sigma\overrightarrow{F}_{\text{p,lat}} = \vec{0}$$

- **Forces pressantes exercées sur la face inférieure**

Chaque portion de la face inférieure est à la même altitude z_A et est soumise à la même pression P_A. De plus, la force pressante qui s'exerce sur cette face est verticale et orientée vers le haut, soit dans le même sens que $\vec{k}$.

→ La force pressante qui s'exerce sur la face inférieure du cube, de superficie $S = a^2$, s'exprime :

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{F}_{\text{p,inf}} &= P_A \cdot S \cdot \vec{k} \\
&= P_A \cdot a^2 \cdot \vec{k}
\end{aligned}
$$

- **Forces pressantes exercées sur la face supérieure**

De la même façon, la force qui s'exerce sur la face supérieure, aussi d'aire $S = a^2$, placée à l'altitude z_B et soumise à une pression P_B, est orientée vers le bas, soit dans le sens contraire à $\vec{k}$, et s'écrit :

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{F}_{\text{p,sup}} &= -P_B \cdot S \cdot \vec{k} \\
&= -P_B \cdot a^2 \cdot \vec{k}
\end{aligned}
$$

- **Résultante des forces pressantes Π**

La résultante $\overrightarrow{\Pi}$ s'écrit donc comme la somme des forces pressantes que nous venons d'établir :

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\Pi} &= \Sigma\overrightarrow{F}_{\text{p,lat}} + \overrightarrow{F}_{\text{p,inf}} + \overrightarrow{F}_{\text{p,sup}} \\
&= \vec{0} + P_A \cdot a^2 \cdot \vec{k} - P_B \cdot a^2 \cdot \vec{k} \\
&= (P_A - P_B) \cdot a^2 \cdot \vec{k}
\end{aligned}
$$

Or, la **loi fondamentale de la statique des fluides**, aussi vue en première, nous dit que :

$$P_A - P_B = \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

En remplaçant $P_A - P_B$ par cette expression, nous obtenons :

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\Pi} &= \rho \cdot g \cdot (z_B - z_A) \cdot a^2 \cdot \vec{k} \\
&= \rho \cdot g \cdot a \cdot a^2 \cdot \vec{k} \ \text{[car } z_B - z_A \text{ correspond à la hauteur du cube, soit } a\text{]} \\
&= \rho \cdot a^3 \cdot g \cdot \vec{k}
\end{aligned}
$$

Comme $\vec{g} = -g \cdot \vec{k}$, nous obtenons :

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{\Pi} &= -\rho \cdot a^3 \cdot \vec{g} \\
&= -\rho \cdot V_{\text{sol}} \cdot \vec{g}
\end{aligned}
$$

Le solide, complètement immergé, a déplacé un volume de fluide V_{fluide} égal à son volume V_{sol}. D'où :

$$\overrightarrow{\Pi} = -\rho \cdot V_{\text{fluide}} \cdot \vec{g}$$

Le produit de la masse volumique ρ par le volume de fluide déplacé donne la masse de fluide déplacé m_{fluide} :

$$\overrightarrow{\Pi} = -m_{\text{fluide}} \cdot \vec{g}$$

→ Par définition du poids, nous obtenons finalement que la résultant des forces pressantes $\overrightarrow{\Pi}$ est le vecteur opposé au poids du fluide déplacé $\overrightarrow{P}_{\text{fluide}}$:

$$\overrightarrow{\Pi} = -\overrightarrow{P}_{\text{fluide}}$$

À retenir

> Nous venons d'établir que, dans le cas particulier d'un solide de forme cubique, la résultante des forces pressantes est une force opposée au poids du volume de fluide déplacé : de direction verticale, orientée vers le haut et de même intensité.
>
> → C'est cette force qui est appelée poussée d'Archimède.
>
> Elle est due, comme nous l'avons vu, à une différence de pression entre la partie inférieure du solide et sa partie supérieure.

b. Expression de la poussée d'Archimède

Le résultat obtenu dans la partie précédente avec un solide cubique se généralise à tout solide, quelle que soit sa forme.

Citation

Théorème d'Archimède :

« Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une force verticale, dirigée de bas en haut et opposée au poids du volume de fluide déplacé ; cette force est appelée **poussée d'Archimède**. »

Et nous pouvons aussi donner l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède, si le fluide considéré est incompressible.

