

# Inteligência Artificial – ACH2016

## Aula 08 – Sistemas baseados em conhecimento:

### Lógica proposicional

Norton Trevisan Roman  
(norton@usp.br)

25 de março de 2019

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento
  - Cada sentença representa uma afirmação sobre o mundo

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento
  - Cada sentença representa uma afirmação sobre o mundo
  - Pode conter tanto informação específica quanto regras sobre um certo assunto

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento
    - Cada sentença representa uma afirmação sobre o mundo
  - Pode conter tanto informação específica quanto regras sobre um certo assunto
- Motor de inferência

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento
    - Cada sentença representa uma afirmação sobre o mundo
  - Pode conter tanto informação específica quanto regras sobre um certo assunto
- Motor de inferência
  - Deriva novas sentenças a partir de antigas



# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento
    - Cada sentença representa uma afirmação sobre o mundo
  - Pode conter tanto informação específica quanto regras sobre um certo assunto
- Motor de inferência
  - Deriva novas sentenças a partir de antigas
  - Pode ser determinístico (fatos) ou probabilístico (incerteza)

# Sistemas Baseados em Conhecimento

## Componentes centrais:

- Base de conhecimento
  - Conjunto de sentenças expressas em uma linguagem formal  
→ linguagem de representação do conhecimento
    - Cada sentença representa uma afirmação sobre o mundo
  - Pode conter tanto informação específica quanto regras sobre um certo assunto
- Motor de inferência
  - Deriva novas sentenças a partir de antigas
  - Pode ser determinístico (fatos) ou probabilístico (incerteza)
  - Pode usar ambos enfoques

## Abordagem Declarativa

## Abordagem Declarativa

- Deve haver um meio de adicionar novas sentenças

## Abordagem Declarativa

- Deve haver um meio de adicionar novas sentenças
- Deve haver um meio de perguntar o que se sabe

## Abordagem Declarativa

- Deve haver um meio de adicionar novas sentenças
- Deve haver um meio de perguntar o que se sabe
- Diga ao sistema o que ele precisa saber (ou ele mesmo diz, com base em sua percepção ou aprendizado)

## Abordagem Declarativa

- Deve haver um meio de adicionar novas sentenças
- Deve haver um meio de perguntar o que se sabe
- Diga ao sistema o que ele precisa saber (ou ele mesmo diz, com base em sua percepção ou aprendizado)
- Ele então descobre o que deve fazer (a partir da base de conhecimento)

## Abordagem Declarativa

- Deve haver um meio de adicionar novas sentenças
- Deve haver um meio de perguntar o que se sabe
- Diga ao sistema o que ele precisa saber (ou ele mesmo diz, com base em sua percepção ou aprendizado)
  - Ele então descobre o que deve fazer (a partir da base de conhecimento)
- Deve haver uma linguagem de representação



## Abordagem Declarativa

- Deve ser capaz de:

## Abordagem Declarativa

- Deve ser capaz de:
  - Representar estados, ações etc

## Abordagem Declarativa

- Deve ser capaz de:
  - Representar estados, ações etc
  - Incorporar novas informações

## Abordagem Declarativa

- Deve ser capaz de:
  - Representar estados, ações etc
  - Incorporar novas informações
  - Atualizar a representação interna do mundo

## Abordagem Declarativa

- Deve ser capaz de:
  - Representar estados, ações etc
  - Incorporar novas informações
  - Atualizar a representação interna do mundo
  - Deduzir propriedades escondidas do mundo

## Abordagem Declarativa

- Deve ser capaz de:
  - Representar estados, ações etc
  - Incorporar novas informações
  - Atualizar a representação interna do mundo
  - Deduzir propriedades escondidas do mundo
  - Deduzir ações apropriadas

## Abordagem Procedimental

## Abordagem Procedimental

- Codifica comportamentos desejados diretamente no código do programa



## Abordagem Procedimental

- Codifica comportamentos desejados diretamente no código do programa
- Minimiza o papel de representação explícita

## Abordagem Procedimental

- Codifica comportamentos desejados diretamente no código do programa
- Minimiza o papel de representação explícita
- Bons SBCs devem combinar ambos enfoques declarativo e procedimental

# Sistemas Especialistas

## Definição

# Sistemas Especialistas

## Definição

- São sistemas que imitam o comportamento de um especialista humano

# Sistemas Especialistas

## Definição

- São sistemas que imitam o comportamento de um especialista humano
- Usam a informação dada pelo usuário para dar uma opinião sobre um certo assunto

# Sistemas Especialistas

## Definição

- São sistemas que imitam o comportamento de um especialista humano
- Usam a informação dada pelo usuário para dar uma opinião sobre um certo assunto
- Fazem perguntas até que possa identificar um objeto que responda à pergunta do usuário

# Sistemas Especialistas

## Definição

- São sistemas que imitam o comportamento de um especialista humano
- Usam a informação dada pelo usuário para dar uma opinião sobre um certo assunto
  - Fazem perguntas até que possa identificar um objeto que responda à pergunta do usuário
- São um tipo de Sistema Baseado em Conhecimento

## Definição

- São sistemas que imitam o comportamento de um especialista humano
- Usam a informação dada pelo usuário para dar uma opinião sobre um certo assunto
  - Fazem perguntas até que possa identificar um objeto que responda à pergunta do usuário
- São um tipo de Sistema Baseado em Conhecimento
  - Têm base de conhecimento



# Sistemas Especialistas

## Definição

- São sistemas que imitam o comportamento de um especialista humano
- Usam a informação dada pelo usuário para dar uma opinião sobre um certo assunto
  - Fazem perguntas até que possa identificar um objeto que responda à pergunta do usuário
- São um tipo de Sistema Baseado em Conhecimento
  - Têm base de conhecimento
  - Têm motor de inferência

## Definição

- Linguagem formal para representar informação

## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas

## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas
- Possui:

## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas
- Possui:
  - Sintaxe

## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas
- Possui:
  - Sintaxe
  - Semântica

## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas
- Possui:
  - Sintaxe
  - Semântica
  - Algum modo de manipular expressões na linguagem

## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas
- Possui:
  - Sintaxe
  - Semântica
  - Algum modo de manipular expressões na linguagem

## Sintaxe

- Define uma sentença na linguagem



## Definição

- Linguagem formal para representar informação
  - Permite que conclusões sejam tiradas
- Possui:
  - Sintaxe
  - Semântica
  - Algum modo de manipular expressões na linguagem

## Sintaxe

- Define uma sentença na linguagem
  - Que expressões são válidas (o que é permitido escrever)

## Semântica

- Define o significado de cada sentença

## Semântica

- Define o significado de cada sentença
  - Sintaxe é a forma, semântica o conteúdo

## Semântica

- Define o significado de cada sentença
  - Sintaxe é a forma, semântica o conteúdo
- Representa uma interpretação para a sentença

## Semântica

- Define o significado de cada sentença
  - Sintaxe é a forma, semântica o conteúdo
- Representa uma interpretação para a sentença
  - Define então a veracidade dessa sentença nessa interpretação

## Semântica

- Define o significado de cada sentença
  - Sintaxe é a forma, semântica o conteúdo
- Representa uma interpretação para a sentença
  - Define então a veracidade dessa sentença nessa interpretação

## Sistema de provas

- Modo de manipular expressões sintáticas para obter outras expressões sintáticas (que nos dizem algo novo)

## Sistema de provas: Utilidade

- Pode ser usado, por exemplo para tirar conclusões sobre o que está acontecendo a partir de resultados de sensores

## Sistema de provas: Utilidade

- Pode ser usado, por exemplo para tirar conclusões sobre o que está acontecendo a partir de resultados de sensores
  - O que implicam determinados resultados dos sensores?



