

Séance 7:

Les phénomènes démographiques :

La Mortalité

Vissého ADJIWANOU
8 octobre 2023

PLAN

- Définition
- Mesures
 - Taux brut de mortalité et ses limites
 - Taux de mortalité par âge
 - Quotient de mortalité
 - Notion de table de mortalité
- Construction de la table de mortalité
 - Selon l'approche longitudinale
 - Utilisation des quotients
 - Selon l'approche transversale
 - Transformations des taux en quotients

Définition

La mortalité est
l'étude des
décès

Il s'agit d'un
évènement non
renouvelable

Mesures de la mortalité

Mesure	Natalité/fécondité	Mortalité
Transversale	1. Taux brut de natalité 2. Taux de fécondité par âge	1. Taux brut de mortalité 2. Taux de mortalité par âge
Longitudinale	Taux de fécondité par génération	Quotient de mortalité

Mesures de la mortalité

Mesure	Natalité/fécondité	Mortalité
Transversale	1. Taux brut de natalité 2. Taux de fécondité par âge	1. Taux brut de mortalité 2. Taux de mortalité par âge
Longitudinale	Taux de fécondité par génération	Quotient de mortalité

Le taux brut de mortalité: définition et interprétation

- **Définition:** rapporte les décès survenus au cours d'une année à la population moyenne de l'année

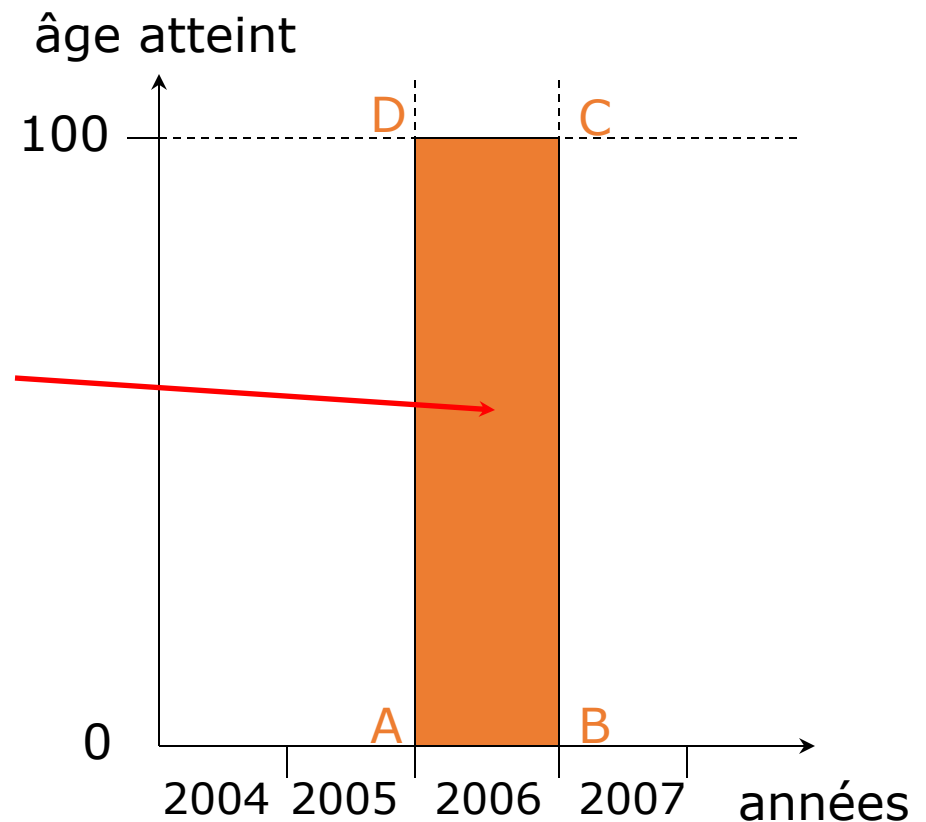
$$\text{TBM} = (\text{Décès} / \text{population moyenne}) \times 1000$$

- **Interprétation:** mesure la proportion de personnes décédées au cours d'une année (c.a.d la fréquence annuelle des décès au sein d'une population)

Le taux brut de mortalité: méthode de calcul

Le taux de mortalité en 2006
rapporte:

- les décès de personnes au cours de 2006 (rectangle ABCD)
- la population moyenne au cours de 2006 (ligne AD+ligne BC /2)



Le taux brut de mortalité: méthode de calcul

Le taux de mortalité en 2006
rapporte:

- les décès de personnes au cours de 2006 (rectangle ABCD)
- la population moyenne au cours de 2006 (ligne AD+ligne BC /2)

