

# Paradigmata programování 1

Program, jeho syntax a sémantika

Vilém Vychodil

Katedra informatiky, PřF, UP Olomouc

Přednáška 1

# Paradigmata programování

## Přednášející:

doc. RNDr. Vilém Vychodil, Ph.D.

e-mail: [vilem.vychodil@upol.cz](mailto:vilem.vychodil@upol.cz)

www: <http://vychodil.inf.upol.cz/>

**Konzultační hodiny** (viz webové stránky)

## Zdroje:

- učební texty, slidy, poznámky, videozáznamy přednášek
- <http://vychodil.inf.upol.cz/kmi/pp1/>

**Udělení zápočtu** – *v kompetenci cvičících*

# Přehled kursu

- 1 Program, jeho syntax a sémantika
- 2 Vytváření abstrakcí pomocí procedur
- 3 Lokální vazby a definice
- 4 Tečkové páry, symbolická data a kvotování
- 5 Seznamy
- 6 Explicitní aplikace a vyhodnocování
- 7 Akumulace
- 8 Rekurze a indukce
- 9 Hloubková rekurze na seznamech
- 10 Kombinatorika na seznamech, reprezentace stromů a množin
- 11 Kvazikvotování a manipulace se symbolickými výrazy
- 12 Čistě funkcionální interpret Scheme

# Literatura

## Závazná literatura:



Konečný J., Vychodil V.: *Paradigmata programování 1A, 1B*

<http://vychodil.inf.upol.cz/download/text-books/pp1a.pdf>

<http://vychodil.inf.upol.cz/download/text-books/pp1b.pdf>

## Doporučená literatura:



Sperber M., Dybvig R., Flatt M., Van Straaten A., Findler R., Matthews J.:  
Revised<sup>6</sup> Report on the Algorithmic Language Scheme.

*Journal of Functional Programming* **19**(S1)2009, 1–301.



Abelson H., Sussman G. J.: *Structure and Interpretation of Computer Programs*.  
The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2nd edition, 1986.



Felleisen M., Findler R. B., Flatt M., Krishnamurthi S.: *How to Design  
Programs: An Introduction to Computing and Programming*.

The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2001.

# Přednáška 1: Přehled

## 1 Úvodní pojmy:

- programovací jazyk, program, výpočetní proces,
- syntaxe a sémantika programu,
- přehled základních paradigmat programování.

## 2 Jazyk Scheme:

- symbolické výrazy a syntaxe jazyka Scheme,
- abstraktní interpret jazyka Scheme,
- primitivní procedury a jejich aplikace,
- rozšíření jazyka o speciální formy,
- vytváření abstrakcí pojmenováním hodnot.

# Výpočetní proces a program

## Výpočetní proces

- aktivní (dynamická) entita
- počátek, konec, prováděn v elementárních krocích
- vstup  $\implies$  výstup + vedlejší efekty

## Program

- pasivní (statická) entita; soubor na disku (program = data)
- výpočetní proces = vykonávání programu

## Programování

- tvůrčí činnost vytváření programu; programátor
- programovací jazyk = soubor pravidel v souladu s kterými je vytvořen program

**Jak psát program tak, abychom vytvořili zamýšlený výpočetní proces?**

# Paradigmata programování

**paradigma = styl**

## Účel kursů PP:

- seznámení se základními programovací styly
- vytváření programů s využitím různých stylů programování
- zkoumání různých typů výpočetních procesů a jejich efektivity
- zkoumání efektivity programování (chybovost)
- problematika interpretace programů

## Možné postupy:

- 1 pro každé hlavní paradigma zvolíme typický jazyk
- 2 jeden (multiparadigmový) jazyk

# Program a algoritmus

## Program vs. algoritmus:

- dva pojmy algoritmus:
  - ① naivní pojem algoritmus (místy „ošidné“)
  - ② formální pojem algoritmus (zatím „příliš složité“)
- pro nás: algoritmus = takový *program*, že příslušný výpočetní proces pro libovolný vstup ukončí svoji činnost po konečně mnoha krocích

## Více v kursech:

- algoritmická matematika
- formální jazyky a automaty
- vyčíslitelnost a složitost