## Sistema de provas: Utilidade

- Pode ser usado, por exemplo para tirar conclusões sobre o que está acontecendo a partir de resultados de sensores
  - O que implicam determinados resultados dos sensores?
- Ou vislumbrar os efeitos de uma ação, caso seja executada

## Sistema de provas: Utilidade

- Pode ser usado, por exemplo para tirar conclusões sobre o que está acontecendo a partir de resultados de sensores
  - O que implicam determinados resultados dos sensores?
- Ou vislumbrar os efeitos de uma ação, caso seja executada
  - O que aconteceria SE eu fizesse tal coisa?

## Sistema de provas: Utilidade

- Pode ser usado, por exemplo para tirar conclusões sobre o que está acontecendo a partir de resultados de sensores
  - O que implicam determinados resultados dos sensores?
- Ou vislumbrar os efeitos de uma ação, caso seja executada
  - O que aconteceria SE eu fizesse tal coisa?
  - Que conclusões posso tirar sobre o estado do mundo CASO eu faça tal coisa?

# Raciocínio Lógico

## Consequência Lógica

# Raciocínio Lógico

## Consequência Lógica

- O raciocínio lógico envolve a relação de **consequência lógica** entre sentenças

# Raciocínio Lógico

## Consequência Lógica

- O raciocínio lógico envolve a relação de **consequência lógica** entre sentenças
  - A ideia de que uma sentença **segue logicamente** de outra(s)

## Consequência Lógica

- O raciocínio lógico envolve a relação de **consequência lógica** entre sentenças
  - A ideia de que uma sentença **segue logicamente** de outra(s)
  - Ou, contrariamente, que uma ou mais sentenças **acarretam** (*entail*) outra

## Consequência Lógica

- O raciocínio lógico envolve a relação de **consequência lógica** entre sentenças
  - A ideia de que uma sentença **segue logicamente** de outra(s)
  - Ou, contrariamente, que uma ou mais sentenças **acarretam** (*entail*) outra
- Escrita matematicamente como  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$



## Consequência Lógica

- O raciocínio lógico envolve a relação de **consequência lógica** entre sentenças
  - A ideia de que uma sentença **segue logicamente** de outra(s)
  - Ou, contrariamente, que uma ou mais sentenças **acarretam** (*entail*) outra
- Escrita matematicamente como  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$ 
  - $\beta$  é consequência lógica (segue logicamente) de  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

## Consequência Lógica

- O raciocínio lógico envolve a relação de **consequência lógica** entre sentenças
  - A ideia de que uma sentença **segue logicamente** de outra(s)
  - Ou, contrariamente, que uma ou mais sentenças **acarretam** (*entail*) outra
- Escrita matematicamente como  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$ 
  - $\beta$  é consequência lógica (segue logicamente) de  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$
  - $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  acarretam  $\beta$

## Consequência Lógica – Definição

- $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$  se e somente se, **em qualquer interpretação** em que  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  forem simultaneamente verdadeiras,  $\beta$  também seja verdadeiro

## Consequência Lógica – Definição

- $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$  se e somente se, **em qualquer interpretação** em que  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  forem simultaneamente verdadeiras,  $\beta$  também seja verdadeiro
- Uma interpretação define a veracidade de todas as sentenças envolvidas

## Consequência Lógica – Definição

- $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$  se e somente se, **em qualquer interpretação** em que  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  forem simultaneamente verdadeiras,  $\beta$  também seja verdadeiro
- Uma interpretação define a veracidade de todas as sentenças envolvidas
- Ex:  $\alpha_1 = V, \alpha_2 = F, \dots, \alpha_n = F, \beta = V$

## Consequência Lógica – Definição

- $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$  se e somente se, **em qualquer interpretação** em que  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  forem simultaneamente verdadeiras,  $\beta$  também seja verdadeiro
- Uma interpretação define a veracidade de todas as sentenças envolvidas
- Ex:  $\alpha_1 = V, \alpha_2 = F, \dots, \alpha_n = F, \beta = V$
- Trata-se de uma relação entre sentenças (sintaxe) baseada em semântica

## Consequência Lógica – Definição

- $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta$  se e somente se, **em qualquer interpretação** em que  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  forem simultaneamente verdadeiras,  $\beta$  também seja verdadeiro
- Uma interpretação define a veracidade de todas as sentenças envolvidas
- Ex:  $\alpha_1 = V, \alpha_2 = F, \dots, \alpha_n = F, \beta = V$
- Trata-se de uma relação entre sentenças (sintaxe) baseada em semântica
  - Bastante parecida com implicação

## Inferência

- Considere a base de conhecimentos (BC) como sendo tudo que sabemos sobre o domínio do problema



## Inferência

- Considere a base de conhecimentos (BC) como sendo tudo que sabemos sobre o domínio do problema
- Uma coleção de sentenças (também chamadas **axiomas**)  
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$

## Inferência

- Considere a base de conhecimentos (BC) como sendo tudo que sabemos sobre o domínio do problema
- Uma coleção de sentenças (também chamadas **axiomas**)  
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Se um algoritmo de inferência  $i$  puder derivar  $\alpha$  a partir de  $BC$ , dizemos que  $BC \vdash_i \alpha$

## Inferência

- Considere a base de conhecimentos (BC) como sendo tudo que sabemos sobre o domínio do problema
  - Uma coleção de sentenças (também chamadas **axiomas**)  
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Se um algoritmo de inferência  $i$  puder derivar  $\alpha$  a partir de  $BC$ , dizemos que  $BC \vdash_i \alpha$ 
  - Ou seja,  $\alpha$  é derivada de  $BC$  por  $i$

## Inferência

- Considere a base de conhecimentos (BC) como sendo tudo que sabemos sobre o domínio do problema
  - Uma coleção de sentenças (também chamadas **axiomas**)  
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Se um algoritmo de inferência  $i$  puder derivar  $\alpha$  a partir de  $BC$ , dizemos que  $BC \vdash_i \alpha$ 
  - Ou seja,  $\alpha$  é derivada de  $BC$  por  $i$
  - Ou  $i$  deriva  $\alpha$  a partir de  $BC$

## Inferência

- Considere a base de conhecimentos (BC) como sendo tudo que sabemos sobre o domínio do problema
  - Uma coleção de sentenças (também chamadas **axiomas**)  
 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$
- Se um algoritmo de inferência  $i$  puder derivar  $\alpha$  a partir de  $BC$ , dizemos que  $BC \vdash_i \alpha$ 
  - Ou seja,  $\alpha$  é derivada de  $BC$  por  $i$
  - Ou  $i$  deriva  $\alpha$  a partir de  $BC$
- Inferimos  $\alpha$  de  $BC$

## Inferência

- Consistência:

## Inferência

- Consistência:
  - Um algoritmo de inferência que deriva somente sentenças que seguem logicamente da base é dito **consistente**