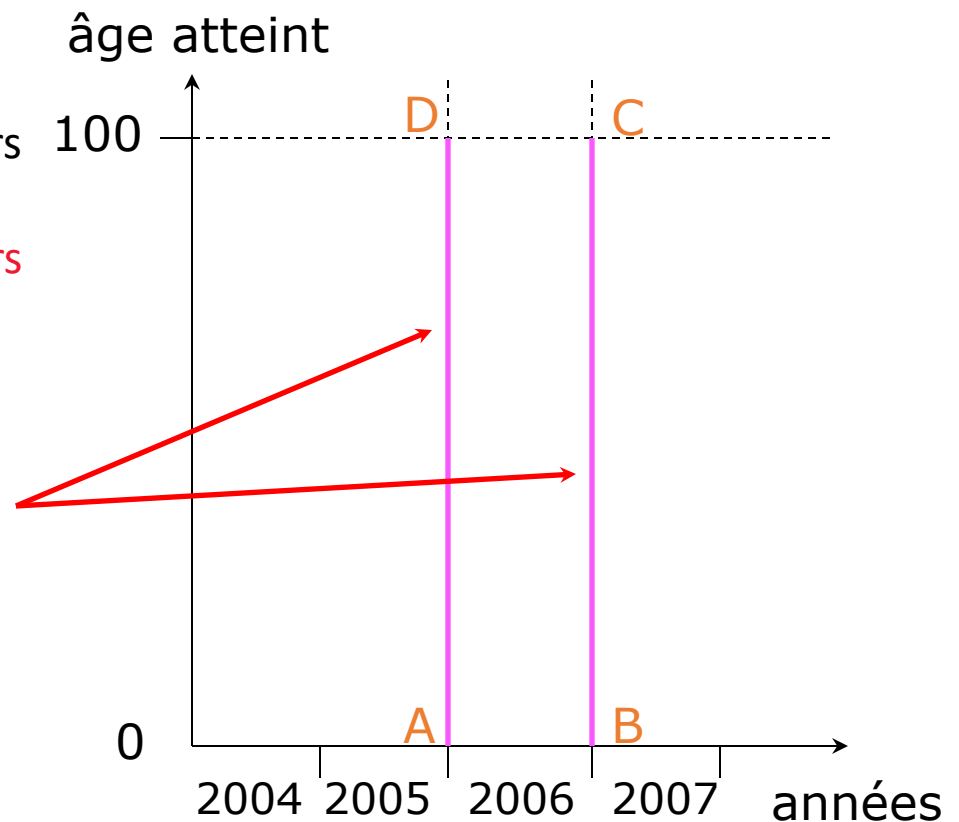
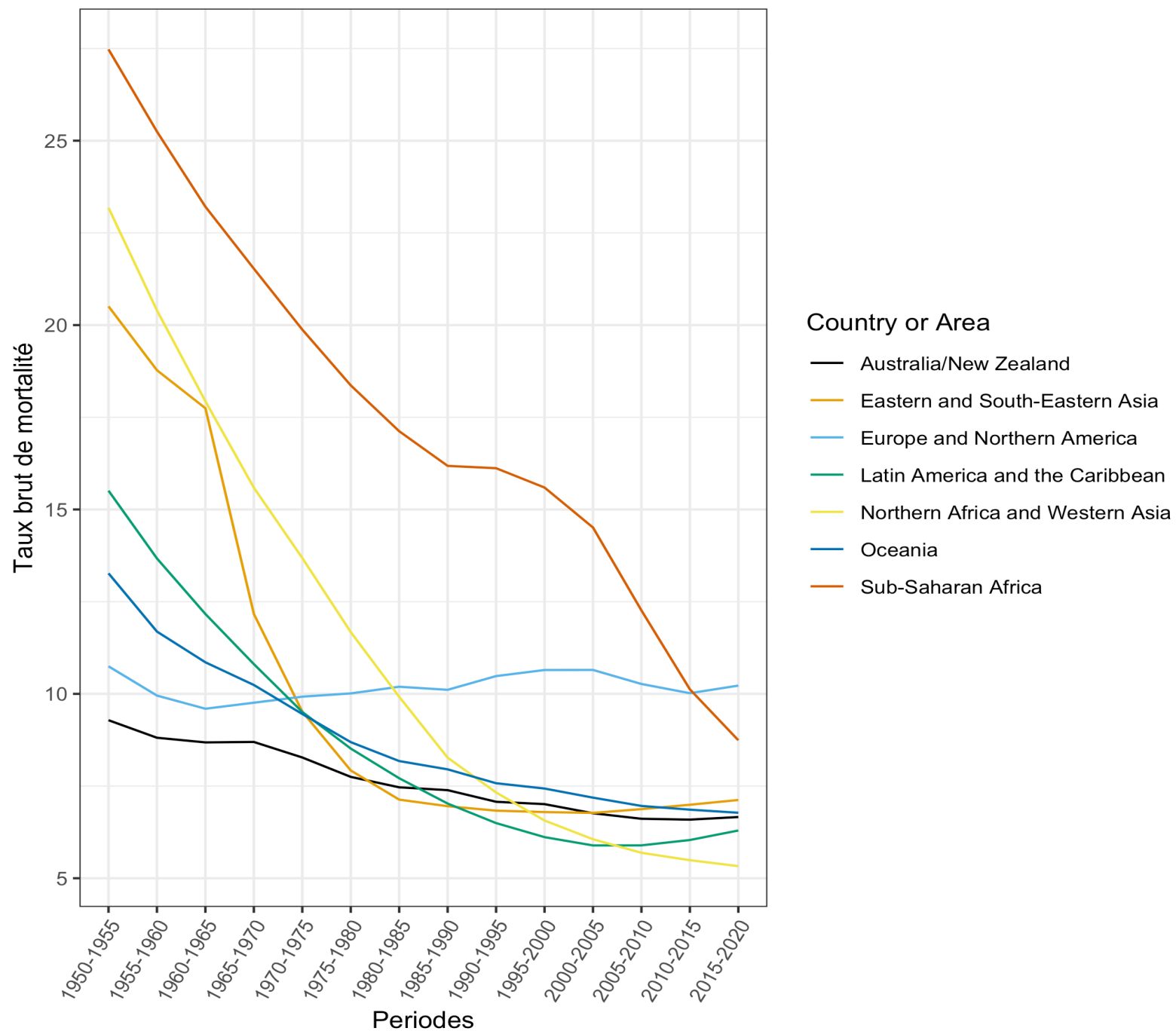


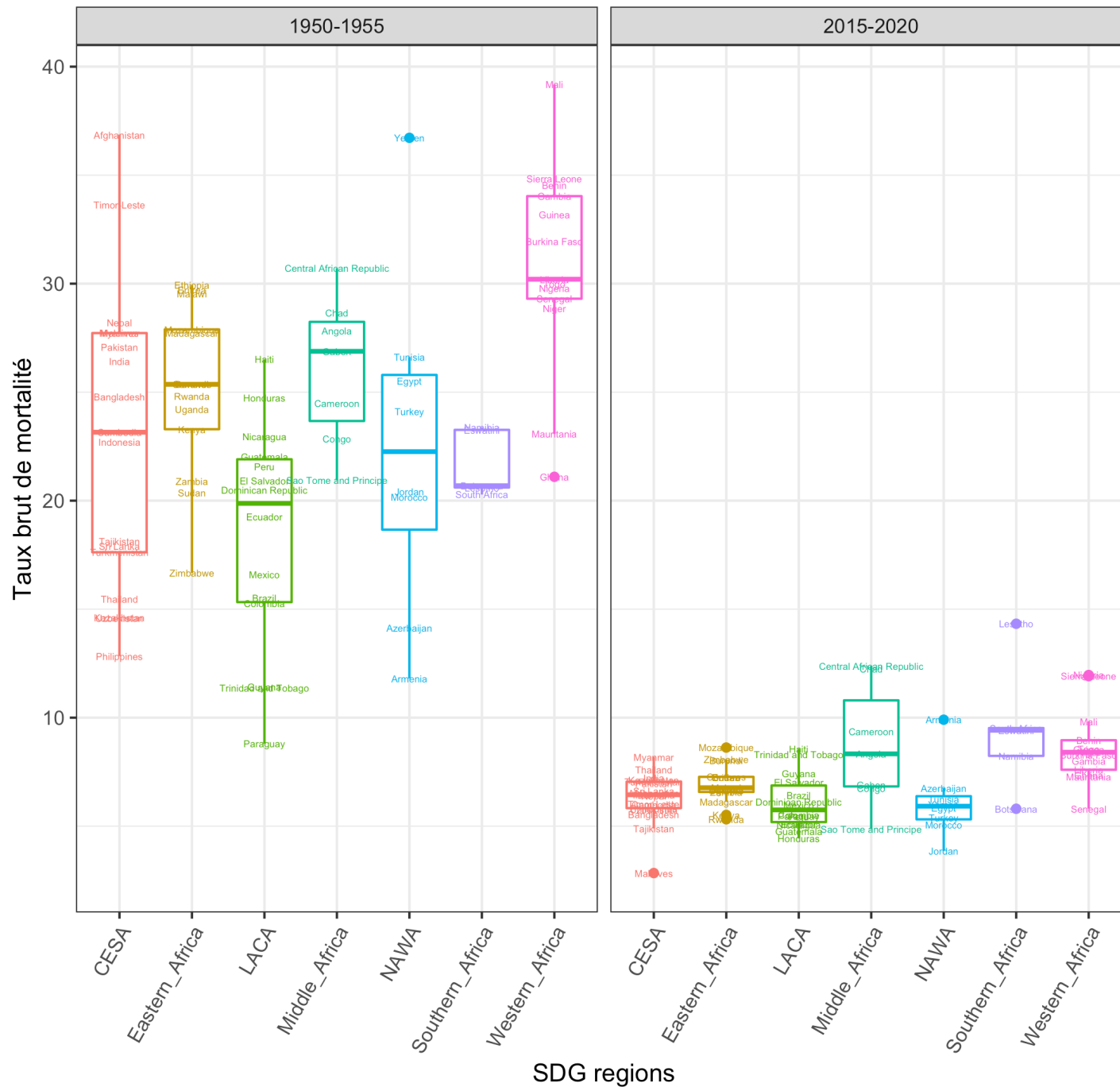
Figure 1: Évolution du taux brut de mortalité dans le monde, 1950-2020



