Inteligência Artificial – ACH2016 Aula 07 – Problemas de Satisfação de Restrições II

Norton Trevisan Roman (norton@usp.br)

21 de março de 2019

Busca + forward checking + heurísticas

 Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:

- Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:
 - Valores restantes mínimos

- Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:
 - Valores restantes mínimos
 - Grau

- Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:
 - Valores restantes mínimos
 - Grau
 - Valor Menos Restritivo

Busca + forward checking + heurísticas

- Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:
 - Valores restantes mínimos
 - Grau
 - Valor Menos Restritivo



Fonte: Slides de AIMA. Russell & Norvig.

Suponha que temos o mesmo problema de coloração

- Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:
 - Valores restantes mínimos
 - Grau
 - Valor Menos Restritivo



Fonte: Slides de AIMA. Russell & Norvig.

- Suponha que temos o mesmo problema de coloração
- Mas com restrições adicionais:

- Vamos ver agora o algoritmo de busca retroativa com forward checking, usando as heurísticas:
 - Valores restantes mínimos
 - Grau
 - Valor Menos Restritivo



Fonte: Slides de AIMA. Russell & Norvig.

- Suponha que temos o mesmo problema de coloração
- Mas com restrições adicionais:
 - NT e SA não aceitam azul

Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?





Passo 1: Definir variável e seu valor

- Quem pintar?
 - VRM:





Passo 1: Definir variável e seu valor

- Quem pintar?
 - VRM: NT ou SA





Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

Grau:





Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

Grau: SA





Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

• Grau: SA

• De que cor?



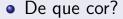


Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

• Grau: SA



VMR:





Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

• Grau: SA

• De que cor?

VMR: vm ou vd





Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

• Grau: SA

• De que cor?

VMR: vm ou vd

Escolha:





Passo 1: Definir variável e seu valor

• Quem pintar?

• VRM: NT ou SA

• Grau: SA

• De que cor?

• VMR: vm ou vd

Escolha:

• SA = vm





Passo 2: Propagar

 Propague essa escolha para os vizinhos do nó no grafo de restrição





Passo 2: Propagar

 Propague essa escolha para os vizinhos do nó no grafo de restrição





Passo 2: Propagar

- Propague essa escolha para os vizinhos do nó no grafo de restrição
- Repita a operação





Definir variável e seu valor e propagar

• Quem pintar?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM:





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: NT

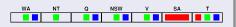




Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: NT
- De que cor?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: NT
- De que cor?
 - vd (não há outra)





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: NT
- De que cor?
 - vd (não há outra)
- Escolha:





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: NT
- De que cor?
 - vd (não há outra)
- Escolha:
 - \bullet NT = vd





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: NT
- De que cor?
 - vd (não há outra)
- Escolha:
 - NT = vd
- Propagar





Definir variável e seu valor e propagar

• Quem pintar?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM:





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau:





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau: *Q* (grau 1)





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau: *Q* (grau 1)
- De que cor?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau: *Q* (grau 1)
- De que cor?
 - az (não há outra)

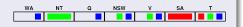




Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau: Q (grau 1)
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:





Definir variável e seu valor e propagar

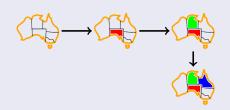
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau: Q (grau 1)
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:
 - Q = az

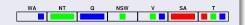




Definir variável e seu valor e propagar

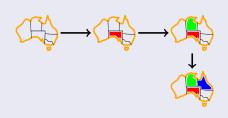
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou Q
 - Grau: Q (grau 1)
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:
 - $extbf{Q} = az$
- Propagar

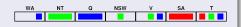




Definir variável e seu valor e propagar

• Quem pintar?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM:

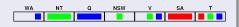




Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW

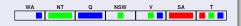




Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau:





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau: *NSW* (grau 1)





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau: NSW (grau 1)
- De que cor?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau: NSW (grau 1)
- De que cor?
 - vd (não há outra)





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau: NSW (grau 1)
- De que cor?
 - vd (não há outra)
- Escolha:





Definir variável e seu valor e propagar

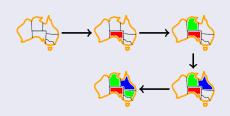
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau: *NSW* (grau 1)
- De que cor?
 - vd (não há outra)
- Escolha:
 - NSW = vd





Definir variável e seu valor e propagar

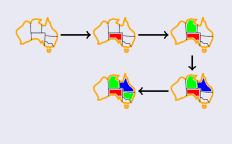
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou NSW
 - Grau: NSW (grau 1)
- De que cor?
 - vd (não há outra)
- Escolha:
 - NSW = vd
- Propagar





Definir variável e seu valor e propagar

• Quem pintar?