# Rovnocennost programovacích jazyků

**Problém „volby programovacího jazyka“:** Je jazyk  $A$  lepší než jazyk  $B$ ?

- z pohledu možnosti řešení problémů jsou všechny „rozumné“ programovací jazyky rovnocenné (stejně silné)
- pojem *Turingovsky úplný jazyk* (Alan Turing)

**Pozor ale:**

- *různé jazyky poskytují různý komfort při programování*
- nezanedbatelný aspekt (!!)
- vyšší míra abstrakce  $\implies$  vyšší komfort pro uživatele (programátora)
- extrémní příklad: jazyk `brainfuck` (pouze 8 elementárních instrukcí)

**Více v kurzech:**

- formální jazyky a automaty
- vyčíslitelnost a složitost

# Základní klasifikace programovacích jazyků

## Programovatelné vs. neprogramovatelné počítače

- neprogramovatelné (–1945)
- programovatelné (cca 1945–);  
zajímavý přehled na <http://damol.info/12/10/04/holmes/>

## Nižší programovací jazyky

- kódy stroje (vykonávané přímo procesorem)
- assembly (mnemotechnické zkratky instrukcí, návěstí)
- autokódy, bajtkódy, ...

## Vyšší programovací jazyky

- vyšší míra abstrakce (aritmetické operace, podprogramy, funkce, cykly)
- velké množství jazyků podporující různá paradigmat programování
- celá řada výhod: čitelnost programu, knihovny, přenositelnost, ...

# Vytváření výpočetních procesů

kód stroje = výpočetní proces vytváří procesor

**v ostatních případech:**

- **interpretace** – prováděna **interpretem** (speciální program)
  - výrazy v programu postupně načítány
  - po načtení výrazu interpret vygeneruje příslušný výpočetní proces
- **překlad (kompilace)** – prováděna **překladačem (kompilátorem, spec. prog.)**  
program je načten celý a je vyprodukován ekvivalentní kód v jiném jazyku:

Rozlišujeme:

- překlad do kódu stroje
- překlad do assembleru
- překlad do (jiného) nižšího jazyka (bajtkód)
- překlad do (jiného) vyššího jazyka (jazyk C)
- hybridní přístupy (např.: *just in time compilers*)

# Syntax a sémantika programu

## Dva (zcela jiné) pojmy:

- **syntax** – říká, jak program vypadá (jak se zapisuje)
- **sémantika** – říká, jaký má program význam (co dělá příslušný výp. proces)

## SYNTAX $\neq$ SÉMANTIKA

- výraz: 03/05/2010 (možný zápis data, různé interpretace)
- výraz:  $X=Y+3$  (různý význam v jazycích C, Pascal, Metapost, Prolog)

## Chyby v programech:

- **syntaktické chyby** – chyby v zápisu programu (snadno odstranitelné)
- **sémantické chyby**:
  - zjištěné během překladu / před interpretací (např. kolize typů)
  - za běhu programu (noční můra všech programátorů, Mars Climate Orbiter)
- chyby dělají i zkušení programátoři (!!)

## Příklad (Notace zápisu aritmetických výrazů)

- **infixová** – symbol pro operace je mezi operandy („běžná notace“)
  - plusy: snadno se čte
  - minusy: asociativita, priorita, operace pouze dva argumenty

Příklad:  $2 * (3 + 5)$

- **prefixová** – symbol pro operace před operandy
  - plusy: libovolný počet operandů, odpadají problémy s asociativitou / prioritou
  - minusy: nezvyk, velké množství závorek

Příklad:  $(* 2 (+ 3 5))$  (vynásob dvojku se součtem trojky a pětky)

- **postfixová** – symbol pro operace za operandy

Příklad:  $(2 (3 5 +) *)$

- **postfixová bezzávorková (polská)**

- plusy: strojově snadno analyzovatelná
- minusy: nejméně čitelná, operace mají fixní počet operandů