Le taux brut de mortalité dans le monde, 2005

- *Top 5:*
 - Botswana (29.4),
 - Angola (25.9),
 - Swaziland (25.3),
 - Lesotho (25.0),
 - Zimbabwe (24.7)
- Canada: 7.7 (no. 103)
- États-Unis: 8.3 (no. 97)
- France: 9.1 (no. 81)
- *Bottom 5:*
 - Koweït (2.4),
 - Arabie Saoudite (2.6),
 - Jordanie (2.6),
 - Brunei (3.4),
 - Libye (3.5)

Figure 2: Taux brut de mortalité, 1950-2020



Le taux brut de mortalité: avantages et limites

- Avantage: très simple à calculer
- Limite: ne résume pas le risque global de mortalité car il porte le poids de la **structure par âge** du pays et du **taux de mortalité par âge**
 - il ne constitue pas un bon indicateur de comparaison de la mortalité
 - entre pays, ou
 - pour le même pays à différents moments dans le temps

La standardisation du taux brut de mortalité

- Pour isoler l'effet de la structure par âge
- Le taux standardisé de mortalité est utilisé pour les comparaisons:
 - lorsque les structures par âge varient
 - lorsque les phénomènes varient fortement avec l'âge
- ➔ Elle permet de comparer les niveaux de mortalité entre des pays en éliminant l'effet de structure caractéristique du TBM de chaque pays
- Deux méthodes: Population type (ou standardisation direct) et Mortalité type (ou standardisation indirecte)

Standardisation : Méthode de Population Type

- La méthode consiste à choisir une population dont on connaît **la structure par âge des effectifs**, à laquelle on va affecter les taux de mortalité par âge des pays qui font l'objet de la comparaison.
- On dispose des taux de mortalité par âge de deux pays (A et B) à comparer
- On choisit une structure par âge de la population d'un pays type (On peut choisir l'un des deux pays ou un autre pays)
- On applique les taux de mortalité par âge de chaque pays à la structure de la population type pour recalculer le TBM de chacun des deux pays.
- On obtient des Taux Comparatifs de Mortalité

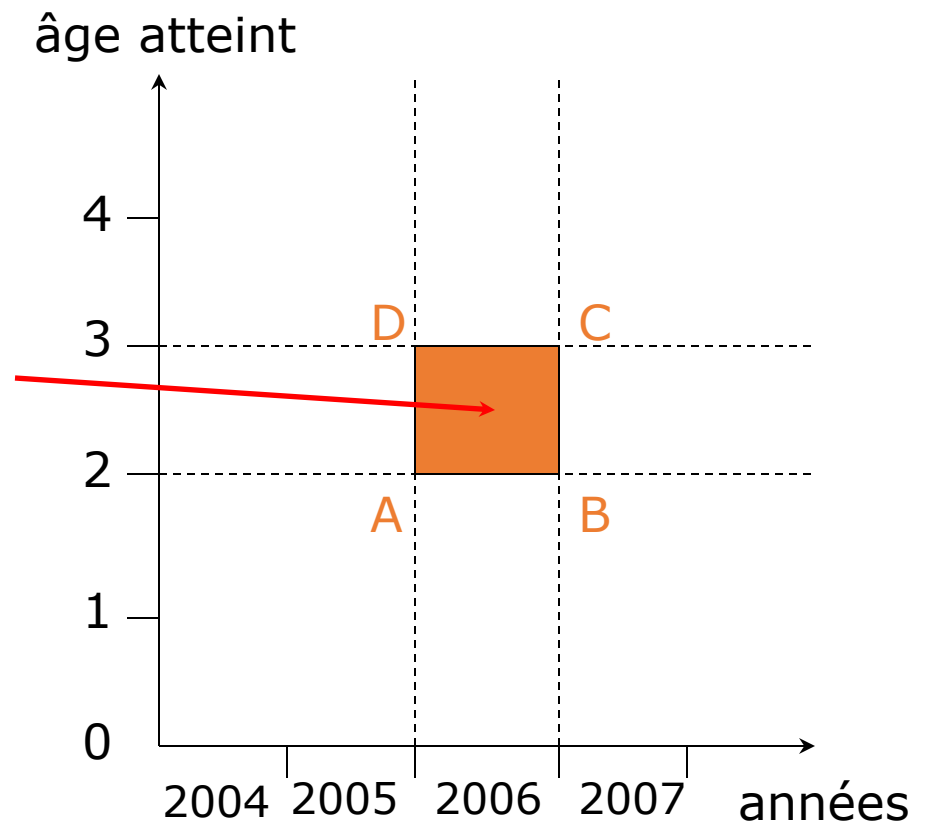
Mesures de la mortalité

Mesure	Natalité/fécondité	Mortalité
Transversale	1. Taux brut de natalité 2. Taux de fécondité par âge	1. Taux brut de mortalité 2. Taux de mortalité par âge
Longitudinale	Taux de fécondité par génération	Quotient de mortalité

Le taux de mortalité par âge

Le taux de mortalité à 2 ans révolus en 2006 rapporte:

