# BAB I

# SISTEM BILANGAN REAL

## A. Pendahuluan

Dalam Matematika Dasar terdapat konsep dari himpunan obyek-obyek, khususnya tentang konsep himpunan dari bilangan-bilangan yang banyak sekali diterapkan untuk matematika lebih lanjut maupun penerapan di bidang-bidang yang lain. Himpunan bilangan yang penting untuk diketahui adalah himpunan bilangan Asli, himpunan bilangan Cacah, himpunan bilangan Bulat, himpunan bilangan Rasional, himpunan bilangan Irrasional (tak terukur), dan himpunan bilangan Real. Sifat-sifat dari bilangan ini akan digunakan dalam Bentuk Pangkat, Penarikan Akar, dan Logaritma.

Diharapkan mahasiswa dapat memahami konsep himpunan bilangan yang penting untuk diketahui dan mampu menggunakan sifat-sifat dari himpunan bilangan diantaranya yaitu Bentuk Pangkat, Penarikan Akar, dan Logaritma.

## B. Himpunan Bilangan

Konsep dari himpunan obyek-obyek yang paling penting dipelajari untuk matematika lebih lanjut adalah konsep dari himpunan bilangan-bilangan. Beberapa konsep dari himpunan bilangan-bilangan tersebut diantaranya adalah himpunan bilangan Asli, himpunan bilangan Cacah, himpunan bilangan Bulat, himpunan bilangan Rasional, himpunan bilangan Irrasional (tak terukur), dan himpunan bilangan Real.

1. Himpunan bilangan Asli atau disebut juga himpunan bilangan bulat positif dapat ditulis sebagai : **N** = {1, 2, 3, 4, ...}.
2. Himpunan bilangan Cacah ditulis : **W** = {0, 1, 2, 3, 4, ...}.
3. Himpunan bilangan Bulat ditulis : **I** = {... -3, - 2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}.
4. Himpunan bilangan Rasional / Terukur ditulis :

   $Q = \left\{ x \,\middle|\, x = \frac{a}{b},\ \ a, b \in I,\ b \neq 0 \right\}$ yaitu bilangan yang dapat dinyatakan sebagai hasil bagi antara dua bilangan bulat (pecahan) dengan syarat bahwa nilai penyebut tidak sama dengan nol, contoh : $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, -\frac{5}{7}$ dan sebagainya.

Dengan demikian bilangan rasional adalah bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk pecahan $\frac{a}{b}$ dengan *a* dan *b* bilangan bulat dan $b \neq 0$. Adapun himpunan bilangan rasional terdiri dari bilangan bulat, bilangan pecahan murni, dan bilangan pecahan desimal.

5. Himpunan bilangan Irrasional (tak terukur) ditulis : $Q' = \{x \mid x \in Q\}$ yaitu bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai hasil bagi antara dua bilangan bulat (pecahan), tapi dapat dinyatakan dengan bilangan desimal tak tentu atau tak berulang, misalnya : e = 2,71828..., π = 3,14159..., $\sqrt{2}$ = 1,4142... dan lain sebagainya.
6. Himpunan bilangan Real (nyata) ditulis : $R = \{x \mid x \text{ bilangan Real}\}$. Bilangan rasional dan Irrasional merupakan himpunan bilangan real.

Dengan demikian, himpunan bilangan Asli adalah subset dari himpunan bilangan Cacah. Himpunan bilangan Cacah adalah subset dari himpunan bilangan Rasional. Sedangkan himpunan bilangan baik Rasional maupun Irrasional disebut himpunan bilangan Real. Himpunan bilangan yang tidak Real adalah himpunan bilangan Imaginer ataupun himpunan bilangan Kompleks. Himpunan-himpunan bilangan di atas dapat ditulis dalam bentuk subset sebagai berikut :

$$N \subset W \subset I \subset Q \subset R$$

Sifat Ketidaksamaan Bilangan Real

a. Sembarang bilangan Real *a* dan *b*, dapat terjadi salah satu dari tiga hal yaitu : $a < b$, $b < a$, atau $a = b$.
b. Jika $a < b$ dan $b < c$ maka $a < c$ .
c. Jika $a < b$, maka $a + c < b + c$ untuk sembarang nilai *c*.
d. Jika $a < b$ dan $c > 0$ maka $ac < bc$.
e. Jika $a < b$ dan $c < 0$ maka $ac > bc$.