Příklad:  $2 3 5 + *$

# Základní paradigmatata programování

- **procedurální:** výpočet = sekvenční provádění procedur  
významný rys: přiřazovací příkaz  
teoretický model: RAM stroj (John von Neumann)  
jazyky: Fortran, Algol, Pascal, C
- **funkcionální:** výpočet = postupná aplikace funkcí  
významný rys: funkce vyšších řádů  
teoretický model:  $\lambda$ -kalkul (Alonzo Church)  
jazyky: Scheme, Common LISP, Haskell, ML
- **logické:** výpočet = automatická dedukce  
významný rys: deklarativní charakter  
teoretický model: matematická logika, princip rezoluce (Robinson)  
jazyky: Prolog, Datalog

# Základní paradigmatata programování

## Procedurální jazyky dělíme na:

- **naivní:**

významný rys: nekoncepční  
jazyky: Basic

- **nestrukturované:**

významný rys: explicitní příkaz skoku „přejdi na řádek“  
jazyky: Fortran

- **strukturované:**

významný rys: skok nahrazen podmíněnými cykly  
jazyky: Algol, Pascal, C

## Další významná paradigmatata:

- paralelní (více souběžných výpočetních procesů)
- objektové (interakce entit, které mají vnitřní stav)

# Jazyk Scheme

## Co je Scheme?

- multiparadigmový jazyk
- preferované paradigma je *funkcionální*
- specifikován v revidovaném reportu R<sup>6</sup>RS
- programy obvykle interpretovány (existují výjimky)
- volně dostupné interprety: GUILE, MIT Scheme, Bigloo, ...

**Racket:** <http://racket-lang.org/>



# Symbolické výrazy a programy

**program** (v jazyku Scheme) = konečná posloupnost **symbolických výrazů**

## Definice (symbolický výraz, S-výraz)

- 1 Každé *číslo* je symbolický výraz  
(zapisujeme `12`, `-10`, `2/3`, `12.45`, `4.32e-20`, `-5i`, `2+3i`, a pod.);
- 2 každý *symbol* je symbolický výraz  
(zapisujeme `sqrt`, `+`, `quotient`, `even?`, `muj-symbol`, `++?4tt`, a pod.);
- 3 jsou-li  $e_1, e_2, \dots, e_n$  symbolické výrazy (pro  $n \geq 1$ ),  
pak výraz ve tvaru  $(e_1 \sqcup e_2 \sqcup \dots \sqcup e_n)$  je symbolický výraz zvaný *seznam*.

- není definice kruhem (!!)
- složitější seznamy se definují pomocí jednodušších
- pro  $(e_1 \sqcup e_2 \sqcup \dots \sqcup e_n)$  je  $n$  **délka seznamu**

# Sémantika jazyka Scheme

S-výraz = syntaktický pojem

výpočetní proces = vzniká postupným vyhodnocováním S-výrazů

## Vyhodnocení S-výrazu; **neformálně, !!**

- Každé *číslo* se vyhodnotí na *hodnotu*, kterou reprezentuje.  
(čísla se vyhodnocují na „sebe sama“)
- Každý *symbol* se vyhodnotí na svojí *aktuální vazbu*.  
(symboly se vyhodnocují na hodnoty, které jsou na ně navázané)
- Každý *seznam*  $(e_1 \sqcup e_2 \sqcup \dots \sqcup e_n)$  se vyhodnotí:
  - 1 vyhodnotí se první prvek seznamu (hlava)  $\implies$  *procedura* (*operace*),
  - 2 vyhodnotí se zbylé prvky seznamu (tělo)  $e_2, \dots, e_n$ ,
  - 3 procedura je *aplikována* s výsledky vyhodnocení  $e_2, \dots, e_n$ .

**Zbývá upřesnit:** *hodnota*, *vazba symbolu*, *procedura*, *aplikace*

# Elementy jazyka, interní a externí reprezentace

## Reader

- podprogram interpretu Scheme
- načítá S-výrazy a převádí je na jejich **interní reprezentace**

## Elementy jazyka = hodnoty

- čísla (efektivní vnitřní reprezentace)
- symboly (tabulky symbolů – jména)
- seznamy (dynamický lineární spojový seznam)
- primitivní procedury (zabudované v interpretu, koncept „černé skříňky“)

