

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені Тараса Шевченка
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ
Кафедра програмних систем і технологій

Дисципліна
«Ймовірнісні основи програмної інженерії»

Лабораторна робота № 5

на тему:
«Дискретні розподіли ймовірностей»

Виконала:	Левченко В. О.	Перевірила:	
Група	ІПЗ-24/1	Дата перевірки	
Форма навчання	денна	Оцінка	
Спеціальність	121		
2022			

Тема: Класичний та статистичний методи визначення ймовірності та обчислення

Мета – навчитись використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.

Завдання:

1. Аналітичним шляхом розв'язати вказані задачі.

1. Ймовірність знаходження в кожному прибулому потязі вагонів на дане призначення 0,2. Визначити ймовірність того, що в трьох із п'яти потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане призначення.
2. Знайти ймовірність того, що в п'яти незалежних випробуваннях подія А відбудеться: а) рівно 4 рази; б) не менше 4 разів, якщо в кожному випробуванні ймовірність появи події становить 0,8.
3. На кондитерській фабриці 20% всіх цукерок складають льодяники. Знайти ймовірність того, що серед 400 вибраних навмання цукерок буде рівно 80 льодяників.
4. На автомобільному заводі у звичному режимі роботи з конвеєра сходять 100000 автомобілів. Ймовірність бракованого автомобіля дорівнює 0,0001. Знайти ймовірність того, що з конвеєра зійшло 5 бракованих автомобілів.
5. Ймовірність того, що пара взуття, яка взята навмання з виготовленої партії виявиться вищого гатунку дорівнює 0,4. Чому дорівнює ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від 228 до 252 пар взуття вищого гатунку?
6. Банк обслуговує 100 клієнтів, від кожного з яких може надійти вимога на проведення фінансової операції на наступний день з ймовірністю 0,4. Знайти найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня, та його ймовірність.
7. Завод випускає в середньому 4% нестандартних виробів. Яка ймовірність того, що число нестандартних виробів у партії з 4000 штук не більше 170?
8. Яка ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів?
9. Фірма відправила на базу 1000 якісних виробів. Ймовірність того, що вироби в дорозі пошкодяться дорівнює 0,002. Знайти ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів.
10. Нехай ймовірність того, що грошовий приймальник автомату при опусканні монети скидає неправильно дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинуте 150 монет.

2. Написати програму, яка, використовуючи відомі формули теорії ймовірності (запрограмувати вручну) розв'яже задачі приведені у п.1.

3. Порівняти результати обчислень, зробити висновки.

Математична модель:

Для обчислення потрібних нам величин виведемо всі формули:

$$P_n(m) = C_n^m * p^m * q^{n-m} \text{ - формула Бернуллі}$$

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{n * p * q}} * \frac{m - n * p}{\sqrt{n * p * q}} \text{ - локальна теорема Муавра-Лапласа,}$$

$$P_n(m) = F(X_2) - (-F(X_1)) \text{ - інтегральна формула Лапласа, де}$$

$$F(x_i) = \frac{m_i - n * p}{\sqrt{n * p * q}} \text{ - функція Лапласа}$$

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \text{ - комбінації без повторення}$$

$np - q \leq m_0 \leq np + p$ - найімовірніше число m_0 , задовільняє системі нерівностей, де n - загальне число подій, p - ймовірність, $q = 1 - p$

Завдання 1:

$$n = 5; m = 3; p = 0.2; q = 1 - p = 0.8;$$

$$P_5(3) = C_5^3 * 0.2^3 * 0.8^{5-3} = 0.0512$$

Завдання 1:

Ймовірність того, що в трьох із п'яти потягів, які прибувають протягом однієї години, будуть вагони на дане призначення = 0.0512000000000002

Завдання 2:

а)

$$n = 5; m = 4; p = 0.8; q = 1 - 0.8 = 0.2;$$

$$P_5(4) = C_5^4 * 0.8^4 * 0.2^{5-4} = 0.4096$$

б) Для другої умови знайдемо всі ймовірності до 4 і віднімемо від 1:

$$P_5(1) = C_5^1 * 0.8^1 * 0.2^{5-1} = 0.0064$$

$$P_5(2) = C_5^2 * 0.8^2 * 0.2^{5-2} = 0.0512$$

$$P_5(3) = C_5^3 * 0.8^3 * 0.2^{5-3} = 0.2048$$

$$P_5 = 1 - (0.0064 + 0.0512 + 0.2048) = 0.7376$$

Завдання 2:

Ймовірність того, що в п'яти незалежних випробуваннях подія А відбудеться:

а) рівно 4 рази = 0.4096

б) не менше 4 разів = 0.7376

Завдання 3:

$$n = 400; m = 80; p = 0.2; q = 1 - 0.2 = 0.8;$$

Для формули Муавра-Лапласа знайдемо спочатку ф-ю Гауса:

$$\varphi(x) = \frac{80 - 400 \times 0.2}{\sqrt{400 \times 0.2 \times 0.8}} = 0$$

За таблицею 0 - це:

x	φ
0	0.3989...

