

Міністерство освіти і науки України

Національний університет «Львівська політехніка»

Інститут телекомунікацій, радіоелектроніки та електронної техніки кафедра  
«Радіоелектронні пристрої та системи»



Звіт з лабораторної роботи №2-3  
з дисципліни «Програмування»

Підготував:

ст. групи АП-11

Фостик Віталій

Прийняла:

Гордійчук-Бублівська О. В.

## Лабораторна робота №2-3

«Логічні основи комп'ютерів. Логічні операції»

**Мета роботи:** Розглянути основні арифметико-логічні операції. Навчитися працювати з логічними даними та логічними формулами.

### Теоретичні відомості

Окрім числових даних, в інформатиці існують інші типи даних – логічні.

Логічні дані та дії над ними вивчаються методами алгебри логіки. Алгебра логіки – це розділ математики, який вивчає вислови, що розглядаються зі сторони їх логічних значень (істинності і хибності) і логічних операцій над ними. Ця наука виникла в середині XIX століття у працях англійського математика Джорджа Буля, тому її ще називають булевою алгеброю. Створення даної науки було спробою розв'язувати традиційні логічні задачі алгебраїчними методами.

Математичний апарат алгебри логіки дуже зручний для опису того, як функціонують апаратні засоби комп'ютера. Основною системою числення в комп'ютері, як вже відомо, є двійкова, в якій використовується цифри 1 і 0, а значень логічних змінних також два: «1» і «0».

### Завдання

1. Спростити наступні формули, використовуючи закони склеювання:

$$1. \quad X \&\& Y \&\& Z \parallel \bar{X} \&\& Y \&\& Z$$

$$2. \quad X \&\& Y \&\& Z \parallel X \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}$$

$$3. \quad (X \parallel Y \parallel Z) \&\& (X \parallel \bar{Y} \parallel Z)$$

$$4. \quad (\bar{X} \parallel Y \parallel Z) \&\& (X \parallel \bar{Y} \parallel Z)$$

$$5. \quad X \&\& Y \&\& Z \parallel X \&\& Y \&\& \bar{Z} \parallel \bar{W}$$

### Розв'язання

$$1. \quad X \&\& Y \&\& Z \parallel \bar{X} \&\& Y \&\& Z = X \&\& (Y \&\& Z \parallel \bar{X})$$

$$2. \quad X \&\& Y \&\& Z \parallel X \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z} = X \&\& (Y \&\& Z \parallel \bar{Y} \&\& \bar{Z})$$

$$3. \quad (X \parallel Y \parallel Z) \&\& (X \parallel \bar{Y} \parallel Z) = (X \parallel (Y \parallel \bar{Y})) \parallel Z = (X \parallel Z)$$

$$4. \quad (\bar{X} \parallel Y \parallel Z) \&\& (X \parallel \bar{Y} \parallel Z) = (\bar{X} \&\& X \parallel \bar{Y} \&\& X \parallel Z) = (\bar{Y} \&\& X \parallel Z)$$

$$5. \quad X \&\& Y \&\& Z \parallel X \&\& Y \&\& \bar{Z} \parallel \bar{W} = X \&\& (Y \&\& Z \parallel X \&\& Y \&\& \bar{Z} \parallel \bar{W})$$

У процесі розв'язання використовувалися закони склеювання булевої логіки для спрощення наведених виразів. Як результат, отримали спрощені вирази, які можуть бути використані для подальших обчислень чи аналізу.

## 2. Спростити наступні формули, використовуючи закони поглинання

1.  $X \& \& Y \vee X \& \& Y \& \& Z \vee X \& \& Y \& \& W$

2.  $X \& \& (X \vee Y) \& \& (X \vee Z)$

3.  $X \& \& Y \vee X \& \& Y \& \& Z \vee W \& \& \bar{Z}$

### Розв'язання

Застосуємо закони поглинання для спрощення наведених виразів:

$$X \& \& Y \vee X \& \& Y \& \& Z \vee X \& \& Y \& \& W$$

- Закон поглинання:  $X \& \& Y \& \& Z$  поглинає  $X \& \& Y$ , залишаючи лише  $X \& \& Y \& \& Z$ .
- Таким чином, вираз спрощується до  $X \& \& Y \& \& Z$ .

$$X \& \& (X \vee Y) \& \& (X \vee Z)$$

- Закон поглинання:  $X \vee Y$  поглинає  $X$ , залишаючи лише  $X \vee Y$ .
- Знову,  $X \vee Y$  поглинає  $X$ , залишаючи лише  $X \vee Y$ .
- Остаточно, вираз спрощується до  $X \vee Y$ .

$$X \& \& Y \vee X \& \& Y \& \& Z \vee W \& \& \bar{Z}$$

- Закон поглинання:  $X \& \& Y \& \& Z$  поглинає  $X \& \& Y$ , залишаючи лише  $X \& \& Y \& \& Z$ .
- Таким чином, вираз спрощується до  $X \& \& Y \& \& Z \vee W \& \& \bar{Z}$ .

