

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Институт компьютерных наук и технологий  
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

## **Отчёт по лабораторной работе № 2**

Дисциплина: Вычислительная математика

Выполнил студент гр. 3530901/10003 \_\_\_\_\_ Я.А. Иванов  
(подпись)

Руководитель \_\_\_\_\_ В.Н. Цыган  
(подпись)

“27” марта 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

## Оглавление

<b>Задание:</b> .....	<b>2</b>
<b>Инструменты:</b> .....	<b>2</b>
<b>Ход выполнения работы:</b> .....	<b>2</b>
<i>Порядок действий:</i> .....	2
<i>Первая задача:</i> .....	2
<i>Вторая задача:</i> .....	2
Третья задача.....	3
<b>Вывод:</b> .....	<b>5</b>
<b>Ссылки:</b> .....	<b>5</b>

## Задание:

### ВАРИАНТ 24

Написать процедуру вычисления матрицы  $Q$  и вектора  $z$  по заданным числам  $N, x, y, \alpha, g_k$  где

$$Q = \begin{pmatrix} \alpha & x & x & \dots & x \\ y & \alpha & x & \dots & x \\ y & y & \alpha & \dots & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y & y & y & \dots & \alpha \end{pmatrix}, \quad z_i = y \sum_{k=1}^{i-1} g_k + \alpha g_i + x \sum_{k=i+1}^N g_k$$

Решить систему уравнений  $Qw = z$  с помощью **DECOMP** и **SOLVE**, если  $N=6, \alpha=4, x=4+\gamma, y=4-\gamma, g_k=2^{k-4}$  при следующих значениях параметра  $\gamma$ : 1.0; 0.5, 0.25, 0.125. Так как  $g_k$  - компоненты вектора **точного** решения (убедиться в этом!), использовать  $g$  для оценки погрешности по формуле:

$$\|w - g\| / \|g\|, \text{ где } \|g\| = \sum_{k=1}^N |g_k|. \text{ Объяснить результаты.}$$

Предусмотреть вычисление и вывод числа обусловленности *cond* матрицы  $Q$ .

### Вариант 24:

## Инструменты:

Для работы был выбран язык программирования Python версии 3.09 ввиду наличия необходимых библиотек для выполнения поставленной задачи, а именно:

- NumPy – для большей скорости расчетов
- pandas – для красивого вывода в консоль таблицы
- Matplotlib – для вывода графиков

## Ход выполнения работы:

Установим константы в соответствии с условиями задачи:

```
# устанавливает размерность матрицы Q и вектора z.
N = 6
# устанавливает значение элемента a матрицы Q
a = 4
# устанавливает значения параметра gamma, для которых нужно решить систему уравнений.
gamma_values = [1.0, 0.5, 0.25, 0.125]
создает матрицу Q и вектор z
Q = numpy.zeros((N, N))
z = numpy.zeros(N)
```

заполняет матрицу Q соответствующими значениями из заданных формул.

```
x = 4 + gamma
y = 4 - gamma
g = [2 ** (k - 4) for k in range(1, N + 1)]

for i in range(N):
    z[i] = y * sum(g[:i]) + a * g[i] + x * sum(g[i + 1:])
    for j in range(N):
        if i > j:
            Q[i][j] = y
        elif i == j:
            Q[i][j] = a
        else:
            Q[i][j] = x
```

вычисляет числа обусловленности матрицы Q.

```
cond = numpy.linalg.cond(Q)
P, R = numpy.linalg.qr(Q)
```

использует для решения системы уравнений  $Qw = z$  с помощью метода LU-разложения

```
w = numpy.linalg.solve(R, numpy.dot(P.T, z))
```

Выполним оценку погрешности по формуле и сохраним результат

```
error = numpy.linalg.norm(w - g) / numpy.linalg.norm(g)
# добавляет данные о текущем значении gamma в соответствующие списки
plot_data["gamma"].append(gamma)
plot_data["cond"].append(cond)
plot_data["error"].append(error)
```

