KATEDRA INFORMATIKY
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Informace

1. cvičení

Jiří Zacpal

KMI/ZVT – Základy výpočetní techniky

Jak získat zápočet

- Zápočet dostane student, který získá alespoň **30 bodů** (ze 40 možných). Body se získávají za:
- příklad na cvičení = 2 body (maximálně 20 bodů),
- písemný test = 0-10 bodů,
- praktická práce = 0-10 bodů.

Informace

- Entropii - míra neurčitosti náhodné veličiny.
- Informaci lze definovat jako rozdíl entropie před provedením určité akce a po provedení této akce.
- Jednotkou informace je bit = množství informace, kterou získáme odpovědí na otázku ano-ne
- Osminásobek jednoho bitu se nazývá byte (označení 1B) = 256 různých hodnot (0-255)

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^8 = 256$$

Základní jednotky informace

- předpony
  - standardní - Kilobyte (1 kB = 1 000 B),
  - speciální - Kibibyte (1 KiB = 1 024 B),
- převodní tabulka:

Jednotka	Značka	B
Kilobyte	kB	1 000
Kibibyte	KiB	1 024
Megabyte	MB	1 000 000
Mebibyte	MiB	1 048 576
Gigabyte	GB	10^9
Gibibyte	GiB	$\sim 1{,}074 \cdot 10^9$
Terabyte	TB	10^{12}
Tebibyte	TiB	$\sim 1{,}1 \cdot 10^{12}$

Úkol

1. Kolik bitů má 7 B?
2. Kolik různých hodnot lze reprezentovat 2 B?
3. Kolik B je 24 kB?
4. Kolik B je 24 KiB?

Číselné soustavy

- Číslo *A* v číselné soustavě o základu *z* můžeme napsat jako posloupnost

$$A = a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0,$$

  - kde $a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_1 a_0$ jsou jednotlivé číslice čísla *A*, přičemž a_n je nejvýznamnější číslice a a_0 je nejméně významná číslice.
- Hodnota čísla *A* se pak určí jako součet mocnin základu, které jsou vynásobené jednotlivými číslicemi:

$$A = a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + a_{n-2} \cdot z^{n-2} + \cdots + a_1 \cdot z^1 + a_0 \cdot z^0.$$

- Takovému zápisu říkáme polynomiální.

Číselné soustavy

- Dekadická
  - 10 číslic (0,…,9)
- Binární (dvojková)
  - 2 číslice (0,1)
- Hexadeximální (šestnáctková)
  - 16 číslic (0,…,9,A,B,C,D,E,F)
  - platí tedy např. $(13)_{10} = (D)_{16}$ nebo $(1111)_2 = (15)_{10} = (F)_{16}$.

Kódování čísel

- Jako příklad uveďme, že číslo 1234 v desítkové soustavě je možné napsat jako

$$(1234)_{10} = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0.$$

- Číslo 110101 ve dvojkové soustavě zapíšeme takto:

$$(110101)_2 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0.$$

Převody mezi soustavami

- Číslo 216 v desítkové soustavě převedeme do dvojkové soustavy postupným celočíselným dělením:

216	:	2	=	108	zbytek	0
108	:	2	=	54	zbytek	0
54	:	2	=	27	zbytek	0
27	:	2	=	13	zbytek	1
13	:	2	=	6	zbytek	1
6	:	2	=	3	zbytek	0
3	:	2	=	1	zbytek	1
1	:	2	=	0	zbytek	1

- Zbytky po dělení odpovídají číslicím ve dvojkové soustavě, přičemž poslední zbytek je nejvýznamnější číslicí a první zbytek nejméně významnou číslicí. Platí tedy $(216)_{10} = (11011000)_2$.
- Zpětný převod je proveden následovně:

$$1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 216.$$

Převody mezi soustavami

- Číslo 216 v **desítkové soustavě** převedeme do **šestnáctkové** takto:

216	:	16	=	13	zbytek	8
13	:	16	=	0	zbytek	D

- Zbytky po dělení odpovídají číslicím ve dvojkové soustavě, přičemž poslední zbytek je nejvýznamnější číslicí a první zbytek nejméně významnou číslicí. Platí tedy $(216)_{10} = (D8)_{16}$.
- Zpětný převod je proveden následovně:

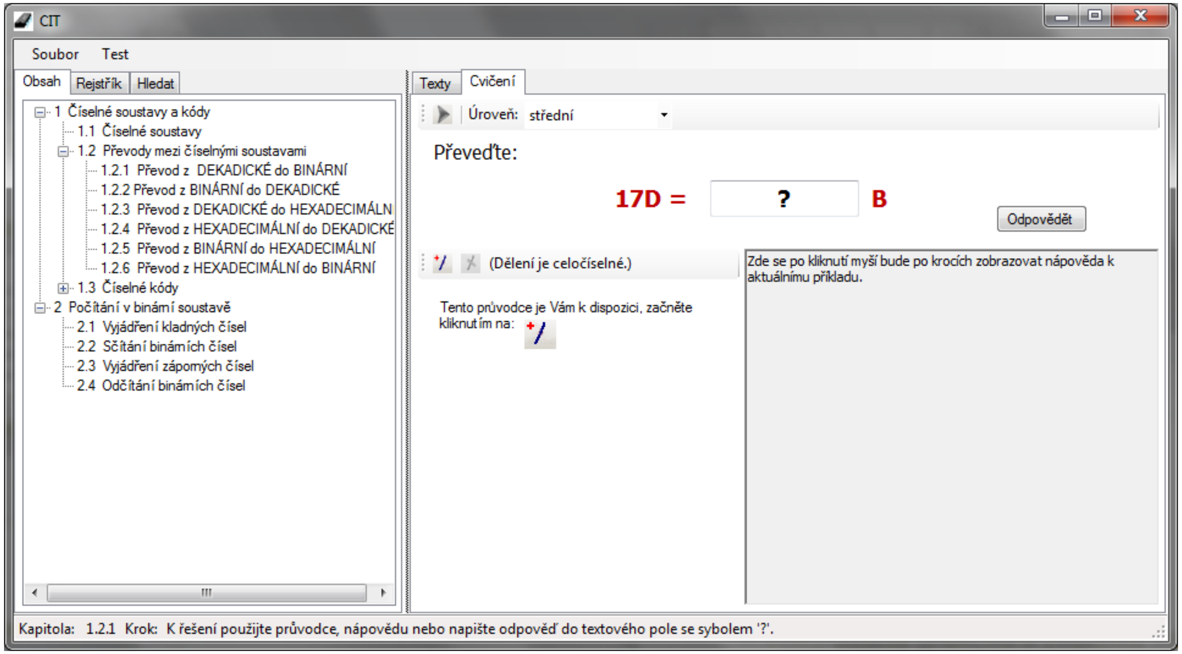
$$\mathrm{D} \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0 = 216.$$

Převody mezi soustavami

- Číslo 5FB7 v **šestnáctkové** soustavě převedeme do **binární** tak, že jej rozdělíme na jednotlivé cifry a každou cifru převedeme do binární soustavy.
- Platí proto $(5FB7)_{16} = (0101111110110111)_2$.
- Zpětný převod se provádí analogicky.

Program CIT

- Umožňuje procvičování převodů mezi číselným soustavami.
- http://sdrv.ms/1gmtWvz



Úkol

1. Převeďte číslo 24 z desítkové do dvojkové soustavy.
2. Převeďte číslo 8FB z šestnáctkové do desítková soustavy.
3. Převeďte číslo F2 z šestnáctkové do dvojkové soustavy.
4. Převeďte číslo 101101 z dvojkové do šestnáctkové soustavy.