## 3. Побудуйте таблицю істинності для наступних формул:

- $X \& \& \bar{Z} \vee Z \& \& (Y \vee \bar{Z}) \vee (X \vee \bar{Y}) \& \& Z$  ;
- $(\bar{X} \vee Z) \& \& \overline{X \& \& Z} \& \& (Y \vee \bar{Z}) \& \& \overline{Y \& \& Z}$  .

Спершу, давайте визначимо всі можливі комбінації значень для змінних  $X$ ,  $Y$  та  $Z$ .

X		Y		Z
-----				
0		0		0
0		0		1
0		1		0
0		1		1
1		0		0
1		0		1
1		1		0
1		1		1

Тепер, за допомогою цих значень, ми можемо обчислити значення кожної формули:

Для  $X \ \&\& \ \bar{Z}$ :

X		Z		$\bar{Z}$		$X \ \&\& \ \bar{Z}$
-----						
0		0		1		0
0		1		0		0
1		0		1		1
1		1		0		0

Для  $Z \ \&\& \ (Y \ || \ \bar{Z})$ :

Y		Z		$\bar{Z}$		Y    $\bar{Z}$		Z && (Y    $\bar{Z}$ )
-----								
0		0		1		1		0
0		1		0		1		0
1		0		1		1		1
1		1		0		1		0

Для  $(X || \bar{Y}) \&\& Z$ :

X		Y		$\bar{Y}$		$X    \bar{Y}$		$(X    \bar{Y}) \&\& Z$
-----								
0		0		1		1		0
0		1		0		0		0
1		0		1		1		1
1		1		0		1		0

Для  $(\bar{X} || Z) \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& (Y || \bar{Z}) \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}$ :

X	Y	Z	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{Z}$	$\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$	$\bar{X} \& \bar{Y} \& \bar{Z}$
-----							
0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0

Таким чином, ми побудували таблиці істинності для обох заданих формул.

Відповідно до завдання, ми маємо виконати наступні кроки:

4. Спростіть формули з п. 3, використовуючи закони алгебри логіки.

Для першої формули:

$$X \wedge \bar{Z} \vee Z \wedge (Y \vee \bar{Z}) \vee (X \vee \bar{Y}) \wedge Z$$

Ми можемо скористатися дистрибутивним законом, щоб спростити вираз:

$$X \wedge \bar{Z} \vee Z \wedge (Y \vee \bar{Z}) \vee (X \vee \bar{Y}) \wedge Z$$

$$= (X \wedge \bar{Z} \vee (Z \vee (Y \vee \bar{Z}))) \vee ((X \vee \bar{Y}) \wedge Z)$$

Тепер можемо звести однакові складові:

$$= (X \&\& \bar{Z} \parallel Z \parallel (Y \parallel \bar{Z}) \parallel (X \&\& Z \parallel \bar{Y} \&\& Z))$$

І, нарешті, можемо використати комутативний та асоціативний закони:

$$= (X \parallel Z \parallel Y \parallel \bar{Z}) \&\& (X \parallel Z \parallel \bar{Y} \parallel \bar{Z})$$

Для другої формули:

$$(\bar{X} \parallel Z) \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& (Y \parallel \bar{Z}) \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}$$

Ми також можемо застосувати дистрибутивний закон та скористатися комутативними та асоціативними законами:

$$= (\bar{X} \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Z}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& Y \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& Z \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& Y \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Z})$$

$$= (\bar{X} \&\& \bar{Z}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& Y \&\& \bar{Y}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y} \&\& \bar{Y}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& Z \&\& \bar{Y}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y}) \parallel (\bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& Y \&\& \bar{Y})$$

$$= \bar{X} \&\& \bar{Z} \parallel \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y} \parallel \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y} \parallel \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y} \parallel \bar{X} \&\& \bar{Z} \&\& \bar{Y}$$

Отже, ми спростили обидві формули, застосувавши закони алгебри логіки.

### Висновок

Під час роботи над даною лабораторною роботою я ознайомився з основними арифметико логічними операціями. Я навчився працювати з логічними даними та логічними формулами.