

IMPLEMENTAZIONE DI UN ALGORITMO KNN MULTICLASSE SU HARDWARE QUANTISTICO

TESI DI LAUREA SPERIMENTALE IN FISICA

MARIANO MOLLO N85000880

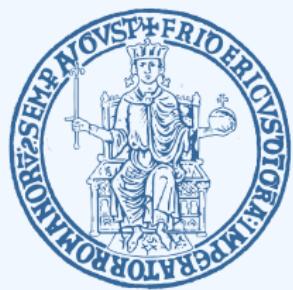
RELATORI:

GIOVANNI ACAMPORA

AUTILIA VITIELLO

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II
SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE

25 OTTOBRE 2019



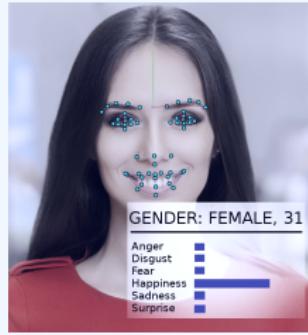
INTRODUZIONE

MACHINE LEARNING



Il machine learning è un ramo dell'intelligenza artificiale che permette ai computer di apprendere dai dati. L'apprendimento può formalizzarsi attraverso la definizione di modelli matematici, usati per:

riconoscimento
facciale e delle
emozioni



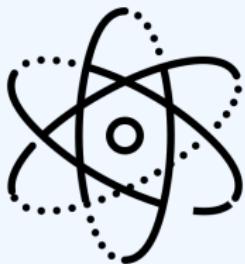
veicoli a guida
autonoma



identificazione
dei sintomi di
malattie



QUANTUM COMPUTING

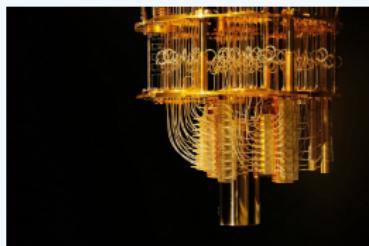


Il quantum computing studia la costruzione e l'uso di hardware di elaborazione basato sulla meccanica quantistica

- Il quantum computing lavora con vettori in spazi di Hilbert complessi
- I computer quantistici eseguono operazioni lineari sui qubit
- Sistemi a molti qubit sono descritti da grandi vettori che possono essere manipolati in parallelo

QUANTUM MACHINE LEARNING

Il machine learning prevede la manipolazione di grandi vettori e matrici.



L'uso dei computer quantistici per risolvere problemi classici difficili o classi di problemi completamente nuove è chiamato machine learning quantistico, ovvero il permettere ai computer quantistici di imparare dai dati più velocemente dei computer classici

DOMANDA DI RICERCA

È possibile implementare su un computer quantistico un algoritmo k-nearest neighbours multiclasse, in modo da migliorare le prestazioni ed il numero di problemi risolvibili?

OBIETTIVI

- Riprodurre l'algoritmo di classificazione KNN quantistico proposto da Schuld et al. [4] e implementarne una versione multiclasse su processore quantistico dell'IBM
- Analizzare le capacità dell'algoritmo attraverso esecuzioni su hardware quantistico e tramite simulazione

MACHINE LEARNING SUPERVISIONATO

Definizione del problema

Dato un insieme dati in input con i corrispondenti output, predire l'output di un nuovo input ignoto.

Un tipico esempio di compito di classificazione multiclasse è il *riconoscimento di caratteri scritti a mano*.

In questo caso si può raccogliere un insieme dati di addestramento che consiste di molteplici caratteri scritti a mano di ciascuna lettera dell'alfabeto.

K-NEAREST NEIGHBOURS CLASSICO

L'algoritmo KNN è uno tra i più semplici del ML ed è un lazy learner

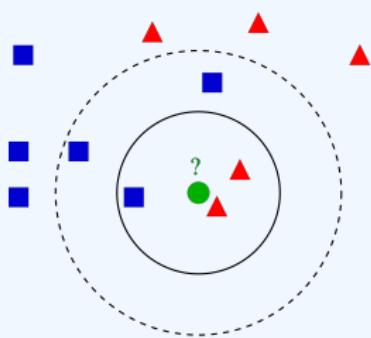
Sia k un numero naturale.
Si abbia un insieme di apprendimento

$$D = v_0, \dots, v_{M-1}, v_i \in \{\text{classe}_0, \text{classe}_1, \dots\}$$

Dato un nuovo vettore x :

- considera i k elementi più vicini ad x
- classifica x con un voto a maggioranza

Si assegnano pesi dipendenti da $\frac{1}{\text{distanza}}$ per aumentare l'influenza dei vettori più vicini



ALGORITMO KNN QUANTISTICO

Stato quantistico iniziale: $|a\rangle \otimes |i\rangle \otimes |c\rangle \otimes |m\rangle$

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2M}} \sum_{m=1}^M (|0\rangle |\psi_x\rangle + |1\rangle |\psi_{t^m}\rangle) |c^m\rangle |m\rangle$$