Propriété

Dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$, soit un solide plongé dans un fluide incompressible de masse volumique ρ_{fluide}. V_{im} est le volume de la partie immergée du solide.
La poussée d'Archimède $\overrightarrow{\Pi}$ est alors égale à :

$$\overrightarrow{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} \cdot V_{\text{im}} \cdot \vec{g}$$

Avec :

- $\overrightarrow{\Pi}$ la poussée d'Archimède, dont la valeur Π est exprimée en newton (N) ;
- ρ_{fluide} la masse volumique en kilogramme par mètre cube $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$;
- V_{im} le volume en mètre cube (m^3) ;
- $\vec{g}$ le champ de pesanteur et $g = 9,81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Remarquons que la poussée d'Archimède ne dépend que de la masse volumique du fluide, du volume immergé et du champ de pesanteur.

→ Elle ne dépend pas de l'altitude à laquelle se trouve le corps.

À retenir

Si la valeur du poids d'un corps immergé est inférieure à celle de la poussée d'Archimède, alors le corps remontera à la surface et « flottera ». Dans le cas contraire, il « coulera ».

Exemple

Dans le champ de pesanteur terrestre ($g = 9,81\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$), on plonge complètement dans de l'eau de mer, de masse volumique $\rho_{\text{eau}} = 1,03 \times 10^3\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$, deux boules (pleines) en bois, de même rayon $r = 6,00 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}$:

- l'une est en bois de teck, de masse volumique $\rho_{\text{teck}} = 8,60 \times 10^2\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$;
- l'autre est en bois d'ébène, de masse volumique $\rho_{\text{ébène}} = 1,12 \times 10^3\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$.

1. Les deux boules ont le même volume et sont complètement immergées.

→ Elles subissent la même poussée d'Archimède, qui a pour norme :

$$\begin{aligned}\Pi &= \rho_{\text{eau}} \cdot V_{\text{boule}} \cdot g \\ &= 1,03 \times 10^3 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (6,00 \times 10^{-2})^3 \times 9,81 \\ &= 9,14\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

2. Déterminons maintenant la valeur du poids de chacune des boules :

$$\begin{aligned}P_{\text{teck}} &= \rho_{\text{teck}} \cdot V_{\text{boule}} \cdot g \\ &= 8,60 \times 10^2 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (6,00 \times 10^{-2})^3 \times 9,81 \\ &= 7,63\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{\text{ébène}} &= \rho_{\text{ébène}} \cdot V_{\text{boule}} \cdot g \\ &= 1,12 \times 10^3 \times \frac{4}{3} \times \pi \times (6,00 \times 10^{-2})^3 \times 9,81 \\ &= 9,94\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

C. Nous avons ainsi : $P_{\text{teck}} < \Pi < P_{\text{ébène}}$.

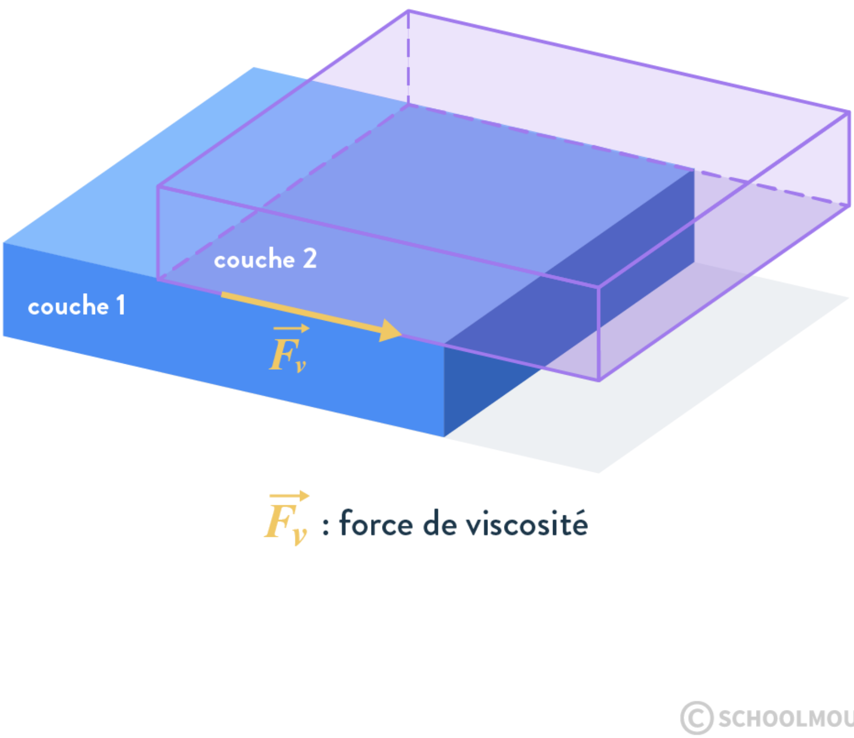
→ La boule de teck « flottera ».

→ La boule d'ébène « coulera ».

