Computação Gráfica

Geometria e Transformações

Profa. Fátima Nunes

Definições Básicas

- **Computação Gráfica: matemática + arte**

- ISO – *International Organization for Standardization:*
  - Conjunto de ferramentas e técnica para converter dados para ou de um dispositivo gráfico através do computador.

Aplicações

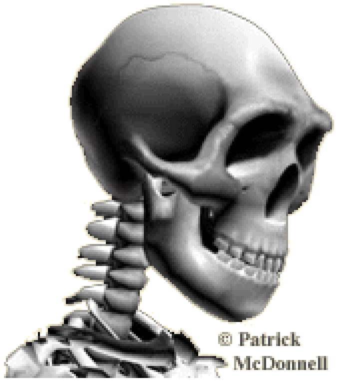
- **Comunidade científica: ambientes 3D dominarão tecnologias de SO, BD, Interface etc**
  - **Arte: efeitos especiais, modelagens**
  - **Medicina: exames, diagnósticos, planejamento**
  - **Arquitetura: perspectivas, projetos de interiores**
  - **Geografia: cartografia, GIS, previsão colheitas**
  - **Segurança Pública: estratégias, treinamentos**
  - **Indústria: treinamento, controle de qualidade, projetos**
  - **Turismo: visitas virtuais, mapas**
  - **Moda, Lazer, Psicologia, Educação etc**

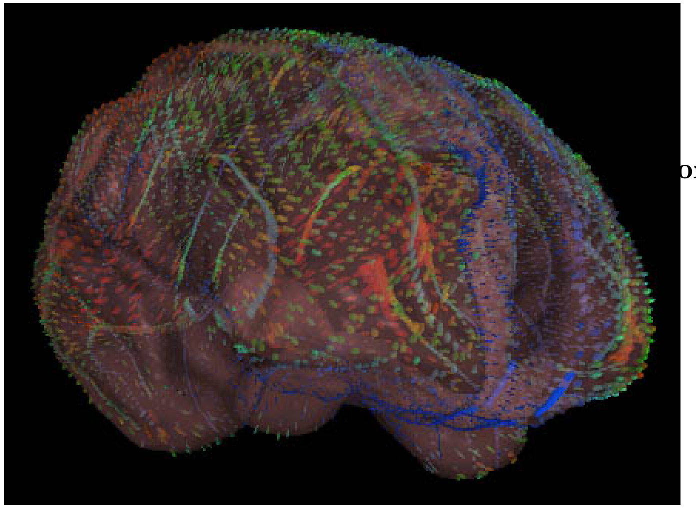
Aplicações

- **Arte**

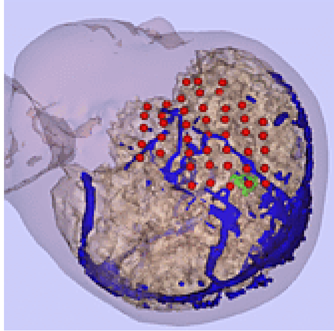
Aplicações

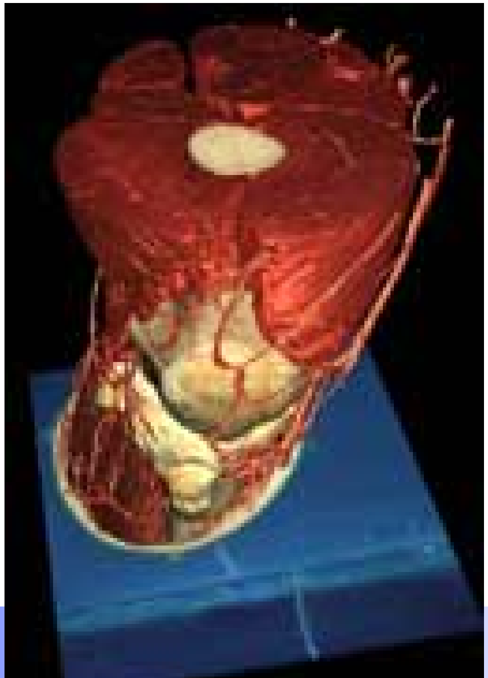
- Medicina





oni.ucla.edu/.../ siggraph2001_anim.html

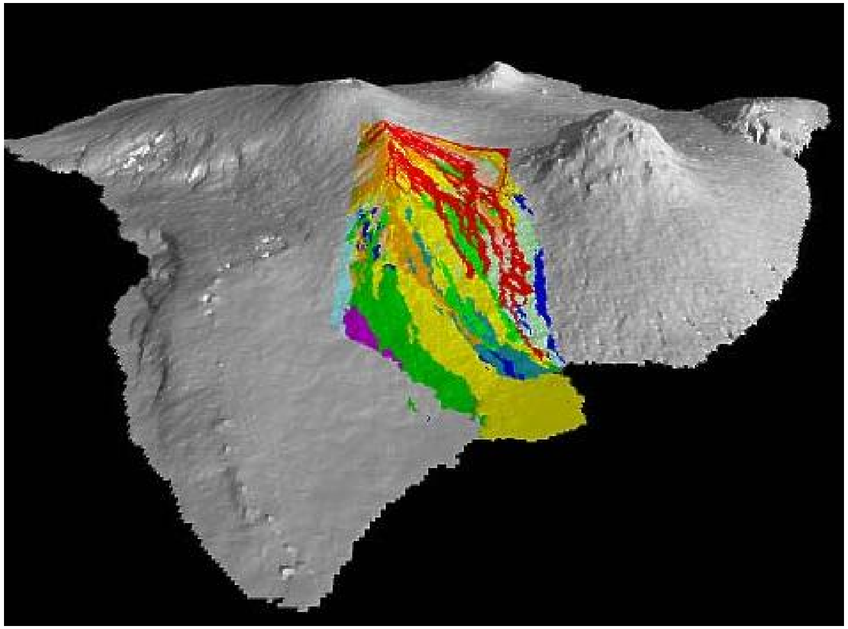


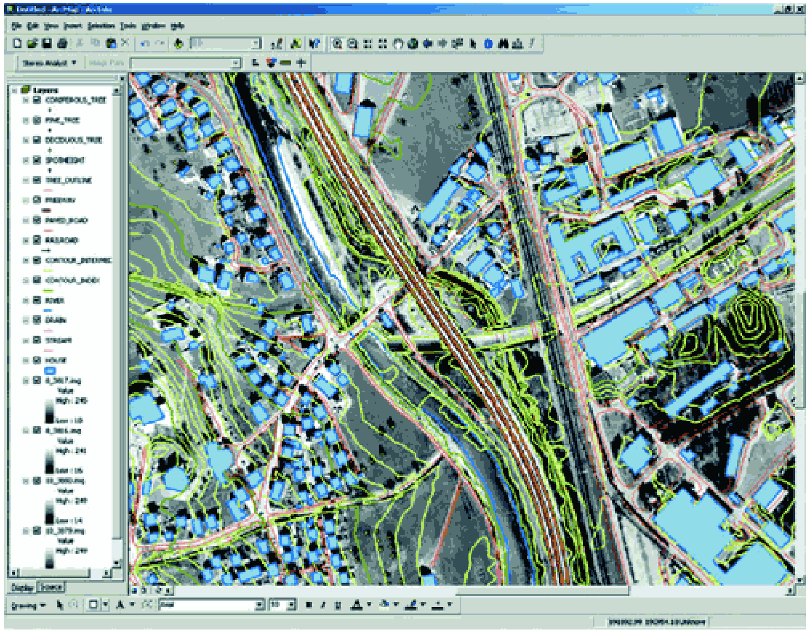


http://www.uchsc.edu/sm/chs/research/
pics/fig1_sm.jpg

Aplicações

- **Geografia**





hvo.wr.usgs.gov/ volunteer/gis/

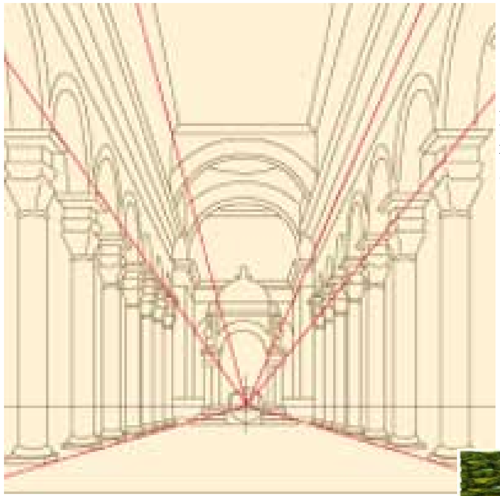
http://www.ecomm.kiev.ua/gis/leica/images/GIS-01.gif

Percepção tridimensional

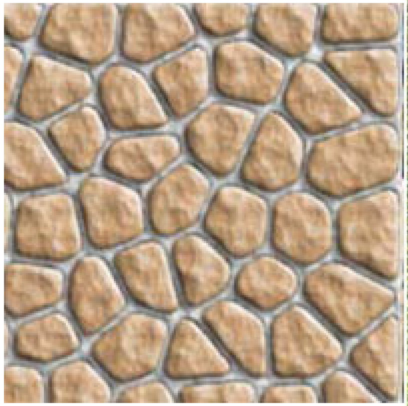
O que faz com que percebamos o mundo de forma tridimensional?

Percepção tridimensional

- **Informações monoculares**
- **Imagens formadas na retina:**
  - noção de **perspectiva** linear: distância dos objetos
  - **conhecimento prévio do objeto**: percepção de tamanho
  - **oclusão**: posição relativa do objeto
  - **densidade das texturas**: distância do observador, percepção do movimento



http://www.icarito.cl/infografia/hist_univ/renacimiento/img/perspectiva-min.jpg

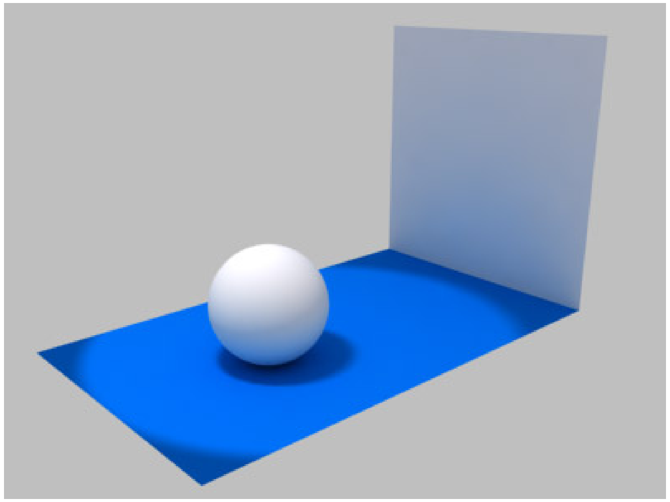


http://www.solophotoshop.com/blog/imagen/phot-textpiedra.jpg

http://lattitudegallery.com/mmkcart/images/HardingAzul.jpg

Percepção tridimensional

- **Informações monoculares**
- **Imagens formadas na retina:**
  - –variação da reflexão da **luz**: forma e curvatura da superfície
  - –**sombras**: posição do objeto