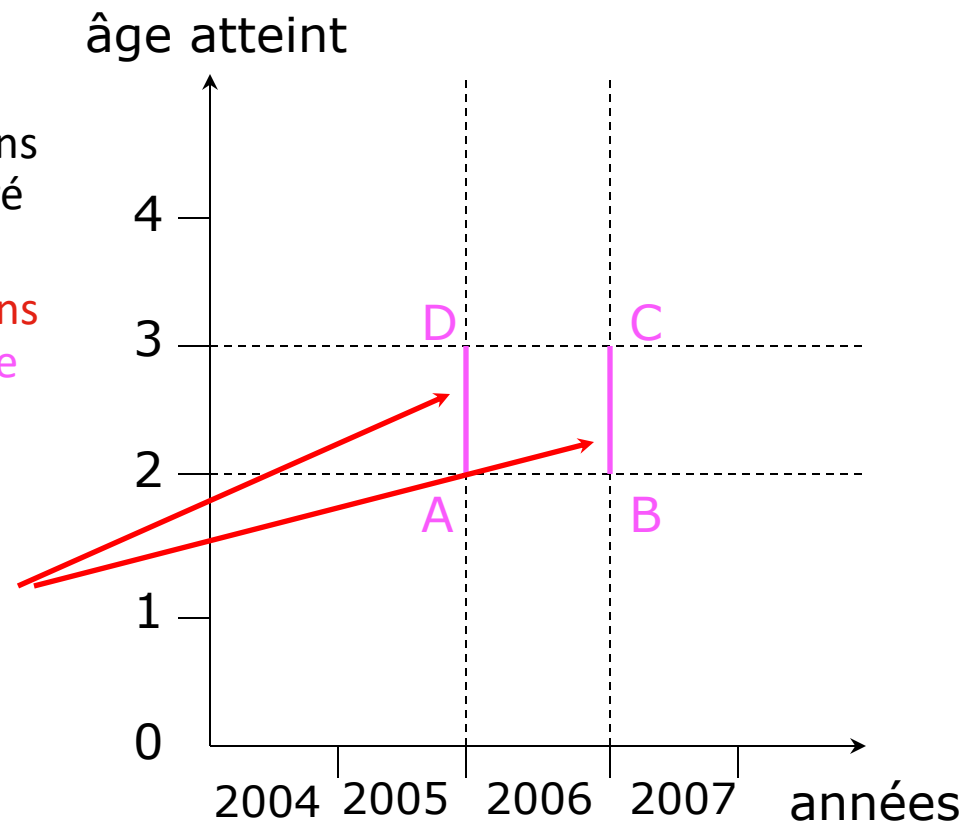
- les décès de personnes de 2 ans révolus au cours de 2006 (carré ABCD)
- la population moyenne de 2 ans révolus au cours de 2006 (ligne AD+ligne BC /2)



Le taux de mortalité par âge

Le taux de mortalité à 2 ans révolus en 2006 rapporte:

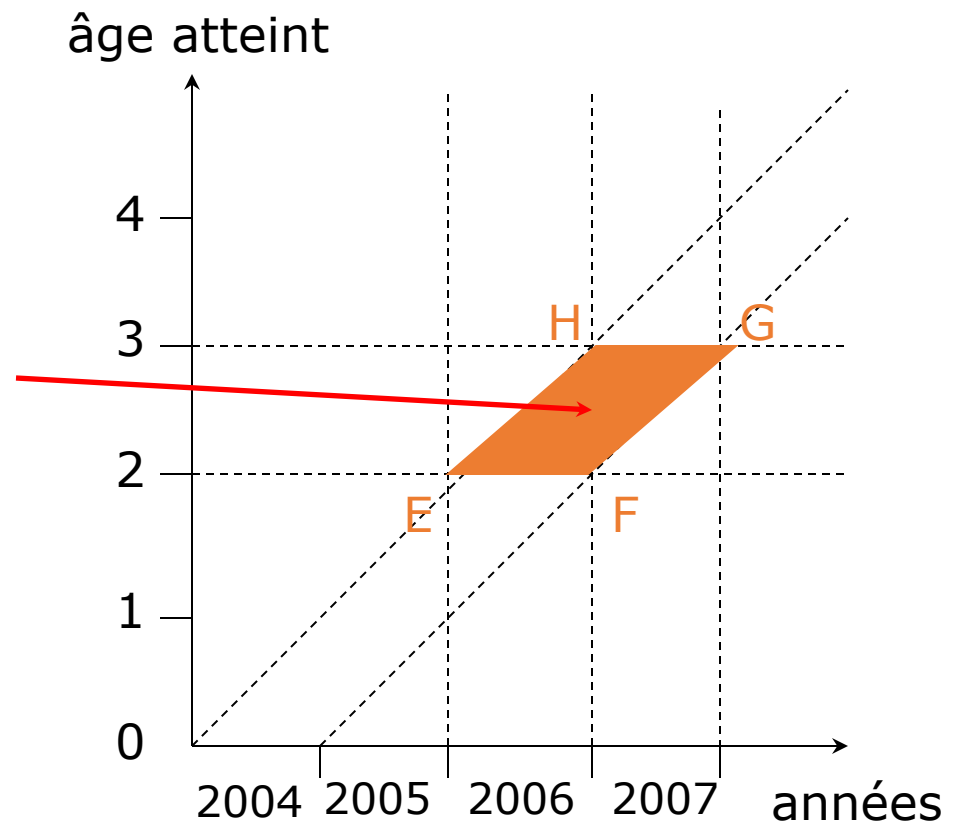
- les décès de personnes de 2 ans révolus au cours de 2006 (carré ABCD)
- la population moyenne de 2 ans révolus au cours de 2006 (ligne $AD + \text{ligne } BC / 2$)



Le quotient de mortalité

Le quotient de mortalité à 2 ans en 2006 rapporte:

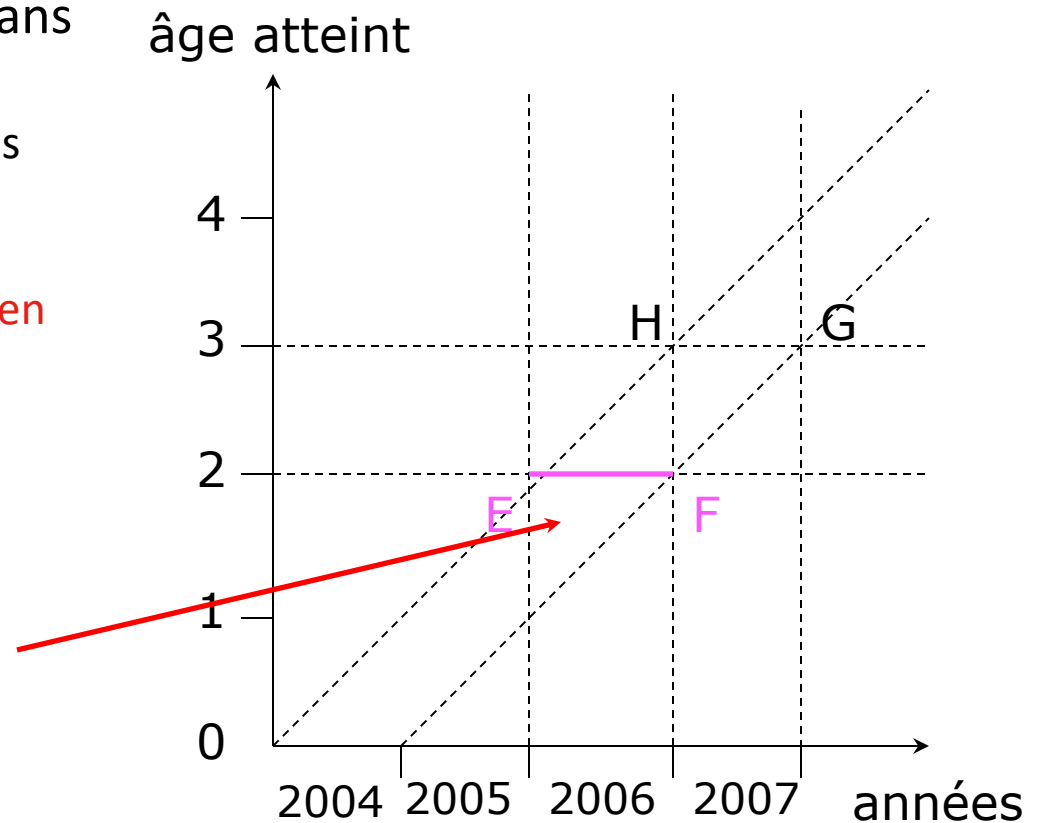
- les décès survenus entre les âges 2 et 3 atteints (parallélogramme EFGH)
- les effectifs d'âge 2 atteint en 2006 (ligne EF)



