Урок 4.

1 Найти область определения ф.

$f(x) = \ln(x+2)$

Из определения ln как площади под кривой $y = \frac{1}{x}$ => что ln определён для положительных чисел. => $x + 2 > 0$

$x > -2$

$f(x) \ni (-2; +\infty)$

2. Найти множество значений ф.

а) $f(x) = 2x^2$

б) $f(x) = 3 - 5\cos x$

а) $2x^2 = 0.$

$x = 0.$

x	0	1	-1	-2	2
y	0	2	2	8	8

$y \geq 0.$ $E(f) = [0; +\infty)$

б) $\cos x \to [-1; 1]$

$-5 \leq -5\cos x \leq 5$

$-2 \leq 3 - 5\cos x \leq 8$

$E(f) : [-2; 8]$

3. Построить график функции

а) $y = x^2 + 4x + 3$

б) $y = -2 \sin 3x$

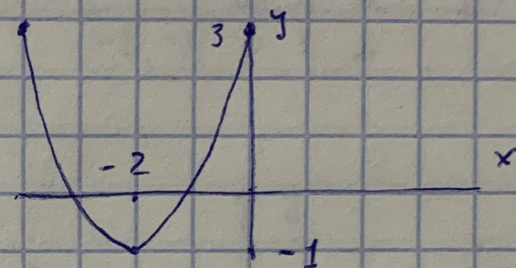
в) $y = |\{x\} - \frac{1}{2}|$

а) Точка экстремума $2x + 4 = 0$

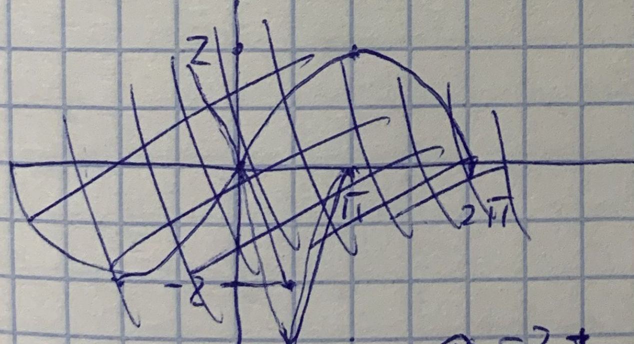
$x = -2$

min

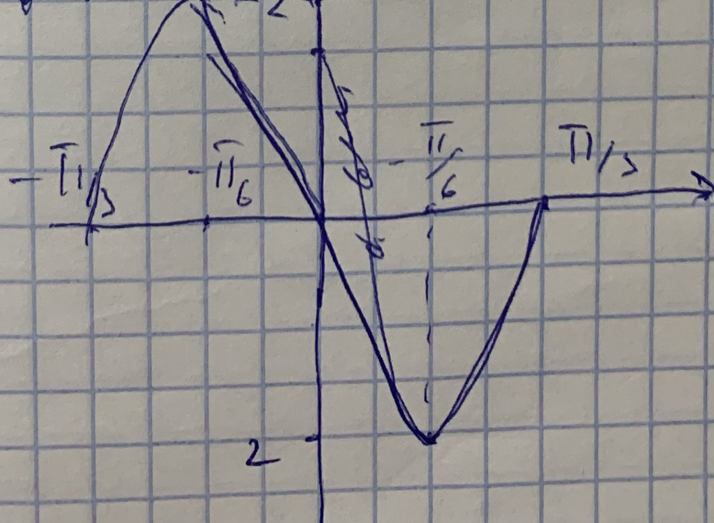
x	-4	-2	0
y	3	-1	3



б) $-2 \le -2\sin 3x \le 2$ $\quad T : \pi$



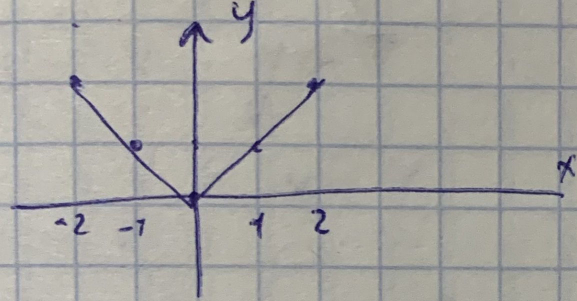
x :	$-\pi/3$	0	$-\pi/6$
y :	0	0	2



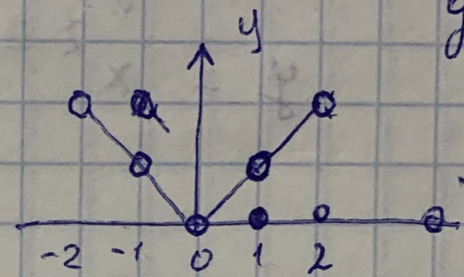
в) $y = \left|\{x\} - \frac{1}{2}\right|$

$\{x\}$ - дробные значения, не включая целые.

