

PROVA DE FÍSICA MATEMÁTICA II – EDO E EDP

Sandro Dias Pinto Vitenti

Departamento de Física – CCE – UEL

1. Em quais situações é apropriado calcular soluções usando a série de Taylor e em quais casos é necessário recorrer ao método de Frobenius? Dê exemplos para ilustrar cada situação, incluindo casos em que o método de Frobenius não pode ser aplicado.

2. Considere a equação de Bessel:

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0.$$

- (a) Classifique o ponto $x_0 = 0$ e encontre a primeira solução na forma de Frobenius.
- (b) Explique o tipo da segunda solução nos casos em que:
 - i. ν é um número inteiro.
 - ii. ν é semi-inteiro.
 - iii. $2\nu \notin \mathbb{Z}$.

3. Considere a equação de Legendre:

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + \lambda(\lambda + 1)y = 0,$$

onde $y(x)$ está definida em $x \in [-1, 1]$. Resolva a equação em um dos pontos singulares regulares usando o método de Frobenius e encontre duas soluções linearmente independentes em torno desse ponto. Responda:

- (a) O que ocorre nos pontos singulares regulares se λ não for um número inteiro?
- (b) Quais são as restrições sobre λ para garantir que as soluções sejam finitas para $x \in [-1, 1]$?