Kódování záporných čísel

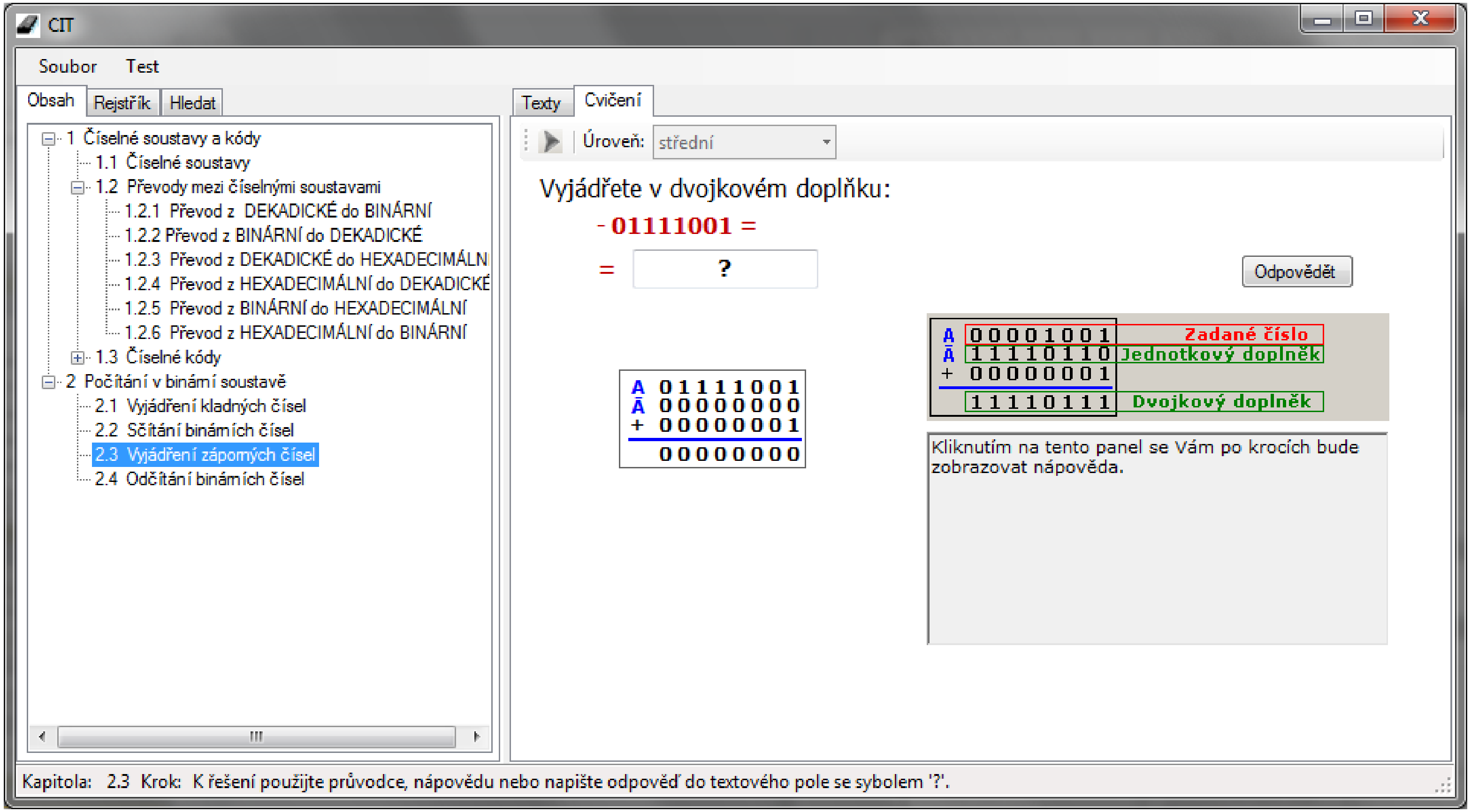
- **Přímé kódování** – první bit je vyhrazen pro znaménko
  - číslo 00001001 ve dvojkové soustavě je 9 v desítkové, a proto 10001001 představuje číslo -9
- **Doplňkový kód** – záporné číslo je zaznamenáno jako binární negace (záměna všech 0 za 1) původního čísla zvětšená o 1.
  - pokud 00001101 je binární vyjádření čísla 13, pak -13 se vypočte jako 11110010 + 1 = 11110011

Kódování záporných čísel

- **Aditivní kód** – výsledná binární reprezentace představuje nezáporné číslo, které vznikne součtem kódovaného čísla a domluvené konstanty (většinou polovina maximálního kladného čísla).
  - číslo $(-10)_{10}$ reprezentujeme pomocí 1 B jako $118 = (-10)_{10} + (256)_{10} /2 = -10 + 128$
- **Inverzní kód** - kladná čísla se vyjadřují normálním způsobem, záporná čísla se vyjadřují binární negací čísla
  - například -3 vyjádříme kódem 11111100

Program CIT

- Umožňuje procvičování vyjádření záporných čísel v doplňkovém kódu.