Calcolo della distanza con interferenza quantistica: applico $H|a\rangle$

$$|\psi_1\rangle = \frac{1}{2\sqrt{M}} \sum_{m=1}^M \left(|0\rangle (|\psi_x\rangle + |\psi_{t^m}\rangle) + |1\rangle (|\psi_x\rangle - |\psi_{t^m}\rangle) \right) |c^m\rangle |m\rangle$$

Misura condizionale: $|a\rangle = |0\rangle$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{2\sqrt{M}} \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N (x_i + t_i^m) |0\rangle |i\rangle |c^m\rangle |m\rangle$$

ALGORITMO KNN QUANTISTICO

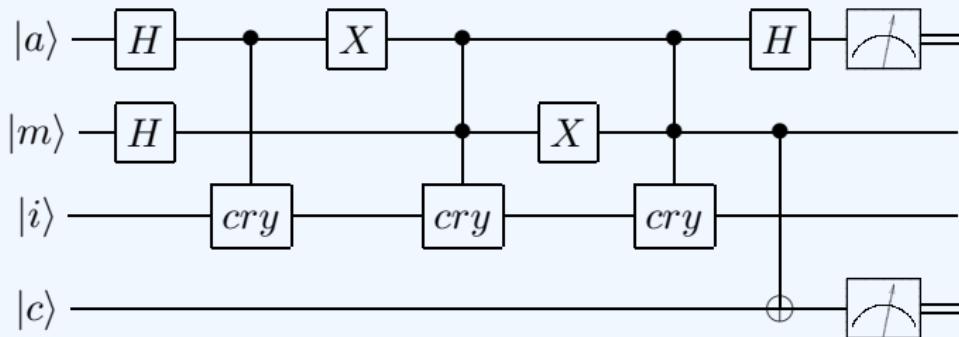
Se i vettori sono appropriatamente normalizzati la probabilità di misurare una data classe è:

$$P(|c^m\rangle = |s\rangle) = \sum_{m|c^m=s} 1 - \frac{1}{4M} |x - t^m|^2$$

Classificazione:

$$c = \begin{cases} 0 & \text{se } P(|c^0\rangle) \text{ maggiore} \\ 1 & \text{se } P(|c^1\rangle) \text{ maggiore} \\ \text{etc...} & \end{cases}$$

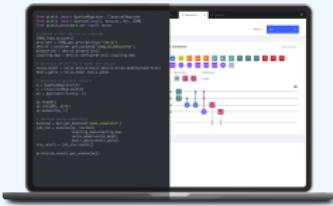
ALGORITMO KNN QUANTISTICO



In fin dei conti il classificatore è realizzato applicando la porta H sullo stato iniziale. La complessità algoritmica del procedimento, ignorando la preparazione dello stato, è $\mathcal{O}\left(\frac{1}{P(MC)}\right)$, dove P(MC) è la probabilità di successo della misura condizionale (misura dell'ancilla nello stato $|o\rangle$). Dipendendo questa solo dalla configurazione iniziale del sistema, si dice che l'algoritmo ha un tempo di esecuzione costante. [2]

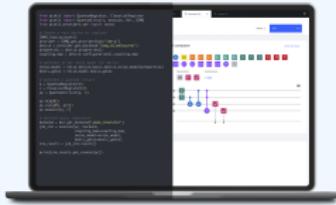
METODI IMPLEMENTATIVI

IBM Q EXPERIENCE



L'IBM Q Experience è un'interfaccia per interagire con le risorse di quantum computing dell'IBM

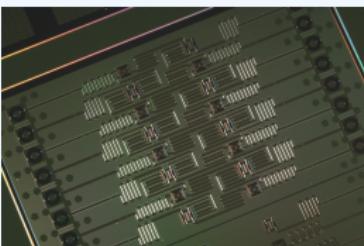
- accessibile al pubblico
- permette simulazioni con e senza rumore
- fino a 14 qubit superconduttori
- fino a 32 qubit simulati



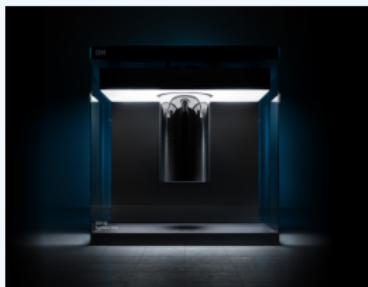
Struttura open source di sviluppo software per quantum computing [1], permette di

- progettare circuiti quantistici
- simularli sul proprio computer personale
- inviare ordini di esecuzione su hardware quantistico reale
- visualizzare i risultati

STATO DELL'ARTE



L'ibmq_16_melbourne è il computer quantistico accessibile al pubblico a partire dal 2018 tramite interfaccia web. Le porte quantistiche di base sono u1, u2, u3, cx, id. I tempi di decoerenza sono dell'ordine di $T1 \approx 25 \div 88\mu s$, $T2 \approx 15 \div 105\mu s$.



L'IBM Q System One è il primo computer quantistico a circuiti commerciale al mondo, introdotto dall'IBM nel gennaio 2019. L'IBM Q System One possiede 20 qubit.