Sistem bilangan Real dibentuk atas dasar sistem bilangan Asli, di mana semua sifat-sifatnya dapat diturunkan. Jika *x*, *y*, dan *z* adalah bilangan Real maka sifat-sifat bilangan Real adalah :

a. Sifat komutatif untuk penjumlahan

$$x + y = y + x$$

b. Sifat komutatif untuk perkalian

$$x.y = y.x$$

c. Sifat assosiatif untuk penjumlahan

$$x + (y + z) = (x + y) + z$$

d. Sifat assosiatif untuk perkalian

$$x\,(yz) = (xy)\,z$$

e. Sifat distributif

$$x\,(y + z) = xy + xz$$

f. Jika $x$ dan $y$ dua bilangan Real, maka terdapat suatu bilangan Real $z$ sehingga $x + z = y$. Bilangan $z$ ini kita nyatakan dengan $y - x$ dan disebut selisih dari $y$ dan $x$. Selisih $x - x$ kita nyatakan dengan simbol 0. Simbol 0 ini selanjutnya disebut nol.

g. Terdapat paling sedikit satu bilangan real $x \neq 0$. Jika $x$ dan $y$ dua bilangan Real dengan $x \neq 0$, maka terdapat suatu bilangan Real $z$ demikian sehingga $x.z = y$. Bilangan $z$ ini kita nyatakan dengan $\frac{y}{x}$ dan disebut hasil bagi dari $y$ dan $x$. Hasil bagi $x$ dan $x$ dinyatakan dengan simbol 1, yang selanjutnya disebut satu dan tidak bergantung pada $x$.

## C. Bentuk Pangkat, Akar dan Logaritma

### 1. Bentuk Pangkat Bulat

**Definisi**

Fungsi notasi pangkat salah satunya adalah untuk menyederhanakan penulisan atau meringkas penulisan. Contoh, 10.000.000,- dapat ditulis dengan notasi pangkat $10^7$. Notasi pangkat dapat menghemat tempat, sehingga notasi pangkat banyak digunakan dalam perumusan dan penyederhanaan perhitungan.

**Pangkat Bulat Positif**

Perkalian berulang dari suatu bilangan dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat bilangan bulat positif.

Contoh:

$2 = 2^1$

$2 \,.\, 2 = 2^2$

$2 \,.\, 2 \,.\, 2 = 2^3$

$2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 2 = 2^4$

$2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 2^5$

$2 . 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 2^6$

Bentuk $2^6$ dibaca "dua pangkat enam". $2^6$ disebut bilangan berpangkat bulat positif. Bilangan 2 disebut bilangan pokok atau bilangan dasar dan bilangan 6 yang ditulis agak di atas disebut pangkat atau eksponen. Secara umum bilangan berpangkat dapat ditulis :

> Jika *a* bilangan real atau $a \in R$ dan *n* bilangan bulat positif, maka
>
> $a^n = a.a.a.a....a$
>
> *a* disebut bilangan pokok dan *n* disebut pangkat.

**Contoh 1.1**

1. $3^2 = 3 . 3 = 9$
2. $64 = 4 . 4 . 4 = 4^3$
3. $648 = 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 3 . 3 = 2^3 . 3^4$
4. $\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

**Contoh 1.2**

Tentukan nilai dari persamaan berikut untuk nilai variabel yang ditentukan.

1. $x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ untuk $x = 2$

   $(2)^3 + 2(2)^2 + 3(2) + 4 = 8 + 8 + 6 + 4 = 26$

2. $3x^3 + 2x^2y + 3xy^2 + 4y^3$ untuk $x = -1$ dan $y = 2$

   $$3(-1)^3 + 2(-1)^2(2) + 3(-1)(2)^2 + 4(2)^3 = -3 + 4 - 12 + 32 = 21$$

**Sifat-sifat Pangkat Bulat Positif**

Pada bilangan berpangkat bulat positif dapat dilakukan beberapa operasi aljabar seperti : perkalian, pemangkatan, dan pembagian untuk bilangan berpangkat bulat positif. Perhatikan teorema-teorema untuk bentuk perkalian, pemangkatan, dan pembagian dari bilangan berpangkat bulat positif berikut:

a. Jika *a* bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan bulat postitif maka

$$a^p \,.\, a^q = a^{p+q}$$

b. Jika $a \in R$ dan $a \neq 0$, *p* dan *q* bilangan bulat positif maka

$$a^p : a^q = \frac{a^p}{a^q} = \begin{cases} a^{p-q} & ;\text{ jika } p > q \\ \dfrac{1}{a^{q-p}} & ;\text{ jika } q > p \\ 1 \quad ;\text{ jika } p = q \end{cases}$$

c. Jika *a* bilangan real, *p* dan *q* bilangan bulat positif maka

$$\left(a^p\right)^q = a^{p.q} = a^{pq}$$

d. Jika *a* dan *b* bilangan real, *p* bilangan bulat maka

$$(ab)^p = a^p b^p$$

**Contoh 1.3**

Sederhanakan :