## Inferência

- Consistência:
  - Um algoritmo de inferência que deriva somente sentenças que seguem logicamente da base é dito **consistente**
  - Ou seja,  $i$  é consistente se, toda vez que  $BC \vdash_i \alpha$ , também for verdade que  $BC \models \alpha$



## Inferência

- Consistência:
  - Um algoritmo de inferência que deriva somente sentenças que seguem logicamente da base é dito **consistente**
  - Ou seja,  $i$  é consistente se, toda vez que  $BC \vdash_i \alpha$ , também for verdade que  $BC \models \alpha$
- Completude

## Inferência

- Consistência:
  - Um algoritmo de inferência que deriva somente sentenças que seguem logicamente da base é dito **consistente**
  - Ou seja,  $i$  é consistente se, toda vez que  $BC \vdash_i \alpha$ , também for verdade que  $BC \models \alpha$
- Completude
  - Um algoritmo de inferência que deriva qualquer sentença que siga logicamente é dito **completo**

## Inferência

- Consistência:
  - Um algoritmo de inferência que deriva somente sentenças que seguem logicamente da base é dito **consistente**
  - Ou seja,  $i$  é consistente se, toda vez que  $BC \vdash_i \alpha$ , também for verdade que  $BC \models \alpha$
- Completude
  - Um algoritmo de inferência que deriva qualquer sentença que siga logicamente é dito **completo**
  - Ou seja,  $i$  é completo se, toda vez que  $BC \models \alpha$ , também for verdade que  $BC \vdash_i \alpha$

# Raciocínio Lógico

## Consequência Lógica e Inferência

# Raciocínio Lógico

## Consequência Lógica e Inferência

- Consequência lógica é então básica para inferência

## Consequência Lógica e Inferência

- Consequência lógica é então básica para inferência
  - Se  $P \models Q$ , então não pode haver situação em que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  falso

## Consequência Lógica e Inferência

- Consequência lógica é então básica para inferência
- Se  $P \models Q$ , então não pode haver situação em que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  falso
  - Pois isso seria uma interpretação ( $P = V, Q = F$ ) em que  $P \models Q$  não valeria

## Consequência Lógica e Inferência

- Consequência lógica é então básica para inferência
- Se  $P \models Q$ , então não pode haver situação em que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  falso
  - Pois isso seria uma interpretação ( $P = V$ ,  $Q = F$ ) em que  $P \models Q$  não valeria
- Assim, se  $BC \models \alpha$ , então  $BC$  ser verdadeira faz com que  $\alpha$  necessariamente também o seja



## Consequência Lógica e Inferência

- Consequência lógica é então básica para inferência
  - Se  $P \models Q$ , então não pode haver situação em que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  falso
    - Pois isso seria uma interpretação ( $P = V, Q = F$ ) em que  $P \models Q$  não valeria
  - Assim, se  $BC \models \alpha$ , então  $BC$  ser verdadeira faz com que  $\alpha$  necessariamente também o seja
  - Da mesma forma, se a base for verdadeira, então qualquer sentença  $\alpha$  derivada dela por um procedimento de inferência  $i$  consistente ( $BC \vdash_i \alpha$ ) também será verdadeira

## Consequência Lógica e Inferência

- Consequência lógica é então básica para inferência
  - Se  $P \models Q$ , então não pode haver situação em que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  falso
    - Pois isso seria uma interpretação ( $P = V$ ,  $Q = F$ ) em que  $P \models Q$  não valeria
  - Assim, se  $BC \models \alpha$ , então  $BC$  ser verdadeira faz com que  $\alpha$  necessariamente também o seja
  - Da mesma forma, se a base for verdadeira, então qualquer sentença  $\alpha$  derivada dela por um procedimento de inferência  $i$  consistente ( $BC \vdash_i \alpha$ ) também será verdadeira
  - E assim qualquer afirmação derivada da base será verdadeira

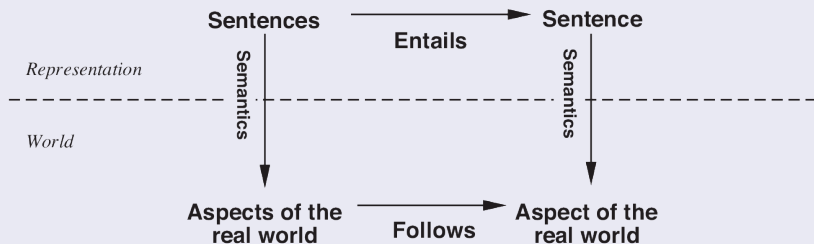
## Consequência Lógica e Inferência

- Se cada sentença na base corresponder a um aspecto do mundo real, ao derivarmos novas sentenças estaremos inferindo novos aspectos desse mesmo mundo

# Raciocínio Lógico

## Consequência Lógica e Inferência

- Se cada sentença na base corresponder a um aspecto do mundo real, ao derivarmos novas sentenças estaremos inferindo novos aspectos desse mesmo mundo



Fonte: AIMA. Russell & Norvig.

## Consequência Lógica e Inferência: Exemplo

- Base:
  - Se ele depositar R\$ 2,00 na máquina, terá um refrigerante
  - Se ele tiver um refrigerante, comprará um lanche
  - Ele depositou R\$ 2,00

## Consequência Lógica e Inferência: Exemplo

- Base:
  - Se ele depositar R\$ 2,00 na máquina, terá um refrigerante
  - Se ele tiver um refrigerante, comprará um lanche
  - Ele depositou R\$ 2,00
- Inferência:

## Consequência Lógica e Inferência: Exemplo

- Base:
  - Se ele depositar R\$ 2,00 na máquina, terá um refrigerante
  - Se ele tiver um refrigerante, comprará um lanche
  - Ele depositou R\$ 2,00
- Inferência:
  - Ele comprou o lanche

## Consequência Lógica e Inferência: Exemplo

- Base:
  - Se ele depositar R\$ 2,00 na máquina, terá um refrigerante
  - Se ele tiver um refrigerante, comprará um lanche
  - Ele depositou R\$ 2,00
- Inferência:
  - Ele comprou o lanche
  - Conhecimento novo, inferido das 3 proposições acima



# Lógica Proposicional

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional
- Símbolos

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional
- Símbolos
  - Representam proposições, que podem ser verdadeiras ou falsas

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional
- Símbolos
  - Representam proposições, que podem ser verdadeiras ou falsas
  - Símbolos com significado variável: P, Q, R etc

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional
- Símbolos
  - Representam proposições, que podem ser verdadeiras ou falsas
  - Símbolos com significado variável: P, Q, R etc
  - Símbolos com significado fixo: Verdadeiro e Falso



# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional
- Símbolos
  - Representam proposições, que podem ser verdadeiras ou falsas
  - Símbolos com significado variável: P, Q, R etc
  - Símbolos com significado fixo: Verdadeiro e Falso
- Sentenças compostas (ou complexas)

# Lógica Proposicional

## Sintaxe

- Sentenças atômicas
  - Consistem de um único símbolo proposicional
- Símbolos
  - Representam proposições, que podem ser verdadeiras ou falsas
  - Símbolos com significado variável: P, Q, R etc
  - Símbolos com significado fixo: Verdadeiro e Falso
- Sentenças compostas (ou complexas)
  - São construídas a partir de sentenças mais simples, por meio de conectivos lógicos

