Universidade Estadual de Londrina

MECÂNICA QUÂNTICA I – TEORIA DE PERTURBAÇÃO INDEPENDENTE DO TEMPO

Sandro Dias Pinto Vitenti

Departamento de Física – CCE – UEL

Considere um sistema cuja Hamiltoniana é dada por

$$\hat{\mathrm{H}} = \hat{\mathrm{H}}^0 + \hat{\mathrm{H}}^1,$$

onde $\hat{\mathrm{H}}^0$ é a Hamiltoniana de um sistema cujas soluções são conhecidas, $\hat{\mathrm{H}}^1$ é uma perturbação fraca. A teoria de perturbação independente do tempo visa determinar as correções nas energias e nas funções de onda do sistema não perturbado. Em outras palavras, buscamos expressar essas correções em termos dos autoestados de $\hat{\mathrm{H}}^0$, que formam uma base completa $\{|n^0\rangle\}$. Suponhamos que os autoestados sejam não degenerados, isto é:

$$\hat{\mathrm{H}}^0 |n^0\rangle = \mathrm{E}_n^0 |n^0\rangle, \quad \mathrm{E}_n^0 \neq \mathrm{E}_m^0 \iff n \neq m.$$

Podemos supor que a diferença entre o autoestado de $\hat{\mathrm{H}}$ e o autoestado de $\hat{\mathrm{H}}^0$ é pequena, isto é:

$$|n\rangle = |n^0\rangle + |n^1\rangle + \dots,$$

onde $|n^1\rangle$ é uma correção de primeira ordem. Analogamente, a energia total do sistema é dada por

$$\mathrm{E}_n = \mathrm{E}_n^0 + \mathrm{E}_n^1 + \dots.$$

1. Como podemos formalizar as hipóteses acima? Em particular, explique como $|n^1\rangle$ pode ser compreendido em termos de uma série de potências.

2. Mostre que a correção de primeira ordem na energia é dada por

$$\mathrm{E}_n^1 = \langle n^0| \hat{\mathrm{H}}^1 |n^0\rangle.$$

3. Mostre que a correção de primeira ordem na função de onda é dada por

$$|n^1\rangle = i\alpha |n^0\rangle + \sum_{m\neq n} \frac{\langle m^0| \hat{\mathrm{H}}^1 |n^0\rangle}{\mathrm{E}_n^0 - \mathrm{E}_m^0} |m^0\rangle.$$

onde α é um fator real a ser determinado.

4. Mostre como podemos remover a dependência de α.