1. $2^3 . 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$
2. $x^2 . x^6 = x^{2+6} = x^8$
3. $\left(2x^3y\right)\left(-3x^2y^3\right) = 2(-3)x^{3+2}y^{1+3} = -6x^5y^4$

**Contoh 1.4**

Kalikanlah $\left(2x^2y + 3xy^2\right)$ dengan $-4x^3y^2$ .

Penyelesaian

$$\begin{aligned}\left(2x^2y + 3xy^2\right)\left(-4x^3y^2\right) &= 2(-4)x^{2+3}y^{1+2} + 3(-4)x^{1+3}y^{2+2} \\ &= -8x^5y^3 - 12x^4y^4\end{aligned}$$

**Pangkat Bulat Negatif dan Nol**

Jika pada bentuk perpangkatan pangkat dari bilangan dasar kurang dari satu dan nol maka akan diperoleh pangkat bilangan bulat negatif dan nol.

**Contoh 1.5**

$3^{-1}$ ; $3^{-2}$ ; $3^{-3}$ ; $3^{-4}$ ; $3^{-5}$ ; dan $3^0$

$a^{-1}$ ; $a^{-2}$ ; $a^{-3}$ ; $a^{-4}$ ; $a^{-5}$ ; ...; $a^{-n}$ ; dan $a^0$

Untuk mendefinisikan $a^n$ dengan *a* bilangan real dan *n* bilangan bulat negarif dan nol, maka dapat digunakan teorema-teorema perpangkatan pada bilangan bulat positif, seperti :

$\frac{a^n}{a^n} = 1$ . Jika teorema $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ digunakan maka akan diperoleh $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$ dan untuk *q* = *p* + *n* maka diperoleh $\frac{a^p}{a^q} = \frac{a^p}{a^{p+n}} = a^{p-(p+n)} = a^{-n}$ .

Dengan demikian maka terdapat teorema berikut,

| |
|---|
| Jika $a \neq 0$, $a$ bilangan real dan $n$ bilangan bulat positif maka $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$ dan $a^0 = 1$. |

## 2. Bentuk Akar

Tanda akar dinotasikan dengan "$\sqrt{\ }$" bentuk akar atau $\sqrt{\ }$ menyatakan akar pangkat dua yaitu merupakan kebalikan dari kuadrat. Pernyataan yang ditulis dengan tanda akar disebut bentuk akar.

**Contoh 1.6**

1. Karena $5^2 = 25$ maka $\sqrt{25} = 5$
2. Karena $8^2 = 64$ maka $\sqrt{64} = 8$

**Contoh 1.7**

Bentuk-bentuk berikut merupakan contoh bentuk akar :

$\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{21}$ dan sebagainya.

Operasi aljabar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dapat juga dilakukan terhadap bentuk akar. Operasi tersebut digunakan untuk merasionalkan penyebut yang dinyatakan dalam bentuk akar. Operasi-operasi aljabar tersebut adalah sebagai berikut :

a. $a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$

b. $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$

c. $\sqrt{a}\,.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

d. $\sqrt{a}\,.\sqrt{a} = \sqrt{aa} = \sqrt{a^2} = a^{\frac{2}{2}} = a$

e. $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

f. $\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{c}\sqrt{d}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{\sqrt{cd}}$

**Contoh 1.8**

Sederhanakanlah.

1. $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3+4)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$
2. $\sqrt{8} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (2+4)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

3. $\sqrt{32}.\sqrt{8} = \sqrt{32.8} = \sqrt{256} = 16$

4. $\sqrt{32} : \sqrt{8} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$

5. $\frac{\sqrt{5}.\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5.10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$