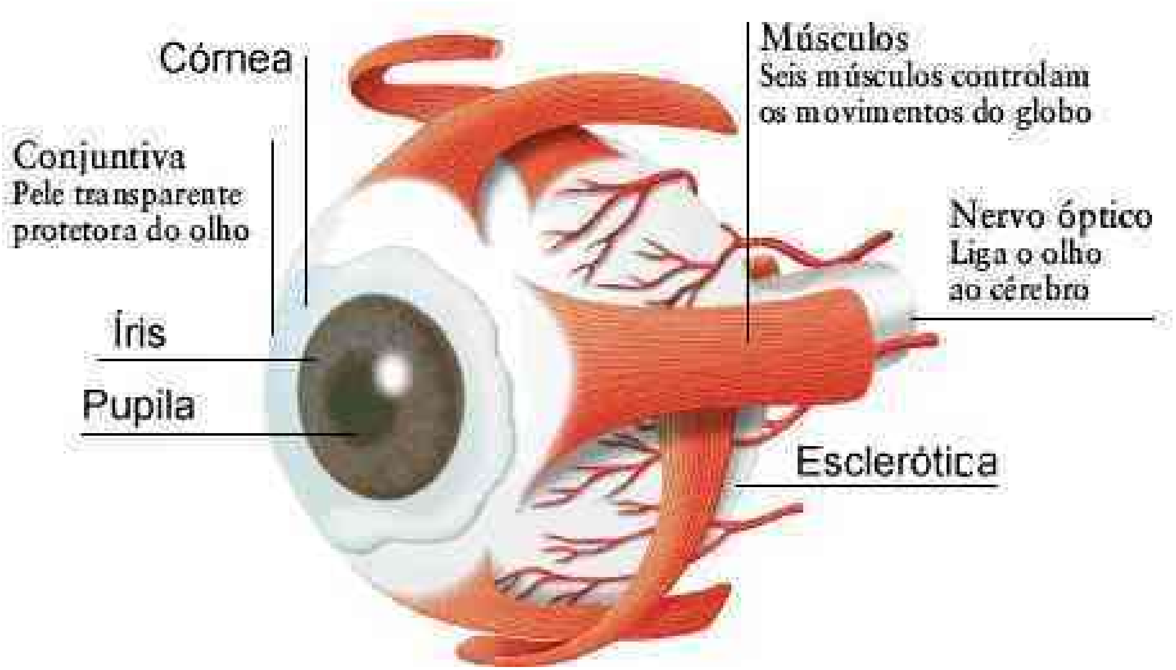


www.tresd1.com.br/.../ Sombras1/sombras1.htm

http://www.imasters.com.br/web/colunistas/3dmax/08/m008-006.jpg

Percepção tridimensional

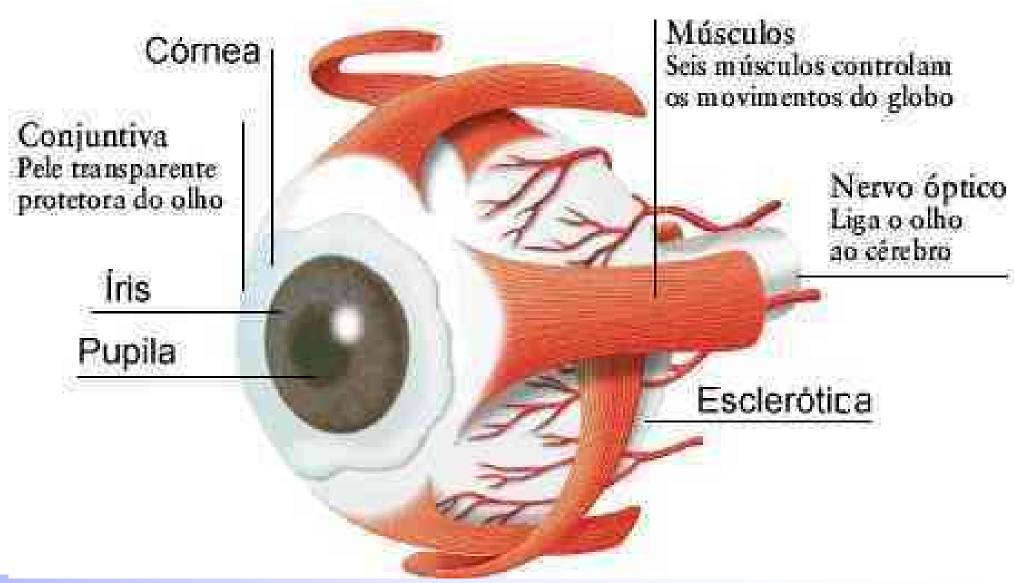
- **Informações óculo-motoras**
  - **Movimento dos olhos:**



www.sac.org.br/ APR_FOH.htm

Percepção tridimensional

- **Informações óculo-motoras**
  - **Movimento dos olhos:**
    - Olho humano – dois conjuntos de músculos do globo ocular
    - **Primeiro**: seis músculos ao redor do globo, que o circundam e o movem, fornecendo informações do grau de contração para o cérebro
    - **Segundo**: responsável por focar os raios luminosos na retina, mudando a curvatura do cristalino, que fica atrás da íris

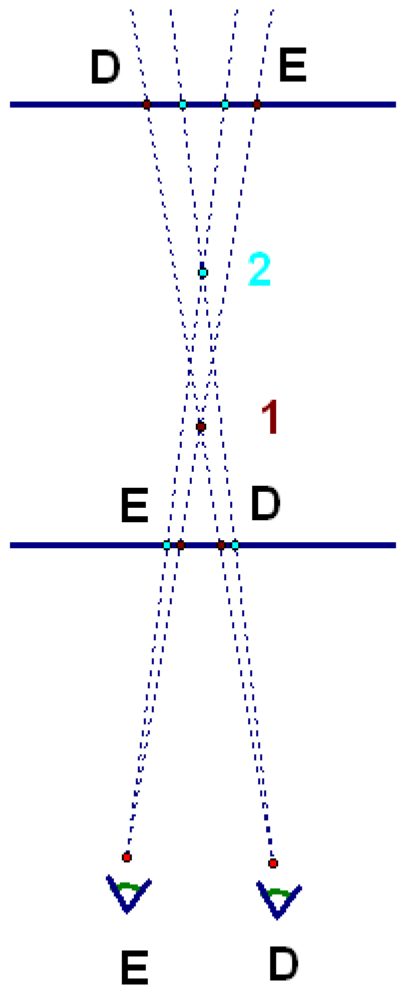


Percepção tridimensional

- **Informações óculo-motoras**
  - **Movimento dos olhos:**
    - **Acomodação**: músculos ciliares relaxam ou contraem para mudar o formato do cristalino – objetivo: alterar o foco dos objetos projetados na retina, em função da distância do observador
    - **Convergência**: grau de rotação dos olhos ao longo do eixo de visão – informações de posição e distância

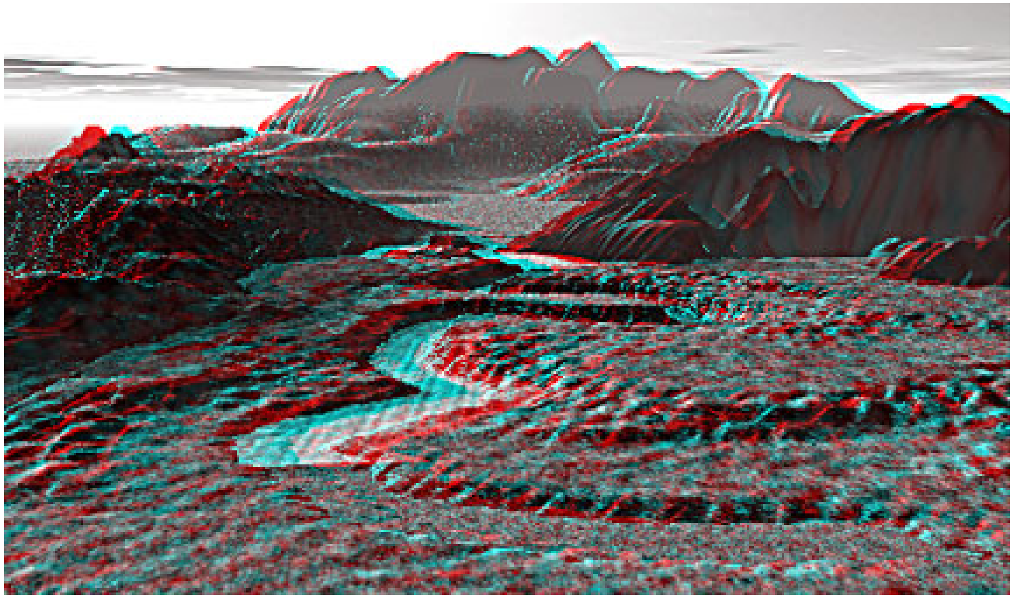
Percepção tridimensional

- **Informações estereoscópicas**
  - **Cada olho vê uma imagem diferente: disparidade binocular**
    - Cérebro usa distância entre imagens para calcular distância relativa dos objetos
    - Hoje há vários dispositivos para simular essa habilidade
    - Auxilia na percepção de profundidade



Percepção tridimensional

- Informações estereoscópicas



www.ifi.unicamp.br/.../ estereo/estereos.htm

Como imagens podem ser representadas no computador?

Representação de imagens

- **Vetorial**
  - **Vetor: segmento de reta orientado**
    - Reta que vai da origem do sistema de coordenadas para um ponto, tendo direção, sentido e comprimento
    - Comprimento 2D:

$$|V| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

    - Comprimento 3D:

$$|V| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

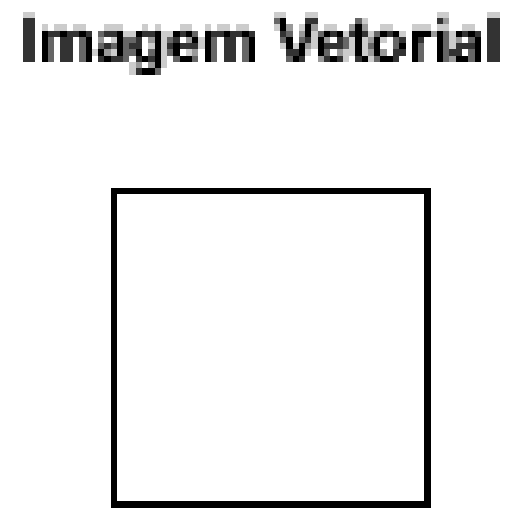
Representação de imagens

- Vetorial

www.tresd1.com.br/Artigos/ Resolucao/resolucao.htm

Representação de imagens

- **Vetorial**
  - **Mais empregada em CG para definição de modelagem de objetos sintéticos**
  - **Elementos básicos ou *primitivas vetoriais* das imagens: pontos, linhas, curvas, superfícies.**
  - ***Primitivas* são associadas a conjuntos de:**
    - **Atributos**: definem aparência (cor, espessura, textura etc)
    - **Dados**: definem geometria (pontos de controle)

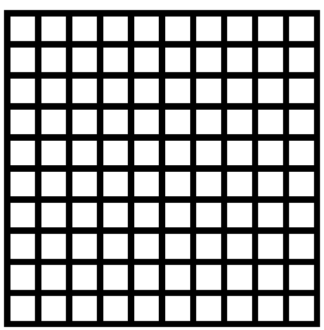


www.grupo-att.net/.../ www.grupo-att.net/.../ paginas/pt/imagens.html paginas/pt/imagens.html