2 | Écoulement d'un fluide en régime permanent

a. Limitations du programme

La dynamique des fluides a pour objet de relier l'écoulement d'un fluide aux actions qui lui sont appliquées. Cette partie de la mécanique des fluides peut devenir relativement difficile en fonction des caractéristiques du fluide et du type d'écoulement étudiés.
Par souci de simplification, nous nous limiterons aux écoulements pour lesquels les couches de fluides glissent librement les unes sur les autres sans frottement. Un tel fluide qui n'oppose aucune résistance à son mouvement est appelé **fluide parfait ou non visqueux**.
Dans le cas contraire, le fluide sera dit **visqueux**. Dans un fluide visqueux, il existe des forces de frottement interne entre les couches de fluide qui s'écoulent à des vitesses différentes.



Définition

Fluide parfait :

Un fluide parfait est un fluide de viscosité nulle dont l'écoulement se fait sans frottement interne.

Dans le cadre de notre programme, nous nous limiterons à l'étude de **fluides parfaits** et **incompressibles**.

→ De plus, l'écoulement étudié sera en **régime permanent, indépendant du temps**.

Définition

Régime d'écoulement permanent indépendant du temps :

Un régime d'écoulement est dit permanent indépendant du temps, ou stationnaire, si, en une position donnée, la vitesse d'écoulement reste constante au cours du temps.

→ Attention, cela ne veut pas dire que la vitesse d'écoulement sera identique quelle que soit la position considérée !

→ **En résumé, nous limiterons notre étude aux écoulements en régime permanent, indépendant du temps, de fluides parfaits et incompressibles.**

b. Conservation du débit volumique

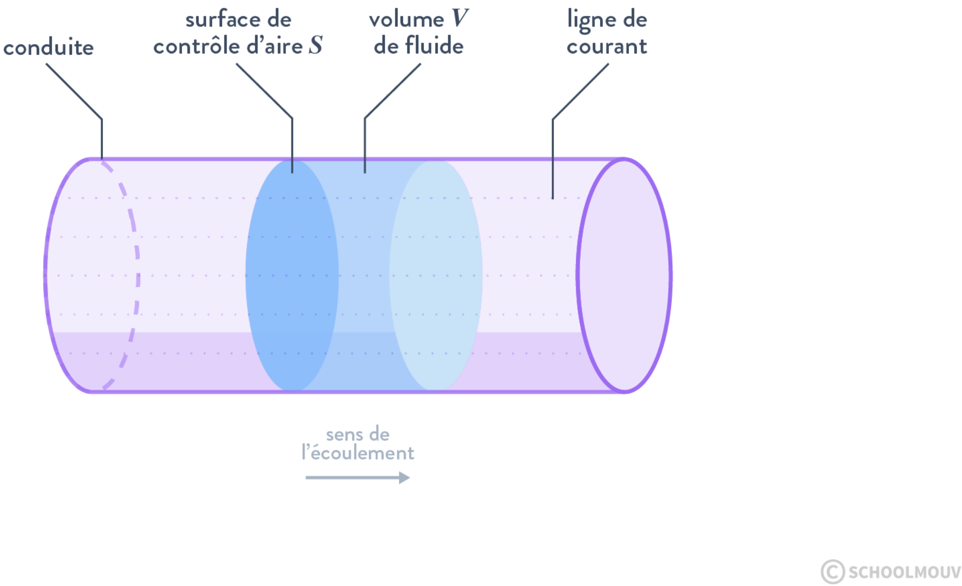
Considérons un fluide incompressible qui s'écoule, en régime permanent indépendant du temps, dans une canalisation (représentée ci-dessous).

À retenir

Pour étudier l'écoulement de ce fluide, nous considérons de tout petits volumes élémentaires, des cubes par exemple, que nous appelons **particules de fluide**.
Une particule de fluide en mouvement suit alors, en régime permanent,

une trajectoire appelée **ligne de courant** et son vecteur vitesse est tangent, à tout instant, à la ligne de courant.

Imaginons maintenant une section droite de la conduite, appelée **surface de contrôle**, dont on note l'aire S.
Pendant une durée Δt, un volume V de fluide traverse cette surface.



