**Number of Submatrices that Sum to k**

Eduardo Takashi Missaka – 10417877@mackenzista.com.br

Tiago Silveira Lopes - 10417600@mackenzista.com.br

Vitor Alves Pereira – 10410862@mackenzista.com.br

1. Descrição do problema

O problema conhecido como “Number of Submatrices That Sum to K” trata da contagem do número total de submatrizes (ou sub-regiões retangulares) dentro de uma matriz de inteiros, cuja soma dos elementos seja exatamente igual a um valor-alvo K. Dada uma matriz bidimensional com dimensões M x N contendo inteiros positivos, negativos ou zero, o objetivo é identificar e contar quantas submatrizes (contíguas em linhas e colunas) existem cujo somatório dos valores internos seja igual a K. A entrada do programa consiste em uma matriz lida de um arquivo ou entrada padrão, contendo a quantidade de linhas e colunas, seguida pelos valores da matriz, e finalmente o valor K. A saída será um único número inteiro representando a quantidade de submatrizes encontradas que satisfazem essa condição. Este problema é particularmente interessante em termos computacionais pois envolve manipulação de somas parciais e otimizações para evitar uma abordagem puramente força bruta, a qual se torna inviável para matrizes grandes devido ao crescimento quadrático ou cúbico do número de combinações possíveis.

1. A solução

A solução sequencial mais eficiente para este problema faz uso de um conceito semelhante ao da técnica de soma de prefixos (prefix sum), adaptado ao contexto bidimensional. A ideia central consiste em transformar o problema em múltiplas instâncias de um problema unidimensional conhecido como “Subarray Sum Equals K”. Para isso, a matriz é percorrida fixando dois limites horizontais (linhas superiores e inferiores), e para cada par de linhas, calcula-se a soma acumulada das colunas situadas entre essas duas linhas, transformando assim a área delimitada por elas em um vetor. Em seguida, utiliza-se um dicionário para contar, nesse vetor, quantos subarrays possuem soma igual a K. Isso é feito acumulando os valores da soma até cada ponto da linha e verificando quantas vezes um valor correspondente à diferença entre a soma acumulada atual e o valor K já ocorreu anteriormente. A cada ocorrência, incrementa-se a contagem total de submatrizes válidas.

Essa técnica permite que a solução alcance uma complexidade de tempo O(m²·n), onde m é o número de linhas e n o número de colunas da matriz. Isso porque são considerados O(m²) pares de linhas e, para cada um, realiza-se uma varredura linear nas colunas com o uso do prefix sum e hash map para contagem de subarrays. Em termos de espaço adicional, a estrutura de hash utilizada para guardar os prefixos possui consumo proporcional ao número de colunas, sendo O(n).

1. A primeira tentativa da solução paralela

Texto ---

1. A solução paralela final

Texto ---

1. Conclusão

Texto ---

1. Referências

Texto ---