Resumen peiper

chiacs lindas

June 1, 2024

Si sólo se utiliza un tipo de material rodante, se pueden aplicar técnicas clásicas de flujo de costo mínimo. Asi es como un gráfico dirigido G=(V,A) se construye a partir de:

1 Construccion del Grafo

1.1 Vertices

- Para cada estacion cabecera p, y para cada momento t en el que cualquier tren sale o llega a p, hacemos un vértice (p, t). Estos vértices representan todas las entradas de tiempo en el cronograma.

1.2 Arcos

- Para cada etapa de un viaje en tren, de la estacion p en el momento t y llegando a la estacion q en el momento t', hacemos un arco dirigido $(p, t) \to (q, t')$.
- Para cualquier estacion p y dos momentos sucesivos cualesquiera t, t' en los que cualquier tren sale o llega a p, hacemos un arco $(p, t) \to (p, t')$
- Finalmente para cada estacion p, haccemos un arco de (p, t) a (p, t'), donde t es la última hora del día en la que cualquier tren sale o llega a p y donde t' es la primera hora del día a la que sale o llega cualquier tren p.

2 Funcion de flujo

Ahora podemos describir cualquier ruta posible del material ferroviario como una función $f : A \to Z_+$, donde para cualquier arco a, $f(a)$ denota lo siguiente:

- Si a corresponde a una etapa de recorrido, entonces $f(a)$ es el número de unidades desplegadas para esa etapa.
- Si a corresponde a un arco $(p, t) \to (p, t')$, entonces $f(a)$ es igual al número de unidades presentes en el lugar p en el período $t - t'$

En primer lugar, esta función es una *circulación*. Es decir, en cualquier vértice v de G se debería tener:

$$\sum_{a \in \delta^+(v)} f(a) = \sum_{a \in \delta^-(v)} f(a)$$

la *ley de conservación del flujo*. Aquí $\delta^+(v)$ denota el conjunto de arcos de G que entran en el vértice v y $\delta^-(v)$ denota el conjunto de arcos de G que salen de v. Es decir, para cualquier vertice v del grafo, la cantidad de flujo que entra en v debe ser igual a la cantidad de flujo que sale de v

Además, para satisfacer la restricción de demanda y capacidad, f debe satisfacer la siguiente condición para cada arco a correspondiente a una etapa: $f(a) \leq m(a)$ y $f(a) \geq d(a)$. Donde $d(a)$ es la "demanda" para esa etapa, es decir, el límite inferior del número de asientos otorgados y $m(a)$ es la capacidad maxima para cada etapa.

3 Optimizacion

Para encontrar el número total de vagones usados para una circulación particular, se pueden sumar los valores de flujo en los arcos nocturnos de las cabeceras. Entonces, si deseamos minimizar el número total de unidades desplegadas, minimizamos $\sum_{a\in A^o} f(a)$. Donde A denota el conjunto de arcos nocturnos.

Es fácil ver que esto modela completamente el problema. Por lo tanto, se determina el problema de circulación de costo mínimo, donde la función de costos es bastante trivial: tenemos $costo(a) = 1$ si a es un arco nocturno y $costo(a) = 0$ para todos los demás arcos.