Per codificare dati classici nelle ampiezze di probabilità è stata usata la tecnica di costruzione di stati flip-flop QRAM proposta da Petruccione et al. [3] La FF-QRAM è usata per inizializzare efficientemente un QDB in maniera arbitraria.

L'operazione QRAM sui qubit sovrappone un insieme di dati classici $D = \left\{ \left(\vec{d}^{(l)}, b_l \right) \mid 0 \leq l < M \right\}$ come

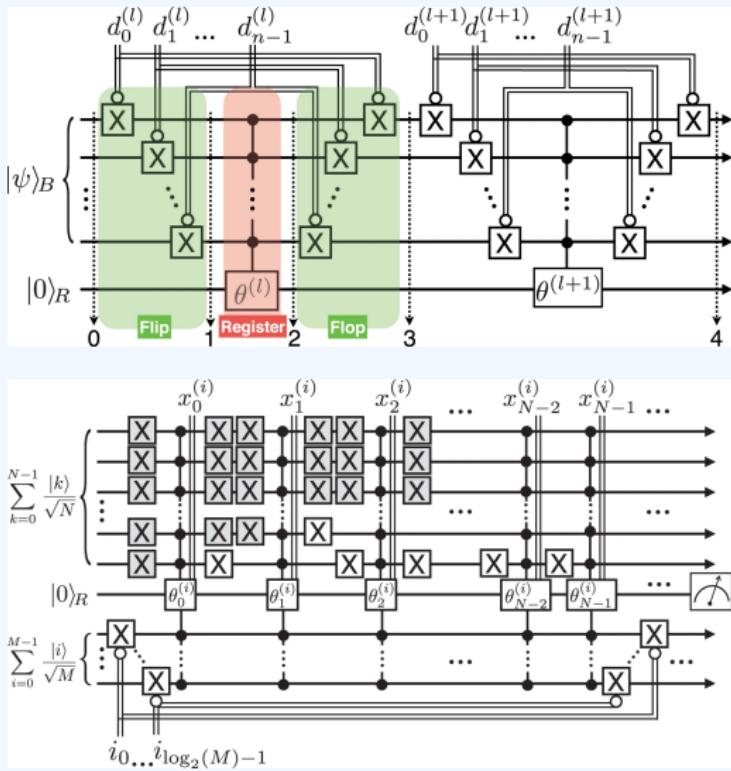
$$\text{QRAM}(D) \sum_j \psi_j |j\rangle_B |o\rangle_R \equiv \sum_l \psi_l |\vec{d}^{(l)}\rangle_B |b_l\rangle_R ,$$

dove $\vec{d}^{(l)}$ rappresenta un indirizzo di memoria con n bit di informazione e b_l è l'attributo ad esso associato.

CODIFICARE DATI CLASSICI NELLE AMPIEZZE

La complessità algoritmica di questa routine è $\mathcal{O}(MN)$, dove M è il numero di vettori e N la loro lunghezza. La quantità di risorse hardware necessarie va come $\mathcal{O}(\log_2(MN))$. [3]

Per codificare più di due classi è utile una procedura di questo tipo.



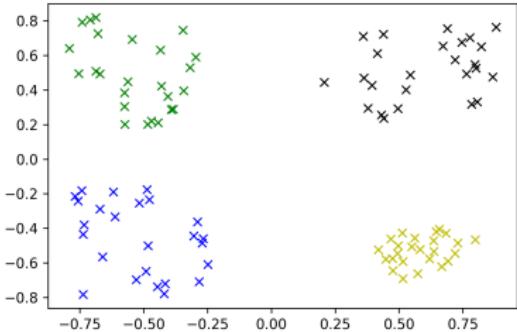
RISULTATI

RISULTATI

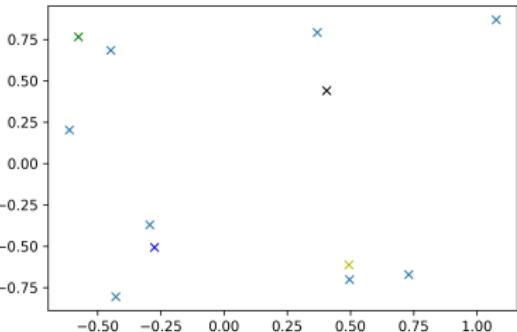
CLASSIFICAZIONE DI CLUSTER

CLASSIFICAZIONE DI CLUSTER

Per verificare il funzionamento base dell'algoritmo, è stato creato un insieme dati ad hoc formato da quattro raggruppamenti ben separati tra loro.

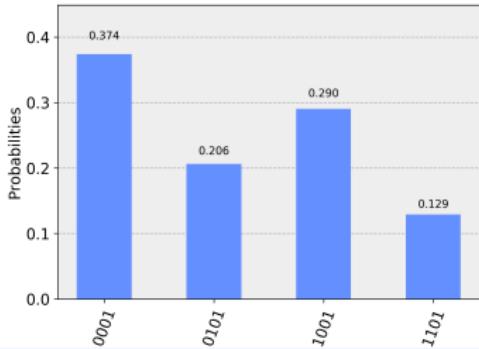


Sono stati selezionati otto elementi (due da ogni cluster) come vettori di training e si sono sottoposti a classificazione un vettore d'input per ciascuna classe in quattro esperimenti.