Le quotient de mortalité

Le quotient de mortalité à 2 ans en 2006 rapporte:

- les décès survenus entre les âges 2 et 3 atteints (parallélogramme EFGH)
- les effectifs d'âge 2 atteint en 2006 (ligne EF)



Taux de mortalité par âge et quotients de mortalité

TAUX

- Définition: rapporte les décès de personnes d'âge x en années révolues à la population moyenne de x ans révolus au cours de l'année n
- Interprétation: mesure la fréquence annuelle des décès au sein d'une population d'âge x en années révolues

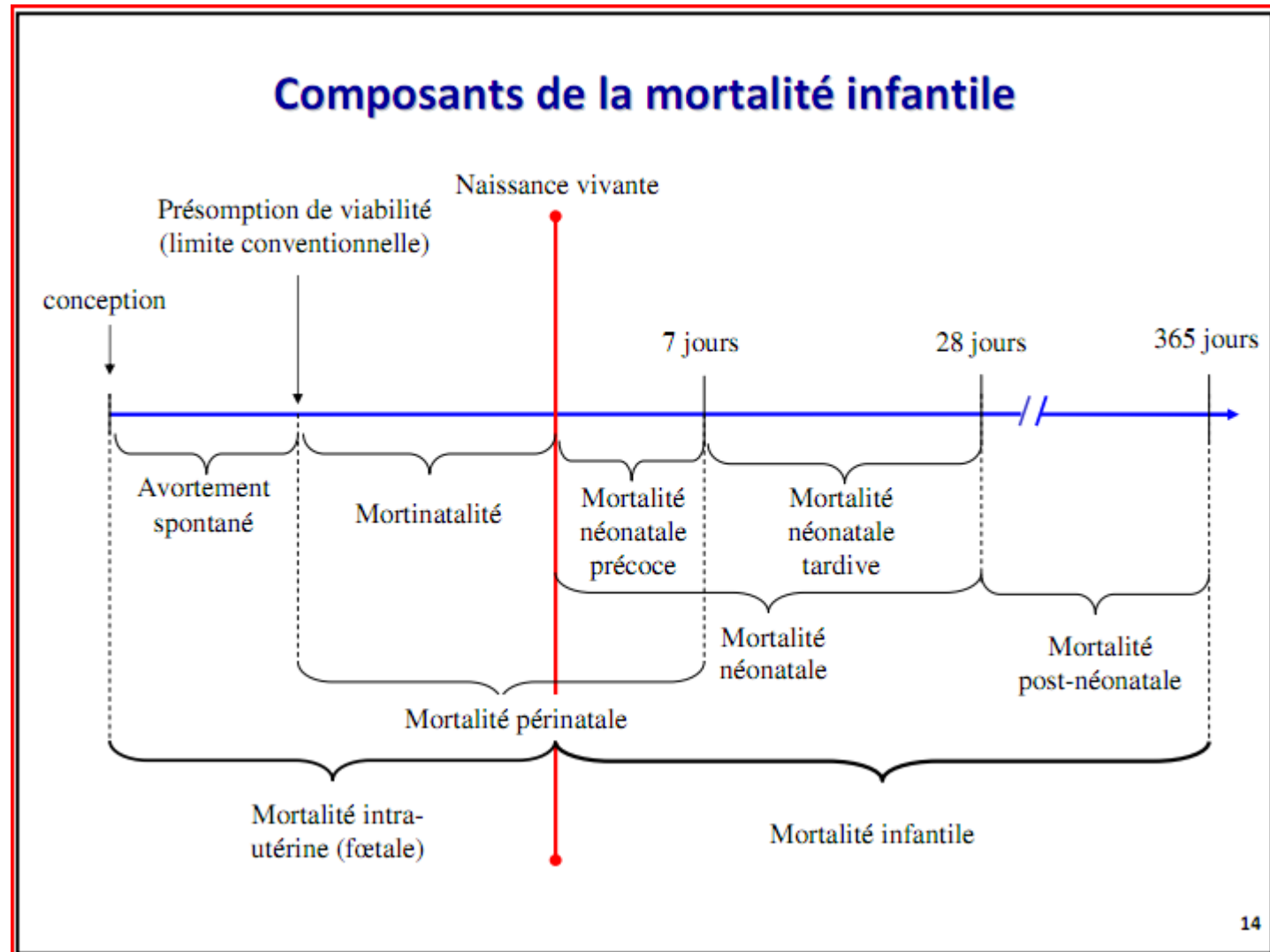
QUOTIENT

- Définition: rapporte les décès survenus entre les âges x et $x+a$ aux effectifs d'âge x
- Interprétation: mesure le risque (ou probabilité) pour une personne ayant atteint l'âge x de décéder avant l'âge $x+a$

Exception: la mortalité infantile

- **Taux de mortalité infantile:**
rapporte les décès qui surviennent avant 1 an (soit 0 an révolu) au cours de l'année t **aux naissances vivantes de l'année** (pas à la population moyenne de 0 an révolu)
- **Taux de mortalité néonatale:**
rapporte les décès des **28 premiers jours** de vie des nouveaux-nés au cours de l'année t **aux naissances vivantes de l'année**

Les composantes de la mortalité infantile





La table de mortalité

La table de mortalité de génération: introduction

- « Une table de mortalité **décrit, selon une échelle d'âges, la survenance des décès dans une génération** » (R. Pressat)
- Par définition, une table de mortalité concerne une génération entière, que le démographe suit de la naissance à la mort
- La table de mortalité de génération est fondée sur une approche longitudinale
- Mesure le **calendrier** de la mortalité