Representação de imagens

- **Matricial**
  - Conjunto de células em um arranjo espacial bidimensional – matriz
  - Cada célula representa um pixel

Imagem Raster



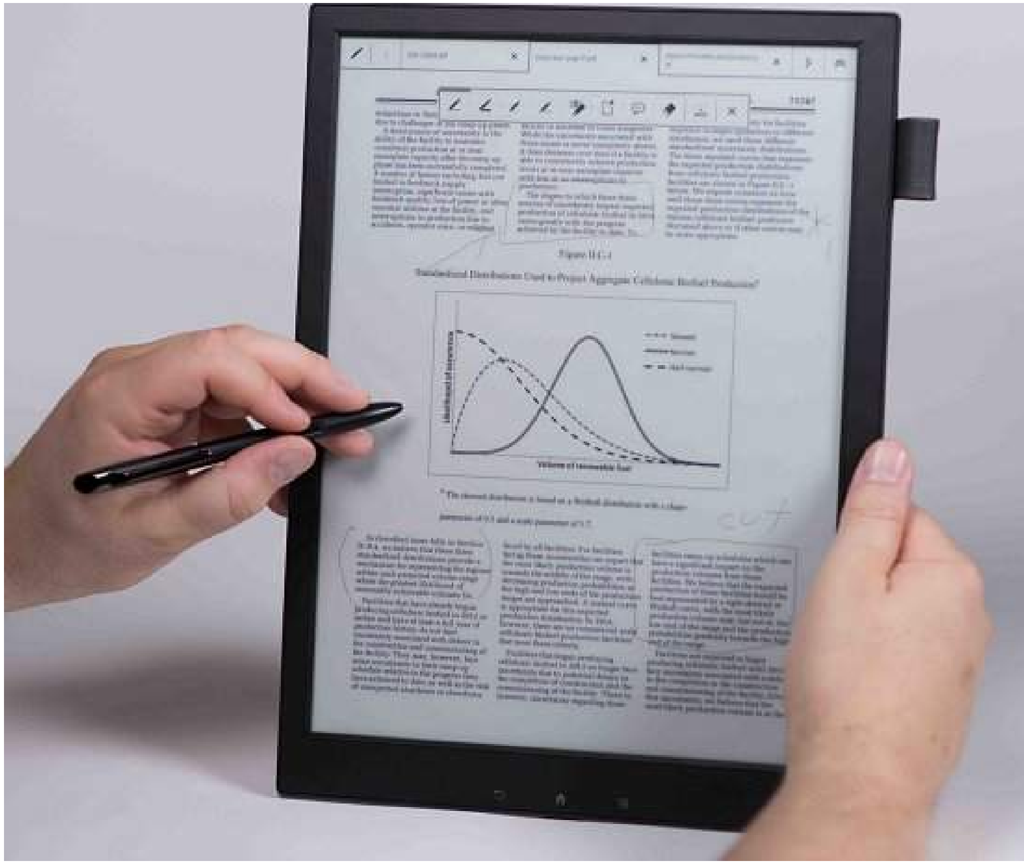
www.grupo-att.net/.../ www.grupo-att.net/.../ paginas/pt/imagens.html paginas/pt/imagens.html

Dispositivos gráficos

Que tipos de dispositivos de entrada e saída existem especificamente para aplicações gráficas?

Dispositivos gráficos

- Elementos críticos de sistema de CG
- Obstáculos:
  - Preço
  - Peso e tamanho
- Dispositivos de Entrada:
  - Teclado
  - Mouse
  - Joysticks
  - Tablet
  - Mesa digitalizadora



https://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=digital-paper-sony&id=010150140331

Dispositivos gráficos

- **Dispositivos de Entrada 3D:**
  - **Permitem a movimentação e interação dentro de um espaço 3D qualquer**
  - **Exemplos:**
    - Scanners 3D
    - Joysticks

www.ccsportal.com.br/immersion.htm

www.mediamente.rai.it/.../99031519/n990317.htm

http://www.tiscalinet.ch/s.pauli/stefan/3Dscanner.html

Dispositivos gráficos

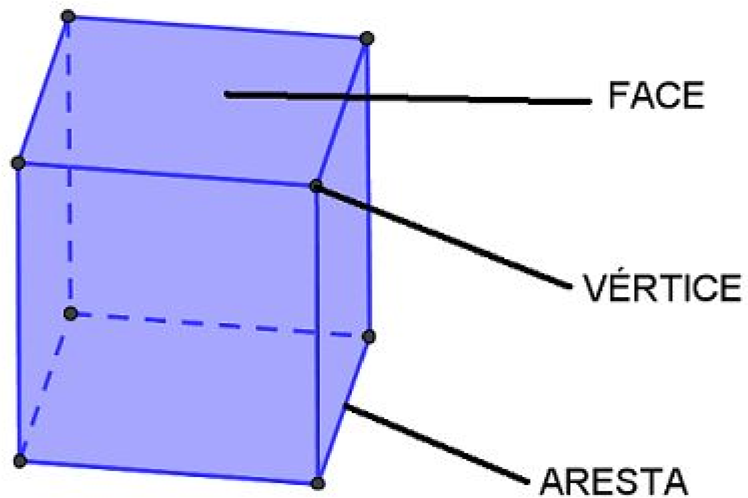
- **Dispositivos de Saída:**
  - **Vetoriais e Matriciais**
  - **Matriciais:**
    - Impressoras de jato de tinta
    - Impressoras laser
    - Impressoras térmicas
    - Monitores: CRT, LCD, *see-through*
    - *Displays* de retina
    - *Head Mounted Displays*
    - Óculos estéreos
    - *Cave*
    - *Placas aceleradoras de vídeo*
  - **Vetoriais**
    - Plotters