**Merasionalkan Pecahan Bentuk Akar**

Suatu pecahan yang penyebutnya mengandung bentuk akar dapat disederhanakan bentuknya dengan cara merasionalkan bentuk akar yang ada pada penyebutnya. Untuk merasionalkan bentuk pecahan dari penyebut tersebut maka pembilang dan penyebut harus dikalikan dengan bentuk rasional dari bentuk akar yang ada pada penyebutnya. Di bawah ini bentuk-bentuk rumusan untuk penyederhanaan pecahan yang mengandung bentuk akar :

a. $\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}}.\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$

b. $\frac{a}{b+\sqrt{c}} = \frac{a}{b+\sqrt{c}}.\frac{b-\sqrt{c}}{b-\sqrt{c}} = \frac{a\left(b-\sqrt{c}\right)}{b^2-c}$

c. $\frac{a}{b-\sqrt{c}} = \frac{a}{b-\sqrt{c}}.\frac{b+\sqrt{c}}{b+\sqrt{c}} = \frac{a\left(b+\sqrt{c}\right)}{b^2-c}$

d. $\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}.\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{b-c}$

e. $\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}.\frac{\sqrt{b}+\sqrt{c}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)}{b-c}$

**Contoh 1.9**

Rasionalkan penyebut pecahan berikut :

1. $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

2. $\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}.\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{4-4\sqrt{3}+3}{4-3} = \frac{7-4\sqrt{3}}{1} = 7-4\sqrt{3}$

3. **Pangkat Pecahan**

**Definisi**

Bilangan real *a* yang memenuhi persamaan $a^n = b$, disebut akar pangkat *n* dari *b* dan ditulis dengan $a = \sqrt[n]{b}$. Akar pangkat *n* dari *b* atau $\sqrt[n]{b}$ dapat juga ditulis sebagai bilangan berpangkat pecahan yaitu $b^{\frac{1}{n}}$. Demikian juga sebaliknya, bilangan berpangkat pecahan yaitu $b^{\frac{1}{n}}$ dapat ditulis sebagai akar pangkat *n* dari *b* atau $\sqrt[n]{b}$. Jadi $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$.

Jika *b* bukanlah pangkat *n* dari suatu bilangan rasional maka penentuan dari $\sqrt[n]{b}$ hasilnya akan merupakan bilangan Irrasional. Jika nilai realnya diperlukan maka sebaiknya menggunakan alat hitung seperti kalkulator atau komputer.

| |
|---|
| Jika *m* dan *n* adalah bilangan asli dengan $n \neq 1$ dan *a* adalah bilangan real yang tidak negatif maka : $$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \text{ dan } a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$ |

**Contoh 1.10**

$$\sqrt[3]{2^6} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

**Sifat-sifat Pangkat Pecahan**

a. Jika *a* adalah bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan rasional maka

$$a^p \,.\, a^q = a^{p+q}$$

b. Jika *a* adalah bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan rasional maka

$$a^p : a^q = a^{p-q}$$

c. Jika *a* adalah bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan rasional maka

$$\left(a^p\right)^q = a^{pq}$$

d. Jika *a* adalah bilangan real, $a \neq 0$ dan *p* adalah bilangan rasional maka

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

e. Jika *a* dan *b* adalah bilangan real, *p, q,* dan *r* adalah bilangan rasional maka

$$\left(a^p \,.\, b^q\right)^r = \left(a^p\right)^r \left(b^q\right)^r = a^{pr} \,.\, b^{qr}$$

f. Jika *a* dan *b* adalah bilangan real, $b \neq 0$ dan *p, q,* dan *r* adalah bilangan rasional maka :

$$\left(\frac{a^p}{b^q}\right)^r = \frac{a^{pr}}{b^{qr}}$$

**4. Logaritma**

**Definisi**

Logaritma merupakan invers atau kebalikan dari eksponen atau perpangkatan. Misalnya $3^2 = 9$ dapat ditulis dengan ${}^3\log 9 = 2$; $3^{-1} = \frac{1}{3}$ dapat ditulis dengan ${}^3\log \frac{1}{3} = -1$.

Dengan demikian bentuk logaritma secara umum ditulis :

Jika $\boxed{a^n = b \text{ dengan } a > 0 \text{ dan } a \neq 1 \text{ maka } {}^a\log b = p}$

Pengertian dari penulisan ${}^a\log b$, *a* disebut bilangan pokok logaritma. Nilai *a* harus positif dan ≠ 1. Jika bilangan pokok bernilai 10, maka bilangan pokok 10 ini biasanya tidak ditulis. Misalkan ${}^{10}\log b = \log b$.

Jika bilangan pokoknya *e* atau bilangan euler dimana *e* = 2,718281828 maka nilai logaritma dinyatakan dengan ln yaitu singkatan dari logaritma natural.

