Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

Отчёт по лабораторной работе № 1

Дисциплина: Вычислительная математика

Выполнил студент гр. 3530901/10003 _____ Я.А. Иванов
(подпись)

Руководитель _____ В.Н. Цыган
(подпись)

“27” марта 2023 г.

Санкт-Петербург
2023

Оглавление

Задание:

Вариант 24:

В А Р И А Н Т 24

Для $1 \le x \le 3$ с шагом h=0.2 вычислить значения функции f(x) с использованием программы **QUANC8**, где $f(x) = \int_0^x \sqrt{t}\sin(t)dt$. По полученным точкам построить сплайн-функцию и полином Лагранжа 10-й степени. Сравнить значения сплайн-функции и полинома с точным значением f(x) (вычислить интеграл по QUANC8 с высокой точностью) в точках x_k=1.1+0.2k для k=0,1,…9.

Инструменты:

Для работы был выбран язык программирования Python версии 3.09 ввиду наличия необходимых библиотек для выполнения поставленной задачи, а именно:

- NumPy – для большей скорости расчетов
- SciPy – для функций расчета интерполяции и интеграла
- pandas – для красивого вывода в консоль таблицы
- MatplotLib – для вывода графиков

Ход выполнения работы:

Порядок действий:

Поставленное задание легко можно разбить на две глобальные задачи:

1. Вычислим значение функции при помощи QUANC8 и по полученным точкам построим сплайн-функцию и полином Лагранжа 10-й степени
2. Вычислим значения в точках xk=1.1+0.2k в QUANC8 с высокой точностью и в сплайн-функции и полиноме и вычисление погрешности
3. Отображение полученных данных

Первая задача:

Зададим исходную функцию

```
def f(t):
    return np.sqrt(t) * np.sin(t)
```

Зададим x в интервале [1, 3] с шагом 0.2 при помощи библиотеки NumPy

```
x_values = np.arange(1, 3.2, 0.2)
```

Вычислим значение функции при помощи QUANC8 и сохраним результат в integral_values. В языке python нет готовой реализации QUANC8, однако в библиотеке SciPy есть ее аналог.

```
for i, x in enumerate(x_values):
    integral_values[i], error = quad(f, 0, x, limit=30)
```

В переменной integral_values находятся точки, вычисленные при помощи QUANC8. На основе этих точек построим функции:

```
spline_func = interp1d(x_values, integral_values, kind='cubic')
lagrange_poly = P.Polynomial.fit(x_values, integral_values, 10)
```

Выполнение первой задачи завершено

Вторая задача:

Выполнив первый пункт у нас есть сплайн-функция и полином Лагранжа. Теперь сравним результат из работы со значениями QUANC8 с повышенной точностью. Для этого зададим x_k = 1.1+0.2k где k=0,1,2,…,9

```
xk_values = np.arange(1.1, 3.0, 0.2)
```

Повторно вызовем QUANC8, но на этот раз увеличим limit до 50.

```
quanc8_values = np.zeros(len(xk_values))
for i, x in enumerate(xk_values):
    quanc8_values[i], error = quad(f, 0, x, limit=50)
```

И вычислим значение в сплайн-функции и полиноме Лагранжа:

```
spline_values = spline_func(xk_values)
lagrange_values = lagrange_poly(xk_values)
```

Вычислим погрешность:

```
spline_errors = np.abs(spline_values - quanc8_values)
lagrange_errors = np.abs(lagrange_values - quanc8_values)
```

Теперь можно переходить к выводу результатов работы программы.

Третья задача

Для начала выведем результаты в виде таблицы. Для этого воспользуемся библиотекой pandas.

```
results = pd.DataFrame({
    'xk': xk_values,
    'QUANC8 value': quanc8_values,
    'Spline value': spline_values,
    'Lagrange value': lagrange_values,
    'Spline error': spline_errors,
    'Lagrange error': lagrange_errors
})

print(results.to_string(index=False))
```

Вывод:

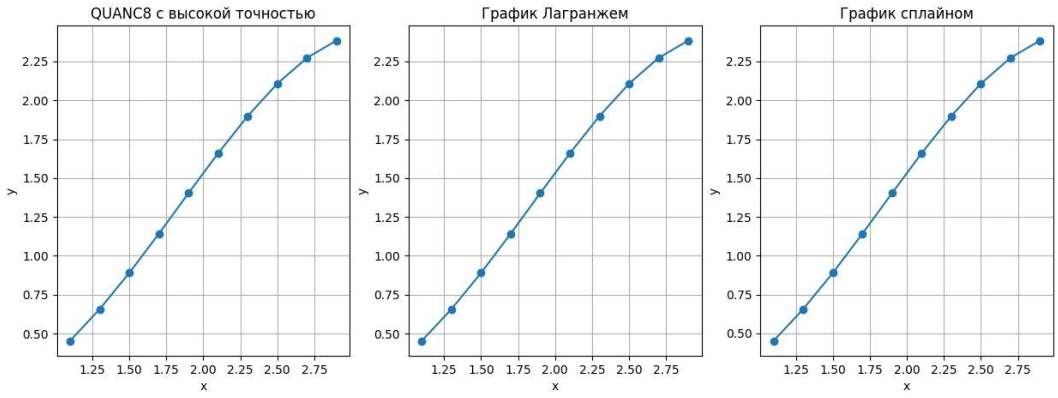
xk	QUANC8 value	Spline value	Lagrange value	Spline error	Lagrange error
1.1	0.453081	0.453013	0.453081	6.803166e-05	4.500999e-09
1.3	0.656992	0.657018	0.656992	2.663262e-05	6.298331e-10
1.5	0.889802	0.889801	0.889802	3.669581e-07	1.659812e-10
1.7	1.142206	1.142211	1.142206	4.979426e-06	7.000067e-11
1.9	1.402991	1.402993	1.402991	1.295905e-06	4.411138e-11
2.1	1.659626	1.659627	1.659626	3.915170e-07	4.037815e-11
2.3	1.898913	1.898910	1.898913	3.181653e-06	5.362844e-11
2.5	2.107675	2.107676	2.107675	1.027971e-06	1.059361e-10
2.7	2.273455	2.273433	2.273455	2.284447e-05	3.560743e-10
2.9	2.385184	2.385242	2.385184	5.869897e-05	2.012869e-09

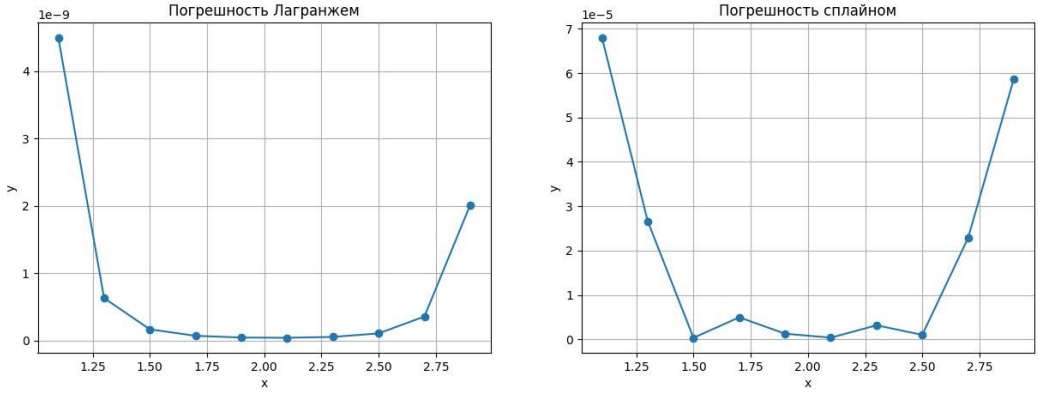
Далее представим графики значений функций, затем графики погрешности. Для этого воспользуемся библиотекой matplotlib:

```
def print_graph(x, y, title, id, count_graphs):
    plt.subplot(1, count_graphs, id)
    plt.xlabel('x')
    plt.ylabel('y')
    plt.grid()
    plt.title(title)
    plt.plot(x, y, '-o')
plt.figure(figsize=(15, 5))
print_graph(xk_values, quanc8_values, 'QUANC8 с высокой точностью', 1, 3)
print_graph(xk_values, lagrange_values, 'График Лагранжем', 2, 3)
print_graph(xk_values, spline_values, 'График сплайном', 3, 3)
plt.savefig("Graphs.jpg")
plt.show()

plt.figure(figsize=(15, 5))
print_graph(xk_values, lagrange_errors, 'Погрешность Лагранжем', 1, 2)
print_graph(xk_values, spline_errors, 'Погрешность сплайном', 2, 2)
plt.savefig("Error.jpg")
plt.show()
```

На экран поочерёдно будут выведены следующие изображения:





Вывод:

В ходе работы я ознакомился с аналогами QUANC8, SPLINE, полином Лагранжа на языке Python и получил опыт работы с ними, так же научились обрабатывать исключительные ситуации, как во втором задании. По результатам работы видно, что полином Лагража имеет меньшую погрешность, чем сплайн-функция при построении по точкам QUANC8.

Ссылки:

Листин кода на github: https://github.com/vitaya-para/lab1_2023/blob/main/main.py