

# Lógica y sistemas formales | MRC

Víctor Peinado [v.peinado@filol.ucm.es](mailto:v.peinado@filol.ucm.es)

19 de noviembre de 2015

## Referencias

- (Partee, *et al.*, 1990, chap. 5) <sup>1</sup>
- (Brachman & Levesque, 2004, chap. 1) <sup>2</sup>
- (van Harmelen, Lifschitz, Porter, 2008, chap. 1) <sup>3</sup>

## Lenguajes naturales vs lenguajes formales

Las lenguas que habitualmente utilizamos de manera natural para comunicar y para interaccionar unos con otros —turco, quechua, mandarín, lengua de señas, bable— se denominan **lenguajes naturales**. Estos lenguajes naturales se adquieren como lengua materna cuando somos niños y están perfectamente adaptados a cualquier situación comunicativa que podamos imaginar.

Los **lenguajes formales**, por otro lado, se diseñan *ad hoc* con un objetivo concreto y delimitado en mente. Aunque son artificiales, pueden evolucionar y cambiar con el paso del tiempo. Ejemplos de lenguajes formales hay muchos: el lenguaje de teoría de conjuntos que hemos estado utilizando, el lenguaje de la aritmética, lenguajes de programación como Prolog y Python e incluso algunos sistemas de representación con significado convencional como la notación musical, el código Morse, las luces de los semáforos...

En cuanto lingüistas, nos interesan los lenguajes formales porque son muy adecuados para representar el significado de los lenguajes naturales. Y el significado es uno de los objetos de estudio de la gramática. Más concretamente es la Semántica, como disciplina científica, la que selecciona determinados aspectos y partes del significado como objeto de estudio y emplea lenguajes formales como herramientas de análisis.

La Lógica es una rama fundamental de las Matemáticas que proporciona distintos lenguajes formales, como veremos más adelante.

## Sintaxis y semántica en sistemas formales

La distinción entre la sintaxis y la semántica de un lenguaje o sistema formal nos permite estudiar, por un lado, las propiedades de las expresiones del propio sistema y, por otro, las relaciones entre el sistema y sus modelos o interpretaciones. Todo sistema formal mantiene esta división y contiene:

<sup>1</sup> Partee, B.; ter Meulen, A.; Wall, R. *Mathematical Methods in Linguistics*. Studies in Linguistics and Philosophy. Springer. 1990. <http://books.google.es/books?id=qV7TUuaYcUIC>

<sup>2</sup> Brachman, R.; Levesque, H. *Knowledge Representation and Reasoning*. Morgan Kaufmann. 2004. <http://rair.cogsci.rpi.edu/pai/library/brachmanbook7-17-03.pdf>

<sup>3</sup> van Harmelen, Lifschitz, V. Porter, B. (Eds.) *Handbook of Knowledge Representation*. Elsevier Science. 2008. <http://dai.fmph.uniba.sk/~sefranek/kri/handbook/>

Las lenguas son estupendas, pero también muy ambiguas.

los dos sistemas más conocidos son la lógica proposicional y la lógica de predicados

- Una **parte sintáctica**, formada por:
  1. un conjunto de **símbolos primitivos**
  2. un conjunto de reglas de formación (**gramática**) que establece cómo construir **fórmulas bien formadas** a partir de los símbolos primitivos.
  3. un conjunto de **axiomas**. Cada axioma debe ser una fórmula bien formada.
  4. un conjunto de reglas de inferencia (**sistema deductivo**)
- Una **parte semántica**, formada por:
  5. una interpretación formal que asigne significados inequívocos a los símbolos y valores de verdad a las fórmulas.

La distinción entre forma y contenido parece intuitiva y se ha menajado desde la antigüedad, sin embargo, a veces es difícil poner los límites: algunas propiedades de las lenguas tienen reflejo en su sintaxis y su semántica.

### *Lógica proposicional vs Lógica de Predicados*

La lógica proposicional (cálculo proposicional) y la lógica de predicados (o lógica de primer orden) son los dos sistemas formales lógicos más conocidos y utilizados.

Cada uno de ellos tiene su propio vocabulario, sus reglas sintácticas y su semántica. La sintaxis y la semántica de estos lenguajes formales son muy simples. Y es precisamente ahí donde reside su gran virtud. Se han diseñado a propósito para evitar la ambigüedad y la complejidad que encontramos habitualmente en las lenguas naturales.

Como veremos, en estos lenguajes todas las oraciones son declarativas: no hay ejemplos de oraciones interrogativas, imperativas o performativas. Vamos a poder manejar un conjunto limitado de conectivas, equivalentes a conjunciones del español como *y*, *o*, *no*, *si... entonces*, *si* y *solo si*. Y en lógica de predicados, manejaremos incluso algunos determinantes equivalentes a las palabras españolas *algún*, *todos*, etc.

La lógica es la disciplina que estudia el razonamiento (como producto, no como proceso), lo que conlleva identificar ejemplos de razonamiento correctos (válidos) y distinguirlos de los incorrectos (o inválidos).

A partir de las premisas *Todos los hombres son mortales* y *Sócrates es un hombre* podemos ver que el razonamiento que concluye *Por*

*lo tanto, Sócrates es mortal* es válido. La conclusión es consecuencia lógica de las premisas. Si las premisas son correctas, no podemos negar la veracidad de la conclusión.

Sin embargo, de las premisas *Todos los gatos son mamíferos* y *Todos los perros son mamíferos* no podemos concluir que *Por lo tanto, todos los gatos son perros*. El razonamiento no es válido.

Por último, fijémonos en otro ejemplo. De manera paralela al ejemplo de Sócrates, a partir de las premisas *Todos los conejos son roedores* y *Peter es un conejo* vemos que el razonamiento que concluye *Por lo tanto, Peter es un roedor* es válido también. La validez del razonamiento no depende del significado de palabras como *hombre, mortal, conejo* y *roedor*, sino más bien de la forma del argumento.