Évolution d'une population de noyaux radioactifs

Introduction :

La radioactivité naturelle a été largement étudiée par les scientifiques afin de décrire les lois qui la régissent pour la mettre à profit dans des applications diverses.
Ce cours traitera tout d'abord de l'évolution temporelle d'une population de noyaux radioactifs pour décrire l'évolution de cette population en phase de désintégration. Ce sera alors l'occasion d'introduire une loi mathématique décrivant cette évolution. Une seconde partie sera consacrée à l'utilisation de cette loi, qui a été mise à profit pour dater des évènements ou des objets du passé tels que des fossiles.

1 | Évolution temporelle d'une population de noyaux radioactifs

Pour qualifier un noyau instable pouvant subir une réaction radioactive, on parle de **radioisotope**.

À retenir

Deux noyaux sont **isotopes** s'ils ont le même nombre de protons Z, mais un nombre de nucléons A différents.

→ On parle de **radioisotopes** quand l'isotope est radioactif.

Exemple

- Les isotopes les plus abondants du carbone sont : ${}_{6}^{12}\text{C}$, ${}_{6}^{13}\text{C}$ et ${}_{6}^{14}\text{C}$.
  Seul le ${}_{6}^{14}\text{C}$ est radioactif tandis que ${}_{6}^{13}\text{C}$ et ${}_{6}^{12}\text{C}$ sont stables.
- Les isotopes les plus abondants de l'uranium sont : ${}_{92}^{238}\text{U}$, ${}_{92}^{235}\text{U}$ et ${}_{92}^{234}\text{U}$.

a. Loi de décroissance radioactive

Nous savons qu'il est possible de prédire le type de désintégration radioactive (α, β^+ ou β^-) propre à un noyau instable selon sa position sur le diagramme $(N,\ Z)$.

→ Ces désintégrations ont un caractère **aléatoire et spontané**.

C'est-à-dire que pour un noyau radioactif donné, nous ne pouvons pas prévoir la date de sa désintégration, cette dernière est donc spontanée. De même, pour un ensemble de noyaux radioactifs, on ne peut pas prévoir lesquels seront désintégrés à une date donnée. La désintégration a donc un caractère aléatoire.

Cependant, il est possible de **quantifier le nombre de désintégration** à une date donnée. Ainsi, l'évolution statistique d'un échantillon de noyaux radioactifs suit une loi mathématique dite : **loi exponentielle de décroissance radioactive**.

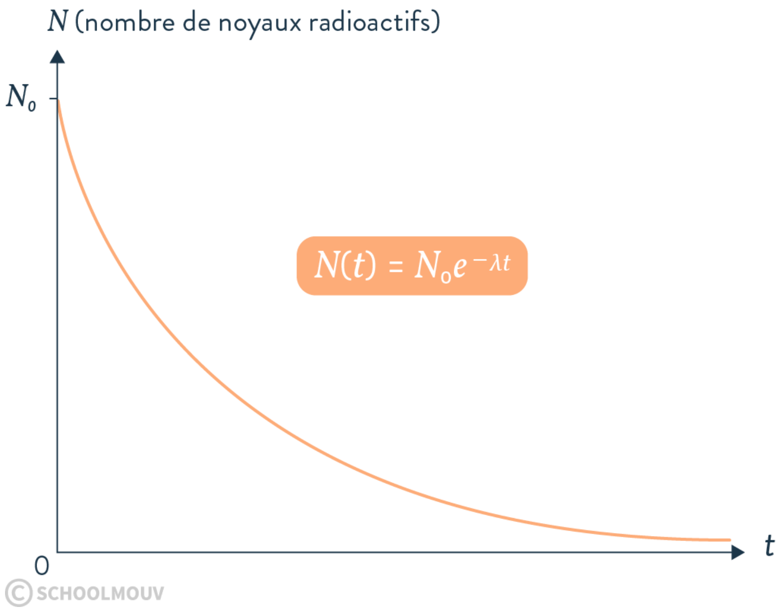
Définition

Loi exponentielle de décroissance radioactive :

La loi exponentielle de décroissance radioactive est une modélisation statistique de la variation du nombre de noyaux instables N en fonction du temps t.

→ Cette variation est modélisée par une fonction exponentielle strictement décroissante.

Un échantillon d'un isotope radioactif se désintègrera jusqu'à la disparition de tous les noyaux instables de l'échantillon, selon la courbe exponentielle suivante :



À retenir

Le nombre de noyaux radioactifs restants dans un échantillon suit la loi mathématique de décroissance radioactive suivante :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

N : le nombre d'atomes radioactifs restants dans l'échantillon ;
N_0 : le nombre d'atomes radioactifs dans l'échantillon à l'instant initial ;
λ : la constante radioactive du radioisotope.

