

Considere o

Problema de Otimização Quadrática

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx + q^T x$$

sujeito a:

$$Ax = a$$

$$Bx \leq b$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

x vetor $n \times 1$

q vetor $n \times 1$

Q matriz $n \times n$

A matriz $m \times n$

a vetor $m \times 1$

B matriz $q \times n$

b vetor $q \times 1$

Sobre quais condições
este problema tem solução?
 f deve ser convexa
A matriz Q deve ser definida positiva
(todos os autovalores são positivos)

Problema de Otimização de Portfólio

$$Qv = \lambda v$$

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} x^T Cov x$$

$$\max_{x \in \mathbb{R}^n} \mu^T x$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

$Cov_{n \times n}$ é a matriz de covariância dos retornos

$\mu_{n \times 1}$ é a média dos retornos dos ativos

$x_{n \times 1}$ é o vetor de pesos da composição da carteira

No nosso problema de otimização de portfólios

Otimização ponderada

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \alpha x^T \text{Cov } x - (1 - \alpha) \mu^T x$$

sujeito a

$$[1, \dots, 1]_{1 \times n} x = 1$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

$$M_{m \times n} \cdot N_{n \times r} = P_{m \times r}$$

Método de otimização

- Programação quadrática sequencial é um método iterativo para otimização não linear restrita.
- É um método muito utilizado
 - para minimizar uma função de muitas variáveis
 - com qualquer combinação de limites e restrições de igualdade e desigualdade.
- Esses métodos resolvem uma sequência de otimização de subproblemas, cada subproblema otimiza um modelo quadrático sujeito à linearização das restrições.

Veja ExemploIterativoAula15.ipynb

Sequential Least Squares Programming

SLSQP é um algoritmo de programação sequencial de mínimos quadrados que usa uma combinação dos métodos clássicos QuasiNewton e BFGS.

É necessário

- um ponto inicial x_0 (ponto de partida)
- que a função seja diferenciável

Para finalizar

Funções OK

Restrições OK

Otimização multiobjetivo ponderação

Método de otimização SLQP

Caso Cov não seja
semidefinida positiva
o algoritmo não converge
autovalor
autovetor
associado a λ