Definir variável e seu valor e propagar

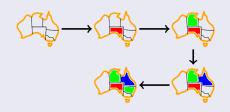
- Quem pintar?
 - VRM:





Definir variável e seu valor e propagar

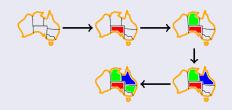
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V





Definir variável e seu valor e propagar

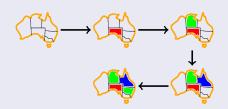
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau:





Definir variável e seu valor e propagar

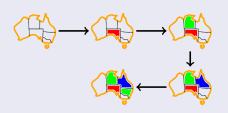
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau: WA ou $V \rightarrow WA$





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau: WA ou $V \rightarrow WA$
- De que cor?





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau: WA ou $V \rightarrow WA$
- De que cor?
 - az (não há outra)





Definir variável e seu valor e propagar

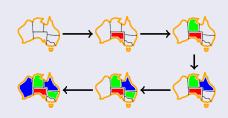
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau: WA ou $V \rightarrow WA$
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:





Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau: WA ou $V \rightarrow WA$
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:
 - WA = az

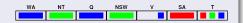




Definir variável e seu valor e propagar

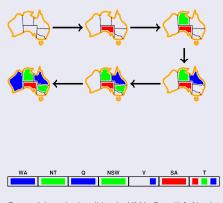
- Quem pintar?
 - VRM: WA ou V
 - Grau: WA ou $V \rightarrow WA$
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:
 - WA = az
- Propagar





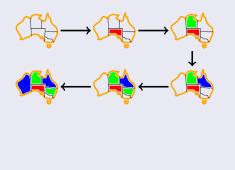
Definir variável e seu valor e propagar

• Quem pintar?



Definir variável e seu valor e propagar

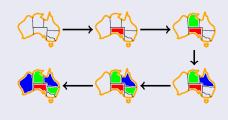
- Quem pintar?
 - VRM:



WA NT Q NSW V SA T

Definir variável e seu valor e propagar

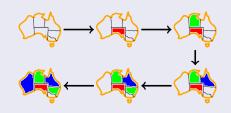
- Quem pintar?
 - VRM: V





Definir variável e seu valor e propagar

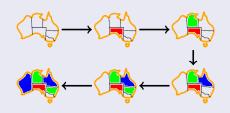
- Quem pintar?
 - VRM: V
- De que cor?





Definir variável e seu valor e propagar

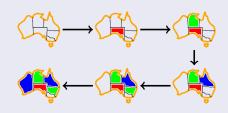
- Quem pintar?
 - VRM: V
- De que cor?
 - az (não há outra)





Definir variável e seu valor e propagar

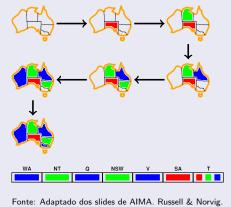
- Quem pintar?
 - VRM: V
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:





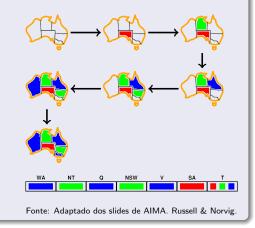
Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM· V
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Fscolha:
 - V = az



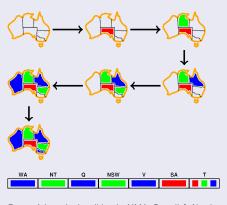
Definir variável e seu valor e propagar

- Quem pintar?
 - VRM: V
- De que cor?
 - az (não há outra)
- Escolha:
 - V = az
- Propagar



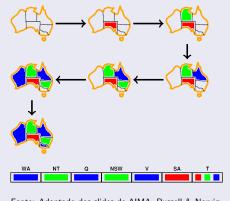
Definir variável e seu valor e propagar

Por fim, sobra apenas
 T



Definir variável e seu valor e propagar

- Por fim, sobra apenas
 T
- Podemos dar qualquer cor a ela...



