4b

15 b

[redacted]

V každé úloze 1. – 4. označte své odpovědi postupně podle zadání A, B, C, D, pište je na stejnou stránku pod zadání a oddělte je vhodně opticky, např. pomocí zvýrazněné čáry apod. Případné pomocné výpočty pište na jiný arch, který také podepište a odevzdejte. Pokud Vám to nevadí, používejte tiskací písmo.

V každá úloha 1. – 4. je hodnocena 0 – 4 body, přitom každá z odpovědí na otázky A, B, C, D přispívá do tohoto počtu nejvýše 1 bodem. Při neúplné nebo nejasné odpovědi přihlíží zkoušející také k celkovému charakteru ostatních odpovědí.

1. Insert sort řadí do neklesající posloupnosti pole A obsahující N celých čísel, N je sudé. Pole obsahuje prvky pouze dvou hodnot, 10 a 20. První prvek v poli A má hodnotu 10, druhý 20 a dále se hodnoty prvků pravidelně střídají 10, 20, 10, 20, ...

A. Určete, kolik vzájemných porovnání prvků pole provede Insert sort, pokud řadí pole A obsahující N = 8 prvků:
10 20 10 20 10 20 10 20
0 1 2 3 4 5 6 7

B. Určete, kolik vzájemných porovnání prvků provede insert sort při řazení pole A při zařazování prvku, který byl v původním poli na předposlední pozici (tj. prvku 10), pro případ obecné hodnoty N $\geq$ 4. Napište odvození svého výsledku.

C. Napište funkci f(N), která pro obecnou hodnotu N $\geq$ 4 určuje, kolik vzájemných porovnání prvků maximálně provede insert sort při řazení celého daného pole A. Napište odvození svého výsledku.

D. Funkci f(N) odvozenou v otázce C zařaďte do jedné ze tříd složitosti $\Theta(1)$, $\Theta(\log N)$, $\Theta(N)$, $\Theta(N \cdot \log N)$, $\Theta(N^2)$.

A. INSERT SORT PROVEDE 13 POROVNÁNÍ

B. PŘI ZAŘAZOVÁNÍ PŘEDPOSLEDNÍHO PRVKU PROVEDE INSERT SORT N/2 POROVNÁNÍ (N JE SUDÉ).
VÍME, ŽE PŘEDPOSLEDNÍ PRVEK JE 10. PŘED NÍM JE V POLI UŽ N-2 SEŘAZENÝCH PRVKŮ, POLOVINA Z NICH JSOU 10 A DRUHÁ POLOVINA 20. INSERT SORTEM TAK MUSÍME "PŘESKÁKAT" VŠECHNY 20, TJ. $\frac{N-2}{2}$ ČÍSEL. POTOM JEŠTĚ POROVNÁME 10 S 10. DOHROMADY TEDY $\frac{N-2}{2} + 1 = \frac{N}{2} - 1 + 1 = \underline{\frac{N}{2}}$ POROVNÁNÍ.

C. ~~$f(N) = (\frac{N}{2} - 1) + S_n (1 + \dots + \frac{N}{2})$~~

$$f(N) = (\frac{N}{2} - 1) + \frac{N}{4} \cdot (1 + \frac{N}{2}) = \frac{N}{2} - 1 + \frac{N}{4} + \frac{N^2}{8} = \underline{\frac{N^2}{8} + \frac{3N}{4} - 1}$$

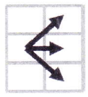
D. $\Theta(N^2)$

[redacted]

46

2. Cestovatel začne pohyb v mřížce kdekoli v prvním sloupci a skončí kdekoli v posledním sloupci. V každém kroku se přesune do sousedního sloupce vpravo a může se pohybovat pouze v naznačeném směru šipek (buď zůstane ve stejném řádku nebo se přesune do sousedního řádku), nesmí však opustit mřížku. Cena cesty je rovna součtu hodnot všech navštívených políček, včetně výchozího a koncového.

5_{5}	3_{5}	4_{9}	2_{11}	4_{15}	1_{10}
2_{2}	7_{9}	6_{9}	3_{12}	1_{9}	5_{14}
7_{7}	1_{3}	6_{9}	4_{8}	2_{10}	3_{13}
3_{3}	4_{7}	1_{4}	8_{12}	5_{13}	6_{16}



Úlohou je projít cestu za co nejmenší cenu.

