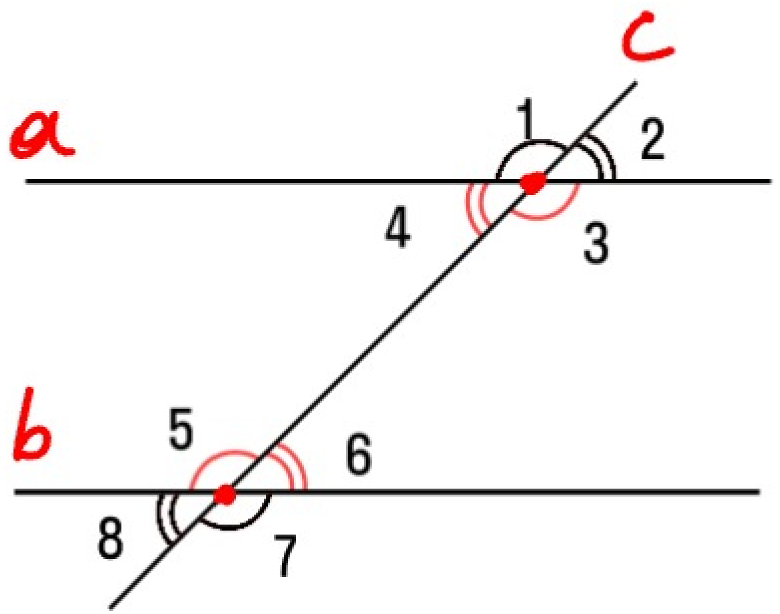
11.01.2024 (четверг)



1) накрест лежащие углы:

$\angle 4$ и $\angle 6$; $\angle 3$ и $\angle 5$;

2) односторонние углы:

$\angle 4$ и $\angle 5$; $\angle 3$ и $\angle 6$

3) соответственные углы:

$\angle 1$ и $\angle 5$; $\angle 4$ и $\angle 8$; $\angle 2$ и $\angle 6$; $\angle 3$ и $\angle 7$

Теорема

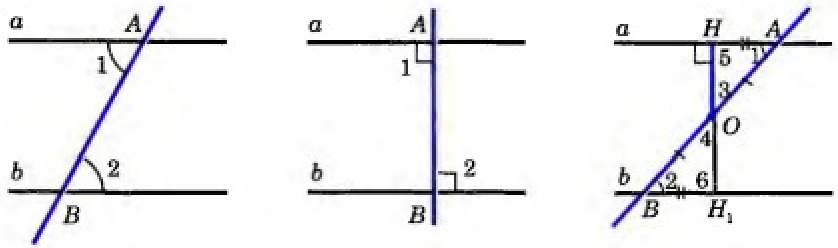
Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

Доказательство

Пусть при пересечении прямых a и b секущей AB накрест лежащие углы равны: $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 101, *а*).

Докажем, что $a \parallel b$. Если углы 1 и 2 прямые (рис. 101, *б*), то прямые a и b перпендикулярны к прямой AB и, следовательно, параллельны.

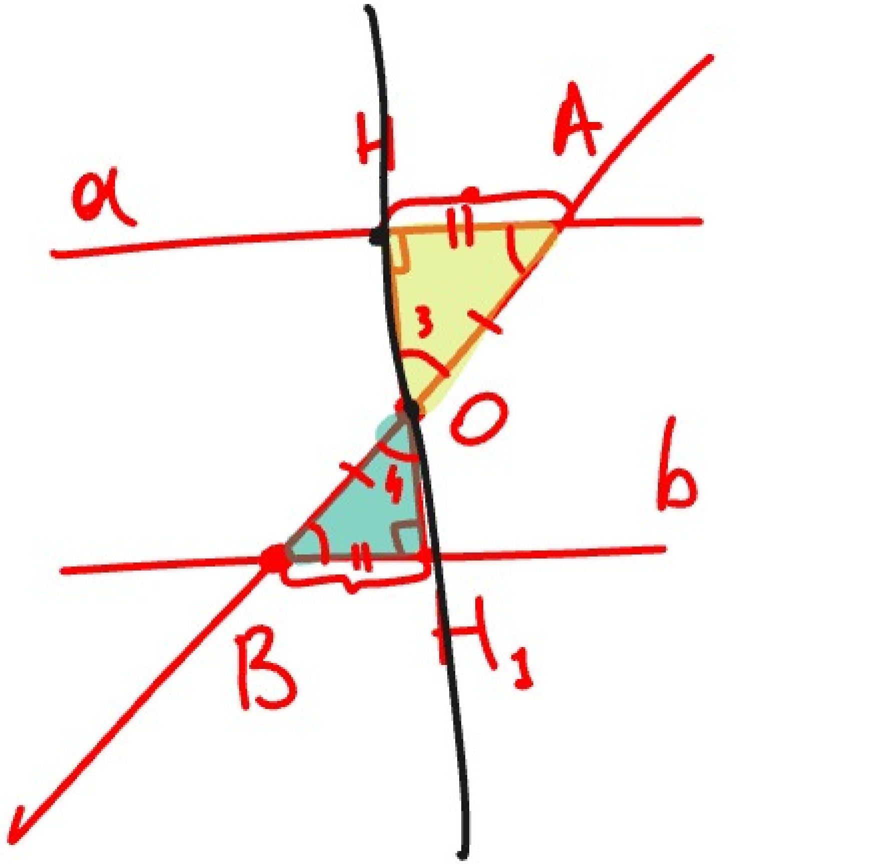
Рассмотрим случай, когда углы 1 и 2 не прямые.