Veremos mais sobre este assunto na aula de Realidade Virtual

Geometria de objetos

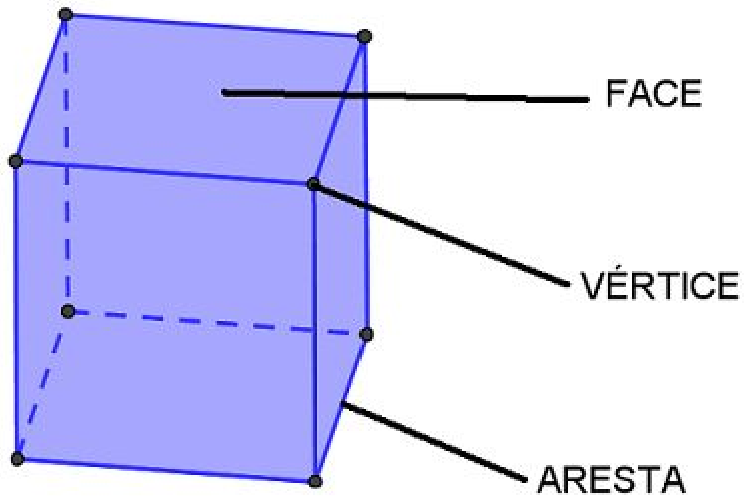
Conceitos requeridos

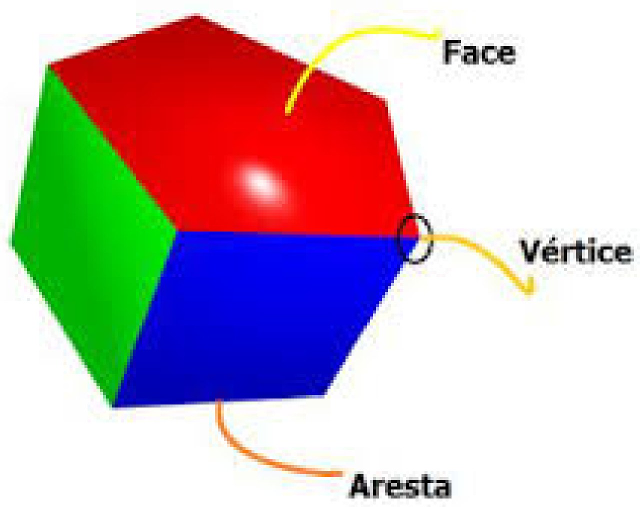
- ***Vértices, arestas e faces***



Conceitos requeridos

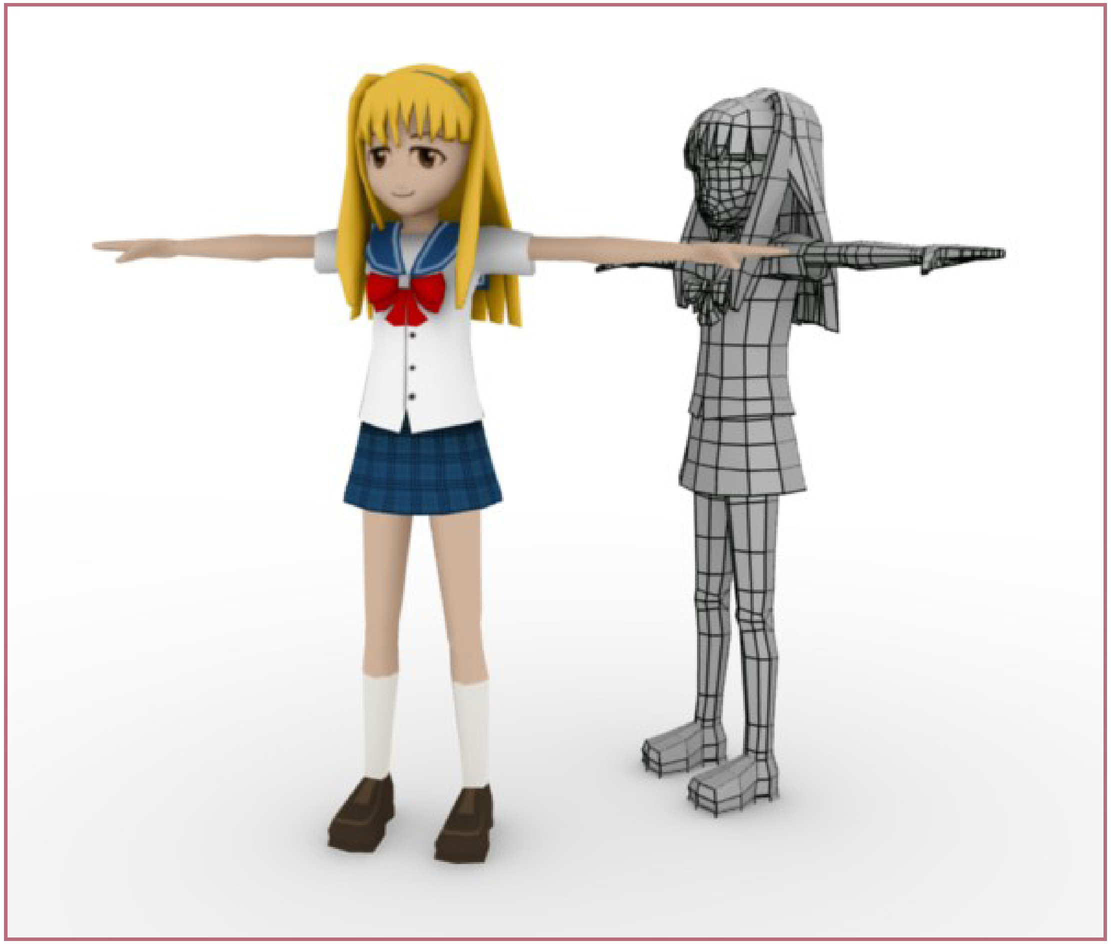
- ***Vértices, arestas e faces***





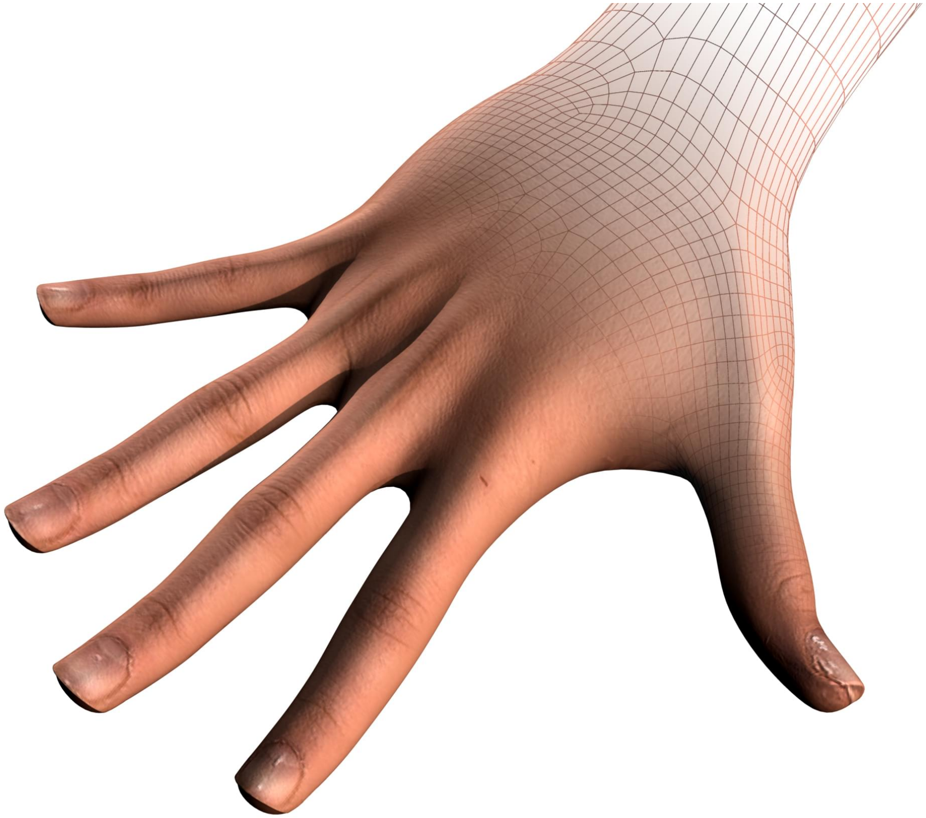
Conceitos requeridos

- ***Vértices, arestas e faces***



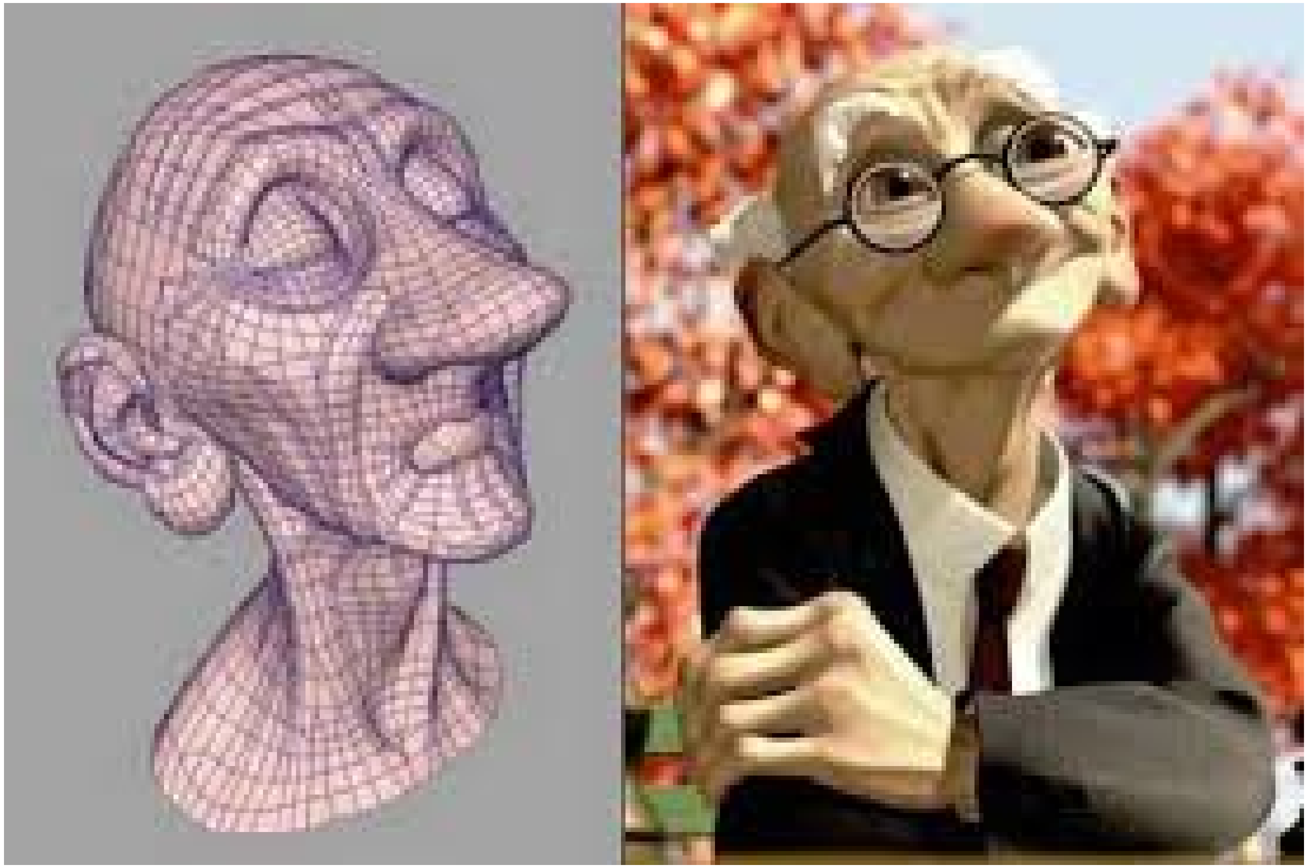
Conceitos requeridos

- ***Vértices, arestas e faces***



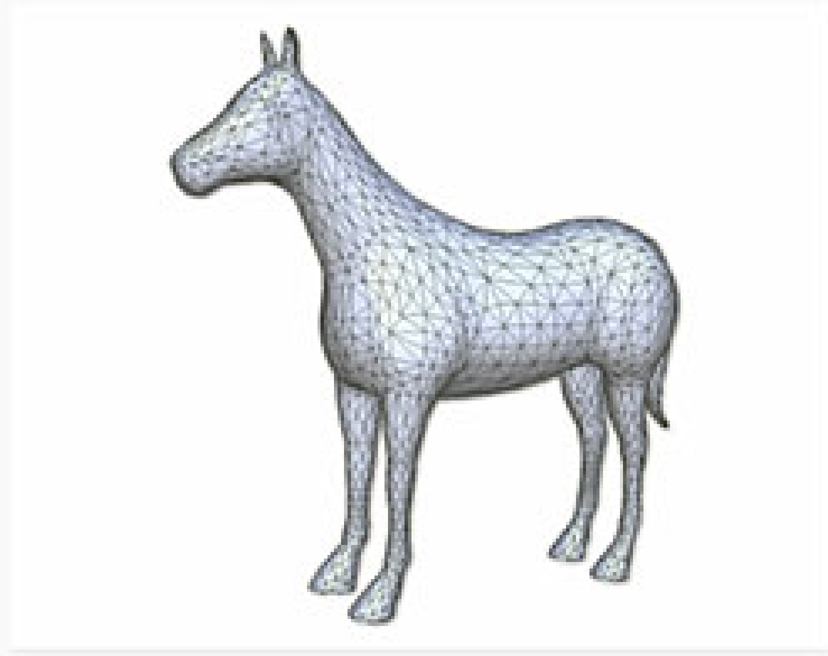
Conceitos requeridos

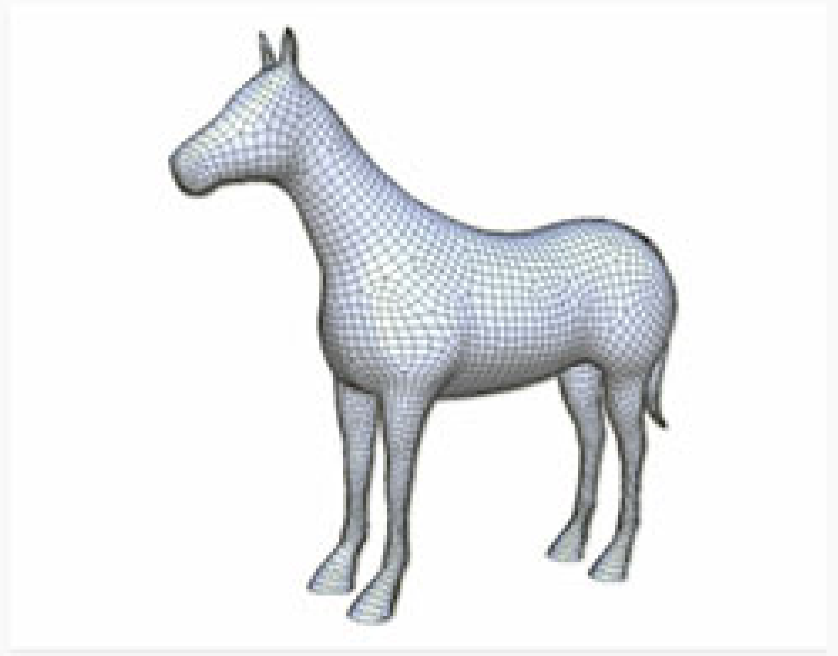
- ***Vértices, arestas e faces***



Conceitos requeridos

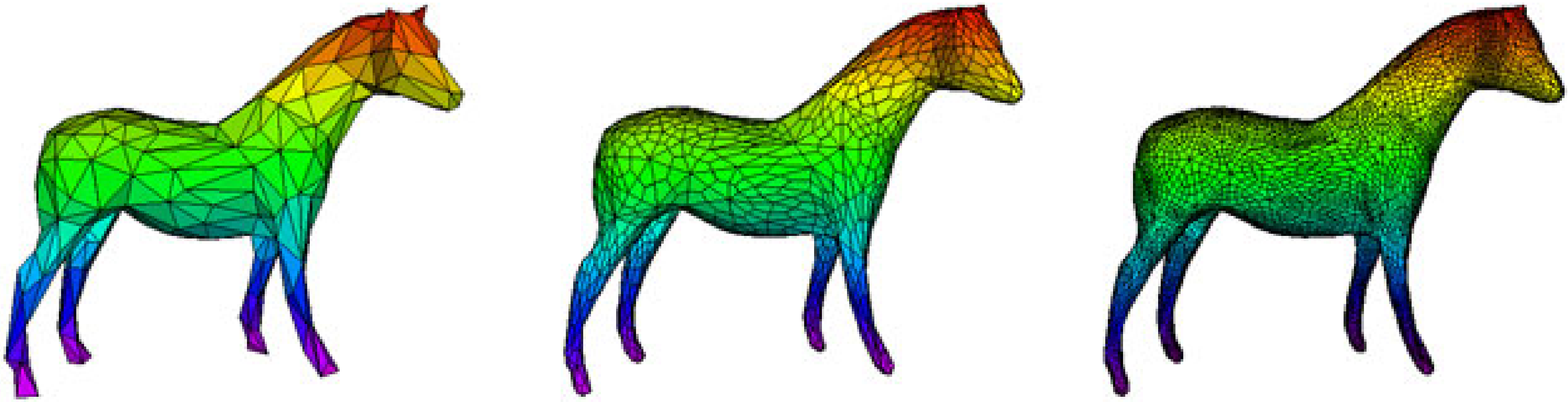
- ***Vértices, arestas e faces***





Conceitos requeridos

- ***Vértices, arestas e faces***



Conceitos requeridos

- ***Como tudo isso é armazenado?***

Conceitos requeridos

- ***Como tudo isso é armazenado?***
  - Formatos diversos
  - Diferenças:
    - tamanho arquivo
    - algoritmos de acesso
    - resolução de contraste
    - Resolução espacial