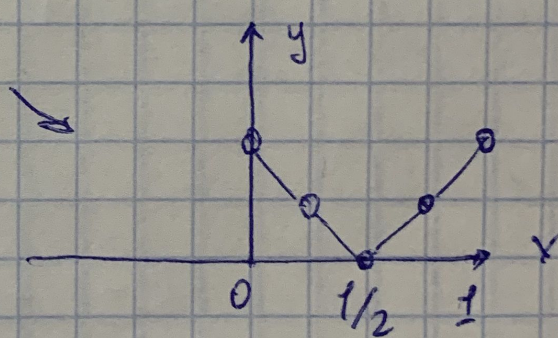
$y = |x|$



$y = |\{x\}|$



$y = \left|\{x\} - \frac{1}{2}\right|$



4 Найти обратную функцию

а) $y = x - 1$

б) $y = \sqrt{x}$

а) $x = y - 1$

$y = x + 1$

б) $x = \sqrt{y}$

$y = x^2$

5 Найти пределы

1) $\lim\limits_{x \to -2} (5x^2 + 2x - 1) = 5 \lim\limits_{x \to -2} x^2 + 2 \lim\limits_{x \to -2} x - 1$

$= 5 \cdot 4 + 2 \cdot (-2) - 1 = 15$

2) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{x^2 - x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x - 1} = -1$

3) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 25} = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{\cancel{(x-5)}(x-1)}{\cancel{(x-5)}(x+5)} =$

$= \frac{+4}{10} = \frac{2}{5}$

4) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3 + x + 2}{x^3 + 1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \frac{\frac{d}{dx}[3x^2 + 1]}{\frac{d}{dx} 3x^2} = \frac{4}{3}$

По правилу Лопиталя

5) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1} = \left[\frac{0}{0}\right] =$

$= \frac{(\sqrt{2x+3} - 3)(\sqrt{2x+3} + 3)}{(\sqrt{x-2} - 1)(\sqrt{2x+3} + 3)}$

$(\sqrt{2x+3} - 3)(\sqrt{2x+3} + 3) = 2x + 3 - 9 = 2x - 6$

$\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{2x+3} + 3\sqrt{x-2} - \sqrt{2x+3} - 3 =$

$(x-2)(2x+3) + 3\sqrt{x-2} - \sqrt{2x+3} - 3 =$

5) $$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{\sqrt{x-2} - 1} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

1) $$\left(\sqrt{2x+3} - 3\right) \cdot \left(\sqrt{2x+3} + 3\right) = 2(x-3$$

$$a_1 = \sqrt{2x+3} + 3 \qquad \frac{2(x-3)}{a_1}$$

2) $$\left(\sqrt{x-2} - 1\right)\left(\sqrt{x-2} + 1\right) =$$

$$a_2 = \sqrt{x-2} + 1$$

$$= x - 2 + \sqrt{x-2} - \sqrt{x-2} - 1 = x - 3$$

$$\frac{x-3}{a_2}$$

$$L = \lim_{x \to 3} \frac{2\cancel{(x-3)}\, a_2}{\cancel{x-3}\, a_1} = 2 \lim_{x \to 3} \frac{a_2}{a_1} =$$

$$= 2 \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

6) $\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2+4} - x = \infty - \infty =$

$$= \frac{\left(\sqrt{x^2+4} - x\right)\left(\sqrt{x^2+4} + x\right)}{\sqrt{x^2+4} + x} =$$

$$= \frac{x^2+4 + x\sqrt{x^2+4} - x\sqrt{x^2+4} - x^2}{\sqrt{x^2+4} + x} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{x^2+4} + x} = \frac{\overset{\to 0}{4/x^2}}{\sqrt{1+\underset{\to 0}{\frac{4}{x^2}}} + \underset{\to 0}{\frac{1}{x}}} = \frac{0}{1} = 0$$

7) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{\left(1-\left(1-2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)\right)}{x^2}$

$$= \frac{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2} = \lim_{x \to 0} \frac{2}{4}\left(\frac{\sin x/2}{x/2}\right)^2 =$$

/4

$\lim \frac{\sin x}{x} = 1$

$$= \frac{1}{2}$$

8) $\lim_{x \to 0} x \cdot tg x = x \cdot x + (o)x =$

$= 0$