

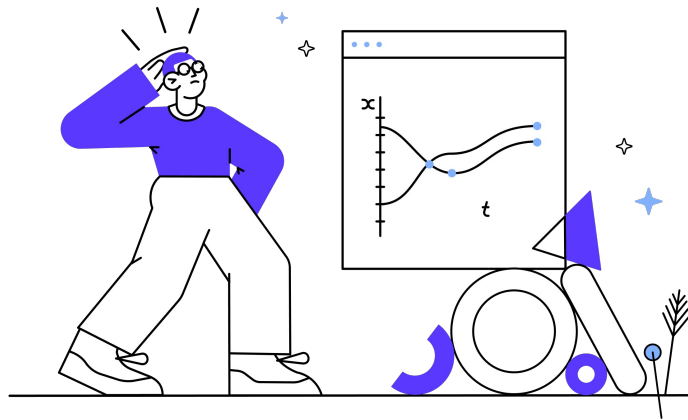


# Введение в математический анализ

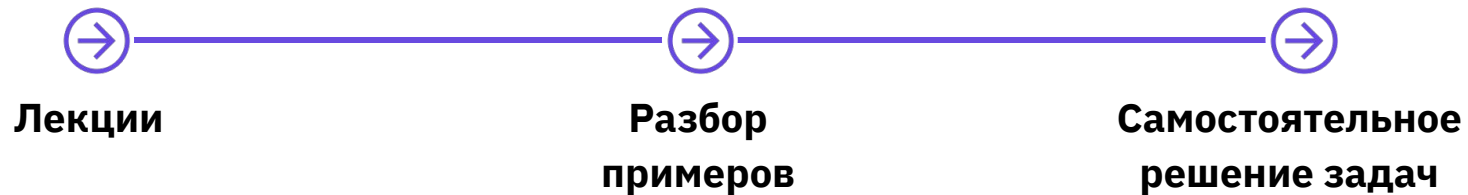
Вебинар 1. Организационная информация  
Необходимая база по математике

# Для чего нужен курс

- Изучить инструменты математического анализа.
- Применять полученные инструменты на практике. (например, в курсах “Методы оптимизации”, “Искусственные и нейронные сети” и других дисциплинах Data science).
- Читать научную литературу.
- Тренировать математическое мышление.



# Структура курса



# Рекомендации по прохождению курса

1. Выделить время на курс
2. Рекомендуется ставить видео на паузу и решать примеры самостоятельно прежде чем идти дальше
3. Вести конспект
4. Решать домашнее задание по частям.
5. Вопросы по не получившейся части задавать в чат группы или наставнику
6. ...



# Про домашнее задание:

- **ДЗ «на листочках»** можно просто фотографировать, чтобы не тратить своё время.
- Желательно прикреплять ДЗ одним или двумя файлами в формате pdf, jpeg или ipynb.
- Можно на google-диск, github или другой сервис с возможностью онлайн-просмотра.  
**Но не архивом!**
- Чтобы прикрепить ДЗ после срока сдачи, нужно предупредить меня, сделать скриншот разрешения и написать в техподдержку.



# Зачем нужна математика неспециалисту?

Математика — это способ правильно рассуждать. Как говорил Фейнман, «математика — это не только язык науки, это — сконцентрированный опыт точного мышления множества людей».

Виктор Васильев

Источник: [knife.media/viktor-vasilyev/](https://knife.media/viktor-vasilyev/)

**Хорошо, если ясно,  
как работает  
программа  
(нет эффекта  
«чёрного ящика»).**

**Иногда  
встречаются на  
собеседованиях  
( $2^{**}n$ ) и т. д.**

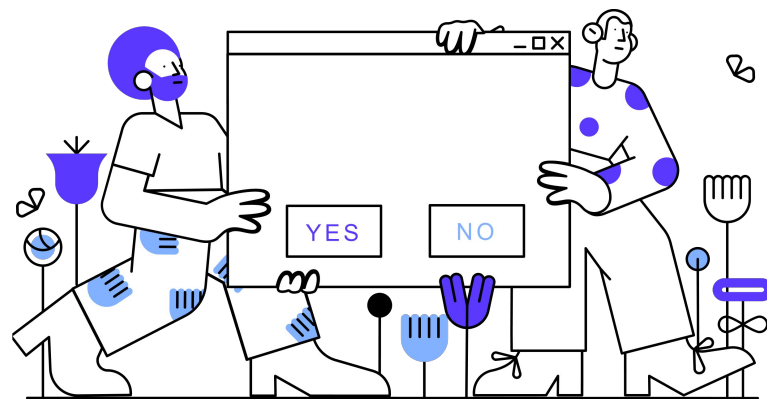
**Знание  
математики  
позволяет  
решать более  
интересные  
задачи.**