## Printer

- podprogram interpretu Scheme
- pro elementy vrací jejich textovou **externí reprezentace**
- externí reprezentace primitivních procedur není čitelná readerem (rys)

# Prostředí: tabulka (počátečních) vazeb symbolů

## Prostředí:

<i>symbol</i>	<i>element</i>
$E_1$	$F_1$
$E_2$	$F_2$
$\vdots$	$\vdots$
$E_k$	$F_k$
$\vdots$	$\vdots$

## Možnosti:

- *aktuální vazba symbolu  $E_i$  v prostředí je  $F_i$*
- *aktuální vazba symbolu  $E$  není definovaná*

# Abstraktní interpret jazyka Scheme

## Interpretace programů probíhá v cyklu REPL:

- **read**

- prázdný vstup – činnost interpretu končí, nebo:
- načten první vstupní S-výraz  $E$  a převeden do interní reprezentace  $F$
- možnost vzniku syntaktické chyby

- **eval**

- $F$  se vyhodnotí na  $G$  (netriviální krok)

- **print**

- převod elementu  $G$  do externí reprezentace
- vytištění externí reprezentace

- **loop**

# Aplikace primitivních procedur

- jádro vyhodnocování elementů
- aplikací procedur vzniká kvalitativní výpočetní proces

## Definice (aplikace primitivních procedur)

Nechť  $E$  je primitivní procedura a  $E_1, \dots, E_n$  jsou libovolné elementy jazyka. Výsledek **aplikace**  $E$  na **argumenty**  $E_1, \dots, E_n$  v tomto pořadí:

$$\text{Apply}[E, E_1, \dots, E_n].$$

Pokud je výsledkem této aplikace element  $F$ , pak píšeme  $\text{Apply}[E, E_1, \dots, E_n] = F$ .

Příklad:  $\text{Apply}[\text{„primitivní procedura násobení“}, 2, 5, 10] = 100$ .

## Definice (vyhodnocení elementu $E$ )

Výsledek vyhodnocení elementu  $E$ , značeno  $\text{Eval}[E]$ , je definován:

- (A) Pokud je  $E$  číslo, pak  $\text{Eval}[E] := E$ .
- (B) Pokud je  $E$  symbol, pak:
  - (B.1) Pokud  $E$  má aktuální vazbu  $F$ , pak  $\text{Eval}[E] := F$ .
  - (B.e) Pokud  $E$  nemá vazbu, pak „CHYBA: Symbol  $E$  nemá vazbu.“.
- (C) Pokud je  $E$  seznam tvaru  $(E_1 \ E_2 \ \dots \ E_n)$ , pak pro  $F_1 := \text{Eval}[E_1]$  (nejprve vyhodnotíme první prvek seznamu, jeho hodnota je  $F_1$ ) a rozlišujeme:
  - (C.1) Pokud je  $F_1$  procedura, pak se v nespecifikovaném pořadí vyhodnotí zbylé prvky seznamu  $E$ , to jest uvažujeme  $F_2 := \text{Eval}[E_2], \dots, F_n := \text{Eval}[E_n]$ . Pak  $\text{Eval}[E] := \text{Apply}[F_1, F_2, \dots, F_n]$  (výsledkem vyhodnocení  $E$  je element vzniklý aplikací procedury  $F_1$  na argumenty  $F_2, \dots, F_n$ ).
  - (C.e) Pokud  $F_1$  není procedura: „CHYBA: Nelze provést aplikaci: první prvek seznamu  $E$  se nevyhodnotil na proceduru.“.
- (D) Ve všech ostatních případech klademe  $\text{Eval}[E] := E$ .