Aby bylo možno úlohu vyřešit, je nutno v každém políčku mřížky spočíst pomocnou numerickou informaci.

A. Uveďte stručně a jednoznačně, o jakou pomocnou informaci se jedná.

B. Uveďte stručně a jednoznačně, jak se pro určité políčko P tato informace vypočítá na základě hodnot téže pomocné informace v políčkách v okolí políčka P.

C. Určete minimální možnou cenu cesty z prvního do posledního sloupce v dané mřížce. Uveďte, pro kontrolu, hodnoty pomocné informace ve všech políčkách třetího sloupce zleva.

D. Předpokládejte, že rozměr mřížky je M × N, kde M a N jsou kladná celá čísla. Určete asymptotickou složitost nalezení co nejlacinější cesty z prvního do posledního sloupce. Napište stručné odvození nebo vysvětlení.

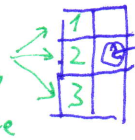
A. JEDNÁ SE O PROZATÍMNÍ SOUČET, REPREZENTUJÍCÍ ~~(NEJMENŠÍ CENU)~~ // NEJMENŠÍ CENU NEJLEVNĚJŠÍ CESTU Z PRVNÍHO SLOUPCE DO POLÍČKA MŘÍŽKY NESOUCÍ TUTO INFORMACI.

B. ~~HLEDÁME NEJMENŠÍ ČÍSLO V POLÍČKÁCH MŘÍŽKY, KTERÁ JSOU BUĎ O 1 SLOUPEC VLEVO, NEBO 1 SLOUPEC VLEVO~~

SROVNÁME POMOCNOU INFORMACI ZE 3 POLÍČEK – 1) O 1 DOLEVA NA STEJNÉM ŘÁDKU,
2) O 1 DOLEVA A 1 ŘÁDEK NAHORU,
3) O 1 DOLEVA A 1 ŘÁDEK DOLŮ.

Z TĚCHTO TŘÍ ČÍSEL VYBEREME NEJMENŠÍ A PŘIČTEME CENU POLÍČKA, PRO KTERÉ TUTO POMOCNOU INFORMACI POČÍTÁME.

toto jsou 3 políčka, ze kterých by vybereme minimum



aktuální políčko, pro které počítáme hodnotu pomocné informace

C. MINIMÁLNÍ CENA

C=10

3. SLOUPEC	POMOCNÁ INFORMACE PRO TENTO SLOUPEC
4	9
6	9
6	9
1	4

D. v každém sloupci N · sčítáme → N operací
toto provádíme pro každý sloupec → M krát } Θ(M·N)

(46)

[redacted]

3. Je dána rozptylovací (hashovací) tabulka T o velikosti 11, schematicky naznačená na obrázku vpravo. Obsazené pozice v tabulce jsou vyznačeny tmavší barvou, předpokládáme, že pozice se číslují zleva od 0.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

A. Tabulka T využívá otevřené adresování a metodu řešení kolizí linear probing s hashovací funkcí $h(k) = (k + 5 \cdot i) \ mod$ 11. (Po kolizi dojde k posunu na prvek o 5 pozic dále.). Do tabulky vložíme klíč 202. Vysvětlete, ke kolika kolizím dojde.

B. Tabulka T má stejné parametry jako v úloze A. Určete, pro které klíče z rozmezí hodnot 33, 34, ..., 38 nastanou při vložení právě dvě kolize.

C. Tabulka T využívá otevřené adresování a metodu řešení kolizí double hashing s hashovací funkcí $h(k) = (h_1(k) + i \cdot h_2(k))$, kde $h_1(k) = k \ mod$ 11, $h_2(k) = 1 + k \ mod$ 4. Do tabulky vložíme klíč 101. Vysvětlete, ke kolika kolizím dojde.

D. Tabulka T má stejné parametry jako v úloze C. Určete, pro které klíče z rozmezí hodnot 21, 22, ..., 25 nastane při vložení právě jedna kolize.

A.
✓ 202 : 11 = 18 zbytek 4

110
88
198

202 % 11 = 4 , CHCEME VLOŽIT DO TABULKY DO POLÍČKA S INDEXEM 4. TOTO POLÍČKO JE VOLNÉ. VLOŽÍME Č. 202 DO TABULKY. K ŽÁDNÉ KOLIZI NEDOŠLO.

