

### BAB III

#### PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR

##### A. Pendahuluan

Dasar dari suatu persamaan adalah sebuah pernyataan matematika yang terdiri dari dua ungkapan pada ruas kanan dan ruas kiri yang dipisahkan oleh tanda “=” (dibaca sama dengan). Hal yang tak diketahui dalam sebuah persamaan disebut variabel. Dan sebuah penyelesaian dari suatu persamaan berupa nilai yang jika disubstitusikan pada variabel menghasilkan sebuah pernyataan yang benar.

Sementara itu, istilah-istilah seperti lebih dari, kurang dari, lebih besar, lebih kecil, lebih tinggi, lebih rendah, tidak sama sudah menjadi bahasa sehari-hari dalam masyarakat. Istilah-istilah tersebut digunakan untuk menentukan nilai maksimum atau nilai minimum dari suatu permasalahan atau pernyataan yang dapat dimodelkan secara matematis.

Diharapkan mahasiswa dapat menentukan penyelesaian dari persamaan linear satu variabel dan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan linear satu variabel.

##### B. Persamaan Linear Satu Variabel

###### Definisi

Suatu persamaan yang memuat satu variabel berpangkat satu.

###### Contoh 3.1

1.  $x = 9$
2.  $5x + 4 = 29$
3.  $3x - 2 = x + 24$

Sebuah penyelesaian untuk suatu persamaan adalah sebarang bilangan yang membuat persamaan itu benar jika bilangan itu disubstitusikan pada variabel.

###### Contoh 3.2

1.  $3x = 21$

Persamaan ini mempunyai penyelesaian bilangan 7, karena  $3(7) = 21$  adalah benar. Sementara bilangan 5 bukan sebuah penyelesaian dari  $3x = 21$ , karena  $3(5) = 21$  adalah salah.

$$2. \quad 3x - 2 = x + 24$$

Jika persamaan ini diselesaikan maka mempunyai penyelesaian bilangan 13, karena  $3(13) - 2 = 13 + 24$ .

### **Prinsip Penjumlahan dan Perkalian**

Ada dua prinsip yang diperbolehkan untuk menyelesaikan bermacam-macam persamaan.

#### **Pertama, Prinsip Penjumlahan**

Untuk sebarang bilangan real  $a$ ,  $b$  dan  $c$ , jika  $a = b$  maka berlaku

$$a + c = b + c$$

$$a - c = b - c$$

#### **Kedua, Prinsip Perkalian**

Untuk sebarang bilangan real  $a$ ,  $b$  dan  $c$ , jika  $a = b$  maka berlaku

$$a \cdot c = b \cdot c$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c}, \text{ benar dengan } c \neq 0.$$

### **Contoh 3.3**

Tentukan penyelesaian dari  $3x - 2 = 31$ .

Penyelesaian :

$$3x - 2 = 31$$

$$3x - 2 + 2 = 31 + 2 \quad \text{menggunakan prinsip penjumlahan, kedua ruas ditambah 2}$$

$$3x = 33$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)3x = \left(\frac{1}{3}\right)33 \quad \text{menggunakan prinsip perkalian, kedua ruas dikali } \frac{1}{3}$$

$$x = 11$$

### **Contoh 3.4**

Tentukan penyelesaian dari  $3(x - 1) - 1 = 5 - 5(x + 5)$

Penyelesaian :

$$3(x - 1) - 1 = 5 - 5(x + 5)$$

$$3x - 3 - 1 = 5 - 5x - 25 \quad \text{sifat distributif}$$

$$3x - 4 = -5x - 20$$

$$3x - 4 + 4 = -5x - 20 + 4 \quad \text{kedua ruas ditambah 4}$$

$$3x = -5x - 16$$

$$3x + 5x = -5x + 5x - 16 \quad \text{kedua ruas ditambah } 5x$$

$$8x = -16$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)8x = \left(\frac{1}{8}\right) \cdot -16 \quad \text{kedua ruas dikali } \frac{1}{8}$$

$$x = -2$$

### C. Persamaan Ekuivalen

#### Definisi

Persamaan Ekuivalen adalah persamaan yang mempunyai himpunan penyelesaian yang sama.

#### Contoh 3.5

(1)  $2x = 12$

(2)  $-5x = -30$

(3)  $3x + 5 = 23$

(4)  $2x - 5 = x + 1$

Keempat persamaan tersebut ekuivalen karena mempunyai himpunan penyelesaian yang sama yaitu  $x = 4$ .