## Příklad (Vybrané primitivní funkce: aritmetika)

### Sčítání:

$(+ \ 1 \ 2 \ 3)$	$\Rightarrow$	6
$(+ \ (+ \ 1 \ 2) \ 3)$	$\Rightarrow$	6
$(+ \ 1 \ (+ \ 2 \ 3))$	$\Rightarrow$	6
$(+ \ 20)$	$\Rightarrow$	20
$(+)$	$\Rightarrow$	0

### Násobení:

$(* \ 4 \ 5 \ 6)$	$\Rightarrow$	120
$(* \ (* \ 4 \ 5) \ 6)$	$\Rightarrow$	120
$(* \ 4 \ (* \ 5 \ 6))$	$\Rightarrow$	120
$(* \ 4)$	$\Rightarrow$	4
$(*)$	$\Rightarrow$	1

### Odčítání:

$(- \ 1 \ 2)$	$\Rightarrow$	-1
$(- \ 1 \ 2 \ 3)$	$\Rightarrow$	-4
$(- \ (- \ 1 \ 2) \ 3)$	$\Rightarrow$	-4
$(- \ 1 \ (- \ 2 \ 3))$	$\Rightarrow$	2
$(- \ 1)$	$\Rightarrow$	-1

### Dělení:

$(/ \ 4 \ 5)$	$\Rightarrow$	4/5
$(/ \ 4 \ 5 \ 6)$	$\Rightarrow$	2/15
$(/ \ (/ \ 4 \ 5) \ 6)$	$\Rightarrow$	2/15
$(/ \ 4 \ (/ \ 5 \ 6))$	$\Rightarrow$	24/5
$(/ \ 4)$	$\Rightarrow$	1/4



## Příklad (Zajímavé rysy aritmetiky ve Scheme)

Racionální čísla a čísla v semilogaritmickém tvaru:

<code>(/ 2 3)</code>	$\Rightarrow$	$2/3$
<code>(/ 2 3.0)</code>	$\Rightarrow$	$0.6666666666666666$
<code>(* 1.0 (/ 2 3))</code>	$\Rightarrow$	$0.6666666666666666$
<code>(sqrt 4)</code>	$\Rightarrow$	$2$
<code>(* -2e-20 4e40)</code>	$\Rightarrow$	$-8e+20$

Libovolně přesná racionální čísla:  $6004799503160661/9007199254740992$

Komplexní čísla:  $3+2i$ ,  $-3-2i$ ,  $+2i$ ,  $-2i$ ,  $-2/3+4/5i$ ,  $0.4e10+2i$ ,  $2/3-0.6i$

Implicitní přetypování (koerce) a explicitní přetypování:

<code>(* 2/3 1.0)</code>	$\Rightarrow$	$0.6666666666666666$
<code>(exact-&gt;inexact 2/3)</code>	$\Rightarrow$	$0.6666666666666666$
<code>(inexact-&gt;exact 0.6666666666666666)</code>	$\Rightarrow$	$600479\dots/900719\dots$
<code>(rationalize 600479/900719 1/1000)</code>	$\Rightarrow$	$2/3$

# Vytváření abstrakcí pojmenováním hodnot

## Motivační příklad:

- účetní program počítající se sazbou DPH
- jak vyřešit problém „změny sazby DPH“
- vede na pojmenovanou hodnotu: symbol `vat-value` s vazbou `10` nebo `20`

## Chceme možnost definovat vazbu symbolu:

```
(define vat-value 20)
```

**Problém:** Na `define` nemůže být navázána procedura. (!!)

Nutné rozšířit abstraktní interpret o *speciální formy* (nový element jazyka)

## Definice (doplnění vyhodnocovacího procesu o speciální formy)

Výsledek vyhodnocení elementu  $E$ , značeno  $\text{Eval}[E]$ , je definován:

- (A) ...
- (B) ...
- (C) Pokud je  $E$  seznam tvaru  $(E_1 \ E_2 \ \dots \ E_n)$ , pak pro  $F_1 := \text{Eval}[E_1]$  (nejprve vyhodnotíme první prvek seznamu, jeho hodnota je  $F_1$ ) a rozlišujeme:
  - (C.1) Pokud je  $F_1$  procedura, pak ...
  - (C.2) Pokud je  $F_1$  speciální forma, pak  $\text{Eval}[E] := \text{Apply}[F_1, E_2, \dots, E_n]$ .
  - (C.e) Pokud  $F_1$  není procedura ani speciální forma: „CHYBA: Nelze provést aplikaci: první prvek seznamu  $E$  se nevyhodnotil na proceduru ani na speciální formu.“.
- (D) ...

Každá speciální forma si sama určuje:

- jaké argumenty a jakém pořadí budou vyhodnoceny; rozdíl proti procedurám (!!)

