

# ICS3143 2024-2

## Tarea 3

1. **(10 puntos)** Investigue sobre la clase débilmente NP-duro.
  - (a) **(5 puntos)** Defina este concepto con sus propias palabras.
  - (b) **(5 puntos)** ¿Es Mochila-Binaria débilmente NP-duro? Explique.
2. **(20 puntos)** Dado un grafo dirigido  $D = (N, A)$ , un camino (resp. ciclo) hamiltoniano es un camino (resp. ciclo) dirigido que visita todos los nodos de  $D$  exactamente una vez. Sea Camino-Hamiltoniano (resp. Ciclo-Hamiltoniano) el problema de determinar si  $D$  tiene un camino (resp. ciclo) hamiltoniano o no.
  - (a) **(12 puntos)** Suponga que tiene un algoritmo que le permite resolver Camino-Hamiltoniano dado un grafo dirigido. Proponga un método para resolver Ciclo-Hamiltoniano utilizando una cantidad polinomial de llamadas al algoritmo anterior y argumente su correctitud.
  - (b) **(8 puntos)** Utilizando que Ciclo-Hamiltoniano es NP-completo, muestre que la versión de decisión del TSP también lo es.
3. **(30 puntos)** Considere el problema de cutting stock, donde  $L > 0$  es el largo de los rollos y  $l, d \in \mathbb{Z}_+^m$  son los vectores de largos y demandas. Considere una variante donde el costo de utilización de un rollo corresponde a  $L$  más la mayor diferencia absoluta entre pares de largos de cortes obtenidos de él. Así, por ejemplo, si de un rollo se obtienen cortes de largos  $l_1, l_3$  y  $l_4$  solamente, entonces el costo asociado es igual a  $L + \max\{|l_1 - l_3|, |l_1 - l_4|, |l_3 - l_4|\}$ .
  - (a) **(5 puntos)** Plantee una formulación compacta para esta variante del problema, donde el número de rollos disponibles es  $n := \sum_{i=1}^m d_i$ .
  - (b) **(5 puntos)** Plantee una formulación basada en patrones de cortes que sea apropiada para generación de columnas.
  - (c) **(5 puntos)** Indique una colección de columnas válidas que sea suficiente para inicializar el problema lineal maestro restringido e indique el problema de pricing correspondiente.
  - (d) **(10 puntos)** Escriba una rutina en Python/Gurobi que, dados  $l, d$  y  $L$ , permita resolver la primera formulación y la relajación lineal de la segunda mediante generación de columnas. Compare los valores de las relajaciones.

El atributo `X` de una variable y `Pi` de una restricción permiten recuperar la solución primal y la solución dual, respectivamente, de un problema lineal una vez que ha sido resuelto. Por otro lado, el objeto `Column` y su método `addTerms()` permiten construir una columna para luego ser agregada mediante el método `addVar()` del modelo.

Para generar instancias, utilice al inicio de su rutina

```
numpy.random.seed(1)
m = 5
L = 40
l = numpy.random.randint(5,20,m)
d = numpy.random.randint(5,20,m)
```

- (e) **(5 puntos)** Una vez finalizada la generación de columnas, declare estas variables como enteras en el problema lineal maestro restringido y obtenga una solución entera para el problema original. Comente sobre la calidad de esta solución y el tiempo requerido para encontrarla.