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação
- $\wedge$  (e): conjunção

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação
- $\wedge$  (e): conjunção
- $\vee$  (ou): disjunção

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação
- $\wedge$  (e): conjunção
- $\vee$  (ou): disjunção
- $\rightarrow$  ou  $\Rightarrow$  (implica): implicação ou condicional

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação
- $\wedge$  (e): conjunção
- $\vee$  (ou): disjunção
- $\rightarrow$  ou  $\Rightarrow$  (implica): implicação ou condicional
  - $A \rightarrow B$ :  $A$  é a **premissa** ou **antecedente**, e  $B$  a **conclusão** ou **consequente**



# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação
- $\wedge$  (e): conjunção
- $\vee$  (ou): disjunção
- $\rightarrow$  ou  $\Rightarrow$  (implica): implicação ou condicional
  - $A \rightarrow B$ :  $A$  é a **premissa** ou **antecedente**, e  $B$  a **conclusão** ou **consequente**
- $\leftrightarrow$  ou  $\Leftrightarrow$  (se e somente se): bicondicional ou equivalência

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Conectivos Lógicos

- $\neg$  (não): negação
- $\wedge$  (e): conjunção
- $\vee$  (ou): disjunção
- $\rightarrow$  ou  $\Rightarrow$  (implica): implicação ou condicional
  - $A \rightarrow B$ :  $A$  é a **premissa** ou **antecedente**, e  $B$  a **conclusão** ou **consequente**
- $\leftrightarrow$  ou  $\Leftrightarrow$  (se e somente se): bicondicional ou equivalência
  - $A \leftrightarrow B$ :  $B$  será verdade se e somente se  $A$  for verdade

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Gramática formal

Sentença	→	Sentença_Atômica   Sentença_Composta
Sentença_Atômica	→	Verdadeiro   Falso   Símbolo
Símbolo	→	P   Q   R   ...
Sentença_Composta	→	( Sentença )   [ Sentença ]   $\neg$ Sentença   Sentença $\wedge$ Sentença   Sentença $\vee$ Sentença   Sentença $\Rightarrow$ Sentença   Sentença $\Leftrightarrow$ Sentença


Precedência de operadores:  $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Gramática formal

Sentença	→	Sentença_Atômica   Sentença_Composta
Sentença_Atômica	→	Verdadeiro   Falso   Símbolo
Símbolo	→	P   Q   R   ...
Sentença_Composta	→	( Sentença )   [ Sentença ]   $\neg$ Sentença   Sentença $\wedge$ Sentença   Sentença $\vee$ Sentença   Sentença $\Rightarrow$ Sentença   Sentença $\Leftrightarrow$ Sentença

[ ] e ( ) signifi-  
cam a mesma coisa




Precedência de operadores:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$

# Lógica Proposicional

## Sintaxe: Gramática formal

Sentença	→	Sentença_Atômica   Sentença_Composta
Sentença_Atômica	→	Verdadeiro   Falso   Símbolo
Símbolo	→	P   Q   R   ...
Sentença_Composta	→	( Sentença )   [ Sentença ]   $\neg$ Sentença   Sentença $\wedge$ Sentença   Sentença $\vee$ Sentença   Sentença $\Rightarrow$ Sentença   Sentença $\Leftrightarrow$ Sentença

Apenas dão mais  
opções para leitura



Precedência de operadores:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Define as regras para determinar a veracidade de qualquer sentença com respeito a um modelo

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Define as regras para determinar a veracidade de qualquer sentença com respeito a um modelo
- Especifica como calcular o **valor verdade** (*verdadeiro* ou *falso*) de qualquer sentença, dado um modelo

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Define as regras para determinar a veracidade de qualquer sentença com respeito a um modelo
- Especifica como calcular o **valor verdade** (*verdadeiro* ou *falso*) de qualquer sentença, dado um modelo
- Associa assim um valor a um símbolo ou sentença (dá seu significado):



# Lógica Proposicional

## Semântica

- Define as regras para determinar a veracidade de qualquer sentença com respeito a um modelo
- Especifica como calcular o **valor verdade** (*verdadeiro* ou *falso*) de qualquer sentença, dado um modelo
- Associa assim um valor a um símbolo ou sentença (dá seu significado):
  - Verdadeiro ou falso

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Define as regras para determinar a veracidade de qualquer sentença com respeito a um modelo
  - Especifica como calcular o **valor verdade** (*verdadeiro* ou *falso*) de qualquer sentença, dado um modelo
- Associa assim um valor a um símbolo ou sentença (dá seu significado):
  - Verdadeiro ou falso
- Avalia sentenças complexas com base na precedência dos operadores

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
- Ou seja, define seu valor dentro do modelo

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
  - Ou seja, define seu valor dentro do modelo
  - É o que chamávamos de “Interpretação”

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
  - Ou seja, define seu valor dentro do modelo
  - É o que chamávamos de “Interpretação”
- Ex: Se as sentenças na base usam os símbolos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , poderemos ter os seguintes modelos

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
  - Ou seja, define seu valor dentro do modelo
  - É o que chamávamos de “Interpretação”
- Ex: Se as sentenças na base usam os símbolos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , poderemos ter os seguintes modelos
  - $m_1 = \{P_1 = f, P_2 = v, P_3 = v\}$

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
  - Ou seja, define seu valor dentro do modelo
  - É o que chamávamos de “Interpretação”
- Ex: Se as sentenças na base usam os símbolos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , poderemos ter os seguintes modelos
  - $m_1 = \{P_1 = f, P_2 = v, P_3 = v\}$
  - $m_2 = \{P_1 = v, P_2 = v, P_3 = v\}$



# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
  - Ou seja, define seu valor dentro do modelo
  - É o que chamávamos de “Interpretação”
- Ex: Se as sentenças na base usam os símbolos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , poderemos ter os seguintes modelos
  - $m_1 = \{P_1 = f, P_2 = v, P_3 = v\}$
  - $m_2 = \{P_1 = v, P_2 = v, P_3 = v\}$
  - ...

# Lógica Proposicional

## Semântica: Modelo

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente fixa o valor verdade para cada símbolo proposicional
  - Ou seja, define seu valor dentro do modelo
  - É o que chamávamos de “Interpretação”
- Ex: Se as sentenças na base usam os símbolos  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ , poderemos ter os seguintes modelos
  - $m_1 = \{P_1 = f, P_2 = v, P_3 = v\}$
  - $m_2 = \{P_1 = v, P_2 = v, P_3 = v\}$
  - ...
  - Com 3 símbolos teremos  $2^3 = 8$  possíveis modelos

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas
- Precisamos então especificar como calcular a veracidade de sentenças atômicas

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas
- Precisamos então especificar como calcular a veracidade de sentenças atômicas
- E então de sentenças formadas com os conectivos

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas
- Precisamos então especificar como calcular a veracidade de sentenças atômicas
- E então de sentenças formadas com os conectivos
- Tratamento de sentenças atômicas

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas
  - Precisamos então especificar como calcular a veracidade de sentenças atômicas
  - E então de sentenças formadas com os conectivos
- Tratamento de sentenças atômicas
  - *Verdadeiro* é verdadeiro em qualquer modelo, assim como *Falso* é falso