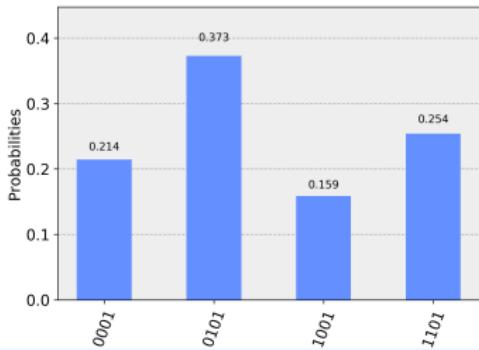


CLASSIFICAZIONE DI CLUSTER (SIMULAZIONE)

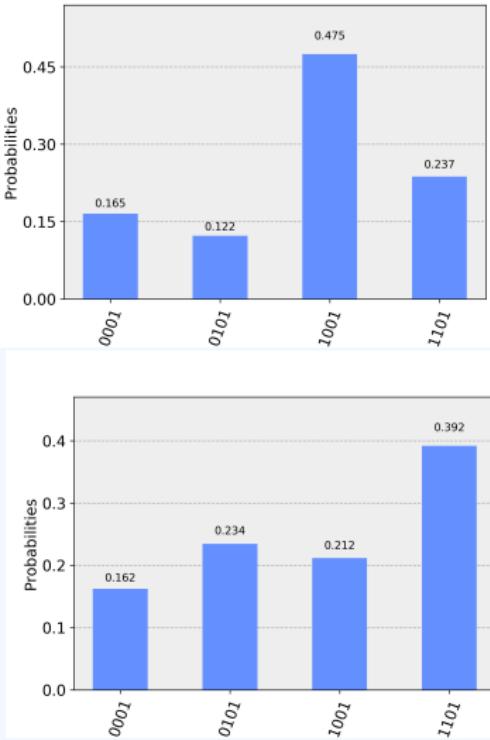
Classe verde



Classe blu



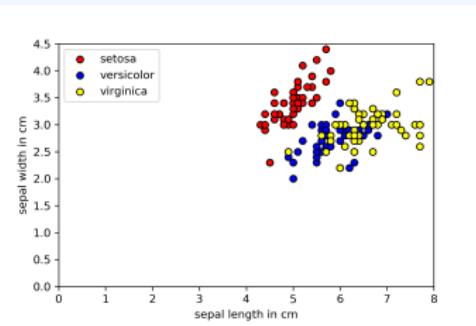
Classe giallo



RISULTATI

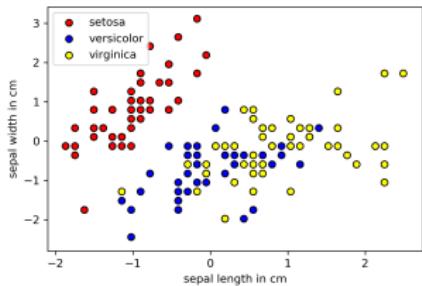
DATA SET IRIS

DATA SET IRIS

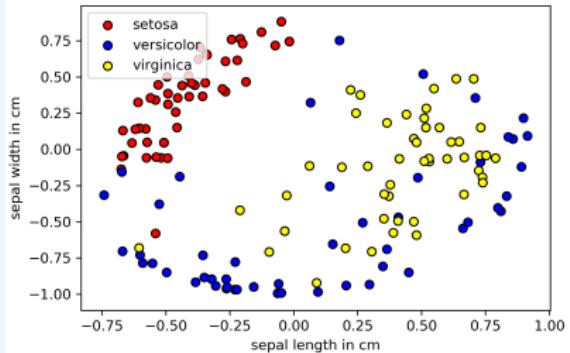
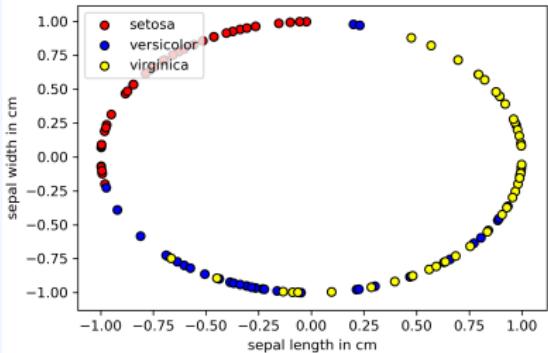


Per avere un confronto con un insieme conosciuto si sono analizzate le tre classi del noto data set Iris.

PREPARAZIONE DEI DATI



Si è centrato nell'origine e scalato i dati in modo che avessero varianza unitaria. Successivamente il data set è stato normalizzato per ragioni di compatibilità con l'algoritmo.