## Definice (speciální forma *define*)

Speciální forma *define* se používá se dvěma argumenty ve tvaru:

*(define*  $\langle jméno \rangle$   $\langle výraz \rangle$ )

Postup aplikace speciální formy:

- 1 ověří se, jestli je  $\langle jméno \rangle$  symbol (jinak „CHYBA: První výraz musí být symbol.“)
- 2  $F := \text{Eval}[\langle výraz \rangle]$
- 3 v prostředí je vytvořena nová vazba symbolu  $\langle jméno \rangle$  na element  $F$
- 4 pokud již  $\langle jméno \rangle$  měl vazbu, původní vazba je nahrazena elementem  $F$
- 5 výsledkem aplikace je *nedefinované hodnota* (nový typ elementu)

U každé zavedené speciální formy musíme definovat:

- **syntax** – v jakém tvaru se forma používá,
- **sémantiku** – jak probíhá její interpretace, co je výsledkem a vedlejším efektem.

## Příklad (příklady použití `define`)

```
(define a 20)
```

```
(* 2 a)       $\implies$  40
```

```
(sqrt (+ a 5))  $\implies$  5
```

```
(define a (+ a 1))
```

```
a       $\implies$  21
```

```
(define b (+ 4 a))
```

```
a       $\implies$  21
```

```
b       $\implies$  25
```

```
(define a 666)
```

```
a       $\implies$  666
```

```
b       $\implies$  25
```

```
(define + -)
```

```
(+ 20)       $\implies$  -20
```

# Pravdivostní hodnoty

- **#t** – pravda (angl. *true*)
- **#f** – nepravda (angl. *false*)
- **predikáty** – procedury vracející pravdivostní hodnoty jako výsledky

## Příklad

<b>#t</b>	$\Longrightarrow$	<b>#t</b>
<b>#f</b>	$\Longrightarrow$	<b>#f</b>
<b>(&lt;= 2 3)</b>	$\Longrightarrow$	<b>#t</b>
<b>(&lt; 2 3)</b>	$\Longrightarrow$	<b>#t</b>
<b>(= 2 3)</b>	$\Longrightarrow$	<b>#f</b>
<b>(= 2 2.0)</b>	$\Longrightarrow$	<b>#t</b>
<b>(= 0.5 1/2)</b>	$\Longrightarrow$	<b>#t</b>
<b>(&gt;= 3 3)</b>	$\Longrightarrow$	<b>#t</b>

## Definice (speciální forma `if`)

Speciální forma `if` se používá se dvěma argumenty ve tvaru:

`(if <test> <důsledek> <náhradník>)`,

přitom `<náhradník>` je *nepovinný argument* a nemusí být uveden. Aplikace:

- 1 nejprve vyhodnocen argument `<test>`
- 2 pokud je výsledná hodnota různá od `#f`, pak je výsledkem aplikace hodnota vzniklá vyhodnocením argumentu `<důsledek>`
- 3 pokud je výsledná hodnota `#f`, pak:
  - pokud je `<náhradník>` přítomen, pak je výsledkem aplikace výsledek vyhodnocení argumentu `<náhradník>`
  - pokud není `<náhradník>` přítomen, pak je výsledek aplikace nedefinovaný.

# Podmíněné výrazy

## Zobecněné pravdivostní hodnoty:

- pravda = vše kromě `#f`
- nepravda = `#f`

Důsledek: jakýkoliv element může být použitý jako „pravdivostní hodnota“

## Pozor: `if` není procedura (!!)

- `if` vyhodnocuje druhý a třetí argument v závislosti na prvním
- teoreticky jej lze chápat jako proceduru (do budoucna neudržitelné)



## Příklad (Podmíněné výrazy)

```
(define a 10)
```

```
(define b 13)
```

```
(if (> a b) a b)  $\implies$  13
```

```
(if (<= a b)
```

```
    (if (= a b)
```

```
        a
```

```
        (- a)))
```

```
#f)  $\implies$  -10
```

```
(if 1 2 3)  $\implies$  2
```

```
((if #f + -) 10 20)  $\implies$  -10
```