Définition

Débit volumique :

Soit V le volume de fluide qui s'écoule à travers la surface de contrôle pendant une durée Δt.
Le débit volumique, noté D_{V}, est le volume de fluide qui traverse la surface de contrôle par unité de temps. Il est donné par la formule :

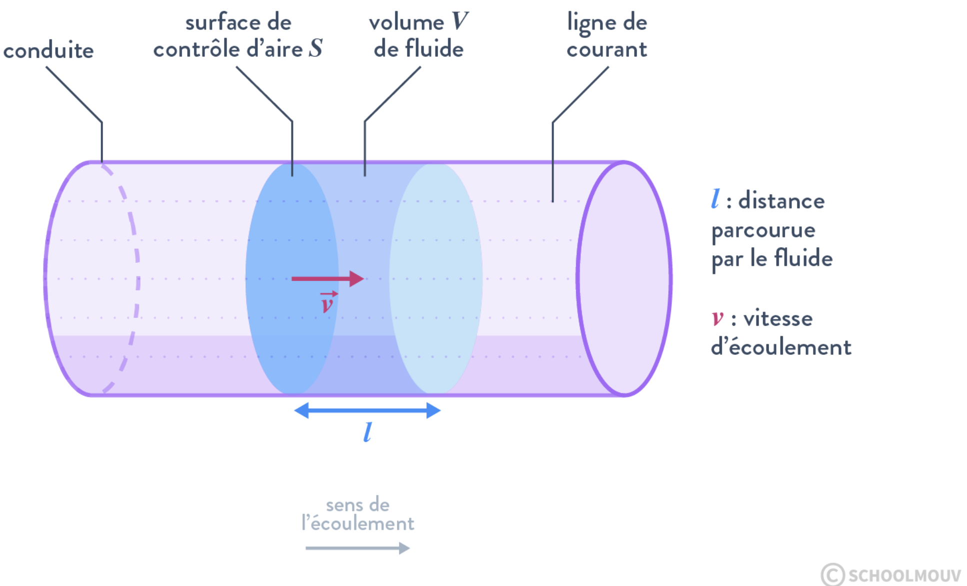
$$D_{\mathrm{V}} = \frac{V}{\Delta t}$$

Avec :

- D_{V} le débit volumique en mètre cube par seconde $(\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1})$;
- V le volume du fluide en mètre cube (m^3) ;

- Δt la durée en seconde (s).

Pour l'écoulement dans notre conduite, la vitesse $\vec{v}$ des particules de fluide est uniforme sur toute la section droite.
Pendant une durée Δt, le fluide qui traverse la section droite parcourt donc une distance l.



Le volume V de fluide, dans notre cas, est égal au produit de l'aire S par la longueur l : $V = S \times l$.

→ L'expression du débit volumique devient alors :

$$D_\text{V} = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \times l}{\Delta t} = S \times \frac{l}{\Delta t}$$

Or, $\frac{l}{\Delta t}$, soit le quotient de la distance parcourue par la durée, c'est la vitesse d'écoulement v du fluide.

À retenir

Le débit volumique est ainsi égal au produit de l'aire S de la section droite par la vitesse v d'écoulement du fluide :

$$D_{\mathrm{V}} = S \times v$$

Avec :

- D_V en $\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$;
- S en m^2 ;
- v en $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Maintenant que nous avons défini le débit volumique et que nous avons les formules pour le calculer, nous pouvons donner une propriété importante : la **conservation du débit volumique**.

À retenir

> Pour l'écoulement d'un fluide parfait et incompressible en régime permanent, indépendant du temps, le débit volumique se conserve.

Nous en tirons une conséquence immédiate : si un fluide s'écoule en régime permanent indépendant du temps dans une conduite de section variable, alors les vitesses d'écoulement ne sont pas égales.
En effet, à partir de la formule du débit volumique, nous pouvons écrire :

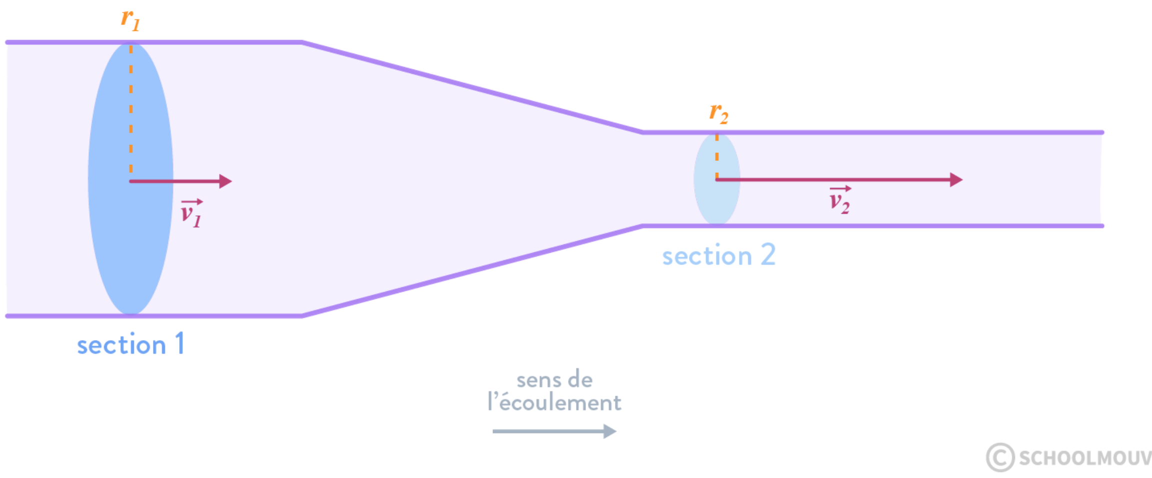
$$v = \frac{D_{\mathrm{V}}}{S}$$

D_V est une constante.