CLASSIFICAZIONE BINARIA (SETOSA VS. VERSICOLOR)

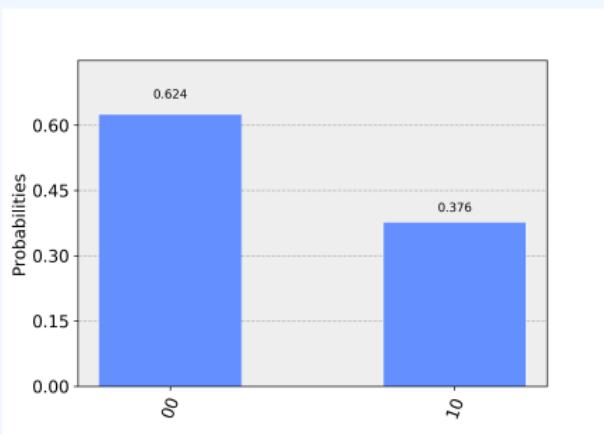


Figure: Simulazione su setosa

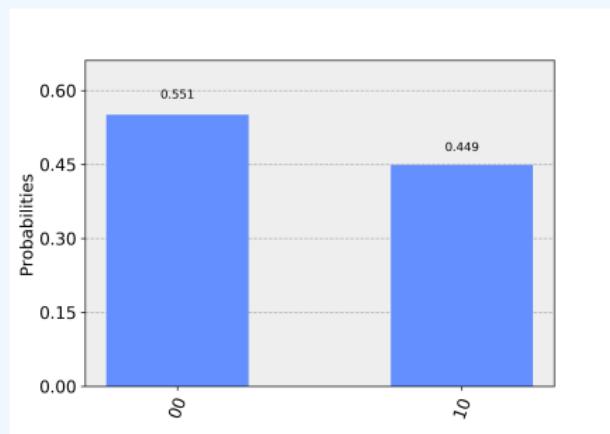


Figure: Esecuzione reale su setosa

CLASSIFICAZIONE MULTICLASSE (SETOSA VS. VERSI-COLOR VS. VIRGINICA)

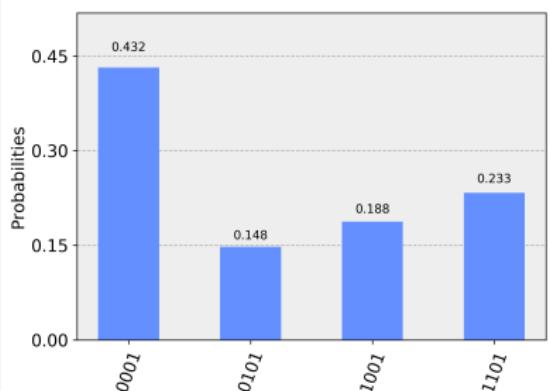


Figure: Simulazione su setosa

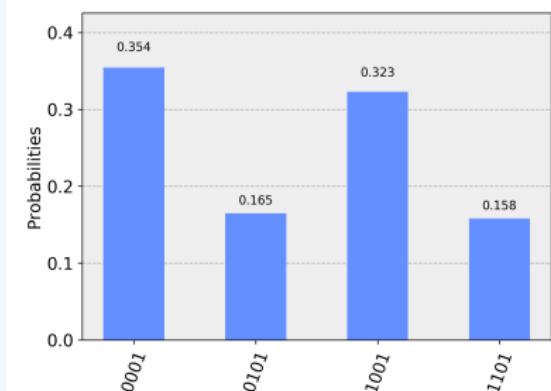


Figure: Esecuzione reale su setosa

CLASSIFICAZIONE MULTICLASSE

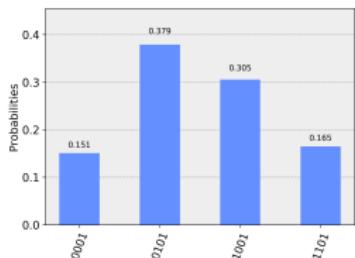


Figure: Simulazione su versicolor

Nota importante: gli elementi delle classi versicolor e virginica non sono linearmente separabili. Pertanto qualsiasi algoritmo basato sulla distanza non è efficace nel distinguere tra le due classi in maniera efficiente, sia esso classico o quantistico.

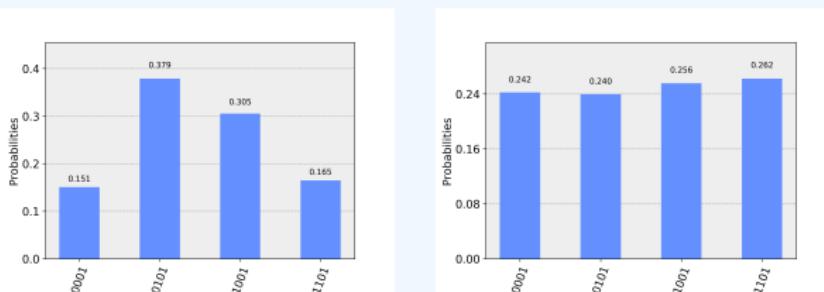


Figure: Esecuzione reale su versicolor

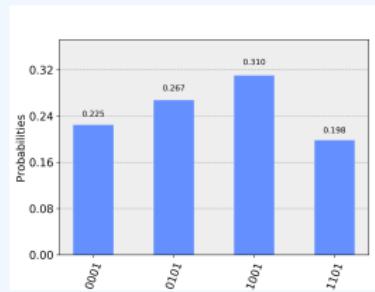


Figure: Simulazione su virginica

EFFICIENZA DI ESECUZIONE

classe	esiti positivi
verde	100%
blu	88,9%
nero	100%
giallo	100%

Table: Risultati positivi per simulazione su cluster con otto vettori di training