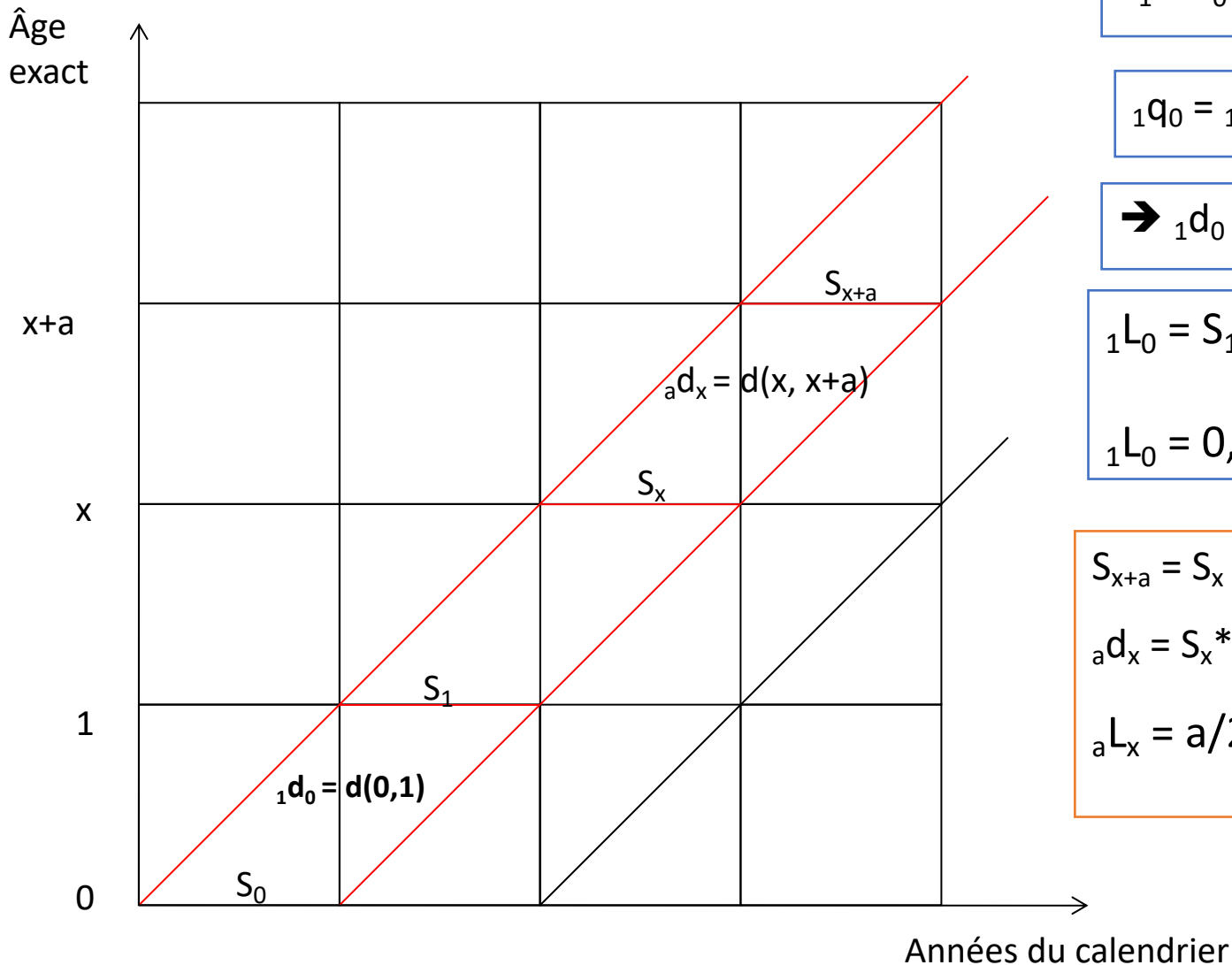
La table de mortalité de génération: construction

- **Éléments principaux:**
 - **âge (x)**
 - **quotients de mortalité** entre l'âge x et l'âge x+a (${}_a q_x$), calculés sur la base de l'enregistrement des décès à chaque âge pour une génération.
 - Complément: **probabilité de survie**
 ${}_a p_x = 1 - {}_a q_x = S_{x+a} / S_x$
- **Éléments dérivés:**
 - **Survivants d'âge x** (S_x ou I_x)
 - **Décès** entre l'âge x et l'âge x+a (${}_a d_x$)
 - **Somme des années vécues** entre x et x+a (${}_a L_x$)
 - **Espérance de vie** à l'âge x (e_x)

Signification des indices

- **Indice derrière** définit l'amplitude (écart) de l'intervalle
 - Ex. $_{10}d_x$: intervalle d'amplitude 10
- **Indice devant** définit le début de l'intervalle
 - Ex. $_a d_{15}$: intervalle commençant par 15 ans
- **S_x, T_x, e_x** n'ont pas d'indices derrière car ils concernent des âges exacts.

Relation entre S_x , ${}_a d_x$, ${}_a q_x$



$$S_1 = S_0 - {}_1d_0$$

$${}_1q_0 = {}_1d_0 / S_0$$

$$\rightarrow {}_1d_0 = {}_1q_0 * S_0$$

$${}_1L_0 = S_1 * 1 + {}_1d_0 * 0,5$$

$${}_1L_0 = 0,5 * (S_0 + S_1)$$

$$S_{x+a} = S_x - {}_a d_x$$

$${}_a d_x = S_x * {}_a q_x$$

$${}_a L_x = a/2 * (S_x + S_{x+a})$$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1		100000				
1-4						
5-9						
10-14						
15-19						
20-24						
...	...					

Racine de la table:
Multiple de 10, souvent 100000

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493			
1-4	0.04478					
5-9	0.00729					
10-14	0.00510					
15-19	0.03693					
20-24	0.11699					
...	...					

↑
 $d_{0,1} = 100000 * .06493$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493			
1-4	0.04478	93507				
5-9	0.00729					
10-14	0.00510					
15-19	0.03693					
20-24	0.11699					
...	...					

$$S_1 = 100000 - 6493$$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493			
1-4	0.04478	93507	4187			
5-9	0.00729					
10-14	0.00510					
15-19	0.03693					
20-24	0.11699					
...	...					

$$d_{1,4} = 93507 * .04478$$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493			
1-4	0.04478	93507	4187			
5-9	0.00729	89320				
10-14	0.00510					
15-19	0.03693					
20-24	0.11699					
...	...					

← $S_5 = 93507 - 4187$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493			
1-4	0.04478	93507	4187			
5-9	0.00729	89320	651			
10-14	0.00510	88669	452			
15-19	0.03693	88216	3258			
20-24	0.11699	84959	9939			
...			

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493			
1-4	0.04478	93507	4187			
5-9	0.00729	89320	651			
...			
75-79	0.30150	13256	3997			
80-84	0.45693	9259	4231			
85+	1.0000	5028	5028			

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187			
5-9	0.00729	89320	651			
10-14	0.00510	88669	452			
15-19	0.03693	88216	3258			
20-24	0.11699	84959	9939			
...			