### D. Persamaan Linear Bentuk Pecahan Satu Variabel

Yaitu persamaan yang memuat pecahan. Untuk menyelesaikan persamaan pecahan ini digunakan perkalian dengan variabel.

#### Contoh 3.6

Tentukan penyelesaian dari  $\frac{x-2}{5} + \frac{x}{3} = \frac{1}{5}$ .

Penyelesaian :

$$\frac{x-2}{5} + \frac{x}{3} = \frac{1}{5}$$

$$15\left(\frac{x-2}{5} + \frac{x}{3}\right) = 15\left(\frac{1}{5}\right) \quad \text{kedua ruas dikali 15}$$

$$15\left(\frac{x-2}{5}\right) + 15\left(\frac{x}{3}\right) = 3 \quad \text{sifat distributif}$$

$$3x - 6 + 5x = 3$$

$$8x - 6 = 3$$

$$8x - 6 + 6 = 3 + 6 \quad \text{kedua ruas ditambah 6}$$

$$8x = 9$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)8x = \left(\frac{1}{8}\right)9 \quad \text{kedua ruas dikali } \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{9}{8}$$

## E. Pertidaksamaan Linear Satu Variabel

### Definisi

Suatu pertidaksamaan yang hanya mempunyai satu variabel dengan pangkat tertinggi variabelnya satu.

### Contoh 3.7

1.  $x < 9$
2.  $5x + 4 > 29$
3.  $3x - 2 < x + 24$

Pada prinsipnya penyelesaian pertidaksamaan linear mirip dengan persamaan linear. Hal ini dapat dilihat pada tabel perbandingan berikut.

No	Penyelesaian Persamaan	Penyelesaian Pertidaksamaan
1.	<b>Prinsip Penjumlahan</b> Menambah dengan bilangan yang sama pada kedua ruas.	<b>Prinsip Penjumlahan</b> Menambah dengan bilangan yang sama pada kedua ruas.
2.	<b>Prinsip Perkalian</b> Kedua ruas dikalikan dengan bilangan yang sama.	<b>Prinsip Perkalian</b> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Jika kedua ruas dikalikan dengan bilangan positif yang sama maka tanda pertidaksamaan tidak berubah.</li> <li>2. Jika kedua ruas dikalikan dengan bilangan negatif yang sama, tanda pertidaksamaan berubah dari <math>&lt;</math> menjadi <math>&gt;</math>, dari <math>\leq</math> menjadi <math>\geq</math> dan sebaliknya.</li> </ol>

**Contoh 3.8**

Tentukan penyelesaian dari  $2x - 4 < 6$ .

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
 2x - 4 &< 6 \\
 2x - 4 + 4 &< 6 + 4 && \text{kedua ruas ditambah } 4 \\
 2x &< 10 \\
 \left(\frac{1}{2}\right)2x &< \left(\frac{1}{2}\right)10 && \text{kedua ruas dikali } \frac{1}{2} \\
 x &< 5
 \end{aligned}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{x | x < 5\}$

**Contoh 3.9**

Tentukan penyelesaian dari  $3x - 5 > x + 7$ .

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
 3x - 5 + 5 &> x + 7 + 5 && \text{kedua ruas ditambah } 5 \\
 3x &> x + 12 \\
 3x - x &> x - x + 12 && \text{kedua ruas ditambah } -x \\
 2x &> 12 \\
 \left(\frac{1}{2}\right)2x &> \left(\frac{1}{2}\right)12 && \text{kedua ruas dikali } \frac{1}{2} \\
 x &> 6
 \end{aligned}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{x | x > 6\}$ .

**Contoh 3.10**

Tentukan penyelesaian dari  $3x - 2(2x - 7) > 2(3 + x) - 4$ .

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}
 3x - 2(2x - 7) &\geq 2(3 + x) - 4 \\
 3x - 4x + 14 &\geq 6 + 2x - 4 && \text{sifat distributi } f \\
 -x + 14 &\geq 2 + 2x \\
 -x + 14 - 14 &\geq 2 + 2x - 14 && \text{kedua ruas ditambah } -14 \\
 -x &\geq 2x - 12 \\
 -x - 2x &\geq -12 && \text{kedua ruas ditambah } -x \\
 -3x &\geq -12 \\
 \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot -3x &\leq \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot -12 && \text{kedua ruas dikali } -\frac{1}{3} \\
 x &\leq 4
 \end{aligned}$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{x|x \leq 4\}$

### Contoh 3.11

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $3 < x + 7 < 11$ .