classe	$m=3$	$m = 5$	$m = 7$
setosa	100%	100%	100%
versicolor	30%	50%	80%
virginica	60%	90%	90%

Table: Risultati positivi per simulazione su Iris con 2^m vettori di training

Il tasso di errore stimato sul data set Iris per il classificatore KNN classico è del 4,67%.¹

¹<https://www.mathworks.com/help/bioinfo/ref/classperf.html>

CONCLUSIONE

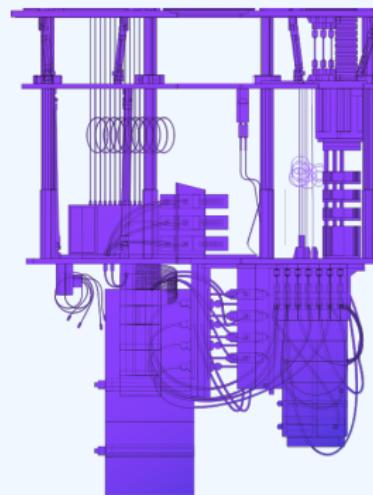
RIASSUNTO

- L'elaborazione quantistica è nella frontiera dei supercomputer e ha il potenziale di accelerare gli algoritmi di machine learning classico
- È stata riprodotta un'implementazione di algoritmo KNN quantistico di classificazione binaria su hardware di piccola e media scala e se ne è esteso il funzionamento grazie alla procedura di costruzione di stati arbitrari FF-QRAM in modo da renderlo multiclass.
- La complessità algoritmica è stimata come $\mathcal{O}(MN)$, usando $\mathcal{O}(\log_2(MN))$ risorse hardware. A confronto, l'algoritmo kNN classico non ottimizzato impiega $\mathcal{O}(MNk)$ operazioni², impiegando $\mathcal{O}(MN)$ risorse di memoria.

²http://www.cs.haifa.ac.il/~rita/ml_course/lectures/KNN.pdf

PROSPETTIVE

- Far girare gli algoritmi su computer con maggiori risorse, sia in termini di numero di qubit che di tempi di decoerenza
- A tal proposito, sarebbe interessante l'esecuzione sul computer a 20 qubit annunciato quest'anno
- Per mitigare gli errori di esecuzione reale, si potrebbe applicare un filtro sui risultati tramite la libreria qiskit-ignis
- Si attende lo sviluppo di corrispettivi quantistici per algoritmi di IA più complessi



DOMANDE?

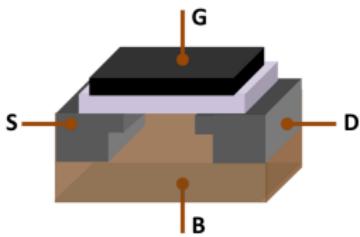
FONTI

-  HÉCTOR ABRAHAM ET AL.
QISKit: An open-source framework for quantum computing, 2019.
-  MARK FINGERHUTH.
Quantum-enhanced machine learning: Implementing a quantum k-nearest neighbour algorithm.
Bachelor Thesis, Maastricht University, 2017.
-  DANIEL K. PARK, FRANCESCO PETRUCCIONE, AND JUNE-KOO KEVIN RHEE.
Circuit-based quantum random access memory for classical data.
Scientific Reports, 9(3949), 2019.
-  M. SCHULD, M. FINGERHUTH, AND F. PETRUCCIONE.
Implementing a distance-based classifier with a quantum interference circuit.
EPL (Europhysics Letters), 119(6), 2017.

IMMAGINI

- Visage Technologies Face Tracking and Analysis, by Abyssus
- Tesla Model 3 Headlights in Dever, Photo by Vlad Tchompalov on Unsplash
- An example of a diseased cassava leaf.
<https://www.blog.google/technology/ai/ai-takes-root-helping-farmers-identify-diseased-plants/>

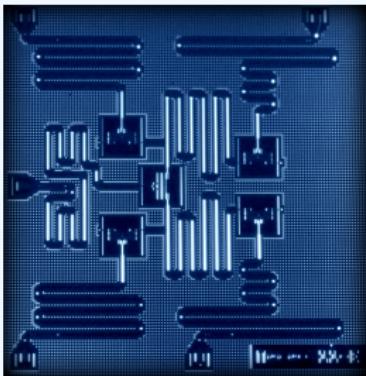
QUANTUM COMPUTING



- Solitamente implementati attraverso MOSFET^a
- 2 stati definiti: 0 e 1
- Può trovarsi in uno tra gli stati 0 o 1