# Темы курса

- Множество. Последовательность.
- Функция. Предел функции.
- Производная функции одной переменной.
- Производная функции нескольких переменных.
- Интеграл. Ряды. Дифференциальные уравнения



# Тест-викторина



# Чему равно $a^0$

1

1

2

0

3

a

4

1 или 0

Чему равно  $(a^b)^c$

1

$$a^{b^c}$$

2

$$a^{bc}$$

3

$$a^{b+c}$$

# Если производная функции равна нулю:

1

Функция равна нулю в этой точке

2

Касательная к графику функции параллельна оси  $x$

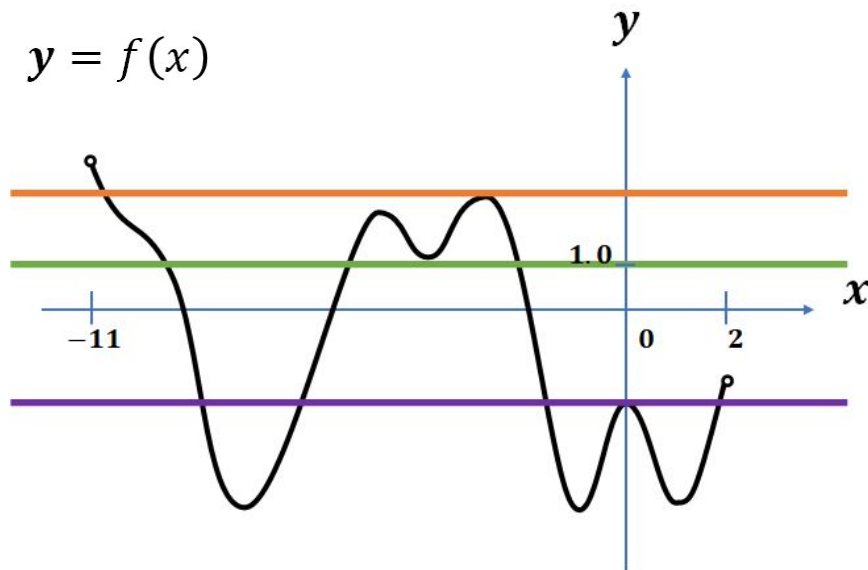
3

Функция принимает максимальное значение в этой точке

4

Функция принимает минимальное значение в этой точке

# Если производная функции равна нулю:



# Сколько существует замечательных пределов?

1

Два

2

Все пределы  
замечательны;

3

Один

# Сколько существует замечательных пределов?

**Первый замечательный предел**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

**Второй замечательный предел**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

# Полезные ресурсы

- Колесов, Романов «Элементарное введение в высшую математику» - учебник с задачами для начинающих
- [mathprofi.ru/](https://mathprofi.ru/) - высшая математика (разбор задач; задачи для самостоятельного решения; минимум теории)
- [polybook.ru/comma/](https://polybook.ru/comma/) - ОДУ, анализ данных, краевые задачи, нелинейная динамика
- [wolframalpha.com/](https://wolframalpha.com/) - программа для вычислений и анализа данных
- [t.me/physics\\_lib/](https://t.me/physics_lib/) - телеграм канал



# Учебники

- Фихтенгольц Г. «Основы математического анализа»
- Демидович Б. «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»
- Гоник Л. «Матан. Краткий курс в комиксах»
- Пухначёв Ю. «Семь семинаров по математическому анализу»