Définition

Constante radioactive :

La constante radioactive (λ) d'un radioisotope est définie comme la probabilité de désintégration d'un noyau par unité de temps.
Elle s'exprime en s^{-1} et ne dépend que du radioisotope.

Définition

Activité radioactive :

L'activité d'un noyau radioactif (A) à la date t correspond au nombre de désintégrations par seconde d'un échantillon de N isotopes.

Elle s'exprime en becquerel (Bq).

→ $1\ \mathrm{Bq} = 1$ désintégration par seconde

→ Ainsi l'activité et la **constante radioactive** sont liées pour tout instant t par la relation suivante :

$$\boxed{\lambda = \frac{A(t)}{N(t)}}$$

De plus, la décroissance de l'**activité** suit la même loi de décroissance du nombre de noyaux radioactifs d'un échantillon. Donc :

$$A(t) = \lambda N(t)$$

$$\boxed{A(t) = A_0 e^{-\lambda t}}$$

Avec $A_0 = \lambda N_0$.

À retenir

L'activité A d'un isotope dépend de la composition de l'échantillon (c'est-à-dire du nombre de noyaux instables contenu dans l'échantillon), tandis que la constante radioactive λ ne dépend que du radioisotope.

Exemple

L'uranium 238 effectue naturellement des désintégrations type α selon la réaction suivante :

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow ^{234}_{90}\mathrm{Th} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Soit un échantillon d'uranium 238 avec une activité initiale $A_0 = 5\ 000\ \mathrm{Bq}$ et une constante radioactive de l'ordre de $4,9 \times 10^{-18}\ \mathrm{s}^{-1}$.

1. **Calculer le nombre d'atomes instables initial dans l'échantillon**

$$\lambda = \frac{A_0}{N_0}$$

Alors,

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{A_0}{\lambda} \\ &= \frac{5\ 000}{4,9 \times 10^{-18}} \\ &\approx 1,02 \times 10^{21} \text{ atomes} \end{aligned}$$

2 **Calculer le nombre d'atomes instables que cet échantillon comprendra au bout de 500 millions d'années de désintégration naturelle**

Tout abord, calculons la durée en seconde, puisque la constante radioactive s'exprime en s^{-1} :

$$\begin{aligned} 500\ 000\ 000 \text{ d'années} &= 500\ 000\ 000 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \\ &= 1,58 \times 10^{16} \text{ s} \end{aligned}$$

En appliquant la loi exponentielle de décroissance radioactive :

$$\begin{aligned} N(t) &= N_0 e^{-\lambda t} \\ &= 1,02 \times 10^{21} \times e^{-4,9 \times 10^{-18} \times 1,58 \times 10^{16}} \\ &\approx 9,4 \times 10^{20} \text{ atomes} \end{aligned}$$

→ Il est donc évident que l'uranium 238 se désintègre très lentement.

3 **Calculer l'activité de l'échantillon au bout de 500 millions d'années de désintégration naturelle**

$$\begin{aligned} A(t) &= \lambda N(t) \\ &= 4,9 \times 10^{-18} \times 9,4 \times 10^{20} \\ &\approx 4\ 606 \text{ Bq} \end{aligned}$$

→ Ainsi, même après 500 millions d'années, l'activité de l'échantillon reste très importante.

b. Temps de demi-vie radioactive

La désintégration naturelle de radioisotopes est un processus dont la durée dépend de la nature de l'isotope. Une grandeur de temps particulière, appelée **temps de demi-vie**, est propre à chaque radioisotope. Elle permet de décrire l'évolution du nombre de noyaux restants dans un échantillon en phase de désintégration.
Elle peut être de l'ordre du millième de seconde pour le polonium 214 et de 4,5 milliards d'année pour l'uranium 238.

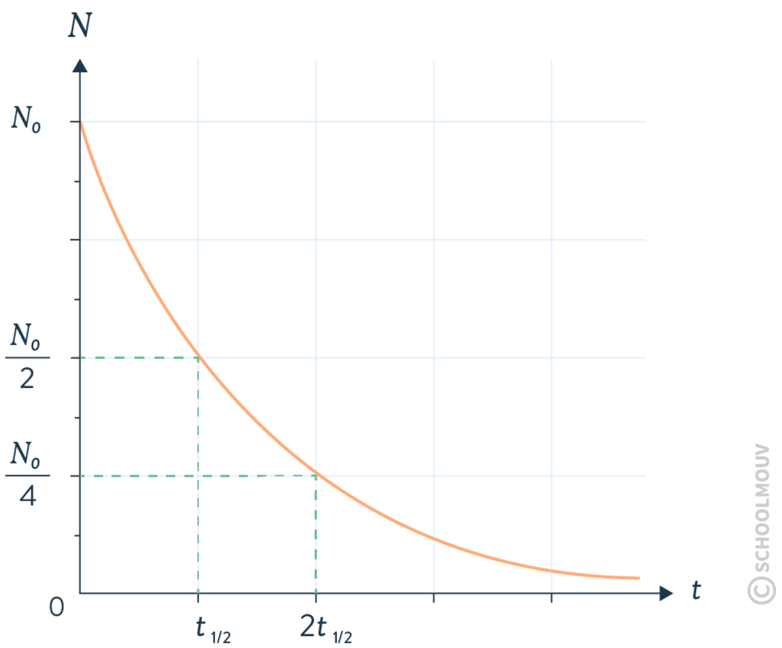
Définition

Demi-vie :

