25.01.2024 (четверг)

$$\log_a b = x$$

число, которое логарифмируется

основание логарифма

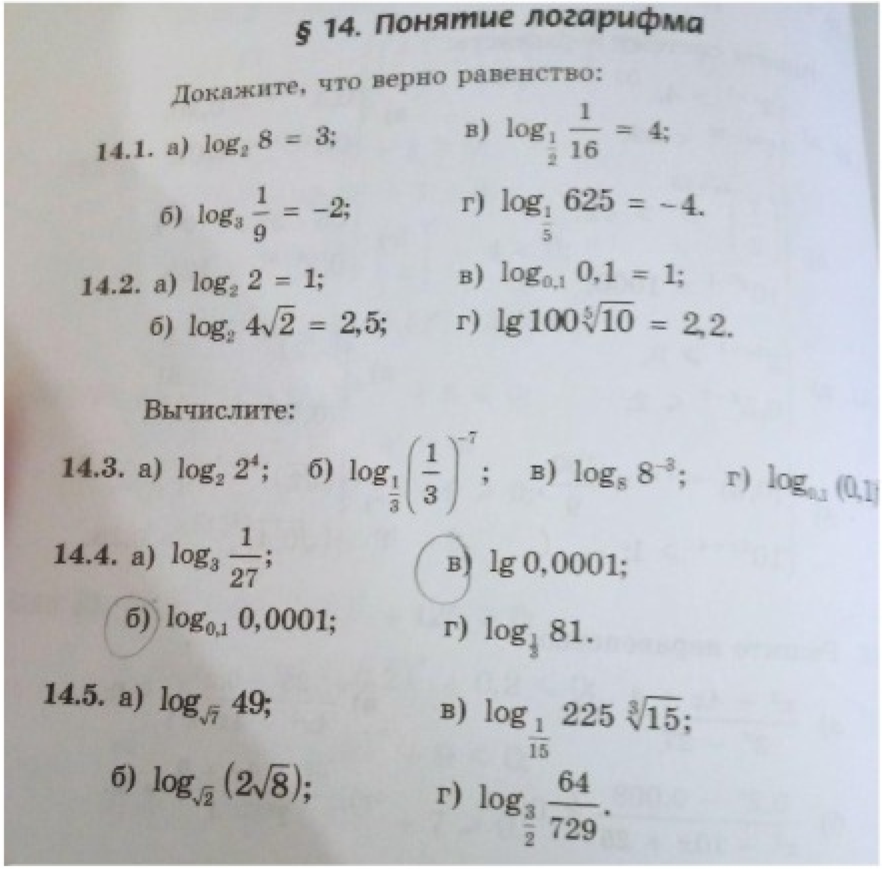
$$a^x = b$$

$$\log_2 8 = x$$

$$2^x = 8$$

$$x = 3$$

Свойство	Пример
$\log_a b^m = m \log_a b$	$\log_2 3^5 = 5 \log_2 3$
$\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b$	$\log_{2^3} 5 = \frac{1}{3} \log_2 5$
$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$	$\log_{2^3} 5^7 = \frac{7}{3} \log_2 5$
$\log_a b + \log_a c = \log_a (b*c)$	$\log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 (3*5)$
$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$	$\log_2 3 - \log_2 5 = \log_2 \frac{3}{5}$
$\log_a a = 1$	$\log_2 2 = 1$
$\log_a 1 = 0$	$\log_2 1 = 0$
$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$	$\log_2 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 2}$
$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$	$\log_2 3 = \frac{1}{\log_3 2}$
$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$	$2^{\log_5 3} = 3^{\log_5 2}$


§ 14. Понятие логарифма

Докажите, что верно равенство:

14.1. а) $\log_2 8 = 3$; в) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4$;

б) $\log_3 \frac{1}{9} = -2$; г) $\log_{\frac{1}{5}} 625 = -4$.

14.2. а) $\log_2 2 = 1$; в) $\log_{0,1} 0,1 = 1$;

б) $\log_2 4\sqrt{2} = 2,5$; г) $\lg 100\sqrt[5]{10} = 2,2$.

Вычислите:

14.3. а) $\log_2 2^4$; б) $\log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^{-7}$; в) $\log_8 8^{-3}$; г) $\log_{0,1} (0,1)$

14.4. а) $\log_3 \frac{1}{27}$; в) $\lg 0,0001$;

б) $\log_{0,1} 0,0001$; г) $\log_{\frac{1}{3}} 81$.

14.5. а) $\log_{\sqrt{7}} 49$; в) $\log_{\frac{1}{15}} 225\sqrt[3]{15}$;

б) $\log_{\sqrt{2}} (2\sqrt{8})$; г) $\log_{\frac{3}{2}} \frac{64}{729}$.