→ Donc la vitesse v d'écoulement et l'aire S de la section sont inversement proportionnelles.
Ainsi, par exemple, si la conduite se rétrécit, la vitesse d'écoulement du fluide augmente.

Exemple

> On s'intéresse à une conduite cylindrique qui se rétrécit, dans laquelle circule de l'eau :



On considère que l'eau est un fluide parfait et incompressible et que l'écoulement se fait en régime permanent.

- Au niveau de la section 1, de rayon $r_1 = 6,0 \text{ cm}$, l'eau s'écoule à la vitesse $v_1 = 0,70 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- La section 2 a pour rayon $r_2 = 2,0 \text{ cm}$.

→ On cherche à déterminer la vitesse d'écoulement v_2 au niveau de la section 2.

Il y a conservation du débit volumique D_V. On a donc, avec S_1 et S_2, les aires respectives des sections 1 et 2 :

$$D_\text{V} = S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$$

La conduite étant cylindrique, les sections sont des disques. On obtient ainsi :

$$\begin{aligned} \pi {r_1}^2 \times v_1 &= \pi {r_2}^2 \times v_2 \\ \text{Soit : } v_2 &= \frac{\pi {r_1}^2 \times v_1}{\pi {r_2}^2} \\ &= \frac{{r_1}^2 \times v_1}{{r_2}^2} \\ &= \frac{0,060^2 \times 0,70}{0,020^2} \\ &= \boxed{6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} \end{aligned}$$

On peut aussi préciser la valeur du débit volumique :

$$\begin{aligned} D_{\mathrm{V}} &= \pi {r_1}^2 \times v_1 \ [\text{ou } \pi {r_2}^2 \times v_2] \\ &= \pi \times 0{,}060^2 \times 0{,}70 \\ &= 7{,}9 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1} \ [\text{soit : } 7{,}9\ \mathrm{L} \cdot \mathrm{s}^{-1}] \end{aligned}$$

Astuce

Dans l'exemple précédent, on peut aussi remarquer que le rayon de la section 2 est 3 fois plus petit que celui de la section 1. L'aire S_2 est donc $3^2 = 9$ **fois plus petite** que S_1.

→ Comme vitesse et aire sont inversement proportionnelles, on en déduit que la vitesse v_2 est 9 **fois plus grande** qu'au niveau de la section 1 :

$$v_2 = 9 \times v_1 = 9 \times 0{,}70 = 6{,}3\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

3 | Relation de Bernoulli et effet Venturi

a. Relation de Bernoulli

Définition

Relation de Bernoulli :

On considère l'écoulement, en régime permanent indépendant du temps, d'un fluide parfait et incompressible de masse volumique ρ constante.
Soit A et B deux points situés sur une même ligne de courant. On a alors :

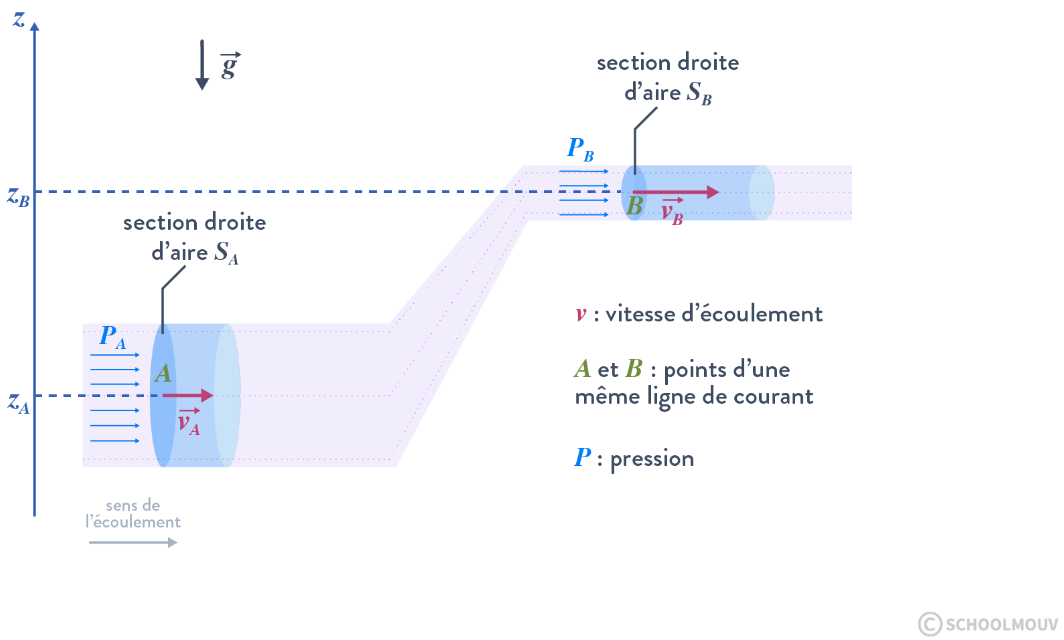
$$\frac{1}{2}\rho {v_A}^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho {v_B}^2 + \rho g z_B + P_B$$