Misal : ${}^e\log b = \ln b$

**Contoh 1.11**

1. Jika $2^3 = 8$ maka ${}^2\log 8 = 3$
2. Jika $3^{-2} = \frac{1}{9}$ maka ${}^3\log \frac{1}{9} = -2$
3. Jika $10^4 = 10.000$ maka log 10.000 = 4
4. Jika $10^{-2} = 0,01$ maka log 0,01 = -2

**Sifat-sifat Logaritma**

Sifat-sifat logaritma digunakan untuk menyederhanakan bentuk pernyataan dalam logaritma dan juga dapat membantu dalam penentuan nilai logaritmanya. Berikut ini adalah sifat-sifat logaritma :

a. Logaritma dari perkalian

${}^a\log MN = {}^a\log M + {}^a\log N$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ dan $N > 0$

**Contoh 1.12**

1. log 20 + log 5 = log (20.5) = log 100 = 2

2. Jika log 2 = 0,3010 dan log 3 = 0,4771 maka tentukan log 6!

   log 6 = log (2.3) = log 2 + log 3 = 0,3010 + 0,4771 = 0,7781

b. Logaritma dari pembagian

   $^a\log \frac{M}{N} = {}^a\log M - {}^a\log N$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ dan $N > 0$

   **Contoh 1.13**

   1. $^2\log 48 - {}^2\log 3 = {}^2\log (48/3) = {}^2\log 16 = 4$
   2. Jika log 2 = 0,3010 dan log 3 = 0,4771 maka tentukan log 1,5!

      log 1,5 = log (3/2) = log 3 – log 2 = 0,4771 – 0,3010 = 0,1761

c. Logaritma dari perpangkatan

   $^a\log M^p = p\ {}^a\log M$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$

   **Contoh 1.14**

   1. $^2\log 27 = {}^2\log 3^3 = 3\ {}^2\log 3$
   2. Jika log 2 = 0,3010 dan log 3 = 0,4771 maka tentukan log 36!

      $\log 36 = \log (2^2.3^2) = \log 2^2 + \log 3^2 = 2 \log 2 + 2 \log 3$

      $= 2\ (0,3010) + 2\ (0,4771) = 0,6020 + 0,9542 = 1,5562$

d. Mengubah basis logaritma

   $^M\log N = \frac{^a\log N}{^a\log M}$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ dan $N > 0$

   **Contoh 1.15**

   1. $^3\log 5 = \frac{^2\log 5}{^2\log 3}$
   2. Jika log 2 = 0,3010 dan log 3 = 0,4771 maka tentukan $^2\log 3$!

      $^2\log 3 = \frac{\log 3}{\log 2} = \frac{0,4771}{0,3010} = 1,5850$

e. Perpangkatan dengan logaritma

   $a^{^a\log M} = M$, dimana a > 0, a ≠ 1, M > 0

   **Contoh 1.16**

   1. $2^{^2\log 3} = 3$
   2. $8^{^2\log 3} = (2^3)^{^2\log 3} = 2^{^2\log 3^3} = 3^3 = 27$

## D. Rangkuman

1. Himpunan bilangan Real (nyata) ditulis : $R = \{x \mid x \text{ bilangan Real}\}$ Bilangan rasional dan Irrasional merupakan himpunan bilangan real.
2. Sifat Ketidaksamaan Bilangan Real
   a. Sembarang bilangan Real *a* dan *b*, dapat terjadi salah satu dari tiga hal yaitu : $a < b$, $b < a$, atau $a = b$.
   b. Jika $a < b$ dan $b < c$ maka $a < c$ .
   c. Jika $a < b$, maka $a + c < b + c$ untuk sembarang nilai *c*.
   d. Jika $a < b$ dan $c > 0$ maka $ac < bc$.
   e. Jika $a < b$ dan $c < 0$ maka $ac > bc$
3. Pangkat Bulat Positif