Підставляємо в формулу Муавра-Лапласа:

$$P_{400}(80) = \frac{1}{\sqrt{400 \times 0.2 \times 0.8}} \times 0.3989 \approx 0.498$$

Завдання 3:

Ймовірність того, що серед 400 вибраних навання цукерок буде рівно 80 льодяників = 0.0498625

Завдання 4:

$$n = 100000; m = 5; p = 0.0001; q = 1 - 0.0001 = 0.9999;$$

Для формули Муавра-Лапласа знайдемо спочатку ф-ю Гауса:

$$\varphi(x) = \frac{5 - 100000 \times 0.0001}{\sqrt{100000 \times 0.0001 \times 0.9999}} = -1.5812$$

За таблицею -1.5812 - це:

x	φ
-1.5812	0.1145
	...

Підставляємо в формулу Муавра-Лапласа:

$$P_{100000}(5) = \frac{1}{\sqrt{100000 \times 0.0001 \times 0.9999}} \times 0.1145 \approx 0.0362$$

Завдання 4:

Ймовірність того, що з конвеєра зійшло 5 бракованих автомобілів = 0.03620988974868

Завдання 5:

$$n = 600; m_1 = 228; m_2 = 252; p = 0.4; q = 1 - 0.4 = 0.6;$$

$$F(x_1) = \frac{228 - 600 \times 0.4}{\sqrt{600 \times 0.4 \times 0.6}} \approx -1$$

$$F(x_2) = \frac{252 - 600 \times 0.4}{\sqrt{600 \times 0.4 \times 0.6}} \approx 1$$

За таблицею підставляємо значення й отримуємо:

x	φ
-1	0.3413 ...
1	0.3413...

$$P_{600} = 0.3413 - (-0.3413) = 0.6826$$

Завдання 5:

Ймовірність того, що серед 600 пар, які поступили на контроль, виявиться від 228 до 252 пар взуття вищого гатунку = 0.6826

Завдання 6:

$$n = 100; p = 0.4; q = 1 - 0.4 = 0.6;$$

$$100 * 0.4 - 0.6 \leq m_0 \leq 100 * 0.4 + 0.6$$

$$39.4 \leq m_0 \leq 40.6; m_0 = 40$$

Завдання 6:

Найімовірніше число вимог клієнтів кожного дня = 40.0

Завдання 7:

Оскільки $m \leq 170$:

$$n = 4000; m_1 = 0; m_2 = 170; p = 0.04; q = 1 - 0.04 = 0.96;$$

$$F(x_1) = \frac{0 - 4000 * 0.04}{\sqrt{4000 * 0.04 * 0.96}} \approx -12.909936$$

$$F(x_2) = \frac{170 - 4000 * 0.04}{\sqrt{4000 * 0.04 * 0.96}} \approx 0.80687$$

За таблицею підставляємо значення й отримуємо:

$$P_{4000} = 0.2897 - (-0.4984) = 0.7881$$

Завдання 7:

Ймовірність того, що число нестандартних виробів у партії з 4000 штук не більше 170 = 0.7881

Завдання 8:

$$n = 10000; m = 5000; p = 0.5; q = 1 - 0.5 = 0.5;$$

Для формули Муавра-Лапласа знайдемо спочатку φ -ю Гауса:

$$\varphi(x) = \frac{5000 - 10000 * 0.5}{\sqrt{10000 * 0.5 * 0.5}} = 0$$

За таблицею 0 - це:

x	φ
0	0.3989...

Підставляємо в формулу Муавра-Лапласа:

$$P_{100000}(5) = \frac{1}{\sqrt{10000 * 0.5 * 0.5}} * 0.3989 \approx 0.00797$$

Завдання 8:

Ймовірність того, що при 10000 незалежних киданнях монети герб випаде 5000 разів = 0.007977999999999999

Завдання 9:

$$n = 1000; m = 5; p = 0.002; g = 1 - 0.002 = 0.998;$$

Для формули Муавра-Лапласа знайдемо спочатку φ -ю Гауса:

$$\varphi(x) = \frac{5 - 1000 * 0.002}{\sqrt{1000 * 0.002 * 0.998}} = 2.12344$$

За таблицею 2.12344 - це:

x	φ
2.12344	0.0508 ...

Підставляємо в формулу Муавра-Лапласа:

$$P_{100000}(5) = \frac{1}{\sqrt{1000 * 0.002 * 0.998}} * 0.0508 \approx 0.0359$$

Завдання 9:

Ймовірність того, що на базу прибуде 5 пошкоджених виробів = 0.03595699948025762

Завдання 10:

$$n = 150; p = 0,03; q = 1 - 0,03 = 0,97;$$

$$150 \times 0.03 - 0.97 \leq m_0 \leq 100 \times 0.03 + 0.03$$

$$3.53 \leq m_0 \leq 4.53; m_0 = 4$$

Завдання 10:

Найімовірніше число випадків правильної роботи автомату, якщо буде кинута 150 монет = 4.0

Висновок: навчився використовувати на практиці набуті знання про центральні тенденції та міри.