а) *б)* *в)*

Рис. 101

Из середины O отрезка AB проведем перпендикуляр OH к прямой a (рис. 101, *в*). На прямой b от точки B отложим отрезок BH_1, равный отрезку AH, как показано на рисунке 101, *в*, и проведем отрезок OH_1. Треугольники OHA и OH_1B равны по двум сторонам и углу между ними ($AO = BO$, $AH = BH_1$, $\angle 1 = \angle 2$), поэтому $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$. Из равенства $\angle 3 = \angle 4$ следует, что точка H_1 лежит на продолжении луча OH, т. е. точки H, O и H_1 лежат на одной прямой, а из равенства $\angle 5 = \angle 6$ следует, что угол 6 — прямой (так как угол 5 — прямой). Итак, прямые a и b перпендикулярны к прямой HH_1, поэтому они параллельны. **Теорема доказана.**



Когда есть перпендикулярные прямые, то можно судить о параллельности

Теорема

Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

Доказательство

Пусть при пересечении прямых a и b секущей c соответственные углы равны, например $\angle 1 = \angle 2$ (рис. 102).

Так как углы 2 и 3 — вертикальные, то $\angle 2 = \angle 3$. Из этих двух равенств следует, что $\angle 1 = \angle 3$. Но углы 1 и 3 — накрест лежащие, поэтому прямые a и b параллельны. Теорема доказана.

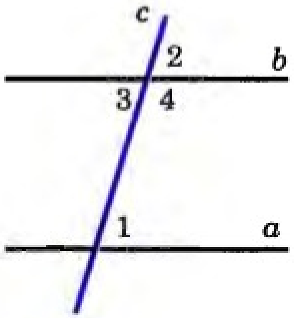
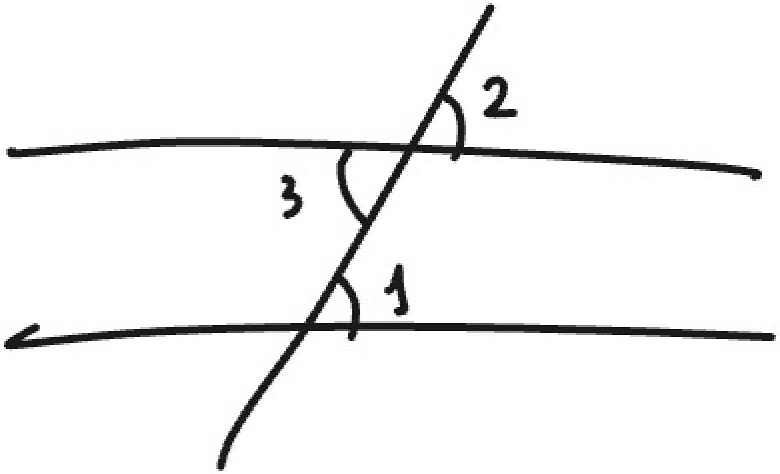


Рис. 102



$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 2 = \angle 3$ (т.к. вертик)

$\boxed{\angle 1 = \angle 3 \text{ (т.к. н.л)}}$

$a \parallel b$

Теорема

Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180°, то прямые параллельны.