Conceitos requeridos

- ***Formato .obj***
  - Object File Wavefront 3D que foi desenvolvido pela Wavefront Technologies.
  - Arquivos de objetos podem estar no formato ASCII (. Obj) ou no formato binário (. Mod)

Conceitos requeridos

- ***Formato .obj***
  - o arquivo é composto por:
    - conjunto de vértices (linhas que começam com "`v`")
    - conjunto de normais (linhas que começam com "`vn`")
    - conjunto de mapeamentos de texturas (linhas que começam com "`vt`")
    - conjunto de faces (linhas que começam com "`f`").

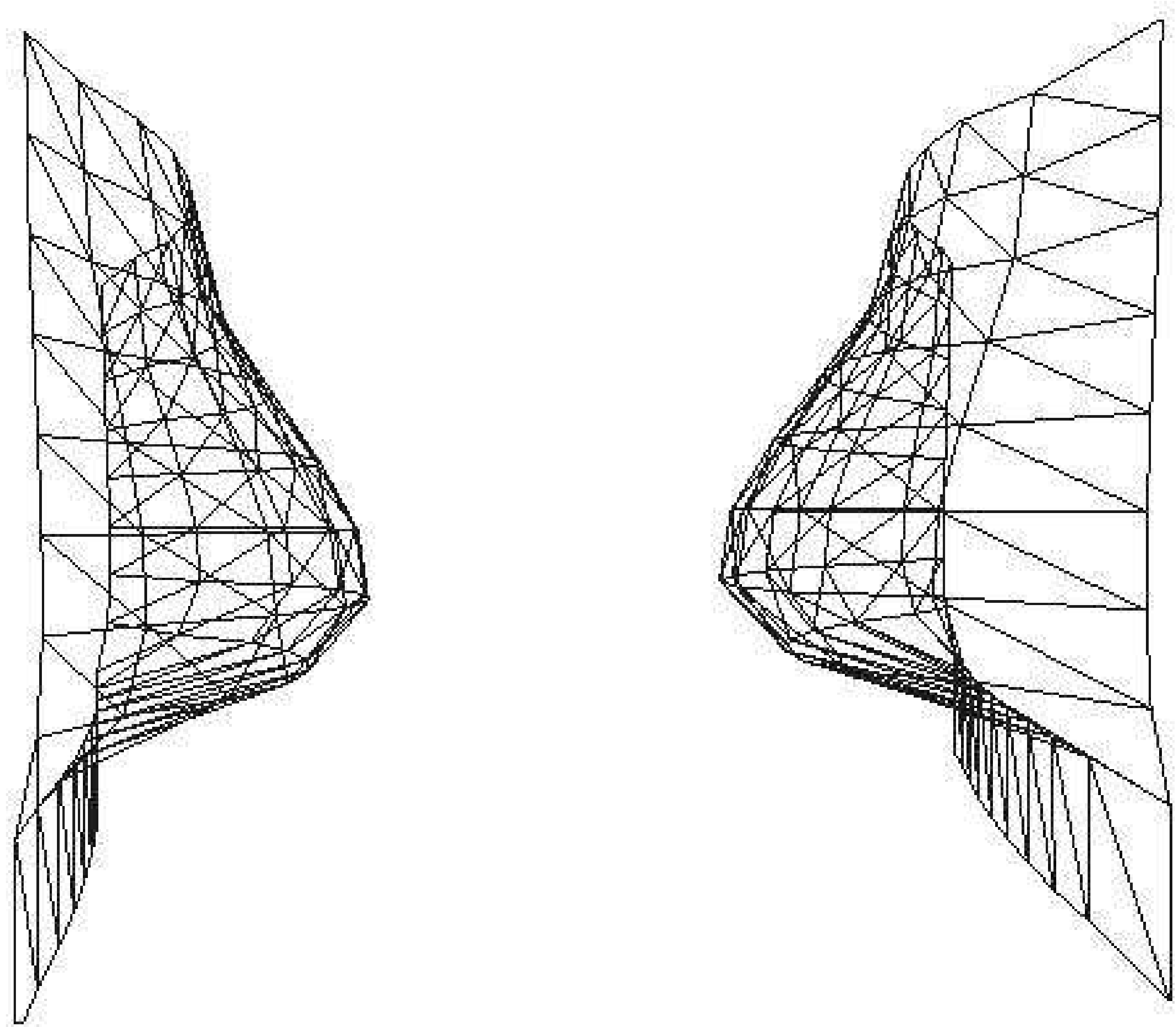
Conceitos requeridos

- ***Formato .obj***
  - Arquivo formado por grupos. Cada grupo delimita o seu subconjunto de vértices, normais, mapeamentos e faces.
  - Dados de um grupo são delimitados por uma linha com instrução: “g <identificador nominal>” até encontrar um novo “g”.

Exemplo

```
#v x y z
v 0.0134483396749214350 0.0114015804448343 2 0.0111722543511052 4
```

Exemplo



Sistemas de Coordenadas e Transformações

Conceitos requeridos

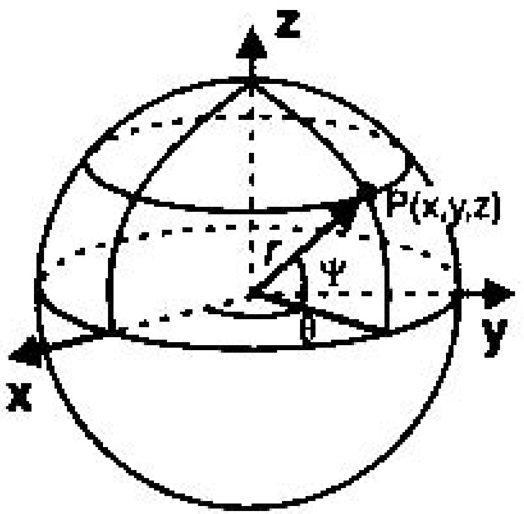
- ***Pontos, vetores, matrizes***
- ***Aritmética de vetores e matrizes***
- ***Normalização***
- ***Geometria (operações com ângulos, semelhança entre triângulos)***

Definições Básicas

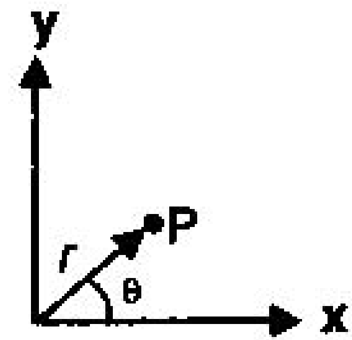
- **Sistemas de Coordenadas**
- Diferentes formas de descrever objetos modelados em um sistema 2D.
- Fornece referência do tamanho e posição dos objetos dentro da área de trabalho.
- Sistemas 3D: coordenadas esféricas e coordenadas cilíndricas.

Definições Básicas

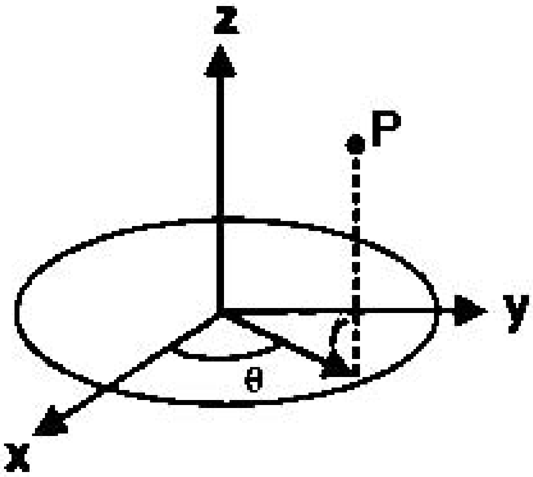
- **Sistemas de Coordenadas**



Coordenadas Esféricas



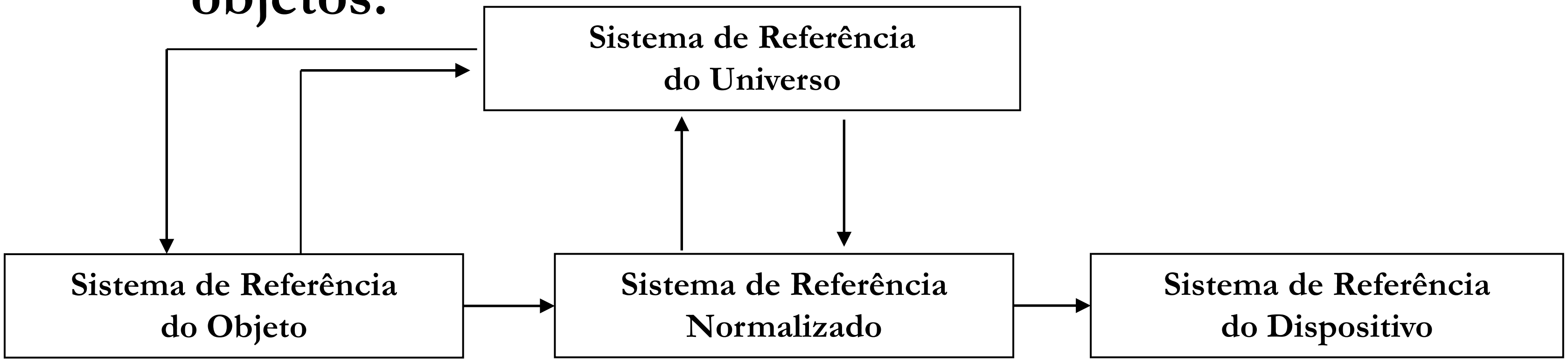
Coordenadas Polares



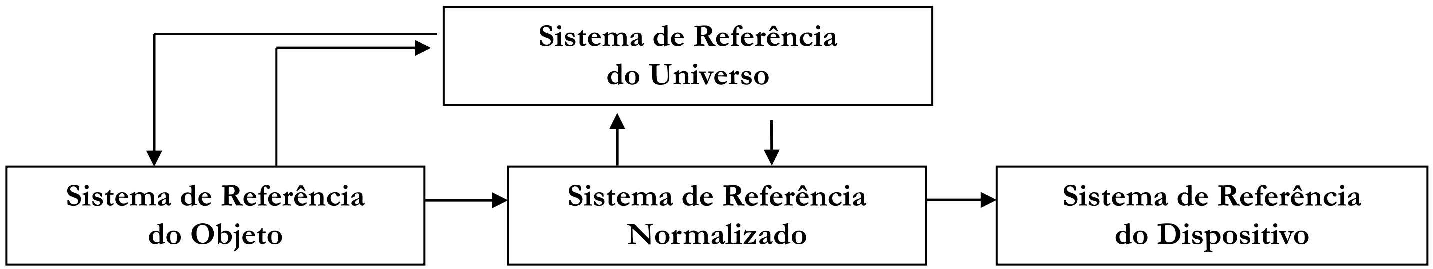
Coordenadas Cilíndricas

Definições Básicas

- **Sistemas de Coordenadas**
  - Sistema de Referência: sistema de coordenadas cartesianas para alguma finalidade específica.
  - Importante:
    - unidade de referência
    - limites extremos dos valores aceitos para descrever objetos.