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas
  - Precisamos então especificar como calcular a veracidade de sentenças atômicas
  - E então de sentenças formadas com os conectivos
- Tratamento de sentenças atômicas
  - *Verdadeiro* é verdadeiro em qualquer modelo, assim como *Falso* é falso
  - O valor verdade de qualquer outro símbolo proposicional deve ser especificado diretamente no modelo



# Lógica Proposicional

## Semântica

- Toda sentença é construídas recursivamente a partir de sentenças atômicas
  - Precisamos então especificar como calcular a veracidade de sentenças atômicas
  - E então de sentenças formadas com os conectivos
- Tratamento de sentenças atômicas
  - *Verdadeiro* é verdadeiro em qualquer modelo, assim como *Falso* é falso
  - O valor verdade de qualquer outro símbolo proposicional deve ser especificado diretamente no modelo
    - Ex: em  $m_1$ ,  $P_1 = \text{falso}$

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):
  - $\neg P$  é verdadeiro sse  $P$  for falso em  $m$

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):
  - $\neg P$  é verdadeiro sse  $P$  for falso em  $m$
  - $P \wedge Q$  é verdadeiro sse ambas as sentenças ( $P$  e  $Q$ ) forem verdadeiras em  $m$

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):
  - $\neg P$  é verdadeiro sse  $P$  for falso em  $m$
  - $P \wedge Q$  é verdadeiro sse ambas as sentenças ( $P$  e  $Q$ ) forem verdadeiras em  $m$
  - $P \vee Q$  é verdadeiro sse pelo menos uma das sentenças ( $P$  ou  $Q$ ) for verdadeira

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):
  - $\neg P$  é verdadeiro sse  $P$  for falso em  $m$
  - $P \wedge Q$  é verdadeiro sse ambas as sentenças ( $P$  e  $Q$ ) forem verdadeiras em  $m$
  - $P \vee Q$  é verdadeiro sse pelo menos uma das sentenças ( $P$  ou  $Q$ ) for verdadeira
  - $P \rightarrow Q$  é verdadeiro a menos que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  seja falso em  $m$

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):
  - $\neg P$  é verdadeiro sse  $P$  for falso em  $m$
  - $P \wedge Q$  é verdadeiro sse ambas as sentenças ( $P$  e  $Q$ ) forem verdadeiras em  $m$
  - $P \vee Q$  é verdadeiro sse pelo menos uma das sentenças ( $P$  ou  $Q$ ) for verdadeira
  - $P \rightarrow Q$  é verdadeiro a menos que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  seja falso em  $m$
  - $P \leftrightarrow Q$  é verdadeiro sse  $P$  e  $Q$  forem ambos verdadeiros ou ambos falsos em  $m$

# Lógica Proposicional

## Semântica

- Regras Semânticas (dado um modelo  $m$ ):
  - $\neg P$  é verdadeiro sse  $P$  for falso em  $m$
  - $P \wedge Q$  é verdadeiro sse ambas as sentenças ( $P$  e  $Q$ ) forem verdadeiras em  $m$
  - $P \vee Q$  é verdadeiro sse pelo menos uma das sentenças ( $P$  ou  $Q$ ) for verdadeira
  - $P \rightarrow Q$  é verdadeiro a menos que  $P$  seja verdadeiro e  $Q$  seja falso em  $m$
  - $P \leftrightarrow Q$  é verdadeiro sse  $P$  e  $Q$  forem ambos verdadeiros ou ambos falsos em  $m$ 
    - Ou seja, se  $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$



# Lógica Proposicional

## Regras Semânticas: Tabela Verdade

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

# Lógica Proposicional

## Regras Semânticas: Tabela Verdade

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

- Além destes, há o **ou exclusivo** ( $P \oplus Q$ )

# Lógica Proposicional

## Regras Semânticas: Tabela Verdade

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

- Além destes, há o **ou exclusivo** ( $P \oplus Q$ )
  - *falso* quando  $P$  e  $Q$  forem ambos verdadeiros ou ambos falsos

# Lógica Proposicional

## Regras Semânticas: Tabela Verdade

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
V	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F
F	F	V	F	F	V	V

- Além destes, há o **ou exclusivo** ( $P \oplus Q$ )
  - *falso* quando  $P$  e  $Q$  forem ambos verdadeiros ou ambos falsos
  - Ou seja, apenas um deles pode ser verdadeiro

# Lógica Proposicional

## Regras Semânticas: Implicação

- $P \rightarrow Q$

## Regras Semânticas: Implicação

- $P \rightarrow Q$ 
  - Não se trata de uma relação de causa e efeitos

## Regras Semânticas: Implicação

- $P \rightarrow Q$ 
  - Não se trata de uma relação de causa e efeitos
  - Pode ser vista como uma promessa: Se  $P$  então  $Q$

## Regras Semânticas: Implicação

- $P \rightarrow Q$ 
  - Não se trata de uma relação de causa e efeitos
  - Pode ser vista como uma promessa: Se  $P$  então  $Q$ 
    - $P = V$  e  $Q = F$  significa que a promessa foi quebrada



## Regras Semânticas: Implicação

- $P \rightarrow Q$ 
  - Não se trata de uma relação de causa e efeitos
  - Pode ser vista como uma promessa: Se  $P$  então  $Q$ 
    - $P = V$  e  $Q = F$  significa que a promessa foi quebrada
    - Mas, se  $P = F$ , não temos razão para crer que a promessa foi quebrada, independentemente de  $Q$

## Regras Semânticas: Implicação

- $P \rightarrow Q$ 
  - Não se trata de uma relação de causa e efeitos
  - Pode ser vista como uma promessa: Se  $P$  então  $Q$ 
    - $P = V$  e  $Q = F$  significa que a promessa foi quebrada
    - Mas, se  $P = F$ , não temos razão para crer que a promessa foi quebrada, independentemente de  $Q$
  - Alternativamente, pode ser lida como “Se  $P$  for verdadeiro, então estou afirmando que  $Q$  é verdadeiro. Do contrário, não estou afirmando nada”

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?
  - Ou seja, se  $\beta$  segue logicamente de  $\alpha$ , então  $\alpha$  implica  $\beta$ ?

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?
  - Ou seja, se  $\beta$  segue logicamente de  $\alpha$ , então  $\alpha$  implica  $\beta$ ?
  - Não necessariamente...