Úkol

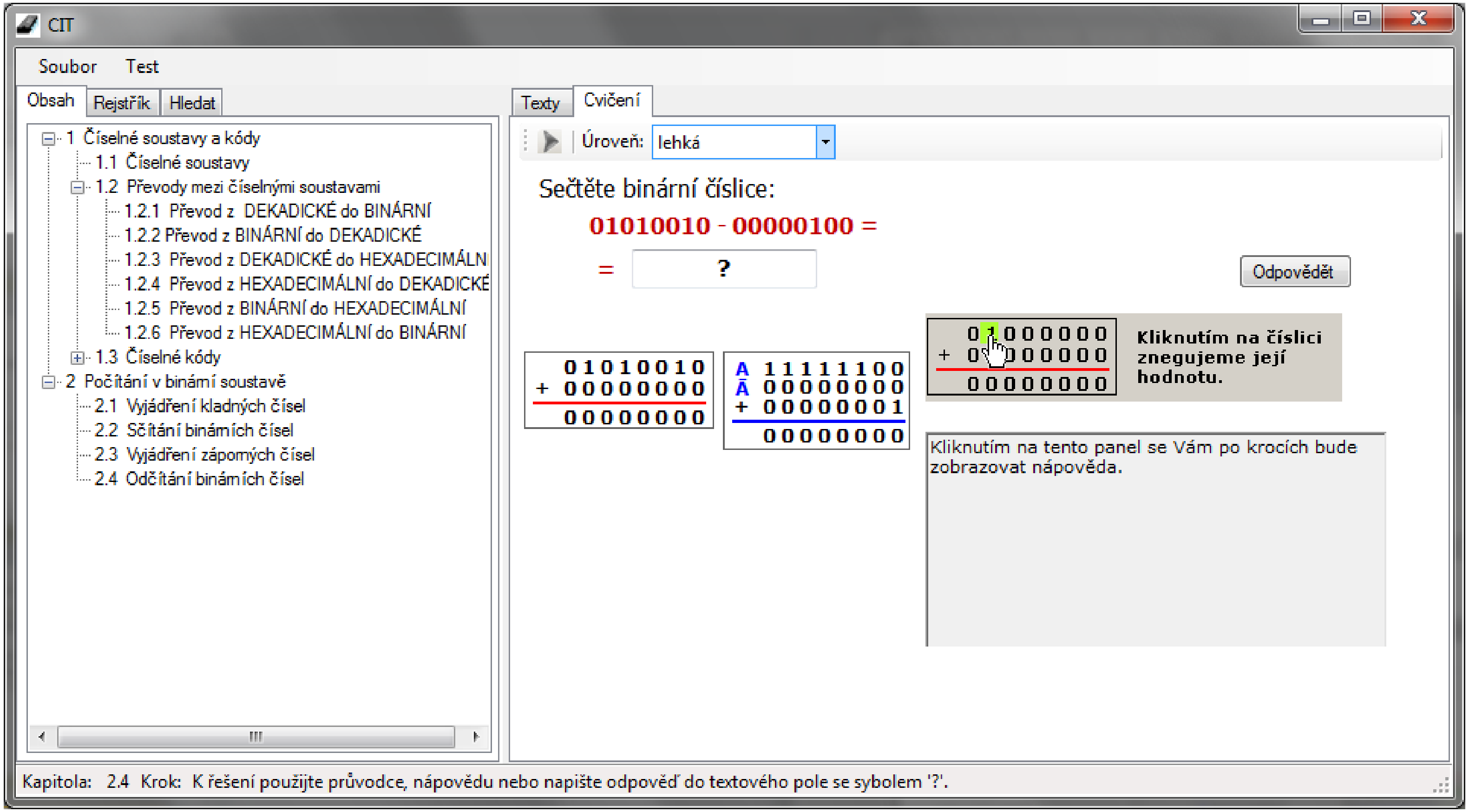
1. Převeďte číslo 57 z desítkové do dvojkové soustavy (jako 8bitové číslo).
2. Vyjádřete číslo -57 v:
   - přímém kódování
   - pomocí inverzního kódu
   - pomocí doplňkového kódu
   - aditivním kódu (přičtěte 128)

Operace s binárními čísly

- Kladná binární čísla sčítáme **bit po bitu** podle těchto pravidel, přičemž **začínáme u nejnižších** bitů.
- Rozdíl kladných binárních čísel A - B vypočítáme jako součet čísla A a dvojkového doplňku čísla B, tj. $A - B = A + {}^{2}B$.

Program CIT

- Umožňuje procvičování sčítání a odčítání binárních čísel.



