Universidade Estadual de Londrina

MECÂNICA QUÂNTICA II – ÁLGEBRA LINEAR

Sandro Dias Pinto Vitenti

Departamento de Física – CCE – UEL

---

1. Considere o conjunto $\mathbb{R}^n$, como podemos torná-lo um espaço vetorial? Faça os seguintes itens:
   (a) Uma operação de soma de vetores.
   (b) Um operação de multiplicação por escalar.
   (c) Mostre que as propriedades de um espaço vetorial são satisfeitas.
2. Podemos transformar o conjunto das funções continuas entre $[0, L]$ (i.e., $C[0, L]$) em um espaço vetorial? Faça os seguintes itens:
   (a) Uma operação de soma de vetores.
   (b) Um operação de multiplicação por escalar.
   (c) Mostre que as propriedades de um espaço vetorial são satisfeitas.
   (d) Se restringirmos o conjunto original para funções em $C[0, L]$ que satisfazem $f(0) = 1$ e $f(L) = 0$. As mesmas operações acima definem um espaço vetorial? Por que?
3. Dado um espaço vetorial $\mathbb{V}^n$ com produto interno, mostre que o conjunto dos vetores ortogonais a $|v\rangle$ forma um subespaço vetorial.
4. Dados dois operadores lineares em no espaço vetorial com produto interno $\mathbb{V}$, i.e., $A,\ B \in \mathrm{Op}(\mathbb{V})$.
   (a) Mostre que se A for auto-adjunto seus autovetores tem autovalores reais.
   (b) Mostre que se A for auto-adjunto seus autovetores com autovalores diferentes são ortogonais.
   (c) Suponha que B é auto-adjunto e $[A, B] = 0$. Mostre que se $|a_i\rangle$ é autovetor de A, então $B|a_i\rangle$ também será.