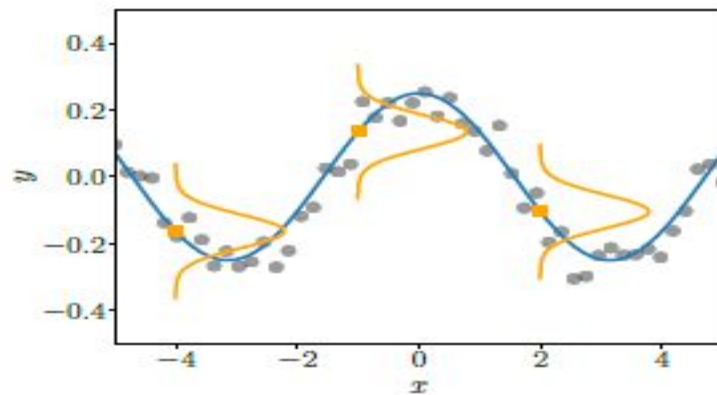
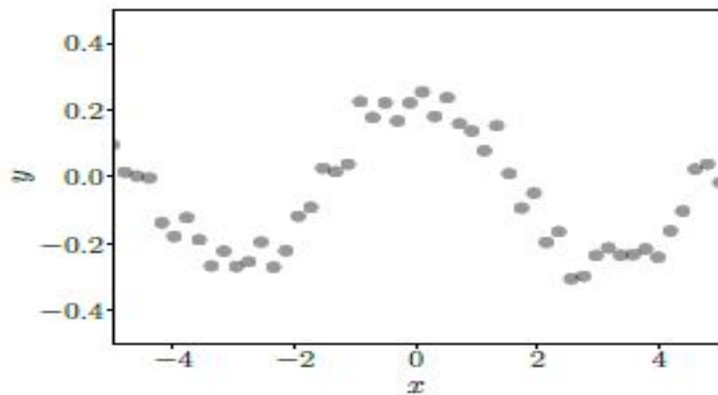
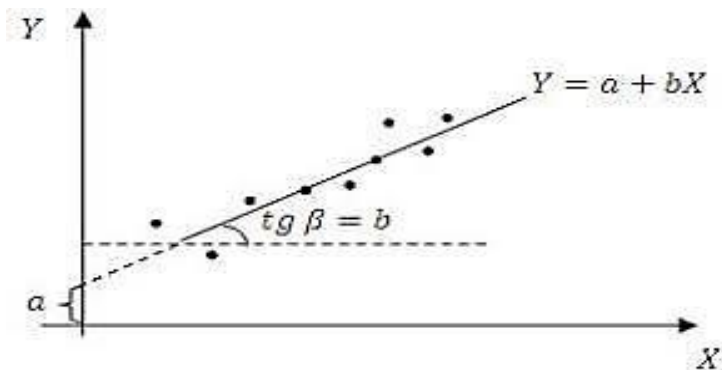
# Проблемы программных решений

1. ОДЗ (Область допустимых значений)
2. Пропущенные корни
3. Неточность
- ...

Как избежать таких проблем?

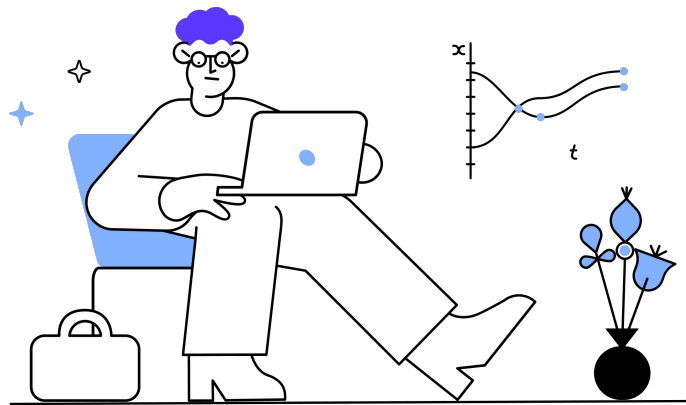
Проверять решение в других программах или вручную

