Propriedades Importantes – Projeto e Análise de Algoritmos (INE410104)

Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação – Universidade Federal de Santa Catarina

Professor Rafael de Santiago

Formulário:

A. Teorema mestre (Cormen et al) $\quad T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n) \quad a \geq 1 \quad b > 1$

(1) Se $f(n) \in O(n^{(\log_b a)-\epsilon})$ para $\epsilon > 0$ $\Rightarrow$ $T(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$

(2) Se $f(n) \in \Theta(n^{\log_b a})$ $\Rightarrow$ $T(n) \in \Theta(n^{\log_b a} \log n)$

(3) Se $f(n) \in \Omega(n^{(\log_b a)+\epsilon})$ para $\epsilon > 0$
e se $af(\frac{n}{b}) \leq cf(n)$ para $c < 1$
e n suficientemente grande $\Rightarrow$ $T(n) \in \Theta(f(n))$

B. Logaritmos

(1) Produto: $\log_b(x \cdot y) = \log_b x + \log_b y$

(2) Quociente: $\log_b(\frac{x}{y}) = \log_b x - \log_b y$

(3) Potência: $\log_b a^n = n \log_b a$

(4) Mudança de base: $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

(5) Mudança de expoente: $a^{\log_b n} = n^{\log_b a}$

(6) Inversa: $b^{\log_b n} = n, \quad n > 0$

(7) Notação: $\log_2 x = \lg x$

C. Radiciação

(1) $\sqrt[a]{x^b} = x^{(\frac{b}{a})}$

D. Séries

(1) Soma de PA: $\sum_{i=0}^{n-1}(a_1 + i \cdot r) = \frac{n(a_1 + [a_1 + (n-1)r])}{2}$

(2) Soma de PG: $\sum_{i=0}^{n-1}(a_1 \cdot q^i) = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$

(3) Soma de PG infinita: $S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$, para $|q| < 1$

(4) $\sum_{i=0}^{\infty} x^i = \frac{1}{1-x}$, quando o somatório é infinito e $|x| < 1$

E. Somatórios

(1) $\sum_{i=s}^{t} C \cdot f(i) = C \cdot \sum_{i=s}^{t} f(i)$

(2) $\sum_{i=0}^{n-1} a^i = \frac{a^n - 1}{a-1}$

(3) $\sum_{i=s}^{t} f(i) = \sum_{i=s}^{j} f(i) + \sum_{i=j+1}^{t} f(i)$

(4) $\sum_{i=0}^{n} i = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

(5) $\sum_{j=1}^{n} 2^j j = 2^{n+1}n - 2^{n+1} + 2$

(6) $\sum_{j=1}^{n} 2^j j^2 = 2^{n+1}n^2 - 2^{n+2}n + 3 \cdot 2^{n+1} - 6$

F. Séries Harmônicas

(1) $H_n = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = \ln n + o(1)$