Úkol

1. Vypočtěte:

$$10110011 + 11000101$$

$$11010111 - 10000100$$

Kódování čísel s fixní řádkovou čárkou

- Kódování čísla $(0{,}625)_{10}$

$0{,}625 \cdot 2 = 1{,}250$ celočíselná část = 1 b_{-1}

$0{,}250 \cdot 2 = 0{,}500$ celočíselná část = 0 b_{-2}

$0{,}500 \cdot 2 = 1{,}000$ celočíselná část = 1 b_{-3}

Odtud je číslo $(0{,}625)_{10} = (0{,}101)_2$

- Dekódování čísla $(101{,}01)_2$

$$(101{,}01)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} =$$

$$= 4 + 0 + 1 + 0 + 0{,}25 = (5{,}25)_{10}$$

Kódování čísel s pohyblivou řádkovou čárkou

- definované normou IEEE 754
- formáty
  - jednoduchá přesnost (single) – 32 bitů
  - dvojnásobná přesnost (double) – 64 bitů

$$X=(-1)^{s} \times 2^{exp-bias} \times m$$

  - 2 je báze, někdy také nazývaná radix. U IEEE 754 je to vždy dvojka, protože výpočty s bází dvě jsou pro číslicové obvody nejjednodušší. V minulosti se používaly i jiné báze, například 8, 16 nebo i 10.
  - exp je vždy kladná hodnota exponentu posunutého o hodnotu bias
  - bias je hodnota, díky které je uložený exponent vždy kladný. Tato hodnota se většinou volí dle vztahu: bias=2^{eb-1}-1, kde eb je počet bitů vyhrazených pro exponent.
  - m je mantisa, která je u formátů IEEE 754 vždy kladná
  - s je znaménkový bit nabývající hodnoty 0 nebo 1. Pokud je tento bit nulový, je reprezentovaná hodnota kladná, v opačném případě se jedná o zápornou hodnotu. Vzhledem k tomu, že je jeden bit vyhrazen na uložení znaménka, je možné rozlišit kladnou a zápornou nulu.

Jednoduchá přesnost

bit	31	30 29 … 24 23	22 21 … 3 2 1 0
význam	s	exponent (8 bitů)	mantisa (23 bitů)

$$X = (-1)^s \times 2^{E-127} \times (1 + Q)$$

$$Q = m_1 \times 2^{-1} + m_2 \times 2^{-2} + \dots + m_{22} \times 2^{-22} + m_{23} \times 2^{-2}$$

- 127 = 2^{eb-1}-1 = 2^{8-1}-1 = 2^7-1 = 128–1
- exponent
  - od –127 do 128 (od -126 do 127)
    - -127 (00000000) a 128 (11111111) jsou použity pro speciální účely
- mantisa – ukládají do ní normalizovaná čísla v intervalu <1;2>
  - vzhledem k tomu, že první bit umístěný před binární tečkou vždy 1, není ho zapotřebí ukládat, což znamená, že ušetříme jeden bit z třicetidvoubitového slova

Jednoduchá přesnost

- mezní hodnoty exponentu

podmínka	hodnota	poznámka
E = 1 až 254	$X = (-1)^s \times 2^{E-127} \times (1 + Q)$	základní formát
$E = 0, Q \neq 0$	$X = (-1)^s \times 2^{-126} \times Q$	denormalizovaná čísla
$E = 0, Q = 0, s = 0$	$X = 0$	kladná nula
$E = 0, Q = 0, s = 1$	$X = 0$	záporná nula
$E = 255, Q = 0, s = 0$	$X = +\infty$	kladné nekonečno (výsledek byl příliš vysoký)
$E = 255, Q = 0, s = 1$	$X = -\infty$	záporné nekonečno (výsledek byl příliš nízký)
$E = 255, Q > 0$	X = NaN	není číslo

Jednoduchá přesnost

- příklad: 123,456

1. $123{,}456 = 1{,}929 \times 2^6$
2. $s = 0$
3. $E - 127 = 6 \rightarrow E = (133)_{10} = (10000101)_2$
4. mantisa $(0{,}929)_{10} = (11101101110100101111001)_2$

	s	exponent								mantisa																						
bit	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
hodnota	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1

Bodovaný úkol

1. Kolik různých hodnot můžeme reprezentovat pomocí 3 B?
2. Převeďte číslo 1011011 z dvojkové do desítkové soustavy.
3. Převeďte číslo 548 z desítkové do šestnáctkové soustavy.
4. Vyjádřete číslo -104 uložené v 1 B v:
   - přímém kódování
   - pomocí doplňkového kódu
   - pomocí inverzního kódu
   - v aditivním kódu (přičtěte 128)
5. Převeďte číslo 16,25 v kódování s fixní pohyblivou řádovou čárkou.