→ Autrement dit, le long d'une ligne de courant :

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + P = \text{constante}$$

Avec :

- ρ la masse volumique du fluide en kilogramme par mètre cube $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$;
- v la vitesse du fluide en mètre par seconde $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$;
- z l'altitude du fluide en mètre (m) ;
- P la pression du fluide en pascal (Pa) ;
- g l'intensité du champ de pesanteur en newton (N).



En considérant la relation de Bernoulli :

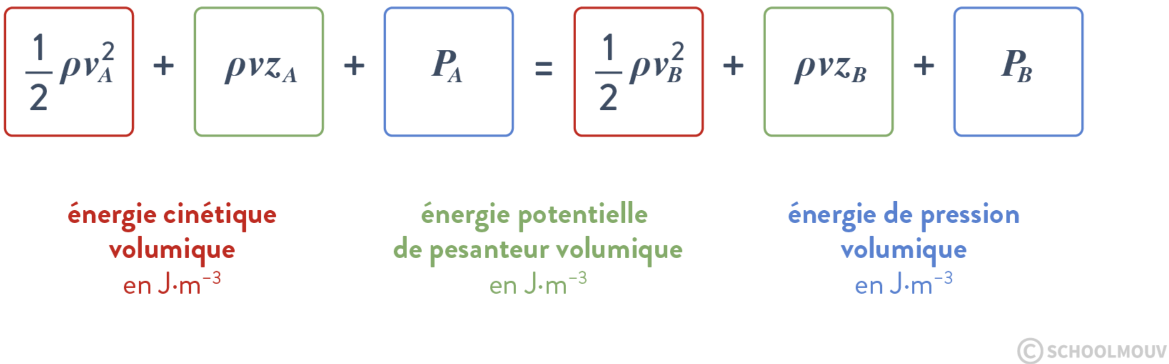
$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B$$

Précisons que :

- les termes $\frac{1}{2}\rho {v_A}^2$ et $\frac{1}{2}\rho {v_B}^2$ représentent une énergie cinétique volumique (énergie cinétique par unité de volume) ;

- les termes $\rho g z_A$ et $\rho g z_B$ représentent une énergie potentielle de pesanteur volumique ;
- P_A et P_B représentent donc aussi une énergie volumique, due aux forces de pression.

→ La relation de Bernoulli traduit ainsi une **conservation d'énergie** le long d'une même ligne de courant.
Elle lie, en tout point d'une ligne de courant, la vitesse d'écoulement du fluide, l'altitude et la pression.