La demi-vie radioactive $t_{1/2}$ est, pour un type de noyaux radioactifs, la durée nécessaire au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon a été désintégrée.

$$N_{1/2} = \frac{N_0}{2}$$

En appliquant la loi de décroissance radioactive :



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\begin{aligned} N(t_{1/2}) = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} &\Leftrightarrow \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \end{aligned}$$

Puis, en appliquant la fonction logarithme népérien, nous parvenons à :

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(e^{-\lambda t_{1/2}}) &\Leftrightarrow -\ln(2) = -\lambda t_{1/2} \\ &\Leftrightarrow \boxed{t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}} \end{aligned}$$

À retenir

Tout comme la constante radioactive, le temps de demi-vie ne dépend que du radioisotope indépendamment de la composition de l'échantillon.

Exemple

Reprenons l'exemple présenté précédemment de l'uranium 238 qui se désintègre selon la radioactivité de type α selon la réaction suivante :

$$^{238}_{92}\text{U} \rightarrow ^{234}_{90}\text{Th} + ^{4}_{2}\text{He}$$

Avec une constante radioactive de l'ordre de $4,9 \times 10^{-18}\ \text{s}^{-1}$.

- **Calculer le temps de demi-vie radioactive.**

$$\begin{aligned} t_{1/2} &= \frac{\ln(2)}{\lambda} \\ &= \frac{\ln(2)}{4,9 \times 10^{-18}} \\ &\approx 1,4 \times 10^{17}\ \text{s} \\ &\approx 4,5 \times 10^{9}\ \text{années} \end{aligned}$$

Ainsi, au bout de 4,5 milliards d'années, la moitié des noyaux d'uranium initialement présents se sera désintégrée.

2 | Application de la désintégration radioactive à la datation de fossiles

En plus de présenter plusieurs utilisations dans le domaine de la médecine et de l'énergie, la désintégration radioactive présente un intérêt majeur dans la compréhension de l'origine des espèces et du monde. En effet, pouvoir prédire la désintégration naturelle, la loi de décroissance radioactive a permis aux scientifiques de développer une méthode de **datation** des évènements et des fossiles.

À retenir

> La méthode utilisée pour dater ces évènements et ces fossiles se base sur une comparaison en teneur en un radiosotope spécifique de l'échantillon par rapport à la teneur qu'il avait à la date de sa création.
> Plus un échantillon est vieux plus sa teneur en radioisotope sera faible puisque la désintégration suit la loi de décroissance radioactive.
> La méthode la plus utilisée est la **datation au carbone 14**.

La proportion de carbone 14 sur Terre est relativement fixe au cours du temps, du fait de sa radioactivité : il y a autant de carbone 14 produit dans la stratosphère qui « arrive » sur Terre qu'il n'en disparaît par désintégration radioactive. Au fil du temps, des noyaux de carbone 14 se désintègrent pour redonner de l'azote.
La période de demi-vie du carbone 14 est $t_{1/2} = 5\ 730 \text{ ans}$.

→ Ainsi la mesure du nombre de noyau de carbone 14 permet la datation de la matière organique morte.

Exemple

> Le fossile d'un animal marin a été retrouvé et on désire en connaître le moment de sa mort. Pour cela, nous avons recours à la datation au carbone 14.
> On considère qu'avant sa mort, l'animal avait la même teneur en carbone 14 que son environnement. À partir de sa mort, les noyaux de carbone 14 présents dans le fossile se désintègrent selon la réaction de désintégration radioactive suivante :
>
> $$ {}^{14}_{6}\text{C} \rightarrow {}^{14}_{7}\text{N} + {}^{0}_{-1}e $$

On mesure le rapport $\frac{^{14}\mathrm{C}}{C_{\text{total}}}$ de l'échantillon et on le compare au rapport théorique au moment de la mort de l'animal pour déterminer la teneur en carbone 14 et l'âge de l'échantillon.

Conclusion :

L'étude de la désintégration radioactive a permis de décrire l'évolution temporelle d'une population de noyaux radioactifs et ainsi exploiter la loi de décroissance radioactive.
En outre, nous avons découvert une méthode à la fois simple et efficace mettant à profit cette loi pour dater des évènements du passé : la datation au carbone 14.