$L_{0,1} = 0.5 * (100000 + 93507)$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651			
10-14	0.00510	88669	452			
15-19	0.03693	88216	3258			
20-24	0.11699	84959	9939			
...			

$$L_{1,4} = 2 * (93507 + 89320)$$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
10-14	0.00510	88669	452			
15-19	0.03693	88216	3258			
20-24	0.11699	84959	9939			
...			

$$L_{5,9} = 2.5 * (89320 + 88669)$$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
10-14	0.00510	88669	452	442213		
15-19	0.03693	88216	3258	432937		
20-24	0.11699	84959	9939	399945		
...		

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
...		
75-79	0.30150	13256	3997	56288		
80-84	0.45693	9259	4231	35719		
85+	1.0000	5028	5028	17278		

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
...		
75-79	0.30150	13256	3997	56288	$L_{85}=17278$	
80-84	0.45693	9259	4231	35719		
85+	1.0000	5028	5028	17278	17278	

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
...	$T_{80} = 17278 + 35719$	
75-79	0.30150	13256	3997	56288		
80-84	0.45693	9259	4231	35719	52997	
85+	1.0000	5028	5028	17278	17278	

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754		
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
...		
75-79	0.30150	13256	3997	56288	109285	
80-84	0.45693	9259	4231	35719	52997	
85+	1.0000	5028	5028	17278	17278	

$$T_{75} = 52997 + 56288$$

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754	3850000	38.5
1-4	0.04478	93507	4187	365654		
5-9	0.00729	89320	651	444971		
...		$E_0 = T_0 / S_0 = 3850000 / 100000$	
75-79	0.30150	13256	3997	56288	109285	
80-84	0.45693	9259	4231	35719	52997	
85-89	0.64060	5028	3221	17278	17278	

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754	3850000	38.5
1-4	0.04478	93507	4187	365654	3758981	40.2
5-9	0.00729	89320	651	444971		
...	$E_1 = T_1 / S_1 = 3758981 / 93507$		
75-79	0.30150	13256	3997	56288	109285	
80-84	0.45693	9259	4231	35719	52997	
85-89	0.64060	5028	3221	17278	17278	

La table de mortalité de génération: construction (cont.)

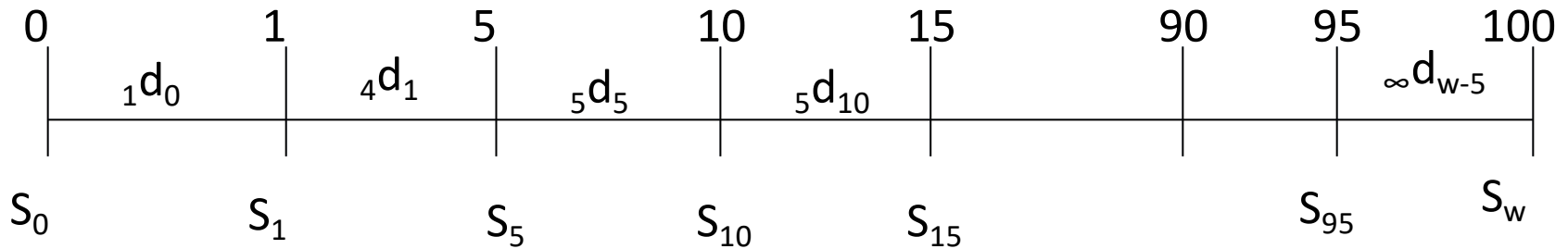
Âge	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
0-1	0.06493	100000	6493	96754	3850000	38.5
1-4	0.04478	93507	4187	365654	3758981	40.2
5-9	0.00729	89320	651	444971		38.0
...
75-79	0.30150	13256	3997	56288	109285	8.2
80-84	0.45693	9259	4231	35719	52997	5.7
85-89	0.64060	5028	5028	17278	17278	3.4

Hypothèse pour fermer la table $e_{85} = 1/t_{85}$

$$T_{85} = e_{85}/S_{85} \rightarrow L_{85} = T_{85}$$

Autre mode de calcul de l'espérance de vie

- Espérance de vie = âge moyen au décès



- Somme des années vécues par les décédés entre 0 et 1 an = $0,5 * {}_1d_0$
- Somme des années vécues par les décédés entre 1 et 5 an =
- $e_0 = (0,5 * {}_1d_0 + 3 * {}_4d_1 + 7,5 * {}_5d_5 + 12,5 * {}_5d_{10} \dots + 92,5 * {}_5d_{90} + 97,5 * {}_5d_{95}) / S_0$
- $e_0 = [0,5 * (S_0 - S_1) + 3 * (S_1 - S_5) + 7,5 * (S_5 - S_{10}) + \dots + 92,5 * (S_{90} - S_{95}) + 97,5 * (S_{95} - S_{100})] / S_0$
- $e_0 = 0,5 + [2,5S_1 + 4,5 * S_5 + 5 * (S_{10} + \dots + S_{95})] / S_0$

Exercice 1

Complétez la table de mortalité dans le Tableau 1.

La table de mortalité de génération: conclusion

- Très rare, parce que:
 - suppose un enregistrement sur une centaine d'années
 - pas utile pour caractériser la mortalité au moment présent

La table de mortalité du moment: introduction

- Les tables de mortalité les plus utilisées parce qu'elles caractérisent la mortalité à un moment donné

La table de mortalité du moment: construction

- **Éléments principaux:**

- âge (x)
- quotients de mortalité entre l'âge x et l'âge $x+a$ (${}_a q_x$), **calculés sur la base des taux de mortalité par âge de l'année** (méthode de la « cohorte fictive »)

- **Éléments dérivés:**

- survivants d'âge x (S_x ou I_x)
- décès entre l'âge x et l'âge $x+a$ (${}_a d_x$)
- espérance de vie à l'âge x (e_x)
- Somme des années vécues entre x et $x+a$ (${}_a L_x$)
- Chacune des séries peut être obtenue à partir de l'autre