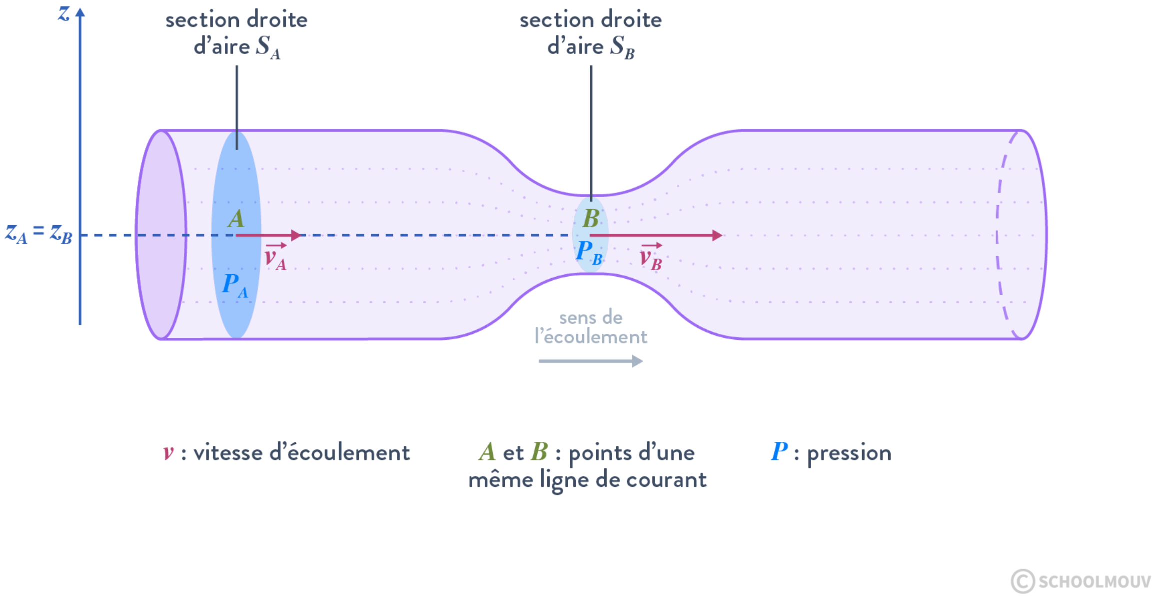


Astuce

> Si le fluide est au repos, la vitesse d'écoulement est nulle. On s'aperçoit alors que l'on retrouve la loi fondamentale de la statique des fluides.

b. Effet Venturi

Considérons maintenant un fluide répondant aux mêmes conditions mais qui s'écoule dans une conduite horizontale de section droite d'aire S_A possédant un étranglement de section droite d'aire S_B. On considère deux points A et B se trouvant sur la même ligne de courant et à une même hauteur.



D'après la relation de Bernoulli, nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{2}\rho {v_A}^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho {v_B}^2 + \rho g z_B + P_B$$

Nous savons que la conduite est horizontale alors : $z_A = z_B$.

→ Ainsi, la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho {v_A}^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho {v_B}^2 + P_B$$

→ Comme nous l'avons dit précédemment, il y a conservation du débit volumique. Donc, l'aire S_B étant inférieure à S_A, la vitesse d'écoulement v_B est supérieure à v_A. Par conséquent :

$$\frac{1}{2}\rho {v_B}^2 > \frac{1}{2}\rho {v_A}^2$$

Ainsi, nous pouvons en déduire que la pression P_B est inférieure à P_A :

$$\frac{1}{2}\rho {v_B}^2 > \frac{1}{2}\rho {v_A}^2 \Rightarrow P_B < P_A$$

→ Il se forme alors une **dépression**.

L'effet Venturi est une conséquence de la relation de Bernoulli et de la loi de conservation du débit volumique.

Définition

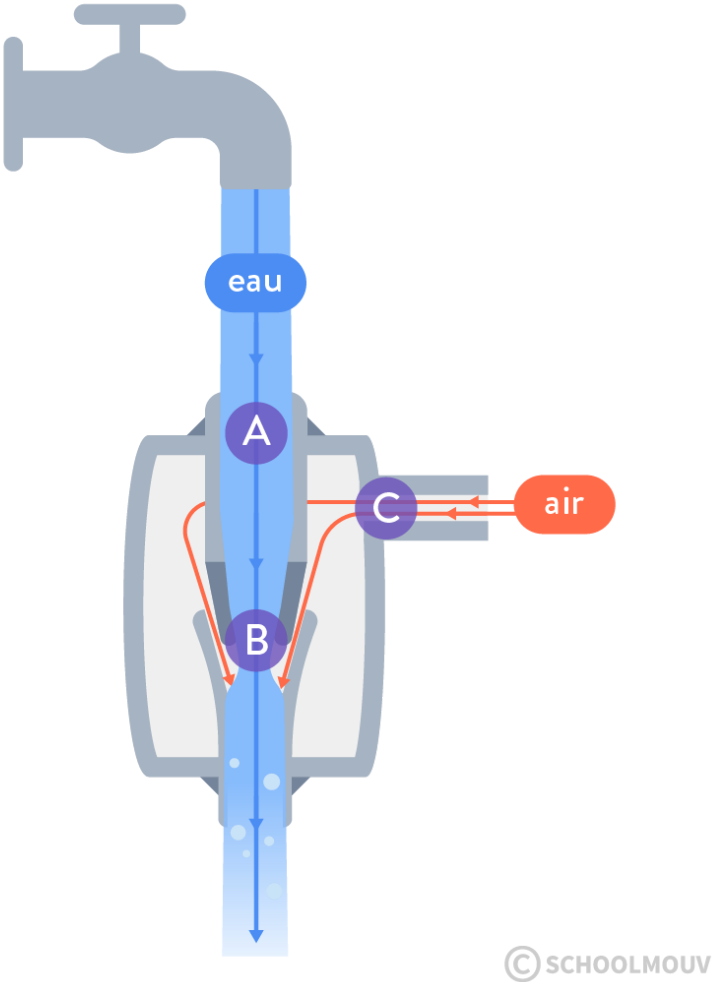
Effet Venturi :

L'effet Venturi est un phénomène où les particules d'un fluide parfait et incompressible se retrouvent accélérées au niveau d'un étranglement. Le fluide subit alors une dépression.