^aMOSFET: Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor

QUBIT



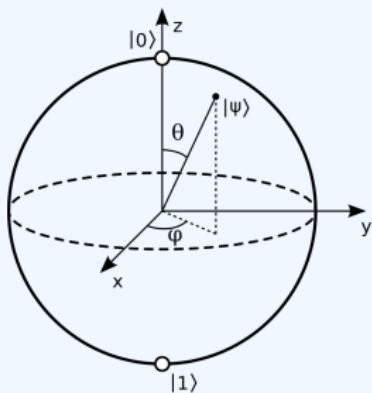
- Implementato in diversi modi: giunzioni superconduttrive, ioni intrappolati, fotoni polarizzati...
- Due stati definiti: $|0\rangle$ e $|1\rangle$
- Può trovarsi in una sovrapposizione degli stati $|0\rangle$ e $|1\rangle$

Matematicamente, la sovrapposizione di un qubit è espressa come

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{C},$$

dove α e β sono chimate ampiezze di probabilità.
L'ultimo termine è chiamato vettore di probabilità.

SFERA DI BLOCH



Un qubit si può visualizzare su una 2-sfera parametrizzando α e β in coordinate polari

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\varphi} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle ,$$

dove $0 \leq \theta \leq \pi$ e $0 \leq \varphi < 2\pi$

REGISTRO DI 2 QUBIT

Un computer quantistico con n qubit ha 2^n ampiezze di probabilità.

Lo stato di un registro a più qubit è rappresentato dal prodotto tensoriale dello stato dei singoli qubit.

$$|00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle$$

$$|\psi\rangle = c_0 |00\rangle + c_1 |01\rangle + c_2 |10\rangle + c_3 |11\rangle = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$$

REGISTRO DI n QUBIT

Un computer quantistico con n qubit ha 2^n ampiezze di probabilità.

Lo stato di un registro a più qubit è rappresentato dal prodotto tensoriale dello stato dei singoli qubit.

$$|00\dots 00\rangle = |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes \dots \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle$$

$$|\psi\rangle = c_0 |00\dots 00\rangle + c_1 |00\dots 01\rangle + \dots + c_{n-2} |11\dots 10\rangle +$$

$$+ c_{n-1} |11\dots 11\rangle = \begin{matrix} 00\dots 00 \\ 00\dots 01 \\ \vdots \\ 11\dots 10 \\ 11\dots 11 \end{matrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{n-2} \\ c_{n-1} \end{pmatrix}$$

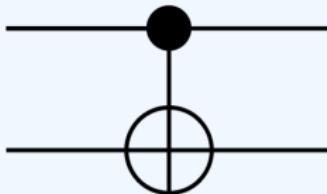
PORTE LOGICHE QUANTISTICHE

Per manipolare n qubit esistono apposite porte logiche quantistiche, che sono operatori unitari rappresentabili come matrici $2^n \times 2^n$.

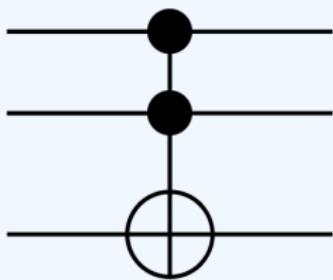
Hadamard



CNOT = CX



Toffoli



$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbb{I}_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

PUNTI DI FORZA DEI QUANTUM COMPUTER

# di qubit	RAM classica richiesta
5	256 byte
25	2 gigabyte
50	8000 terabyte
275	numero di atomi nell'universo osservabile

Le n ampiezze di probabilità possono essere usate per memorizzare quantità enormi di informazioni. Possiamo inoltre creare e lavorare su più copie in parallelo degli stessi dati.

ALGORITMO PER CLASSIFICATORE BINARIO

Inizializzazione dei registri quantistici

```
a = QuantumRegister(1, 'a')
m = QuantumRegister(1, 'm')
i = QuantumRegister(1, 'i')
c = QuantumRegister(1, 'c')
b = ClassicalRegister(2, 'bit')
circuit = QuantumCircuit(a, m, i, c, b)
```

Sovrapposizione degli stati

```
circuit.h(a)
circuit.h(m)
```

Codifica del vettore d'input

```
circuit.cry(xo, a[o], i[o])
circuit.x(a) # entanglement dell'ancilla con o
```

ALGORITMO PER CLASSIFICATORE BINARIO

Codifica dei vettori di training

```
circuit.mcry(to, a[:] + m[:], i[o], None)
circuit.x(m) # entanglement di m con o
circuit.mcry(t1, a[:] + m[:], i[o], None)
circuit.cx(m, c) # entanglement della classe 1 con m 1
```

Interferenza degli stati

```
circuit.h(a)
```

Operazione di misura

```
circuit.measure(a, b[o])
circuit.measure(c, b[1])
```

```
# circuit.draw(output='mpl')
```