Доказательство

Пусть при пересечении прямых a и b секущей c сумма односторонних углов равна 180°, например $\angle 1+\angle 4=180°$ (см. рис. 102).

Так как углы 3 и 4 — смежные, то $\angle 3+\angle 4=180°$. Из этих двух равенств следует, что накрест лежащие углы 1 и 3 равны, поэтому прямые a и b параллельны. **Теорема доказана.**

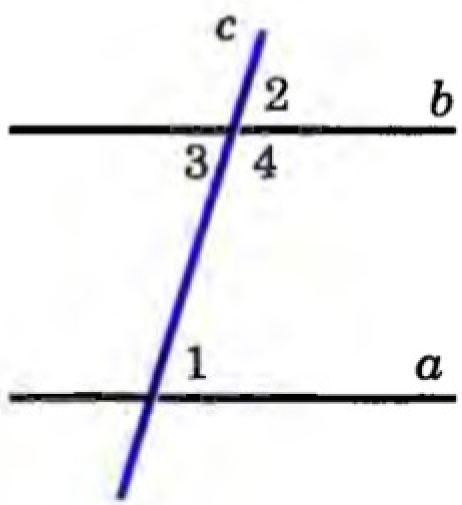
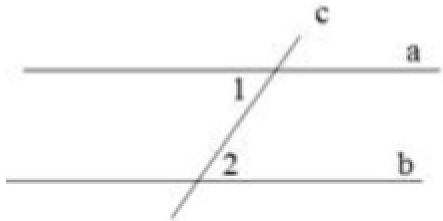


Рис. 102

1. На рисунке прямые a и b параллельны, угол 1 равен 28^0. Найдите угол 2.

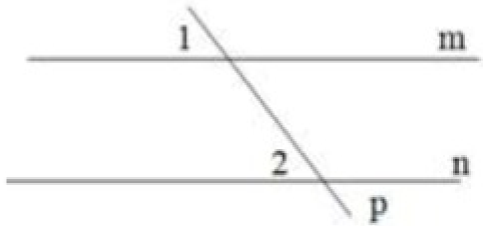


$\angle 2 = \angle 1$

$\angle 2 = 28^\circ$

накрест лежащие углы

2. На рисунке прямые m и n параллельны, угол 1 равен 56°. Найдите угол 2.

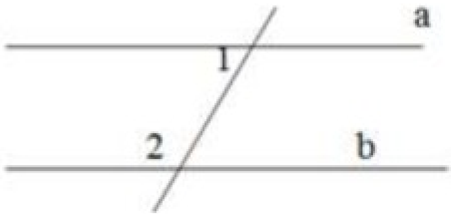


$\angle 2 = \angle 1$

$\angle 2 = 56^\circ$

соответственные углы

3. На рисунке прямые a и b параллельны, угол 1 равен 38°. Найдите угол 2.



$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

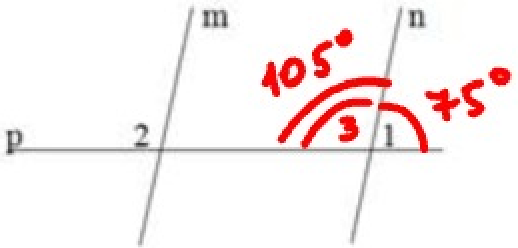
$38^\circ + \angle 2 = 180^\circ$

$\angle 2 = 142^\circ$

односторонние углы

4. На рисунке прямые m и n параллельны, угол 1 равен 75°. Найдите угол 2.

развернутый

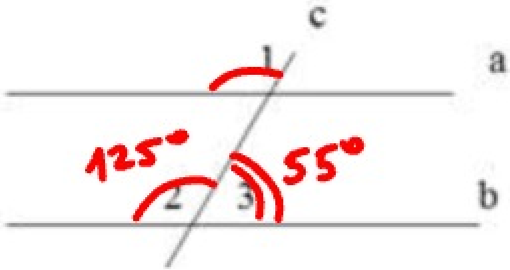


$\angle 3$ и $\angle 2$ - соответ.

$\Downarrow$

$\angle 3 = \angle 2 = 105^\circ$

5. На рисунке прямые a и b параллельны, $\angle 1 + \angle 2 = 250^\circ$. Найдите угол 3.



$\angle 1$ и $\angle 2$ – соответ. $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$

$$\underbrace{\angle 1 + \angle 2 = 250^\circ}$$

$\angle 1 = 125^\circ$

$\angle 2 = 125^\circ$