Backtracking Search

Em suma...

O processo é repetido até:

Backtracking Search

Em suma...

- O processo é repetido até:
 - Terminar o grafo, ou

Backtracking Search

Em suma...

- O processo é repetido até:
 - Terminar o grafo, ou
 - Encontrar nó sem opções

- O processo é repetido até:
 - Terminar o grafo, ou
 - Encontrar nó sem opções
- Nesse último caso:

- O processo é repetido até:
 - Terminar o grafo, ou
 - Encontrar nó sem opções
- Nesse último caso:
 - Volta ao nó pai (backtracking)

- O processo é repetido até:
 - Terminar o grafo, ou
 - Encontrar nó sem opções
- Nesse último caso:
 - Volta ao nó pai (backtracking)
 - Escolhe outro valor para a variável problemática

- O processo é repetido até:
 - Terminar o grafo, ou
 - Encontrar nó sem opções
- Nesse último caso:
 - Volta ao nó pai (backtracking)
 - Escolhe outro valor para a variável problemática
 - Se n\u00e3o houver outro valor, volta ao pai e repete o procedimento

Vantagens

 Reduz o número de valores considerados em cada variável ainda sem valor

Vantagens

- Reduz o número de valores considerados em cada variável ainda sem valor
- Bastante eficiente se usada com a heurística dos valores restantes mínimos

Vantagens

- Reduz o número de valores considerados em cada variável ainda sem valor
- Bastante eficiente se usada com a heurística dos valores restantes mínimos

Desvantagem

 Embora propague a informação das variáveis com atribuição para as sem atribuição, forward checking não consegue detectar todas as falhas de antemão

Desvantagem – Exemplo

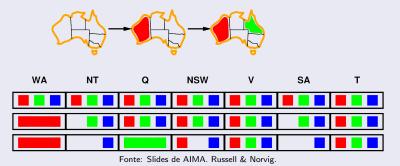
 Considere a aplicação pura do forward checking, conforme vista na aula passada

Desvantagem – Exemplo

- Considere a aplicação pura do forward checking, conforme vista na aula passada
 - Ou seja, sua aplicação sem a ajuda das heurísticas vistas

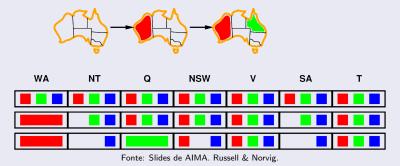
Desvantagem – Exemplo

- Considere a aplicação pura do forward checking, conforme vista na aula passada
 - Ou seja, sua aplicação sem a ajuda das heurísticas vistas



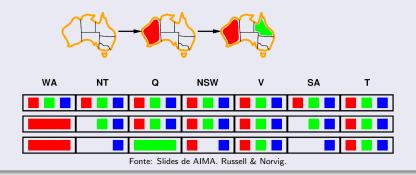
Desvantagem – Exemplo

 Quando WA = vm e Q = vd, NT e SA são forçados a serem azuis. Forward checking não olha adiante o suficiente para ver essa inconsistência



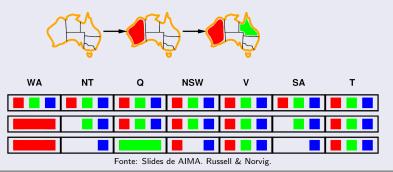
Desvantagem – Exemplo

Solução:



Desvantagem – Exemplo

- Solução:
 - Consistência de Arestas (Arc Consistency)



Arestas Consistentes

• Uma aresta $X \to Y$ será consistente se e somente se, para **todo** valor $x \in X$, houver **algum** valor $y \in Y$ permitido

Arestas Consistentes

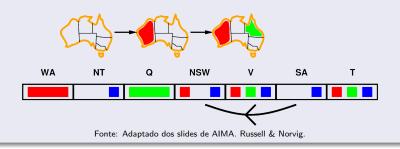
• Uma aresta $X \to Y$ será consistente se e somente se, para **todo** valor $x \in X$, houver **algum** valor $y \in Y$ permitido