Penyelesaian :

$$3 < x + 7 < 11$$

Untuk menyelesaikan soal ini menggunakan dua langkah karena menyelesaikannya menggunakan kombinasi pertidaksamaan.

Langkah I.

$$3 < x + 7$$

$$3 - 7 < x + 7 - 7 \quad \text{kedua ruas ditambah } -7$$

$$-4 < x$$

$$x > -4 \quad \dots(1)$$

Langkah II.

$$x + 7 < 11$$

$$x + 7 - 7 < 11 - 7 \quad \text{kedua ruas ditambah } -7$$

$$x < 4 \quad \dots(2)$$

Dari (1) dan (2) dikombinasikan maka himpunan penyelesaiannya  $\{x|-4 < x < 4\}$

## F. Pertidaksamaan Linear Bentuk Pecahan Satu Variabel

Yaitu pertidaksamaan yang memuat pecahan. Untuk menyelesaikan pertidaksamaan pecahan ini digunakan perkalian variabel.

### Contoh 3.12

Tentukan himpunan penyelesaian dari  $\frac{x}{3} > 1 + \frac{x}{4}$ .

Penyelesaian :

$$\frac{x}{3} > 1 + \frac{x}{4}$$

$$12\left(\frac{x}{3}\right) > 12\left(1 + \frac{x}{4}\right) \quad \text{kedua ruas dikali 12}$$

$$4x > 12 + 3x$$

$$4x - 3x > 12 + 3x - 3x \quad \text{kedua ruas ditambah } -3x$$

$$x > 12$$

Jadi himpunan penyelesaiannya  $\{x|x > 12\}$

## G. Rangkuman

1. Persamaan adalah sebuah pernyataan matematika yang terdiri dari dua ungkapan pada ruas kanan dan ruas kiri yang dipisahkan oleh tanda “=” (dibaca sama dengan)
2. Penyelesaian untuk suatu persamaan adalah sebarang bilangan yang membuat persamaan itu benar jika bilangan itu disubstitusikan pada variabel.
3. Untuk setiap  $a, b, c \in R$   
Jika  $a = b$  maka  $a + c = b + c$
4. Untuk setiap  $a, b, c \in R$   
Jika  $a = b$  maka  $a \cdot c = b \cdot c$
5. Untuk setiap  $a, b, c \in R$   
Jika  $a = b$  maka  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ,  $c \neq 0$   
Jika  $a \cdot b = 0$  maka  $a = 0$  atau  $b = 0$   
Jika  $a = 0$  atau  $b = 0$  maka  $ab = 0$
6. Persamaan-persamaan yang mempunyai himpunan penyelesaian yang sama disebut persamaan ekuivalen
7. Lambang dari pertidaksamaan  $<, \leq, >, \geq$ .
8. Prinsip-prinsip untuk menyelesaikan pertidaksamaan :
  - a. Prinsip Penjumlahan, kedua ruas ditambah dengan bilangan yang sama.
  - b. Prinsip Perkalian, kedua ruas dikalikan dengan bilangan yang sama.
    - 1) Jika dikalikan dengan bilangan positif tanda pertidaksamaan tidak berubah.
    - 2) Jika dikalikan dengan bilangan negatif tanda pertidaksamaan berubah kebalikannya.

## H. Latihan

1. Tentukan penyelesaian dari persamaan berikut :

- a.  $-x - 1 = x + 3$
- b.  $19x - 78 + 53x = 30 + 18x$
- c.  $(3x - 2) - 2(6 - x) = 1$
- d.  $3(7 - 2x) + (x - 1) - 5(2 - x) = 2x + 1$

2. Tentukan penyelesaian dari persamaan berikut :

- a.  $\frac{12}{x} = \frac{-3}{4}$
- b.  $\frac{2x}{9} - \frac{x}{12} = \frac{5}{6}$
- c.  $\frac{1}{x} + \frac{5}{x-2} = \frac{4}{x-2}$

3. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut :

- a.  $-24x < 8$
- b.  $(3x - 2) - 2(6 - x) > 1$
- c.  $3(7 - 2x) + (x - 1) - 5(2 - x) \leq 2x + 1$

4. Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan berikut :

- a.  $-x - \frac{1}{2} > 1$
- b.  $\frac{3-x}{3} \leq \frac{x}{4}$
- c.  $\frac{-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x}{4} > x - 2$
- d.  $\frac{3}{-\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x} \leq \frac{1}{5}$

5. Himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan  $\frac{1}{2} < \frac{3}{4} - 2x < 1$  adalah ....