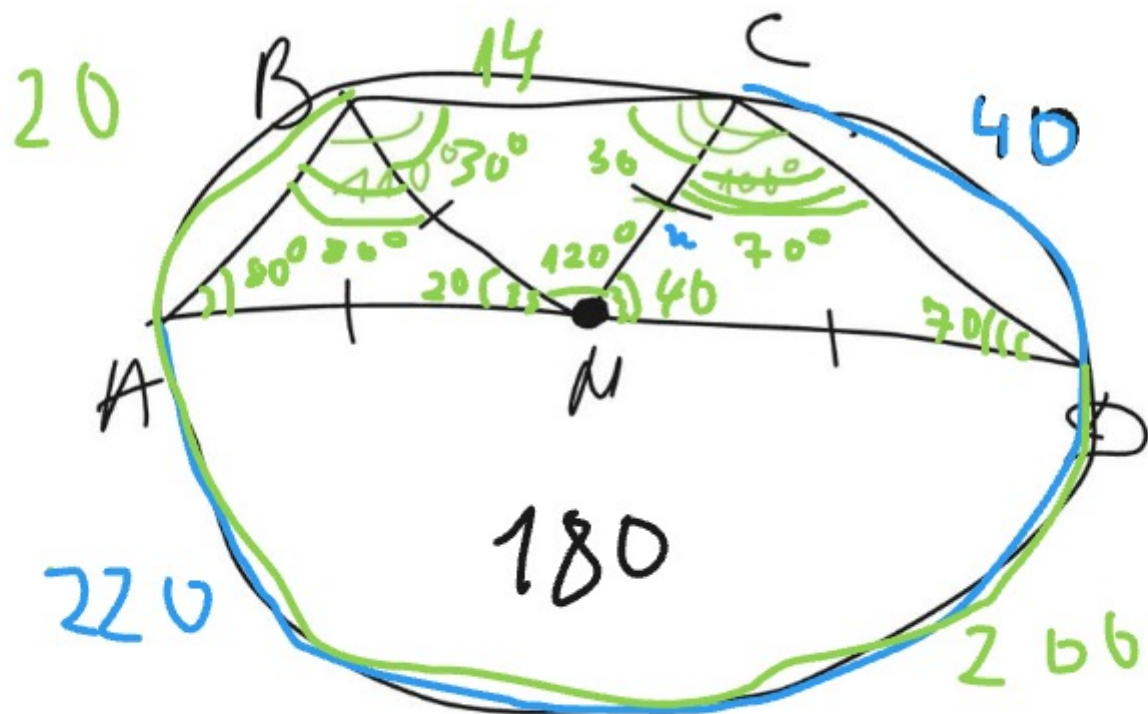
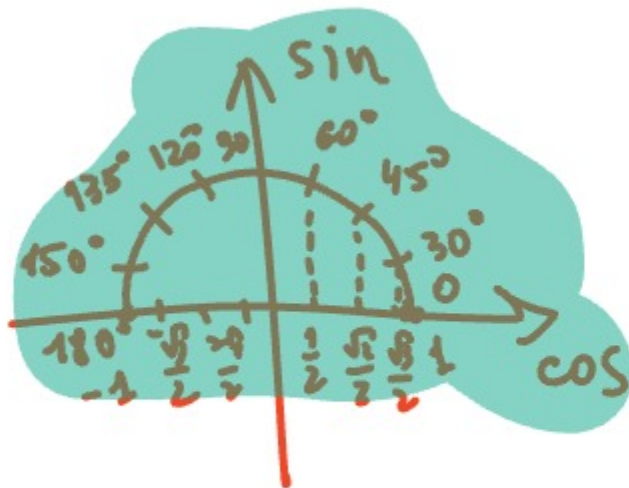
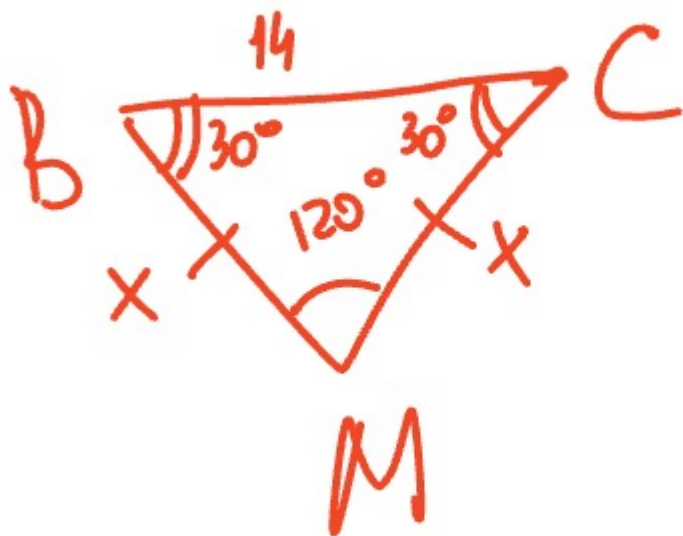