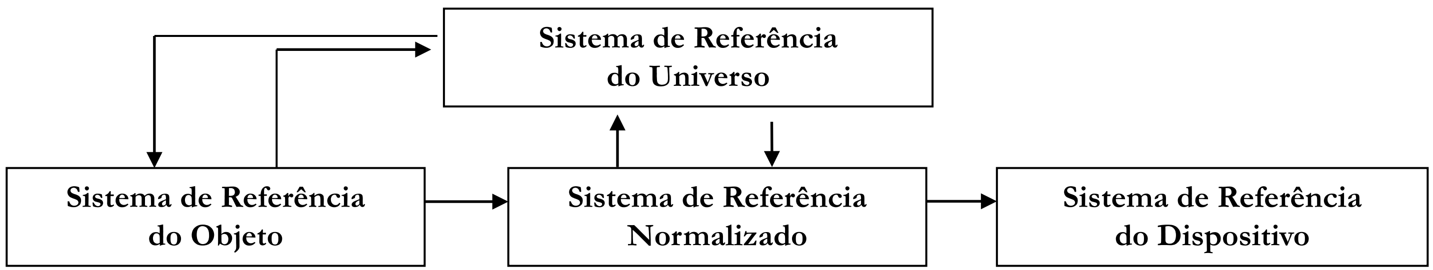


Definições Básicas



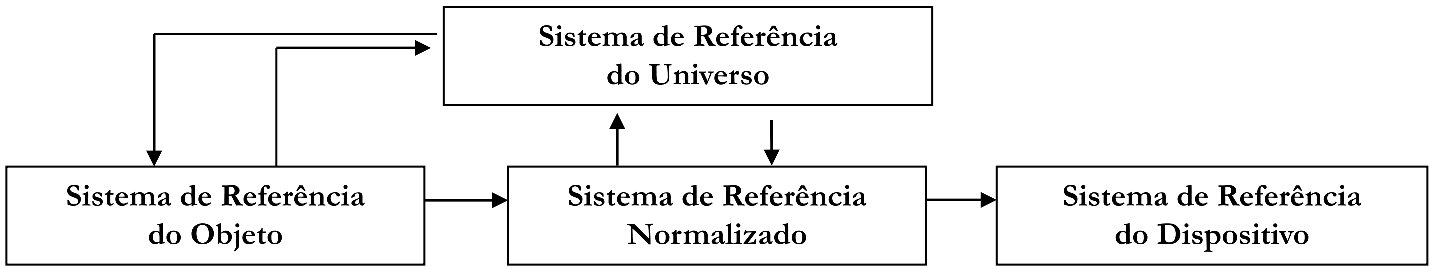
- SRU
  - Sistema de referência utilizado para descrever objetos em termos das coordenadas usadas pelo usuário em uma aplicação.
  - Exemplo: aplicação médica - universo em milímetros; aplicação engenharia - universo em metros

Definições Básicas



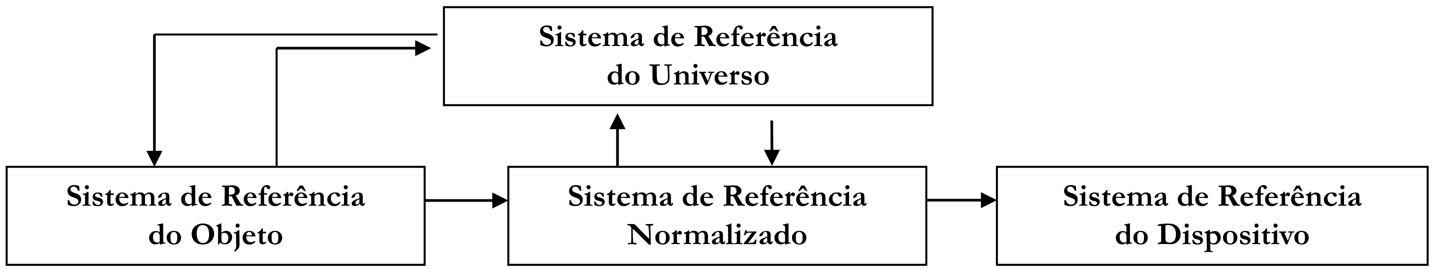
- SRO
  - Cada objeto é um miniuniverso individual
  - Cada objeto tem suas particularidades descritas em função de seu sistema.
  - Muitas vezes centros do sistema de coordenadas coincidem com centro de gravidade do objeto.

Definições Básicas



- **SRN**
  - **Coordenadas normalizadas: valores entre 0 e 1.**
  - **Sistema de referência intermediário entre o SRU e SRD.**
  - **Função: tornar geração de imagens independentes do dispositivos, pois coordenadas do universo são convertidas para valores normalizados.**

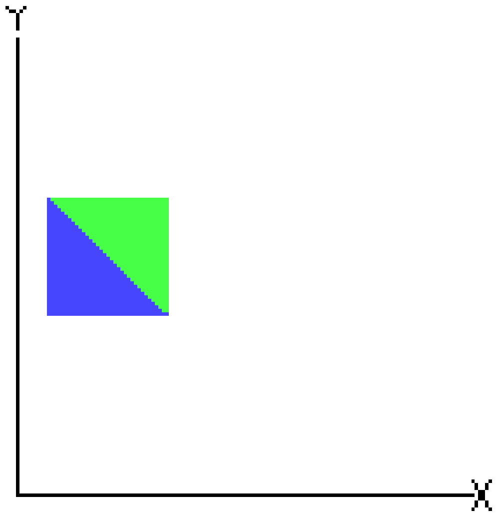
Definições Básicas



- **SRD**
  - Coordenadas que podem ser diretamente fornecidas para um dispositivo específico.
  - Exemplo: vídeo – número máximo de pixels: 640X480, 800X600, ...

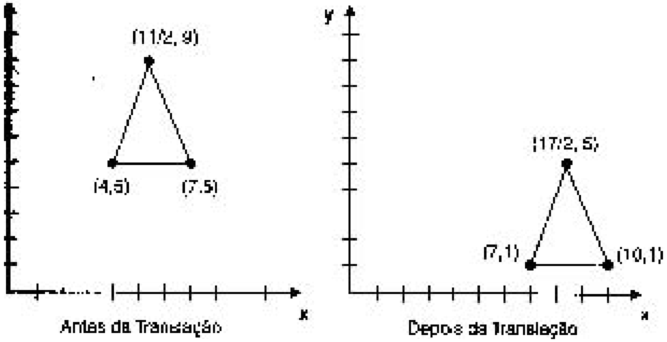
- Transformações em pontos e objetos
  - Por quê? Representar objetos em várias posições no espaço a fim de compreender sua forma.
  - Operações ou transformações de corpos rígidos: operações lineares de rotação e translação de objetos.

- **Transformação de Translação**
  - **Translادar = movimentar o objeto**
  - **Transladar objeto = transladar todos seus pontos.**



Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Translação**



– **Plano (x,y):**

$x' = x + Tx$

$y' = y + Ty$

Se P é definido como um vetor:

$$\left[x' \;\; y'\right] = \left[x \;\; y\right] + \left[Tx \;\; Ty\right]$$

– **Em 3D:**

$x' = x + Tx$

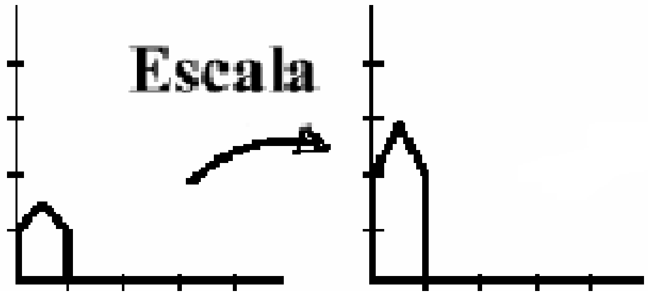
$y' = y + Ty$

$z' = z + Tz$

$$\left[x' \;\; y' \;\; z'\right] = \left[x \;\; y \;\; z\right] + \left[Tx \;\; Ty \;\; Tz\right]$$

Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Escala**
  - Escalonar = mudar as dimensões de escala
  - Escalonar objeto = multiplicar valores de suas coordenadas por um fator de escala.



Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Escala**
  - **Plano (x,y):**

    x´= x.Sx

    y´= y.Sy

Se P é definido como um vetor:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}' & \mathbf{y}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} & \mathbf{y} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix}$$

  - **Em 3D:**

    x´= x.Sx

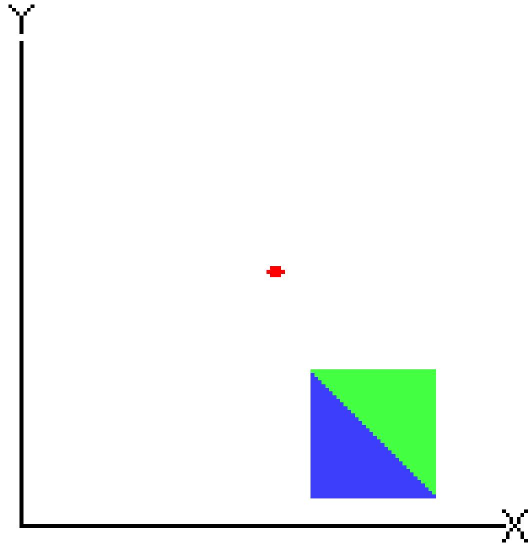
    y´= y.Sy

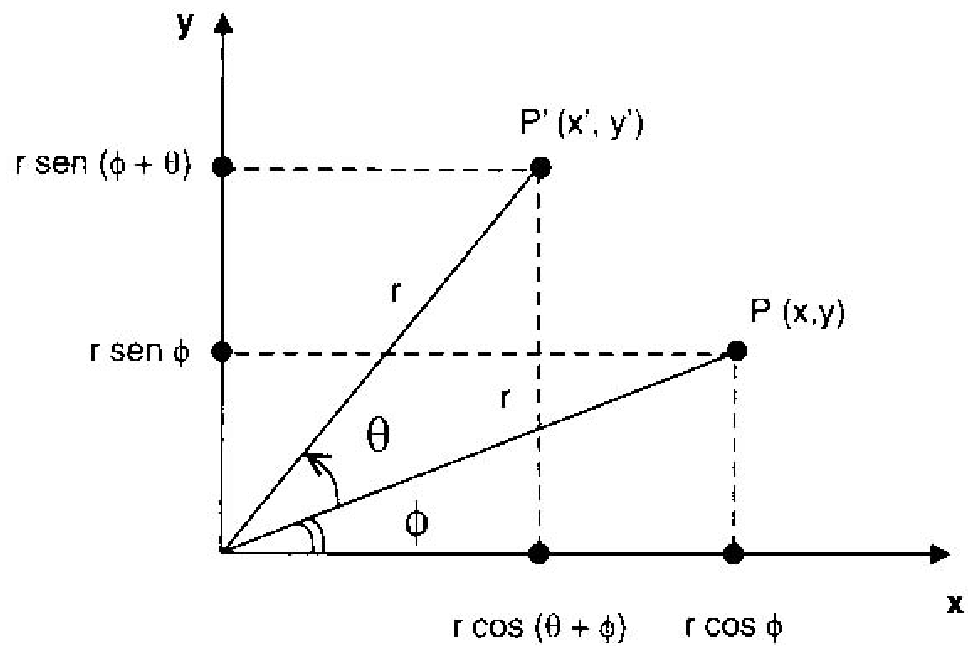
    z´= z.Sz

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & S_z \end{bmatrix}$$

Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Rotação**
  - Rotacionar = girar
  - Rotação de um ponto P em torno da origem:





Transformações em pontos e objetos

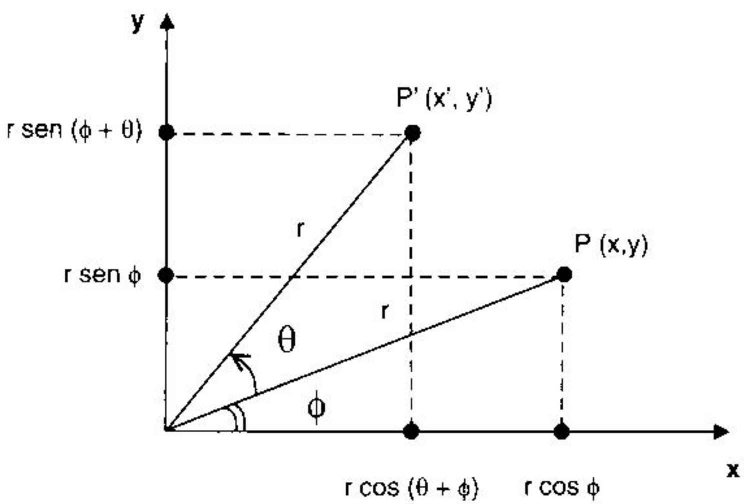
- **Transformação de Rotação**
  - **Distância de um ponto P (x,y) à origem do sistema de coordenadas:**

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

  - **Coordenadas do ponto P(x,y):**

$$x = r.\cos\Phi$$

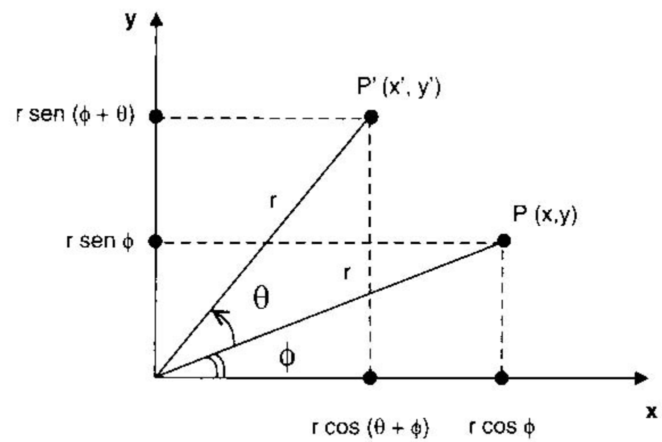
$$y = r.\mathrm{sen}\Phi$$



Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Rotação**
  - Rotação do Ponto P(x,y), considerando ângulo θ em torno da origem
  - Antes rotação: $x = r.\cos\Phi$

    $y = r.\mathrm{sen}\Phi$



  - Após rotação:

$$x' = r.\cos(\theta + \Phi) = r.\cos(\Phi).\cos(\theta) - r.\mathrm{sen}(\Phi).\mathrm{sen}(\theta)$$

$$y' = r.\mathrm{sen}(\theta + \Phi) = r.\mathrm{sen}(\Phi).\cos(\theta) + r.\cos(\Phi).\mathrm{sen}(\theta)$$

Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Rotação**
  - **Após rotação:**

$$x' = r.\cos(\theta + \Phi) = r.\cos(\Phi).\cos(\theta) - r.\mathrm{sen}(\Phi).\mathrm{sen}(\theta)$$
$$y' = r.\mathrm{sen}(\theta + \Phi) = r.\mathrm{sen}(\Phi).\cos(\theta) + r.\cos(\Phi).\mathrm{sen}(\theta)$$

  - **Simplificando:**

$$x' = x.\cos(\theta) - y.\mathrm{sen}(\theta)$$
$$y' = y.\cos(\theta) + x.\mathrm{sen}(\theta)$$

Transformações em pontos e objetos

- **Transformação de Rotação**
  - **Simplificando:**

$$x' = x.\cos(\theta) - y.\mathrm{sen}(\theta)$$
$$y' = y.\cos(\theta) + x.\mathrm{sen}(\theta)$$

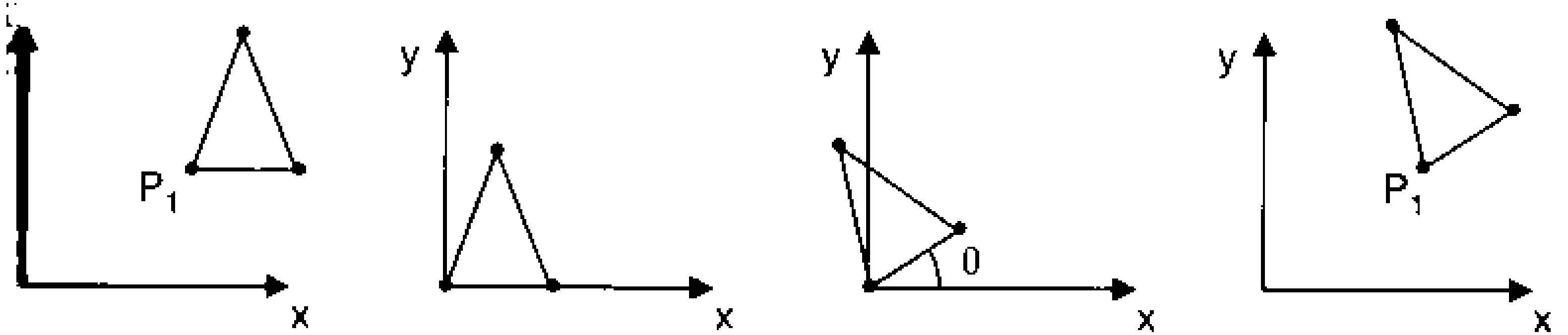
  - **Notação matricial:**

$$\begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos\theta & \mathrm{sen}\theta \\ -\mathrm{sen}\,\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ **Matriz de rotação no plano xy por um ângulo θ**

Transformações em pontos e objetos

- **Alterar orientação de um objeto em torno de um ponto**
  - **combinação de rotação com translação**
    - translação do ponto para origem
    - rotação



Objeto Original

Depois da Translação de P_1 à origem

Após Rotação

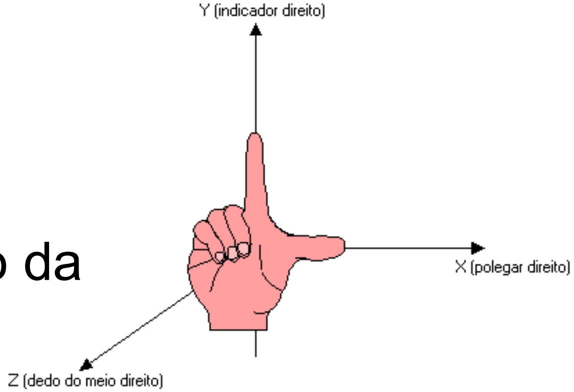
Após Translação que retorna a posição original

Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de objetos 3D**
  - Possibilita observar objeto de diferentes posições e ângulos.
  - Simplificação: realizar individualmente sobre cada um dos eixos usando os ângulos de Euler.

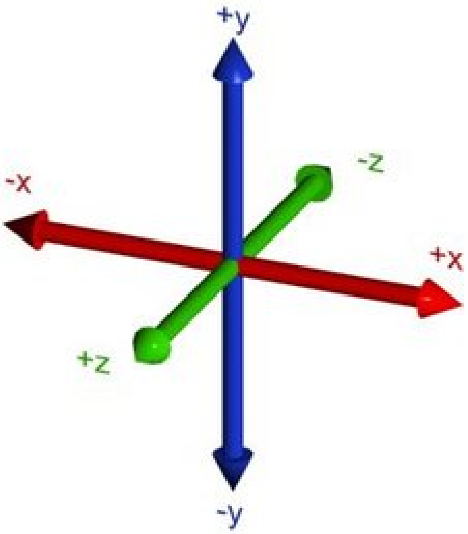
Transformações em pontos e objetos

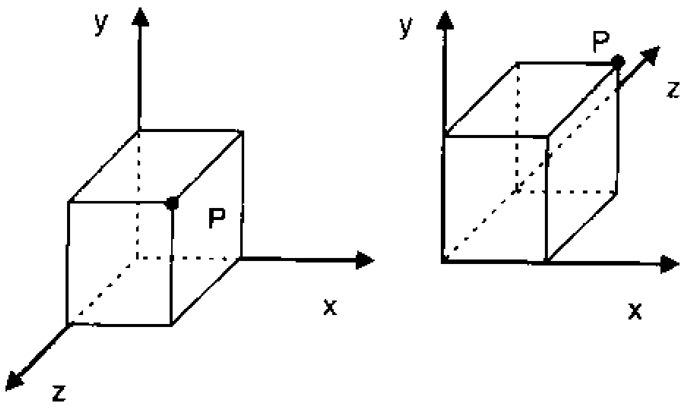
- **Rotação de objetos 3D**
  - **Sistemas 3D positivos ou negativos**
  - **Sistemas de coordenadas com três eixos ortogonais podem ser descritos por diferentes posições dos eixos.**
  - **Considerando:**
    - Eixo x = eixo horizontal
    - Eixo y = eixo vertical
    - Eixo z = positivo ou negativo, dependendo da “regra da mão direita”