ALGORITMO PER CLASSIFICATORE MULTICLASSE

Inizializzazione dei registri quantistici

```
a = QuantumRegister(1, 'a') # knn ancilla  
m = QuantumRegister(2, 'm') # training vector index  
i = QuantumRegister(2, 'i') # feature index  
r = QuantumRegister(1, 'r') # rotation qubit  
q = QuantumRegister(5, 'q') # qram ancilla  
c = QuantumRegister(2, 'c') # class  
b = ClassicalRegister(4, 'bit')  
circuit = QuantumCircuit(a, m, i, r, q, c, b)
```

Sovrapposizione degli stati

```
circuit.h(a)  
circuit.h(m)  
circuit.h(i)  
circuit.h(c)
```

ALGORITMO PER CLASSIFICATORE MULTICLASSE

Codifica dei vettori

```
# circuit.cry(theta, control, target)
# circuit.mcry(theta, controls, target, ancillae)
# » Encode the input vector »
encodeVector(circuit, inputVirginica, i, a[:] + i[:, r[o], q])
circuit.x(a) # entanglement dell'ancilla con o
# » Encode the training vectors »
buildTrainingState(trainingArray)
```

Interferenza e misura

```
circuit.measure(r, b[o])
circuit.h(a)
circuit.measure(a, b[1])
circuit.measure(c[o], b[2])
circuit.measure(c[1], b[3])
```

ALGORITMO PER CLASSIFICATORE MULTICLASSE

Definizione dei costruttori

```
def encodeTraining(circuit, data, i, controls, rotationQ, ancillaQ,  
c, m):  
    # Header  
    encodeClass(circuit, c)  
    encodeIndex(circuit, m)  
    # Encoder  
    encodeVector(circuit, data, i, controls, rotationQ, ancillaQ)  
    # Footer  
    encodeClass(circuit, c)  
    encodeIndex(circuit, m)
```

ALGORITMO PER CLASSIFICATORE MULTICLASSE

Definizione del codificatore

```
def encodeVector(circ, data, i, controls, rotationQ, ancillaQ):
# |00>
    circuit.x(i)
    circuit.mcry(data[0], controls, rotationQ, ancillaQ)
    circuit.x(i)
# |01>
    circuit.x(i[1])
    circuit.mcry(data[1], controls, rotationQ, ancillaQ)
    circuit.x(i[1])
# |10>
    circuit.x(i[0])
    circuit.mcry(data[2], controls, rotationQ, ancillaQ)
    circuit.x(i[0])
# |11>
    circuit.mcry(data[3], controls, rotationQ, ancillaQ)
```

ROUTINE FF-QRAM

$$|\psi_0\rangle_l = \psi_{\vec{d}^{(l)}} |\vec{d}^{(l)}\rangle |\text{o}\rangle_R + \sum_{j \neq \vec{d}^{(l)}} \psi_j |j\rangle |\text{o}\rangle_R$$

$$|\psi_1\rangle_l = \psi_{\vec{d}^{(l)}} |\mathbf{1}\rangle^{\otimes n} |\text{o}\rangle_R + \sum_{\overline{|j \oplus \vec{d}^{(l)}}} \psi_j \overline{|j \oplus \vec{d}^{(l)}} |\text{o}\rangle_R$$

$$|\psi_2\rangle_l = \psi_{\vec{d}^{(l)}} |\mathbf{1}\rangle^{\otimes n} |\theta^{(l)}\rangle_R + \sum_{\overline{|j \oplus \vec{d}^{(l)}}} \psi_j \overline{|j \oplus \vec{d}^{(l)}} |\text{o}\rangle_R$$

$$|\psi_3\rangle_l = \psi_{\vec{d}^{(l)}} |\vec{d}^{(l)}\rangle |\theta\rangle_R + \sum_{j \neq \vec{d}^{(l)}} \psi_j |j\rangle |\text{o}\rangle_R$$

$$|\psi_4\rangle_{l,l+1} = \psi_{\vec{d}^{(l)}} |\vec{d}^{(l)}\rangle |\theta^{(l)}\rangle_R + \psi_{\vec{d}^{(l+1)}} |\vec{d}^{(l+1)}\rangle |\theta^{(l+1)}\rangle_R + \sum_{j \neq \vec{d}^{(l)}, \vec{d}^{(l+1)}} \psi_j |j\rangle |\text{o}\rangle_R$$

ROUTINE FF-QRAM

$$\sum_{l=0}^{M-1} \psi_{\vec{d}^{(l)}} |\vec{d}^{(l)}\rangle \left[\cos \theta^{(l)} |\text{o}\rangle_R + \sin \theta^{(l)} |\text{1}\rangle_R \right] + \sum_{j \notin \{\vec{d}^{(l)}\}} \psi_j |j\rangle |\text{o}\rangle_R$$

$$P(1) = \sum_{l=0}^{M-1} |\psi_{\vec{d}^{(l)}} \sin \theta^{(l)}|^2$$

QRAM PER QSVM