# На примере МНК

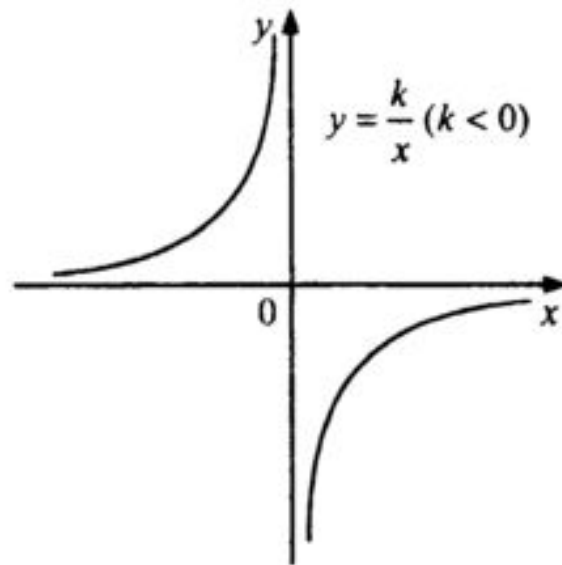
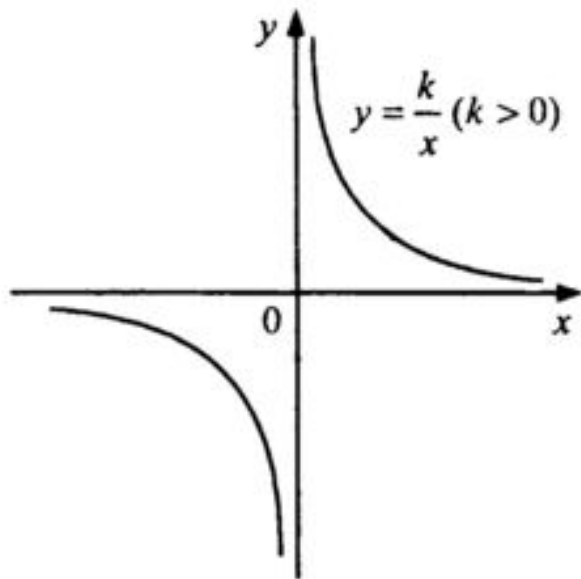


# Что понадобится из базовой математики

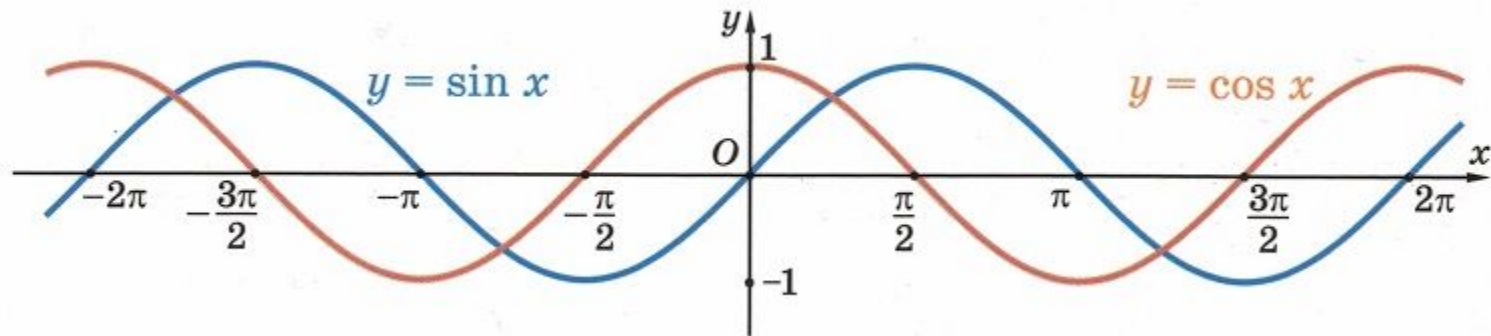
1. Графики функций
2. Решение уравнений и неравенств
3. Логарифмы (для дифференцирования некоторых функций и вычисления пределов).
4. Тригонометрические формулы
5. Формулы сокращенного умножения
6. ...