Перейдём к представлению результатов:

```
# Построение таблицы
results = pd.DataFrame({
    'Gamma': plot_data["gamma"],
    'cond(Q)': plot_data["cond"],
    'Error': plot_data["error"]
})

print(results.to_string(index=False))

# Построение графика
plt.plot(plot_data["gamma"], plot_data["cond"], label="cond(Q)")
plt.plot(plot_data["gamma"], plot_data["error"], label="Error")
plt.xlabel("Gamma")
plt.legend()
plt.savefig("img.jpg")
plt.show()
```

Вывод программы:

Таблица:

Gamma	cond(Q)	Error
1.000	599.188026	9.792577e-15
0.500	2327.296157	6.435579e-15
0.250	9239.323984	3.065154e-13
0.125	36887.330993	1.168568e-12

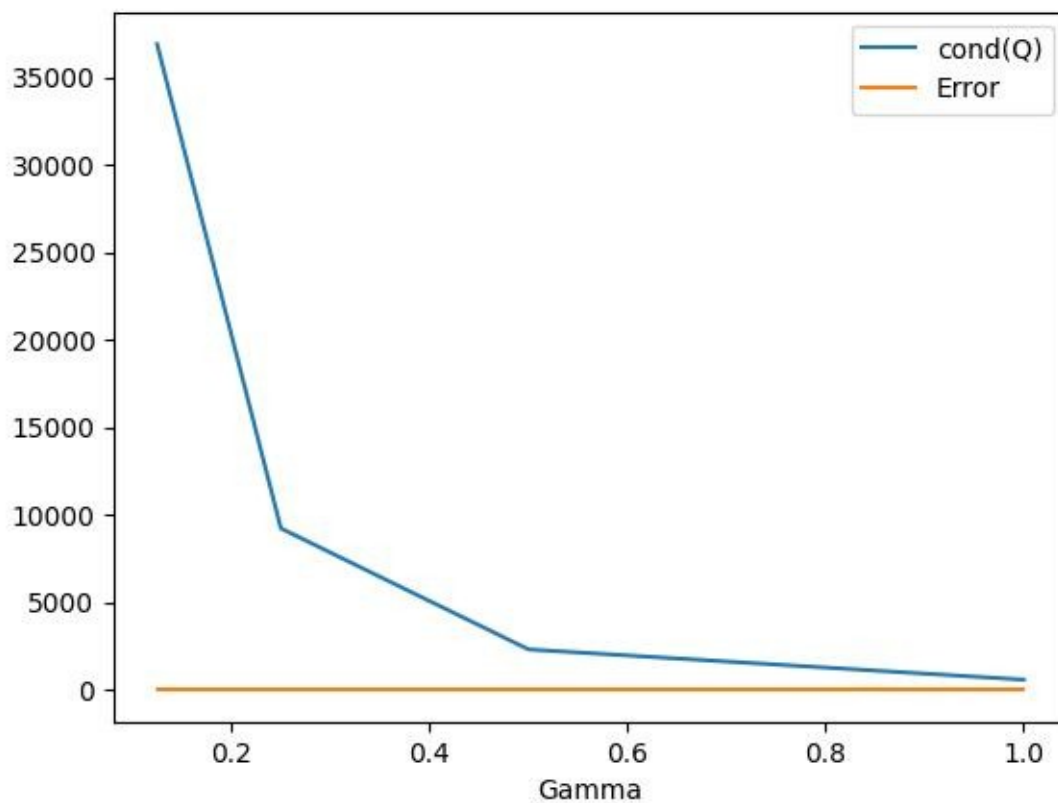


График:

## Вывод:

Из данной работы можно сделать вывод, что числа обусловленности матрицы могут сильно варьироваться в зависимости от выбранного параметра гамма, что может повлиять на точность решения системы уравнений. В данном конкретном примере, при значениях гамма, близких к 1, числа обусловленности матрицы  $Q$  были крайне большими, что привело к большой относительной погрешности решения системы уравнений.

## Ссылки:

Листин кода на github: [https://github.com/vitaya-para/lab2\\_2023/blob/main/main.py](https://github.com/vitaya-para/lab2_2023/blob/main/main.py)