   Jika *a* bilangan real atau $a \in R$ dan *n* bilangan bulat positif, maka

   $$a^n = a.a.a.a....a$$

   *a* disebut bilangan pokok dan *n* disebut pangkat
4. Sifat Pangkat Bulat Positif
   a. Jika *a* bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan bulat postitif maka

   $$a^p \ . \ a^q = a^{p+q}$$

   b. Jika $a \in R$ dan $a \neq 0$, *p* dan *q* bilangan bulat positif maka

   $$a^p : a^q = \frac{a^p}{a^q} = \begin{cases} a^{p-q} & ; \text{jika } p > q \\ \dfrac{1}{a^{q-p}} & ; \text{jika } q > p \\ 1 & ; \text{jika } p = q \end{cases}$$

   c. Jika *a* bilangan real, *p* dan *q* bilangan bulat positif maka

   $$\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q} = a^{pq}$$

   d. Jika *a* dan *b* bilangan real, *p* bilangan bulat maka

   $$(ab)^p = a^p b^p$$
5. Pangkat Bulat Negatif dan Nol

   Jika $a \neq 0$, *a* bilangan real dan *n* bilangan bulat positif maka

   $$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ dan } a^0 = 1$$
6. Operasi aljabar pada bentuk akar
   a. $a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$

b. $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$

c. $\sqrt{a}\,.\sqrt{b} = \sqrt{ab}$

d. $\sqrt{a}\,.\sqrt{a} = \sqrt{aa} = \sqrt{a^2} = a^{\frac{2}{2}} = a$

e. $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$

f. $\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{c}\sqrt{d}} = \dfrac{\sqrt{ab}}{\sqrt{cd}}$

7. Merasionalkan pecahan bentuk akar

a. $\dfrac{a}{\sqrt{b}} = \dfrac{a}{\sqrt{b}}.\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \dfrac{a\sqrt{b}}{b}$

b. $\dfrac{a}{b+\sqrt{c}} = \dfrac{a}{b+\sqrt{c}}.\dfrac{b-\sqrt{c}}{b-\sqrt{c}} = \dfrac{a\left(b-\sqrt{c}\right)}{b^2-c}$

c. $\dfrac{a}{b-\sqrt{c}} = \dfrac{a}{b-\sqrt{c}}.\dfrac{b+\sqrt{c}}{b+\sqrt{c}} = \dfrac{a\left(b+\sqrt{c}\right)}{b^2-c}$

d. $\dfrac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \dfrac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}.\dfrac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \dfrac{a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{b-c}$

e. $\dfrac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \dfrac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}.\dfrac{\sqrt{b}+\sqrt{c}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \dfrac{a\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)}{b-c}$

8. Logaritma merupakan invers atau kebalikan dari eksponen atau perpangkatan.

Jika $a^n = b$ dengan $a > 0$ dan $a \neq 1$ maka ${}^a\log b = p$

9. Sifat-sifat Logaritma

a. Logaritma dari perkalian

${}^a\log MN = {}^a\log M + {}^a\log N$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ dan $N > 0$

b. Logaritma dari pembagian

${}^a\log \dfrac{M}{N} = {}^a\log M - {}^a\log N$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ dan $N > 0$

c. Logaritma dari perpangkatan

${}^a\log M^p = p\,{}^a\log M$, dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$

d. Mengubah basis logaritma

${}^M\log N = \dfrac{{}^a\log N}{{}^a\log M}$ , dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$ dan $N > 0$

e. Perpangkatan dengan logaritma

$$a^{{}^{a}\log M} = M$$ , dimana $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$

## E. Latihan

1. Gambarkan dalam suatu skema tentang pembagian sistem bilangan real!
2. Selesaikan soal berikut :
   a. $2^{-3} \cdot 2^{7}$
   b. $(-3)^{6} \cdot (-3)^{5}$
   c. $\dfrac{3x^2y^5 \;.\; 10xy^3}{6x^2y^4}$
3. Kerjakan soal bentuk akar berikut :
   a. Sederhanakan $\sqrt{128}$
   b. $125^{\frac{2}{3}} - 81^{\frac{1}{4}} = ...$
   c. Jika $L = a^{\frac{1}{2}} . b^{-\frac{1}{3}}$ maka nilai $L$ untuk $a = 100$ dan $b = 64$ adalah ...
   d. Hitunglah $\left(\dfrac{27x^4y^9}{xy^3}\right)^{\frac{2}{3}}$
   e. Untuk harga $x = 2^{12}$ maka tentukan nilai dari $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt{x}}}$
4. Kerjakan soal logaritma berikut :
   a. Uraikan bentuk ${}^{a}\log\left(\dfrac{ab}{c}\right)$ !
   b. Jika ${}^{2}\log 3 = a$ dan ${}^{2}\log 5 = b$ maka tentukan nilai ${}^{2}\log \sqrt{45}$ !
   c. Jika ${}^{2}\log 5 = p$ maka tentukan nilai ${}^{2}\log 40$
   d. Jika ${}^{2}\log a = p$ dan ${}^{2}\log b = q$ maka tentukan $a.b$ !