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?
  - Ou seja, se  $\beta$  segue logicamente de  $\alpha$ , então  $\alpha$  implica  $\beta$ ?
  - Não necessariamente...
- $\alpha \rightarrow \beta$  possui o significado “se  $\alpha$  então  $\beta$ ”

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?
  - Ou seja, se  $\beta$  segue logicamente de  $\alpha$ , então  $\alpha$  implica  $\beta$ ?
  - Não necessariamente...
- $\alpha \rightarrow \beta$  possui o significado “se  $\alpha$  então  $\beta$ ”
  - Se  $\alpha$  for verdadeiro, então  $\beta$  também o será

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?
  - Ou seja, se  $\beta$  segue logicamente de  $\alpha$ , então  $\alpha$  implica  $\beta$ ?
  - Não necessariamente...
- $\alpha \rightarrow \beta$  possui o significado “se  $\alpha$  então  $\beta$ ”
  - Se  $\alpha$  for verdadeiro, então  $\beta$  também o será
  - Porém sem a obrigatoriedade dessa relação ser sempre verdadeira



## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Se  $\alpha \models \beta$ , então podemos dizer que  $\alpha \rightarrow \beta$ ?
  - Ou seja, se  $\beta$  segue logicamente de  $\alpha$ , então  $\alpha$  implica  $\beta$ ?
  - Não necessariamente...
- $\alpha \rightarrow \beta$  possui o significado “se  $\alpha$  então  $\beta$ ”
  - Se  $\alpha$  for verdadeiro, então  $\beta$  também o será
  - Porém sem a obrigatoriedade dessa relação ser sempre verdadeira
  - Assim, pode haver uma interpretação (um modelo) em que  $\alpha \rightarrow \beta$  seja falso (quando  $\alpha = V$  e  $\beta = F$ )

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Contudo,  $\alpha \models \beta$  exige que a relação ocorra em toda interpretação

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Contudo,  $\alpha \models \beta$  exige que a relação ocorra em toda interpretação
- Ex: Se chover, então molhará

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Contudo,  $\alpha \models \beta$  exige que a relação ocorra em toda interpretação
- Ex: Se chover, então molhará
  - Então *chover*  $\rightarrow$  *molhar* (condicional)

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Contudo,  $\alpha \models \beta$  exige que a relação ocorra em toda interpretação
- Ex: Se chover, então molhará
  - Então  $\text{chover} \rightarrow \text{molhar}$  (condicional)
- Mas  $\text{chover} \models \text{molhar}$ ?

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Contudo,  $\alpha \models \beta$  exige que a relação ocorra em toda interpretação
- Ex: Se chover, então molhará
  - Então  $\text{chover} \rightarrow \text{molhar}$  (condicional)
- Mas  $\text{chover} \models \text{molhar}$ ?
  - “Vulcão lança chuva de cinzas na Cidade do México”  
(Manchete do Estadão, 01/08/2016)

## Consequência Lógica $\times$ Implicação

- Contudo,  $\alpha \models \beta$  exige que a relação ocorra em toda interpretação
- Ex: Se chover, então molhará
  - Então  $\text{chover} \rightarrow \text{molhar}$  (condicional)
- Mas  $\text{chover} \models \text{molhar}$ ?
  - “Vulcão lança chuva de cinzas na Cidade do México”  
(Manchete do Estadão, 01/08/2016)
- Com  $\models$ , a implicação tem que ser verdadeira em toda interpretação

## Tautologia

- Uma tautologia é uma expressão composta que é necessariamente verdadeira, independentemente dos valores de seus componentes



## Tautologia

- Uma tautologia é uma expressão composta que é necessariamente verdadeira, independentemente dos valores de seus componentes
  - Ou seja, é verdadeira em todos os modelos

## Tautologia

- Uma tautologia é uma expressão composta que é necessariamente verdadeira, independentemente dos valores de seus componentes
  - Ou seja, é verdadeira em todos os modelos
  - Também chamada de expressão **válida**

## Tautologia

- Uma tautologia é uma expressão composta que é necessariamente verdadeira, independentemente dos valores de seus componentes
  - Ou seja, é verdadeira em todos os modelos
  - Também chamada de expressão **válida**
- Ex:  $P \vee \neg P$  é sempre verdadeira

## Tautologia

- Uma tautologia é uma expressão composta que é necessariamente verdadeira, independentemente dos valores de seus componentes
  - Ou seja, é verdadeira em todos os modelos
  - Também chamada de expressão **válida**
- Ex:  $P \vee \neg P$  é sempre verdadeira

$P$	$\neg P$	$P \vee \neg P$
V	F	V
F	V	V

## Tautologia

- Uma tautologia é uma expressão composta que é necessariamente verdadeira, independentemente dos valores de seus componentes
  - Ou seja, é verdadeira em todos os modelos
  - Também chamada de expressão **válida**
- Ex:  $P \vee \neg P$  é sempre verdadeira

$P$	$\neg P$	$P \vee \neg P$
V	F	V
F	V	V

- Sua coluna na tabela verdade será sempre V

## Tautologia

- Ex:
  - $P \wedge Q \rightarrow Q$

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia

- Ex:

- $P \wedge Q \rightarrow Q$

$P$	$Q$	$P \wedge Q$	$P \wedge Q \rightarrow Q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

## Tautologia

- Ex:

- $P \wedge Q \rightarrow Q$

$P$	$Q$	$P \wedge Q$	$P \wedge Q \rightarrow Q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

- É uma tautologia



## Tautologia

- Ex:

- $P \wedge Q \rightarrow Q$

$P$	$Q$	$P \wedge Q$	$P \wedge Q \rightarrow Q$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

- É uma tautologia
- Não há situação (interpretação) em que  $P \wedge Q \rightarrow Q$  possa ser falso

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)
- Ou seja, se  $\alpha$  tautologicamente implicar  $\beta$  (se  $\alpha \rightarrow \beta$  for válida).

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)
- Ou seja, se  $\alpha$  tautologicamente implicar  $\beta$  (se  $\alpha \rightarrow \beta$  for válida).
- O mesmo ocorre com equivalência ( $\alpha \leftrightarrow \beta$ )?

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)
- Ou seja, se  $\alpha$  tautologicamente implicar  $\beta$  (se  $\alpha \rightarrow \beta$  for válida).
- O mesmo ocorre com equivalência ( $\alpha \leftrightarrow \beta$ )? Sim

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)
  - Ou seja, se  $\alpha$  tautologicamente implicar  $\beta$  (se  $\alpha \rightarrow \beta$  for válida).
- O mesmo ocorre com equivalência ( $\alpha \leftrightarrow \beta$ )? Sim
- Dizemos que  $\alpha \equiv \beta$  se e somente se  $\alpha \leftrightarrow \beta$  for uma tautologia

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)
  - Ou seja, se  $\alpha$  tautologicamente implicar  $\beta$  (se  $\alpha \rightarrow \beta$  for válida).
- O mesmo ocorre com equivalência ( $\alpha \leftrightarrow \beta$ )? Sim
- Dizemos que  $\alpha \equiv \beta$  se e somente se  $\alpha \leftrightarrow \beta$  for uma tautologia
  - Temos então uma **equivalência tautológica** ( $\alpha$  e  $\beta$  são tautologicamente equivalentes)

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Dizemos então que  $\alpha \models \beta$  se e somente se  $\alpha \rightarrow \beta$  for uma tautologia (**Teorema da Dedução**)
  - Ou seja, se  $\alpha$  tautologicamente implicar  $\beta$  (se  $\alpha \rightarrow \beta$  for válida).
- O mesmo ocorre com equivalência ( $\alpha \leftrightarrow \beta$ )? Sim
- Dizemos que  $\alpha \equiv \beta$  se e somente se  $\alpha \leftrightarrow \beta$  for uma tautologia
  - Temos então uma **equivalência tautológica** ( $\alpha$  e  $\beta$  são tautologicamente equivalentes)
  - $\alpha \equiv \beta$  se e somente se  $\alpha \models \beta$  e  $\beta \models \alpha$



# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Ex:  $A \wedge \neg B \equiv \neg(\neg A \vee B)$

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Ex:  $A \wedge \neg B \equiv \neg(\neg A \vee B)$