№ 14.4

б) $\log_{0,1} 0,0001 =$

$= \log_{0,1} 0,1^4 = 4\log_{0,1} 0,1 = 4$

в) $\lg 0,0001 =$

$= \log_{10} 0,0001 =$

$= 4\underbrace{\log_{10} 0.1} = -4$

$10^x = 0,1$

$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

№ 14.6

$\sqrt[2]{x^1} = x^{\frac{1}{2}}$

$4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2,5}$

б) $\log_{0,5} \frac{1}{4\sqrt{2}} =$

$0,5 = \frac{1}{2} = 2^{-1}$

$= \log_{0,5} 1 - \log_{0,5} 4\sqrt{2} =$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$= -\log_{0,5} 4\sqrt{2} =$

$5^{-60} = \frac{1}{5^{60}}$

$= -\log_{0,5} 4 \cdot 2^{\frac{1}{2}} =$

$= -\log_{2^{-1}} 2^{\frac{5}{2}} = -\frac{5}{2} : (-1) \cdot \log_2 2 = \frac{5}{2} \cdot 1 = \frac{5}{2}$

$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$

$\log_a a = 1$

2) $\lg \frac{1}{\sqrt[3]{10}} =$

$= \log_{10} \frac{1}{10^{\frac{1}{3}}} =$

$= \log_{10} 10^{-\frac{1}{3}} =$

$= -\frac{1}{3} \underbrace{\log_{10} 10}_{= 1} = -\frac{1}{3}$

$\sqrt[3]{10^1} = 10^{\frac{1}{3}}$

$\boxed{\frac{1}{10^{\frac{1}{3}}} = 10^{-\frac{1}{3}} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

$\log_a b^m = m \log_a b$

№ 14.8

б) $\log_5 \dfrac{5^{\sqrt{3}} \cdot 5^{2-\sqrt{3}}}{(5^{\sqrt{3}})^2 \cdot 5} = \log_5 5^{1-2\sqrt{3}} =$

$= 1-2\sqrt{3}$

$$\frac{5^{\sqrt{3}} \cdot 5^{2-\sqrt{3}}}{(5^{\sqrt{3}})^2 \cdot 5} = \frac{5^{\sqrt{3}} \cdot 5^{2-\sqrt{3}}}{5^{2\sqrt{3}} \cdot 5^{1}} = \frac{5^{\cancel{\sqrt{3}}+2-\cancel{\sqrt{3}}}}{5^{2\sqrt{3}+1}} =$$

$= 5^{2-2\sqrt{3}-1} = 5^{1-2\sqrt{3}}$

в) $\log_2 \frac{2^{9,5} \cdot 2^{-0,7}}{(2^{-0,2})^4} = \log_2 2^{9,6} = 9,6$

$$\frac{2^{9,5} \cdot 2^{-0,7}}{(2^{-0,2})^4} = \frac{2^{8,8}}{2^{-0,8}} = \cdot 2^{8,8+0,8} = 2^{9,6}$$

№ 14.9

б) $\log_5 (\sqrt[3]{6}-1)(\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{6}+1)=\log_5 5=1$

$$(\sqrt[3]{6}-1)(\sqrt[3]{36}+\sqrt[3]{6}+1)=$$

$$=\sqrt[3]{\underbrace{36\cdot 6}_{216}}+\cancel{\sqrt[3]{36}}+\cancel{\sqrt[3]{6}}-\cancel{\sqrt[3]{36}}-\cancel{\sqrt[3]{6}}-1=$$

$$=\sqrt[3]{216}-1=6-1=5$$

в) $\log_{0,2}(\sqrt{32}+\sqrt{7})(\sqrt{32}-\sqrt{7}) = 2\log_{0,2} 5 =$

$= 2\log_{5^{-1}} 5 = \frac{2}{-1} \cdot 1 = -2$

$(\sqrt{32}+\sqrt{7})(\sqrt{32}-\sqrt{7}) = (\sqrt{32})^2 - (\sqrt{7})^2 = 25$

$0,2 = \frac{\cancel{2}^{\,1}}{\cancel{10}\,5} = \frac{1}{5} = 5^{-1}$

№ 14.10

б) $\log_5 \dfrac{3^9-8}{3^6+2\cdot 3^3+4} = \log_5 5^2 =$

$= 2\log_5 5 = 2$

$$\frac{3^9-8}{3^6+2\cdot 3^3+4} = \frac{27^3-8}{3^3(3^3+2)+4} =$$

$$= \frac{27^3-8}{27\cdot 29+4} = \frac{27\cdot 27\cdot 27-8}{27\cdot 29+4}$$

25