Середина  $M$  стороны  $AD$  выпуклого четырёхугольника  $ABCD$  равноудалена от всех его вершин. Найдите  $AD$ , если  $BC = 14$ , а углы  $B$  и  $C$  четырёхугольника равны соответственно  $110^\circ$  и  $100^\circ$ .





$$BC^2 = BM^2 + CM^2 - 2 \cdot BM \cdot CM \cdot \cos 120^\circ$$

$$196 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

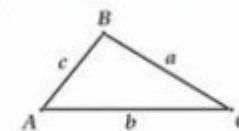
$$- \left[ x^2 - x^2 = -196 \right]$$

$$- 3x^2 = -196$$

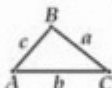
$$x^2 = \frac{196}{3}$$

$$x = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

## ТЕОРЕМЫ СИНУСОВ И КОСИНУСОВ



**Теорема синусов:**  
Стороны произвольного треугольника прямо пропорциональны синусам противолежащих углов

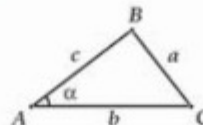
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$


Пример: Дан треугольник ABC:

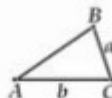
$a = BC = 5$  см,  $c = AB = 3$  см,  $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Найти:  $\sin C$

Решение:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{3}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{5} = \frac{3\sqrt{2}}{10}$



**Теорема косинусов:**  
Квадрат стороны произвольного треугольника равен сумме квадратов длин двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$


Пример: Дан треугольник ABC:

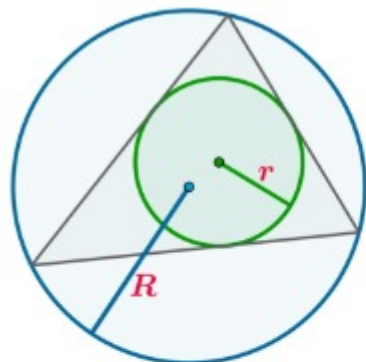
$a = BC = 4$  см,  $b = AC = 5$  см,  $\cos C = \frac{1}{2}$

Найти:  $AB$

Решение:  $AB^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 16 + 25 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 21$   
 $AB = \sqrt{21}$

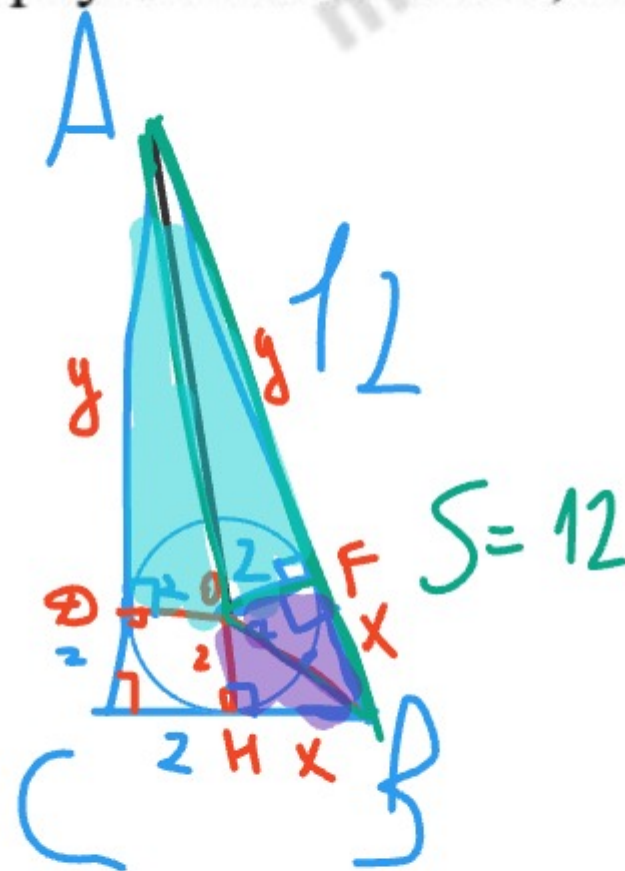
В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь треугольника  $ABC$ , если  $AB = 12$ .

$$S = \frac{AC \cdot CB}{2}$$



$$1. S_{\Delta} = p \cdot r$$

$$2. S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$$



Площадь прямоугольного треугольника равна  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ . Один из острых углов равен  $30^\circ$ . Найдите длину катета, прилежащего к этому углу.

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$$

$$\frac{8\sqrt{3}}{3} = k^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$k^2 = \frac{8\sqrt{3} \cdot 2}{3 \cdot \sqrt{3}}$$

$$k^2 = \frac{16}{3}$$

$$k = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$AC = \left( \frac{8}{\sqrt{3}} \right) - \left( \frac{4}{\sqrt{3}} \right)^2 =$$

$$= \frac{64 - 16}{3}$$

$$AC = \sqrt{16} = 4$$