Consistência de Arestas

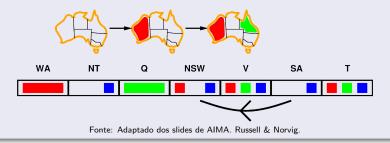
• A ideia da consistência de arestas é, a cada decisão, tornar cada aresta do grafo consistente

Funcionamento – Exemplo

• Se SA = az, há um valor consistente para NSW (vermelho)

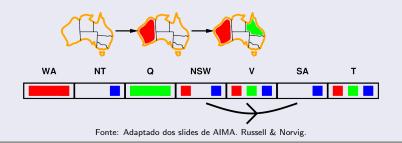


- Se SA = az, há um valor consistente para NSW (vermelho)
 - $SA \rightarrow NSW$ é consistente

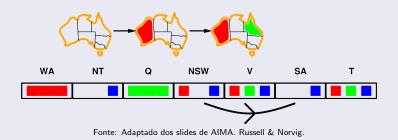


Funcionamento – Exemplo

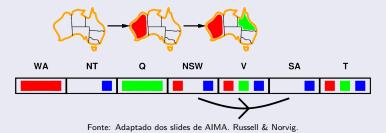
 Contudo, nem todo valor de NSW tem valor válido em SA



- Contudo, nem todo valor de NSW tem valor válido em SA
 - Se NSW = az, não há valor válido para SA

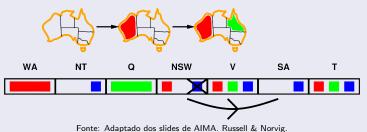


- Contudo, nem todo valor de NSW tem valor válido em SA
 - Se NSW = az, não há valor válido para SA
 - NSW → SA não é consistente



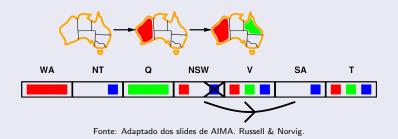
Funcionamento – Exemplo

• Podemos tornar a aresta $NSW \rightarrow SA$ consistente removendo o valor azul do domínio de NSW

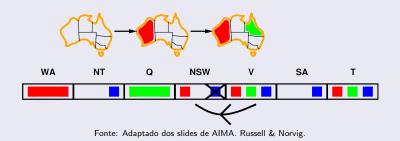


Funcionamento – Exemplo

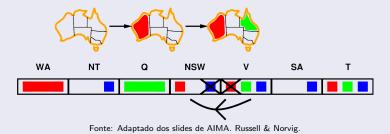
• Isso, no entanto, pode ter gerado inconsistências com os vizinhos de *NSW*



- Isso, no entanto, pode ter gerado inconsistências com os vizinhos de NSW
 - Não há valor válido em NSW para V = vm

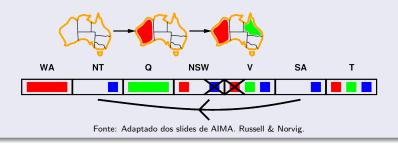


- Isso, no entanto, pode ter gerado inconsistências com os vizinhos de NSW
 - Não há valor válido em NSW para V = vm
 - Repetimos então o processo

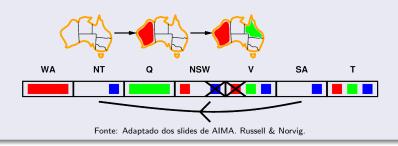


Funcionamento – Exemplo

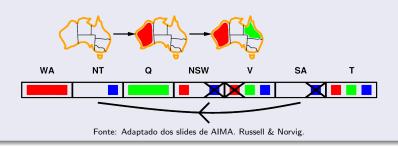
 Continuando de outra aresta (no mesmo passo da busca):



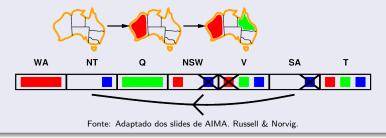
- Continuando de outra aresta (no mesmo passo da busca):
 - ullet Azul deve ser apagado ou de SA ou de NT
 ightarrow domínio vazio