Transformações em pontos e objetos

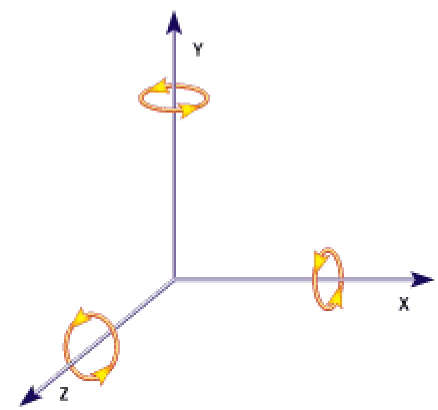
- **Rotação de objetos 3D**
  - **Considerando:**
    - Eixo x = eixo horizontal
    - Eixo y = eixo vertical
    - Eixo z = positivo ou negativo, dependendo da “regra da mão direita”





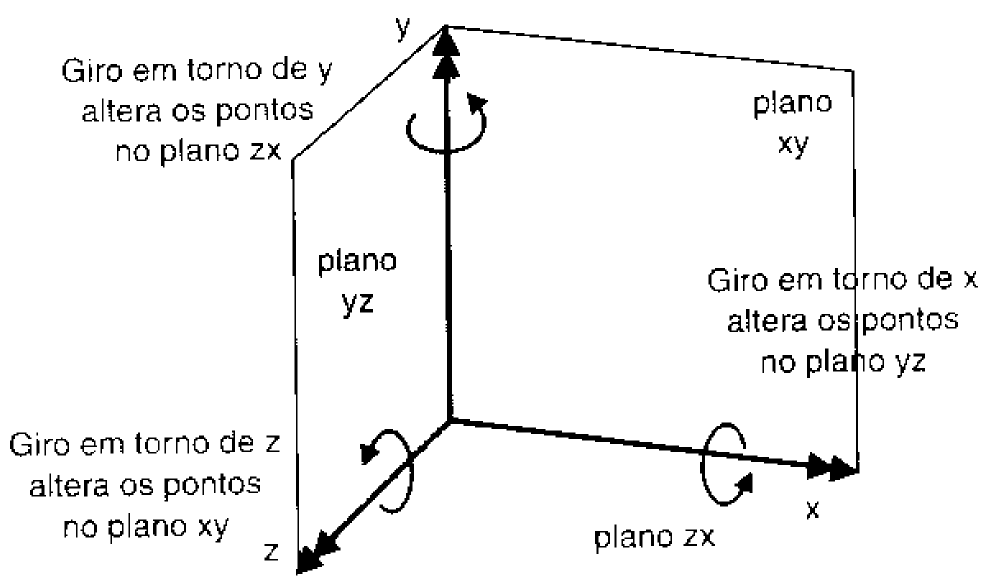
Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de objetos 3D em CG:**
  - **girar objetos no espaço em torno de um ângulo ou**
  - **rotacionar o espaço com o ângulo no sentido inverso.**
  - **Ângulos de Euler:**
    - Definição precisa das rotações em relação a um sistema de eixos.
    - Definem a rotação em um plano pelo giro em torno de um vetor normal a esse plano.



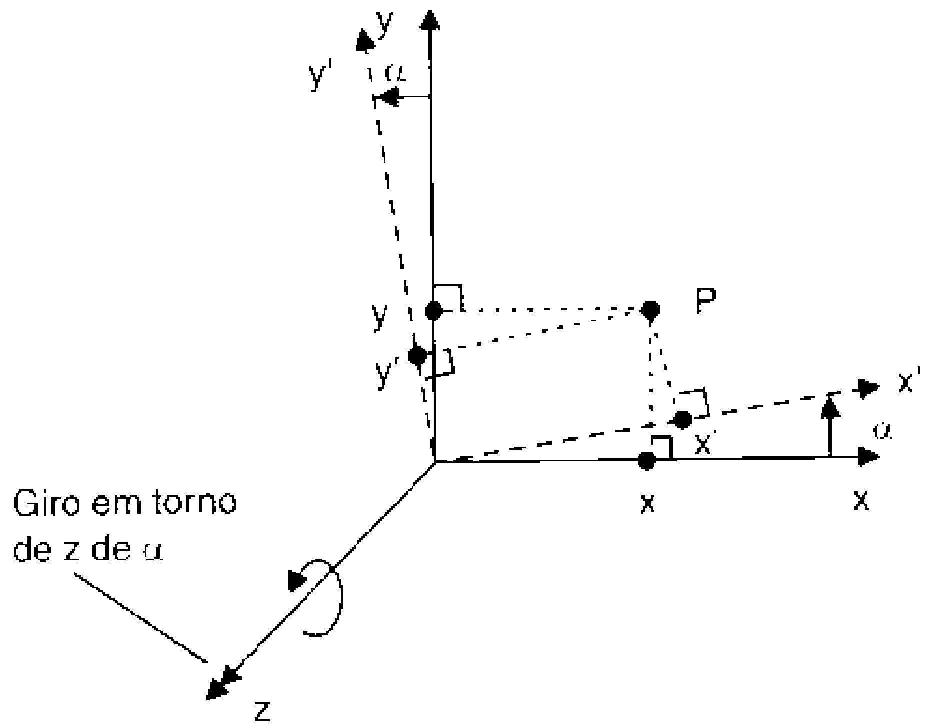
Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de objetos 3D em CG:**
  - **Três ângulos de Euler em relação aos eixos x, y e z:**
    - Ângulo de giro em torno do eixo x para pontos no plano yz
    - Ângulo de giro em torno do eixo y para pontos no plano xz
    - Ângulo de giro em torno do eixo z para pontos no plano xy



Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de objetos 3D em CG:**
  - **Ângulo de Euler em relação ao eixos z:**
    - Só os pontos no plano xy são alterados



Transformações em pontos e objetos

- Rotação de um ponto no espaço 3D:
  - Multiplicação dos ângulos de rotação em torno dos eixos ao ponto.
  - Ângulos são descritos em relação à direção dos três eixos: (β, δ, α)
  - Temos três possíveis matrizes de rotação – uma para cada eixo.

Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de um ponto no espaço 3D:**
  - Giro de α graus em torno do eixo z
  - Eixo z permanece inalterado e os eixos x e y giram no sentido positivo trigonometricamente em torno do eixo z.

$$[x' \quad y' \quad z'] = [x \quad y \quad z] . \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & sen(\alpha) & 0 \\ -sen(\alpha) & \cos((\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de um ponto no espaço 3D:**
  - Giro de β graus em torno do eixo x
  - Eixo x permanece inalterado e os eixos y e z giram em torno do eixo x.

$$[x' \quad y' \quad z'] = [x \quad y \quad z] . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & sen(\beta) \\ 0 & -sen(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de um ponto no espaço 3D:**
  - Giro de δ graus em torno do eixo y
  - Eixo y permanece inalterado e os eixos x e z mudam em função do ângulo de giro do objeto (δ) ou do sistema de eixos (- δ).
  - Se δ for o ângulo em torno do eixo y, as coordenadas dos pontos serão modificadas por:

$$[\mathrm{x}' \quad y' \quad z'] = [\mathrm{x} \quad y \quad z] . \begin{bmatrix} \cos(\delta) & 0 & -sen(\delta) \\ 0 & 1 & 0 \\ sen(\delta) & 0 & \cos(\delta) \end{bmatrix}$$

Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de um ponto no espaço 3D:**
  - **Matrizes são ortogonais e normalizadas: ortonormais.**
  - **Combinação de duas ou mais matrizes:**
    - concatenação – multiplicação das matrizes antes de aplicá-las aos pontos.
    - indicado quando se deseja aplicar muitas operações seguidas em um conjunto de pontos.
    - ordem de multiplicação afeta o produto final – multiplicação de matrizes não é necessariamente comutativa.
    - concatenação é útil também quando quer alterar escala ao mesmo tempo que rotaciona objetos em torno de eixos específicos.

Transformações em pontos e objetos

- **Rotação de um ponto no espaço 3D:**
  - **Exemplo de concatenação: girar 10º em torno do eixo x, 20º em torno de y e 30º em torno de z.**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 10^o & sen10^o \\ 0 & -sen10^o & \cos 10^o \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos 20^o & 0 & -sen20^o \\ 0 & 1 & 0 \\ sen20^o & 0 & \cos 20^o \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \cos 30^o & sen30^o & 0 \\ -sen30^o & \cos 30^o & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas homogêneas

- **Maioria das transformações: uso de matrizes.**
- **Diversas operações podem ser concatenadas em uma única matriz, através de multiplicação de matrizes.**
- **Translação – separado: soma ou subtração vetorial.**

Coordenadas homogêneas

- **Otimização dessas operações: coordenadas homogêneas.**
- **Ponto no espaço 3D em relação ao centro de coordenadas: P(x, y, z)**
- **Coordenadas homogêneas: P(x’, y’, z’, M).**
- **Transformação do sistema homogêneo para o cartesiano:**

(x,y,z) = (x´/M, y´/M z´/M)

Coordenadas homogêneas

- Dois conjuntos de coordenadas homogêneas (x, y, z, M) e (x', y', z', M´) representam o mesmo ponto somente se um é múltiplo do outro.
- Exemplo: (2,3,4,6) e (4,6,8,12) são o mesmo ponto, com diferentes representações.
- Por definição: pontos com M = 0 estão fora do espaço dimensional.
- Uso de coordenadas homogêneas: importante para representar reais por inteiros.
- *M=1 :* transformação entre os espaços é direta.
  - Exemplo em 2D: (x,y,1) = (x,y)

Coordenadas homogêneas

- **Matriz de rotação antes:**

$$[x \quad y].\begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

- **Matriz de rotação em coordenadas homogêneas, com M=1**

$$[x \quad y \quad 1].\begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas homogêneas

- **Matrizes de escala e rotação: passagem da forma cartesiana para homogênea é direta.**
- **Matriz de escala em 2D:**

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas homogêneas

- **Matriz de escala em 3D:**

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Coordenadas homogêneas

- Coordenadas homogêneas permitem escrever translações como matrizes de transformações.

- Transformações geométricas ficam uniformizadas pelo cálculo matricial e podem ser combinadas por concatenação (multiplicação de matrizes).

Coordenadas homogêneas

- **Translação em 3D:**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Tx & Ty & Tz \end{bmatrix}$$

- **Translação em 3D por multiplicação de matrizes.**

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix}$$

Exercícios (para entregar)

1) Explique coordenadas homogêneas. Dê um exemplo.

2) Dado o ponto P no espaço 3D definido como P=(-1.5, 2, 4), deseja-se realizar as seguintes operações, na sequência:
   - rotacionar 15º em torno do eixo x (sen 15º≈0.26; cos 15º≈0.97);
   - transladar a partir da origem 2 unidades em x, -2 unidades em y e 4 unidades em z
   - rotacionar 45º em torno do eixo y (sen 45º≈0.71; cos 45º≈0.71);

a) apresente a matriz de transformação resultante da concatenação das matrizes de transformação de cada operação e o ponto resultante após a aplicação desta matriz (1,5);

b) em relação ao item anterior, o resultado seria o mesmo se fossem invertidas a ordem de operação, realizando-se a terceira operação, depois a segunda e, por último, a primeira? Justifique a sua resposta.

3) Faça o exercício de implementação disponível na plataforma.

Computação Gráfica

Geometria e Transformações

Profa. Fátima Nunes