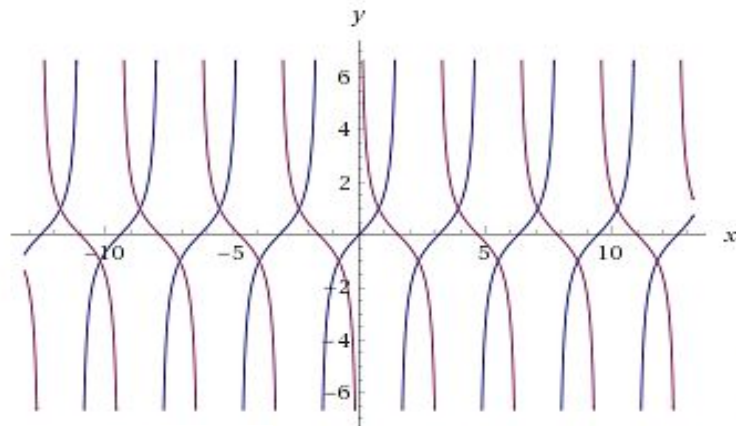
# Гипербола: $y = 1/x$



# Синус и косинус: $y=\sin(x)$ ; $y=\cos(x)$



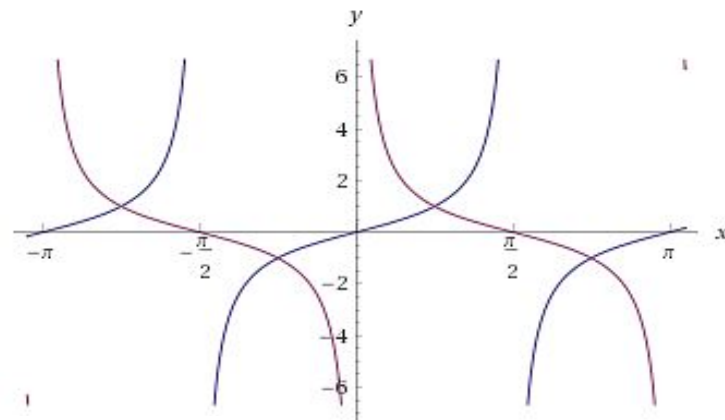
# Тангенс и котангенс: $y=\text{tg}(x)$ ; $y=\text{ctg}(x)$



( $x$  from -13.2 to 13.2)

—  $\tan(x)$

—  $\cot(x)$

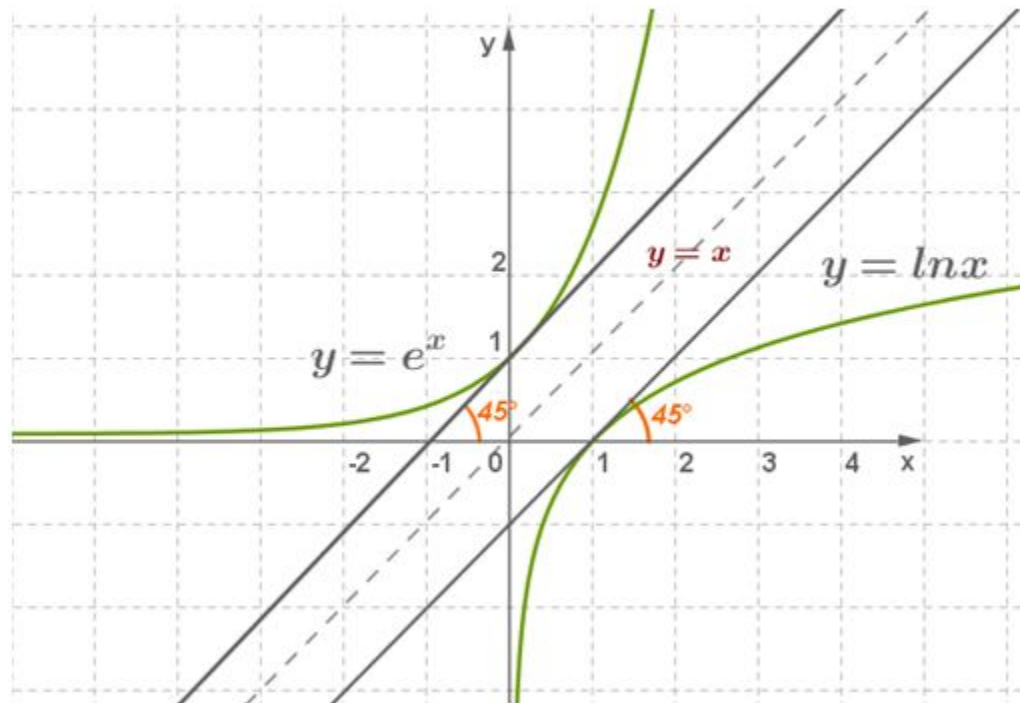


( $x$  from -3.3 to 3.3)

—  $\tan(x)$

—  $\cot(x)$

# Экспонента и логарифм





# Асимптоты

1. Подробная статья с примерами (разобраться):  
[http://mathprofi.ru/asimptoty\\_grafika\\_funkcii.html](http://mathprofi.ru/asimptoty_grafika_funkcii.html)
2. Краткая заметка с формулами (вспомнить):  
<http://www.math24.ru/%D0%B0%D1%81%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D1%82%D0%BE%D1%82%D1%8B.html>

# Решение квадратных уравнений

Дискриминант:  $D = b^2 - 4ac$ ,

$D > 0$  — два действительных корня,

$D = 0$  — один действительный корень,

$D < 0$  — нет действительных корней.