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$\neg(\neg A \vee B)$	$A \wedge \neg B$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Ex:  $A \wedge \neg B \equiv \neg(\neg A \vee B)$

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$\neg(\neg A \vee B)$	$A \wedge \neg B$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Para serem equivalentes as colunas precisam ser idênticas

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Ex:  $A \wedge \neg B \equiv \neg(\neg A \vee B)$

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$\neg(\neg A \vee B)$	$A \wedge \neg B$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Do contrário  
teremos um  
 $V \rightarrow F$ , e  
 $\alpha \rightarrow \beta$  será falso

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Ex:  $A \wedge \neg B \equiv \neg(\neg A \vee B)$

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$\neg(\neg A \vee B)$	$A \wedge \neg B$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Do contrário  
teremos um  
 $V \rightarrow F$ , e  
 $\alpha \rightarrow \beta$  será falso

- Se duas sentenças são tautologicamente equivalentes, então elas expressam essencialmente os mesmos fatos

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia, Consequência Lógica e Equivalência

- Ex:  $A \wedge \neg B \equiv \neg(\neg A \vee B)$

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$\neg(\neg A \vee B)$	$A \wedge \neg B$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F

Do contrário  
teremos um  
 $V \rightarrow F$ , e  
 $\alpha \rightarrow \beta$  será falso

- Se duas sentenças são tautologicamente equivalentes, então elas expressam essencialmente os mesmos fatos
  - E consequentemente seus papéis na inferência são quase idênticos

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação
  - Ou seja, se for verdadeira em algum modelo



## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação
  - Ou seja, se for verdadeira em algum modelo
- Da mesma forma, uma sentença é insatisfatível se for falsa em todas as interpretações

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação
  - Ou seja, se for verdadeira em algum modelo
- Da mesma forma, uma sentença é insatisfatível se for falsa em todas as interpretações
  - Ou seja, se não for verdadeira em nenhum modelo

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação
  - Ou seja, se for verdadeira em algum modelo
- Da mesma forma, uma sentença é insatisfatível se for falsa em todas as interpretações
  - Ou seja, se não for verdadeira em nenhum modelo
- Satisfatibilidade está ligada a validade:

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação
  - Ou seja, se for verdadeira em algum modelo
- Da mesma forma, uma sentença é insatisfatível se for falsa em todas as interpretações
  - Ou seja, se não for verdadeira em nenhum modelo
- Satisfatibilidade está ligada a validade:
  - $\alpha$  é válida sse  $\neg\alpha$  for insatisfatível

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Uma sentença é satisfatível se for verdadeira sob alguma interpretação
  - Ou seja, se for verdadeira em algum modelo
- Da mesma forma, uma sentença é insatisfatível se for falsa em todas as interpretações
  - Ou seja, se não for verdadeira em nenhum modelo
- Satisfatibilidade está ligada a validade:
  - $\alpha$  é válida sse  $\neg\alpha$  for insatisfatível
  - Da mesma forma,  $\alpha$  é satisfatível sse  $\neg\alpha$  não for válida

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Satisfatibilidade também está ligada a inferência:

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Satisfatibilidade também está ligada a inferência:
  - $BC \models \alpha$  se e somente se  $(BC \wedge \neg\alpha)$  for insatisfatível

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Satisfatibilidade também está ligada a inferência:
  - $BC \models \alpha$  se e somente se  $(BC \wedge \neg \alpha)$  for insatisfatível
  - Ou seja, prova-se  $\alpha$  a partir de  $BC$  por **reductio ad absurdum**



## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Satisfatibilidade também está ligada a inferência:
  - $BC \models \alpha$  se e somente se  $(BC \wedge \neg \alpha)$  for insatisfatível
  - Ou seja, prova-se  $\alpha$  a partir de  $BC$  por **reductio ad absurdum**
  - Também conhecida como prova por **refutação** ou **contradição**

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Satisfatibilidade também está ligada a inferência:
  - $BC \models \alpha$  se e somente se  $(BC \wedge \neg \alpha)$  for insatisfatível
  - Ou seja, prova-se  $\alpha$  a partir de  $BC$  por **reductio ad absurdum**
  - Também conhecida como prova por **refutação** ou **contradição**
    - Assume-se  $\alpha$  como falsa e mostra-se que isso leva a uma contradição com algum axioma da base

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade

- Satisfatibilidade também está ligada a inferência:
  - $BC \models \alpha$  se e somente se  $(BC \wedge \neg \alpha)$  for insatisfatível
  - Ou seja, prova-se  $\alpha$  a partir de  $BC$  por **reductio ad absurdum**
  - Também conhecida como prova por **refutação** ou **contradição**
    - Assume-se  $\alpha$  como falsa e mostra-se que isso leva a uma contradição com algum axioma da base
    - Veremos melhor mais adiante...

# Lógica Proposicional e Raciocínio Lógico

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- Fumaça  $\rightarrow$  Fumaça

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- Fumaça  $\rightarrow$  Fumaça
  - Válida (tautologia)

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- Fumaça  $\rightarrow$  Fumaça
  - Válida (tautologia)
- Fumaça  $\rightarrow$  Fogo

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- Fumaça  $\rightarrow$  Fumaça
  - Válida (tautologia)
- Fumaça  $\rightarrow$  Fogo
  - Não válida (Fumaça = V, Fogo = F)

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- Fumaça  $\rightarrow$  Fumaça
  - Válida (tautologia)
- Fumaça  $\rightarrow$  Fogo
  - Não válida (Fumaça = V, Fogo = F)
  - Satisfatível



## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- Fumaça  $\rightarrow$  Fumaça
  - Válida (tautologia)
- Fumaça  $\rightarrow$  Fogo
  - Não válida (Fumaça = V, Fogo = F)
  - Satisfatível
- $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow (\neg \text{Fumaça} \rightarrow \neg \text{Fogo})$

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- $\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fumaça}$ 
  - Válida (tautologia)
- $\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}$ 
  - Não válida ( $\text{Fumaça} = \text{V}$ ,  $\text{Fogo} = \text{F}$ )
  - Satisfatível
- $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow (\neg \text{Fumaça} \rightarrow \neg \text{Fogo})$ 
  - Não válida ( $\text{Fumaça} = \text{F}$ ,  $\text{Fogo} = \text{V}$ )

## Tautologia (Validade) e Satisfatibilidade – Ex:

- $\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fumaça}$ 
  - Válida (tautologia)
- $\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}$ 
  - Não válida ( $\text{Fumaça} = \text{V}$ ,  $\text{Fogo} = \text{F}$ )
  - Satisfatível
- $(\text{Fumaça} \rightarrow \text{Fogo}) \rightarrow (\neg \text{Fumaça} \rightarrow \neg \text{Fogo})$ 
  - Não válida ( $\text{Fumaça} = \text{F}$ ,  $\text{Fogo} = \text{V}$ )
  - Satisfatível

## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças

## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças
  - Cada sentença  $\alpha_i$  nela é uma proposição lógica (um fato)

## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças
  - Cada sentença  $\alpha_i$  nela é uma proposição lógica (um fato)
  - Podemos vê-la como sendo  $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n$

## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças
  - Cada sentença  $\alpha_i$  nela é uma proposição lógica (um fato)
  - Podemos vê-la como sendo  $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n$
- Inferência:

## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças
  - Cada sentença  $\alpha_i$  nela é uma proposição lógica (um fato)
  - Podemos vê-la como sendo  $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n$
- Inferência:
  - Busca decidir se  $Base \models \alpha$ , para algum  $\alpha$



## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças
  - Cada sentença  $\alpha_i$  nela é uma proposição lógica (um fato)
  - Podemos vê-la como sendo  $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n$
- Inferência:
  - Busca decidir se  $Base \models \alpha$ , para algum  $\alpha$
- Como?