Prenons un exemple afin de mieux comprendre cet effet.

Exemple

La trompe à eau est un dispositif utilisé en chimie pour réaliser des filtrations ou des distillations sous pression réduite. Elle permet d'avoir une dépression par effet Venturi. Nous branchons la trompe à un robinet afin de faire circuler l'eau dans une canalisation cylindrique dont le diamètre diminue :



Nous allons étudier son principe.

→ On considère que l'eau est un fluide parfait et incompressible, et que l'écoulement se fait en régime permanent indépendant du temps.

Données

- Le diamètre de la canalisation au point A est de $2,0 \text{ cm}$, soit un rayon $r_A = 1,0 \text{ cm} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ m}$.
- Le diamètre de la canalisation au point B est de $3,0 \text{ mm}$, soit un rayon $r_B = 1,5 \text{ mm} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$.
- Le point A est à l'altitude z_A et B à z_B.
  La distance $AB = z_A - z_B$ vaut $8,0 \text{ cm}$.
- Le débit volumique d'eau est de $300 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$, soit $D_\text{V} = 8,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

- La masse volumique ρ de l'eau vaut $1,0 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Le champ de pesanteur a pour norme : $9,81\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1 Vitesse d'écoulement de l'eau aux points A et B

Au point A, on a : $D_\text{V} = S_A \times v_A$, soit : $v_A = \dfrac{D_\text{V}}{S_A}$, avec :

- v_A la vitesse d'écoulement du fluide au point A ;
- S_A l'aire de la section droite passant par A.

→ Comme la canalisation est cylindrique, la section est un disque et on obtient :

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{D_\text{V}}{\pi \times {r_A}^2} \\ &= \frac{8,3 \times 10^{-5}}{\pi \times (1,0 \times 10^{-2})^2} \\ &= \boxed{0,26\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \end{aligned}$$

→ On obtient de la même façon la vitesse d'écoulement v_B au point B :

$$\begin{aligned} v_B &= \frac{D_\text{V}}{\pi \times {r_B}^2} \\ &= \frac{8,3 \times 10^{-5}}{\pi \times (1,5 \times 10^{-3})^2} \\ &= \boxed{12\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} \end{aligned}$$

2 Différence de pression entre A et B

Dans les conditions données, on peut appliquer la relation de Bernoulli, avec P_A et P_B les pressions respectives en A et B :

$$\frac{1}{2}\rho {v_A}^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho {v_B}^2 + \rho g z_B + P_B$$

Cette relation nous permet d'exprimer la différence de pression ΔP :

$$\begin{aligned} \Delta P = P_B - P_A &= \frac{1}{2}\rho {v_A}^2 - \frac{1}{2}\rho {v_B}^2 + \rho g z_A - \rho g z_B \\ &= \frac{1}{2}\rho({v_A}^2 - {v_B}^2) + \rho g(z_A - z_B) \end{aligned}$$

Nous avons calculé les valeurs de v_A et v_B.
Nous ne connaissons pas les altitudes z_A et z_B, mais nous connaissons leur différence : $z_A - z_B = 8,0 \times 10^{-2}\ \text{cm}$, et cela nous suffit.

→ Avec aussi les valeurs de ρ et g connues, nous pouvons faire l'application numérique :

$$\begin{aligned} \Delta P = P_B - P_A &= \frac{1}{2} \times 1,0 \times 10^3 \times (0,26^2 - 12^2) +\ 1,0 \times 10^3 \times 8 \times 1 \\ &= \boxed{-7,1 \times 10^4\ \text{Pa}} \end{aligned}$$

ΔP est négatif, la pression en B est donc inférieure à celle en A.

→ **Il y a donc une dépression qui se forme au point B, ce qui permet à l'air d'être aspiré.**

En travaux pratiques, lorsqu'on réalise une filtration sous vide, la trompe à eau est reliée à un entonnoir de Büchner. Le liquide présent dans l'entonnoir est aspiré et la filtration se fait plus rapidement. Ce dispositif permet, par exemple, de séparer le solide et le liquide, et donc de sécher le solide plus rapidement.

L'effet Venturi se rencontre dans de nombreuses situations de la vie courante. Si cette dépression peut, suivant les circonstances, être sans gravité, elle peut parfois provoquer des dommages matériels comme l'arrachement des toitures.