Формула корней	Свойства корней (теорема Виета)
<i>Квадратное уравнение <math>ax^2 + bx + c = 0</math></i>	
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

# Метод выделения полного квадрата

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

полный квадрат

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$\begin{cases} x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

$$x^2 + 8x - 33$$

$$x^2 + 2x \cdot 4 - 33$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 + 2x \cdot 4 + 16 - 16 - 33$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$x^2 + 2x \cdot 4 + 16 - 16 - 33 = (x + 4)^2 - 49$$

$$(x + 4)^2 - 49 = 0$$

$$(x + 4)^2 = 49$$

$$\begin{cases} x + 4 = 7 \\ x + 4 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = -11 \end{cases}$$

# Логарифмы

Определение логарифма:

$$\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$$

$$\begin{aligned} a &> 0, a \neq 1 \\ b &> 0 \end{aligned}$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a(xy) = \log_a|x| + \log_a|y|$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a|x| - \log_a|y|$$

$$\log_a x^n = n \log_a|x|$$

$$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_{|a|} x$$

$$\log_{a^n} x^n = \log_a x$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

$$a^0 = 1$$

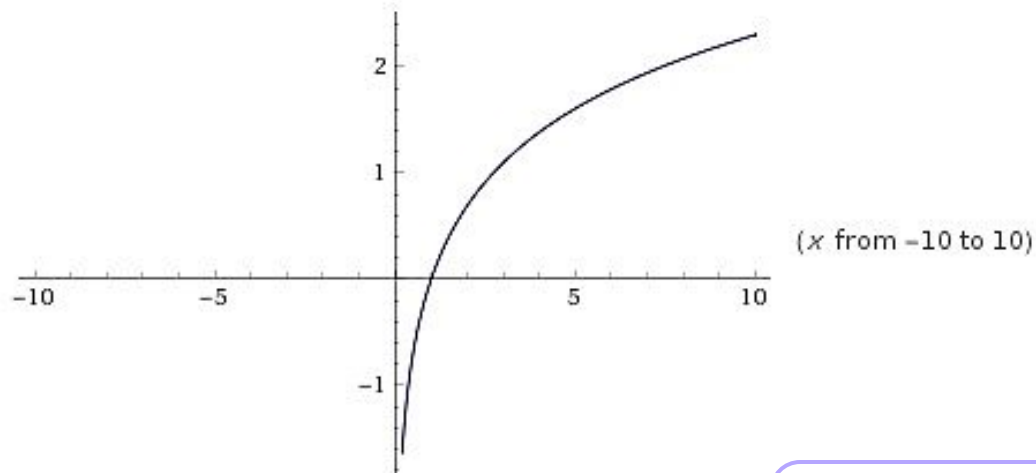
$$a^1 = a$$

$$a^{(b+c)} = a^b a^c$$

$$a^{(b-c)} = \frac{a^b}{a^c}$$

График  $y=\ln(x)$ , по которому видно, что логарифм может быть меньше или равен нулю.