## Inferência em uma Base de Conhecimento

- Vimos que uma base de conhecimento é um conjunto de sentenças
  - Cada sentença  $\alpha_i$  nela é uma proposição lógica (um fato)
  - Podemos vê-la como sendo  $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n$
- Inferência:
  - Busca decidir se  $Base \models \alpha$ , para algum  $\alpha$
- Como?
  - Provando (ou não) que  $Base \models \alpha$

## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**

## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**
  - Enumere todas as interpretações (modelos)

## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**

- Enumere todas as interpretações (modelos)
- Selecione aquelas em que todos os elementos da  $BC$  são verdadeiros

## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**
  - Enumere todas as interpretações (modelos)
  - Selecione aquelas em que todos os elementos da  $BC$  são verdadeiros
    - Ou seja, aquelas em que a  $BC$  é verdadeira

## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**

- Enumere todas as interpretações (modelos)
- Selecione aquelas em que todos os elementos da  $BC$  são verdadeiros
  - Ou seja, aquelas em que a  $BC$  é verdadeira
- Verifique se  $\alpha$  é verdadeiro em todos eles

## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**

- Enumere todas as interpretações (modelos)
- Selecione aquelas em que todos os elementos da  $BC$  são verdadeiros
  - Ou seja, aquelas em que a  $BC$  é verdadeira
- Verifique se  $\alpha$  é verdadeiro em todos eles
- Ou seja, decida se  $BC \models \alpha$



## Provas: Algoritmo

- **Verificação do Modelo**

- Enumere todas as interpretações (modelos)
- Selecione aquelas em que todos os elementos da  $BC$  são verdadeiros
  - Ou seja, aquelas em que a  $BC$  é verdadeira
- Verifique se  $\alpha$  é verdadeiro em todos eles

- Ou seja, decida se  $BC \models \alpha$

- Verificando, na força bruta, se  $BC \rightarrow \alpha$  é verdadeiro em todo modelo

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Enumere todas as interpretações

# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Enumere todas as interpretações

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Enumere todas as interpretações
  - Derive as proposições da base de conhecimento, com base nesses valores

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Enumere todas as interpretações
  - Derive as proposições da base de conhecimento, com base nesses valores

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Veja qual interpretação tem como verdadeira toda a base

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V



# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Veja qual interpretação tem como verdadeira toda a base

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Veja qual interpretação tem como verdadeira toda a base
  - Verifique  $G$  em toda interpretação na qual a base é verdadeira:

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

# Lógica Proposicional e Inferência

## Verificação do Modelo: Exemplo

- Base de dados:
  - Se hoje for ensolarado, Tomás estará feliz ( $S \rightarrow H$ )
  - Se Tomás estiver feliz, então a aula será boa ( $H \rightarrow G$ )
  - Hoje há sol ( $S$ )
- A aula foi boa ( $G$ )?
  - Veja qual interpretação tem como verdadeira toda a base
  - Verifique  $G$  em toda interpretação na qual a base é verdadeira: a aula foi boa

$S$	$H$	$G$	$S \rightarrow H$	$H \rightarrow G$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	V	V	V
F	F	F	V	V

## Verificação do Modelo

- Note que:

## Verificação do Modelo

- Note que:
  - Se a sentença  $S$  for verdadeira em todo modelo em que  $BC$  é verdadeira, então  $BC \models S$

## Verificação do Modelo

- Note que:
  - Se a sentença  $S$  for verdadeira em todo modelo em que  $BC$  é verdadeira, então  $BC \models S$
  - Se  $S$  for verdadeira em pelo menos um deles (uma linha na tabela), então  $BC \rightarrow S$  (nesse modelo)

## Verificação do Modelo

- Note que:
  - Se a sentença  $S$  for verdadeira em todo modelo em que  $BC$  é verdadeira, então  $BC \models S$
  - Se  $S$  for verdadeira em pelo menos um deles (uma linha na tabela), então  $BC \rightarrow S$  (nesse modelo)
- Método dispendioso:

## Verificação do Modelo

- Note que:
  - Se a sentença  $S$  for verdadeira em todo modelo em que  $BC$  é verdadeira, então  $BC \models S$
  - Se  $S$  for verdadeira em pelo menos um deles (uma linha na tabela), então  $BC \rightarrow S$  (nesse modelo)
- Método dispendioso:
  - Ocupa muita memória



## Verificação do Modelo

- Note que:
  - Se a sentença  $S$  for verdadeira em todo modelo em que  $BC$  é verdadeira, então  $BC \models S$
  - Se  $S$  for verdadeira em pelo menos um deles (uma linha na tabela), então  $BC \rightarrow S$  (nesse modelo)
- Método dispendioso:
  - Ocupa muita memória
  - Tempo de execução muito longo, dependendo do tamanho da base

## Verificação do Modelo

- Solução: Aplicação de regras de inferência

## Verificação do Modelo

- Solução: Aplicação de regras de inferência
  - Modo de testar se uma  $BC \models S$  sem enumerar todas as possíveis interpretações

## Verificação do Modelo

- Solução: Aplicação de regras de inferência
  - Modo de testar se uma  $BC \models S$  sem enumerar todas as possíveis interpretações
  - Aplicam-se regras de inferência diretamente a sentenças na  $BC$  para construir uma prova para a sentença desejada

## Verificação do Modelo

- Solução: Aplicação de regras de inferência
  - Modo de testar se uma  $BC \models S$  sem enumerar todas as possíveis interpretações
  - Aplicam-se regras de inferência diretamente a sentenças na  $BC$  para construir uma prova para a sentença desejada
  - Não há necessidade de se consultar o modelo

## Verificação do Modelo

- Solução: Aplicação de regras de inferência
  - Modo de testar se uma  $BC \models S$  sem enumerar todas as possíveis interpretações
  - Aplicam-se regras de inferência diretamente a sentenças na  $BC$  para construir uma prova para a sentença desejada
  - Não há necessidade de se consultar o modelo
  - Mais eficiente que a verificação do modelo, se o número de modelos for grande e o comprimento da prova pequeno

# Referências

- Russell, S.; Norvig P. (2010): Artificial Intelligence: A Modern Approach. Prentice Hall. 3a ed.
- Slides do livro:  
<http://aima.eecs.berkeley.edu/slides-pdf/>
- Nicoletti, M.C. (2017): A Cartilha da Lógica. LTC. 3a ed.
- Suppes, P. (1957): Introduction to Logic. Van Nostrand Reinhold Co.

# Referências

- <http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Electrical-Engineering-and-Computer-Science/6-034Spring-2005/LectureNotes/index.htm>
- <https://pt.wikipedia.org/wiki/Acarretamento>
- <http://www.math.niu.edu/~richard/Math101/implies.pdf>