Table de Mortalité du moment

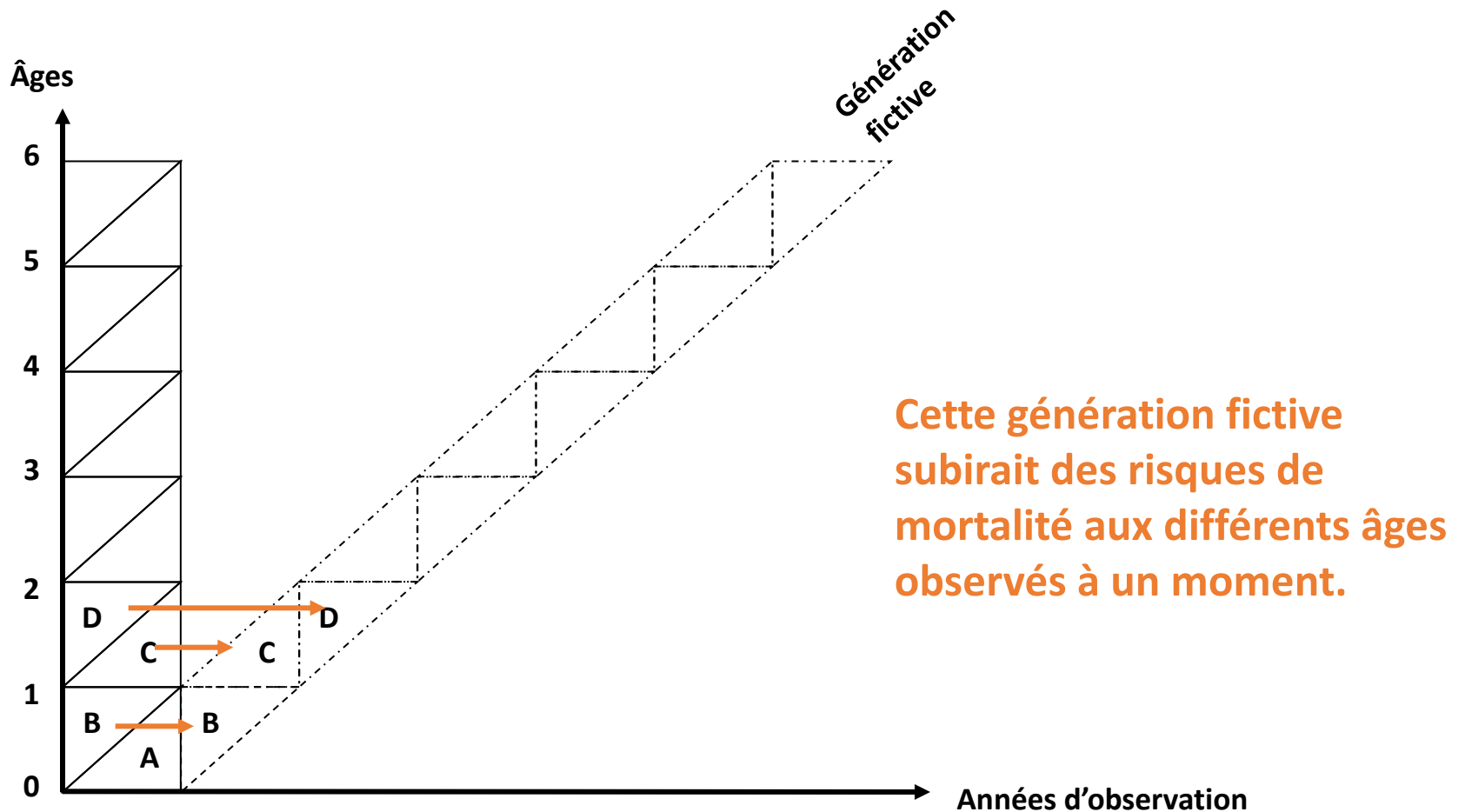


Table de Mortalité du moment: Construction

1. Disposer des taux de mortalité par âge
2. Transformer les taux de mortalité en quotients de mortalité par âge
 - Formule de transformation

$${}_a q_x = \frac{2 \cdot a \cdot m_x}{2 + a \cdot m_x}$$

Pour $a=1$

$$q_x = \frac{2 \cdot m_x}{2 + 1,8 \cdot m_x}$$

3. Continuer les étapes de l'approche précédente (table d'une génération)

Hypothèse pour fermer la table $e_{85} = 1/t_{85}$

$$T_{85} = e_{85}/S_{85} \rightarrow L_{85} = T_{85}$$

Table de mortalité du moment: les éléments

X

x

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_a m_x$
x	taux de mortalité

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_a m_x$	${}_a q_x$
x	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle

Méthode 1 : Méthode linéaire ou actuarielle

$${}_a q_x = \frac{2a}{2 + a} {}_a m_x$$

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_am_x$	${}_aq_x$	S_x
x	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle	S_0 et $S_{x+a} = S_x - {}_ad_x$

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_am_x$	${}_aq_x$	S_x	${}_ad_x$
x	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle	S_0 et $S_{x+a} = S_x - {}_ad_x$	${}_ad_x = S_x * {}_aq_x$

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_am_x$	${}_aq_x$	S_x	${}_ad_x$	${}_aL_x$
x	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle	S_0 et $S_{x+a} = S_x - {}_ad_x$	${}_ad_x = S_x * {}_aq_x$	${}_aL_x = a/2(S_x + S_{x+a})$

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_am_x$	${}_aq_x$	S_x	${}_ad_x$	${}_aL_x$	T_x
x	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle	S_0 et $S_{x+a} = S_x - {}_ad_x$	${}_ad_x = S_x * {}_aq_x$	${}_aL_x = a/2(S_x + S_{x+a})$	$T_x = \sum_{i=x}^{w-a} {}_aL_x$

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_am_x$	${}_aq_x$	S_x	${}_ad_x$	${}_aL_x$	T_x	e_x
x	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle	S_0 et $S_{x+a} = S_x - {}_ad_x$	${}_ad_x = S_x * {}_aq_x$	${}_aL_x = a/2(S_x + S_{x+a})$	$T_x = \sum_{i=x}^{w-a} {}_aL_x$	$e_x = \frac{T_x}{S_x}$

Table de mortalité du moment: Ce qu'il faut garder

x	${}_a m_x$	${}_a q_x$	S_x	${}_a d_x$	${}_a L_x$	T_x	e_x
	taux de mortalité	Obtenu par transformation des taux selon la méthode actuarielle	S_0 et $S_{x+a} = S_x - {}_a d_x$	${}_a d_x = S_x \cdot {}_a q_x$	${}_a L_x = a/2(S_x + S_{x+a})$	$T_x = \sum_{i=x}^{w-a} {}_a L_x$	$e_x = \frac{L_x}{S_x}$

Table de mortalité du moment: Les éléments

x	${}_am_x$	${}_aq_x$	S_x	${}_ad_x$	${}_aL_x$	T_x	e_x
Age x	Taux entre x et x+a	Quotie nt entre x et x+a	Surviv ant à l'âge x exact	Décès entre x et x+a	Années vécues entre x et x+a	Somme des années vécues depuis x	Espér ance de vie à l'âge x

L'interprétation de l'espérance de vie à la naissance

- **Dans une table de mortalité de génération, e_o** est l'âge moyen des décédés dans cette génération, ou nombre **moyen** d'années qu'une personne appartenant à cette génération peut espérer vivre à la naissance
- **Dans une table de mortalité du moment, e_o** est seulement une approximation de l'âge **moyen** au décès dans la population. Elle est basée sur la notion de cohorte fictive.

Discussion

- Thème de discussion: La longévité humaine
- Reading: Vallin, Jacques et France Meslé (2001). « Vivre au-delà de 100 ans », *Population & Sociétés* (Bulletin mensuel d'information de l'Institut national d'études démographiques), no 365.
- Question à discuter: Est-ce que la longévité humaine augmente?