B. ✓
33 % 11 = 0 kolizí 0
34 % 11 = 1 1 kolize, i=1 39 % 11 = 6 2 kolize, i=2 44 % 11 = 0 umístíme do tabulky = 2 kolize
35 % 11 = 2 kol 40 % 11 = 7 kol 45 % 11 = 1 3 kolize ...
36 % 11 = 3 kol 41 % 11 = 8 umístíme 1 kolize celkem
37 % 11 = 4 0 kolizí
38 % 11 = 5 0 kolizí

PŘI VLOŽENÍ NASTANOU ~~DVĚ~~ PRÁVĚ DVĚ KOLIZE PRO KLÍČ 34.

C. ✓
101 % 11 = 2
101 % 4 = 1

i	h	
0	2	k
1	4	✓
2		
3		

DOJDE K JEDNÉ KOLIZI.

D. ✓
21 % 11 = 10 21 % 4 = 1 | 2
22 % 11 = 0 22 % 4 = 2 | 3
23 % 11 = 1 23 % 4 = 3 | 4
24 % 11 = 2 24 % 4 = 0 | 1
25 % 11 = 3 25 % 4 = 1 | 2

21 i=0 | 10
1
2
3

22 i=0 | 0
1
2

23 i=0 | 1 - kolize
1 | 5 - ✓
2

24 i=0 | 2 - kolize
1 | 3 - kolize
2 | 4 - ✓

25 i=0 | 3 - kolize
1 | 5 - ✓
2

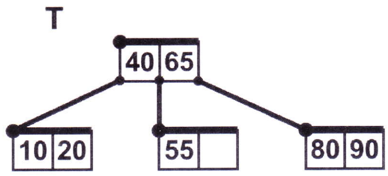
21 - 0 kolizí
22 - 0 kolizí
23 - 1 kolize
24 - 2 kolize
25 - 1 kolize

PŘI VLOŽENÍ NASTANE PRÁVĚ JEDNA KOLIZE PRO KLÍČE 23 A 25.

36

[redacted]

4. Na obrázku je B-strom T, jehož každý uzel smí obsahovat jen 1 nebo 2 klíče a nejvýše 3 bezprostřední potomky.

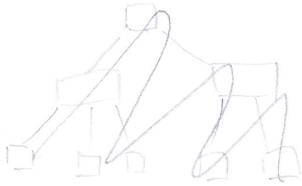


A. Uveďte všechny možné hodnoty celočíselného klíče K, po jehož vložení do T výška T vzroste. Uvažujte hodnoty K v intervalu od 1 do 100 včetně.

B. Zdůvodněte, zda je možné, aby po vložení dvou klíčů do původního stromu T vzrostla výška stromu T o 2. Pokud je to možné, nakreslete příklad.

C. Jaký je nejmenší možný počet klíčů, které je nutno odstranit z původního stromu T, aby v T zbyly jen 3 uzly? Nakreslete příklad.

D. Předpokládejte že B-strom obsahuje N uzlů (N ≥ 6), z nich každý může mít nejvýše 5 bezprostředních potomků. Jaký je, v závislosti na hodnotě N, maximální počet uzlů navštívených během vyhledání jednoho klíče v tomto stromu?



B. NENÍ TO MOŽNÉ, PROTOŽE BYCHOM NEMĚLI DOSTATEK KLÍČŮ PRO NAPLNĚNÍ UZLŮ VE STROMU PRO VÝŠKU STROMU v=4.

A. $(k \geq 1 \wedge k < 40) \vee (k > \overset{65}{20} \wedge k \leq 100)$?

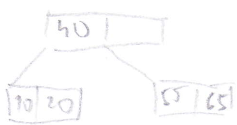
0,5b

(K >= 1 ^ K < 40) U (K > 65 ^ K <= 100)

C.

ABY MĚL B-STROM 3 UZLY, MUSÍ OBSAHOVAT MAX. 5 KLÍČŮ

VE STROMU T JE 7 KLÍČŮ, TUDÍŽ MUSÍME ODSTRANIT MINIMÁLNĚ DVA.



D. $\log_{\boxed{5}}(N)$ 3

0,5b

log3(N)