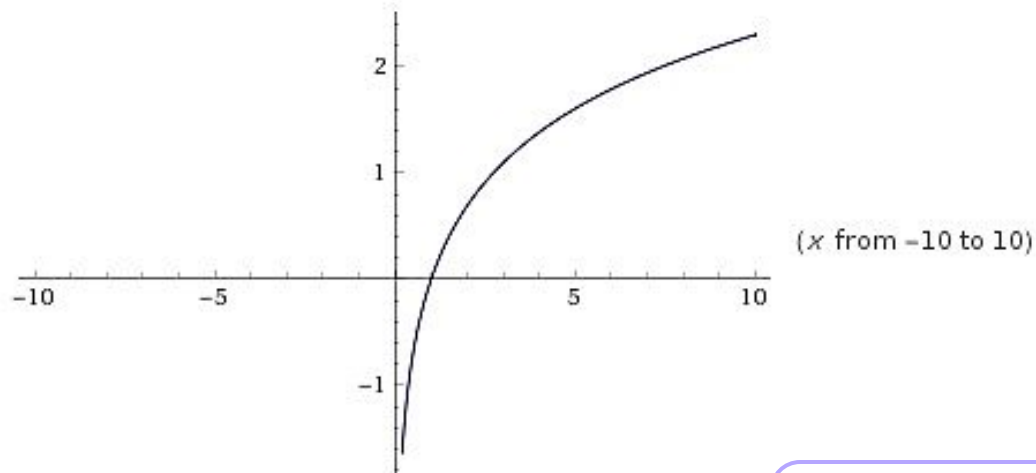
Plot:



Область значений логарифма  
не ограничена.

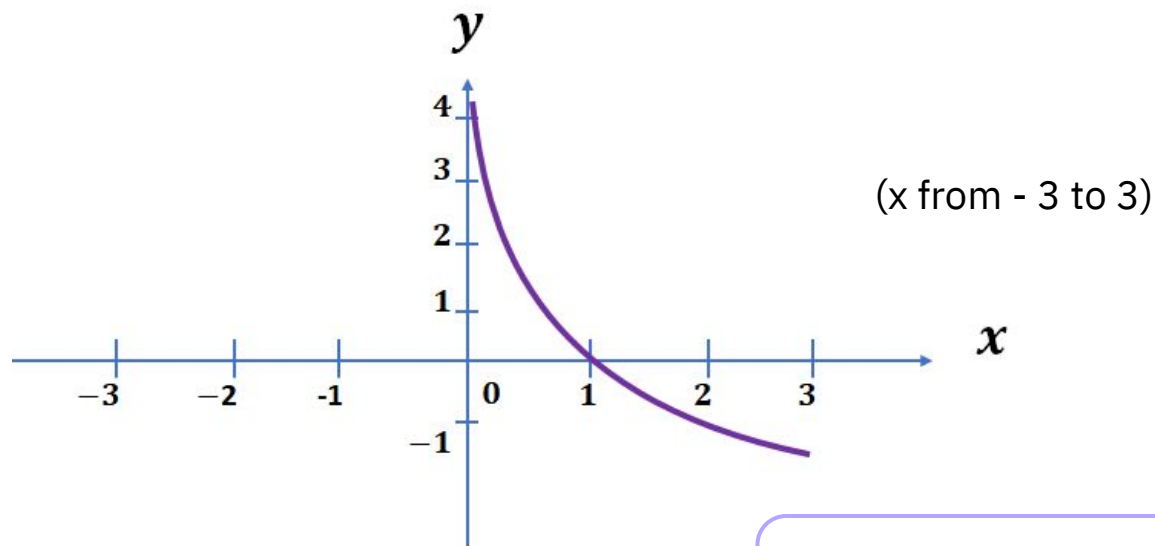
График  $y=\ln(x)$ , логарифм меньше нуля

Plot:



**Случай 1:** основание больше 1 ( $e > 1$ ), подлогарифменное выражение ( $b < 1$ )

График  $y=\ln(x)$ , логарифм меньше нуля



**Случай 2:** основание меньше 1  
( $a < 1$ ,  $a = 0.5$ ), подлогарифменное  
выражение ( $b > 1$ )

## Логарифмы

(пригодятся для вычисления пределов и логарифмического дифференцирования (производные))

$$y = x^x, \quad x > 0.$$

$$\ln y = \ln x^x$$

$$\ln y = \ln x^x, \Rightarrow \ln y = x \ln x$$



$$y = x^{\ln x}, x > 0.$$

$$\ln y = \ln(x^{\ln x})$$

$$\ln y = \ln(x^{\ln x}), \Rightarrow \ln y = \ln x \ln x = \ln^2 x$$

$$y = x^{\cos x}, x > 0.$$

$$\ln y = \ln(x^{\cos x}), \Rightarrow \ln y = \cos x \ln x.$$

$$y = x^{x^x} \quad (x > 0, x \neq 1)$$

$$\ln y = \ln(x^{x^x}), \Rightarrow \ln y = x^x \ln x$$

# Спасибо