- Continuando de outra aresta (no mesmo passo da busca):
 - ullet Azul deve ser apagado ou de SA ou de NT
 ightarrow domínio vazio



- Continuando de outra aresta (no mesmo passo da busca):
 - Azul deve ser apagado ou de SA ou de NT o domínio vazio
 - Repetimos até tratarmos todas as possíveis inconsistências



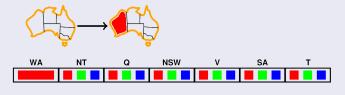
Exemplo (sem heurísticas)

Voltemos ao exemplo da aula passada



Exemplo (sem heurísticas)

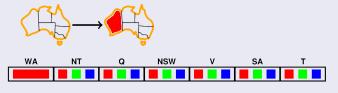
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

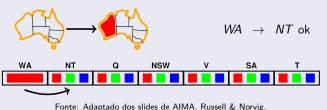
Exemplo (sem heurísticas)

- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

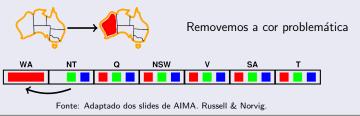
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



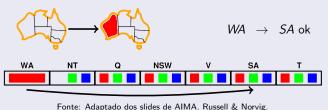
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



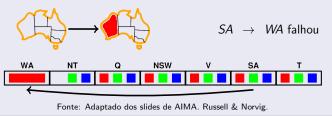
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



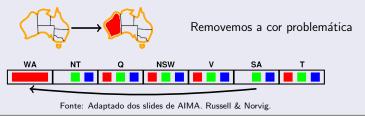
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



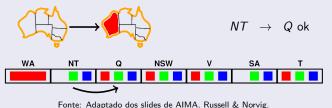
Exemplo (sem heurísticas)

- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências

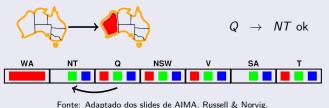


Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

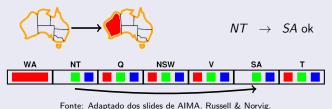
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



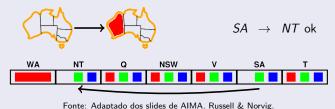
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



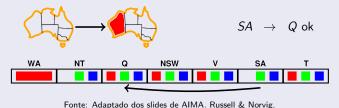
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências

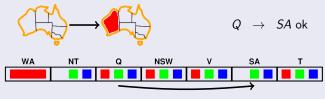


- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



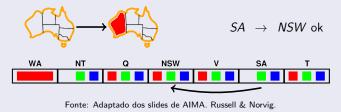
Exemplo (sem heurísticas)

- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências

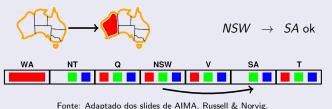


Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

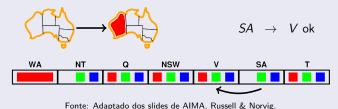
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



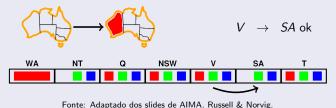
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências

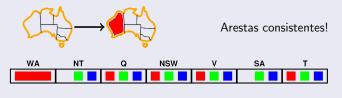


- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



Exemplo (sem heurísticas)

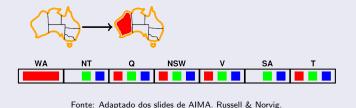
- Voltemos ao exemplo da aula passada
- Definimos a cor da primeira variável
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

Exemplo (sem heurísticas)

• Definimos a próxima variável e sua cor



Exemplo (sem heurísticas)

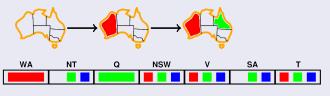
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - \bullet Q = vd



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

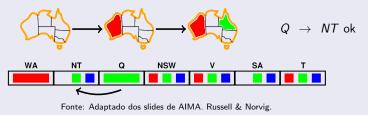
Exemplo (sem heurísticas)

- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências

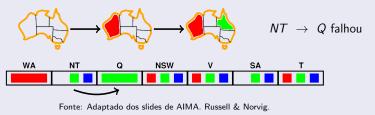


Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

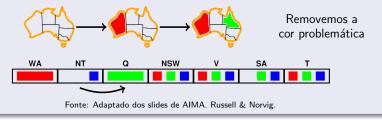
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



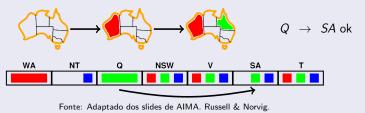
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



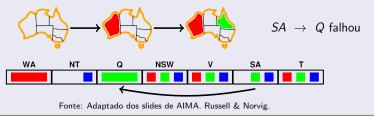
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



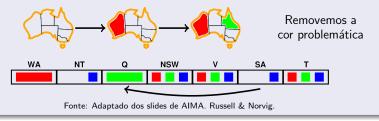
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



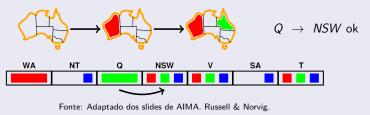
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



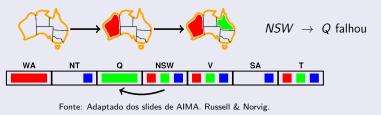
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



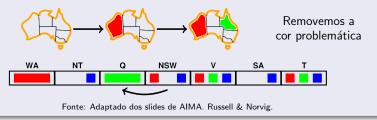
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



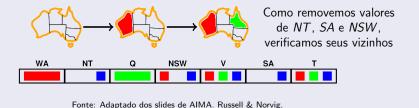
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



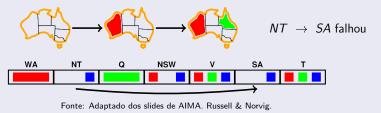
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



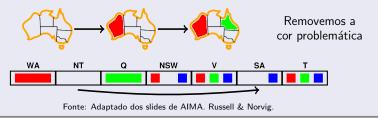
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



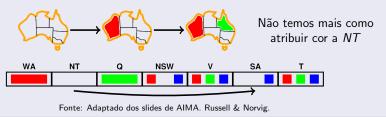
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



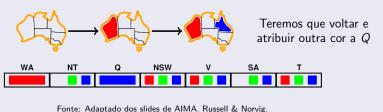
- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências

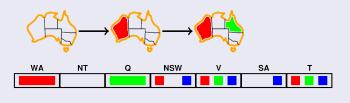


- Definimos a próxima variável e sua cor
 - Q = vd
- Verificamos as arestas, removendo cores que geram inconsistências



Consistência × Forward Checking

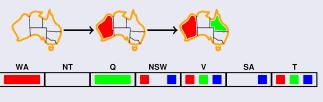
 Note que a inconsistência foi notada antes de escolhermos uma nova variável



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

Consistência × Forward Checking

- Note que a inconsistência foi notada antes de escolhermos uma nova variável
 - forward checking falha somente após escolhermos a próxima variável (V=az)



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

```
Função AC-3(csp, X_i): boolean
     f \leftarrow \text{fila das arestas ligadas a } X_i
    enquanto f não vazia faça
         (X_i, X_i) \leftarrow \mathsf{REMOVE\_PRIMEIRA}(f)
         se REVISAR(csp, X_i, X_i) então
              se DOMÍNIO(X_i) = \emptyset então
                   retorna F
              para cada X_k em VIZINHOS(X_i) - \{X_i\} faça
                   Adicione (X_k, X_i) a f
    retorna V
```

```
Função AC-3(csp, X_i): boolean
     f \leftarrow \text{fila das arestas ligadas a } X_i
                                                       Grafo do problema
    enquanto f não vazia faça
         (X_i, X_i) \leftarrow \mathsf{REMOVE\_PRIMEIRA}(f)
         se REVISAR(csp, X_i, X_i) então
              se DOMÍNIO(X_i) = \emptyset então
                   retorna F
              para cada X_k em VIZINHOS(X_i) - \{X_i\} faça
                   Adicione (X_k, X_i) a f
    retorna V
```

```
Função AC-3(csp, X_i): boolean
     f \leftarrow \text{fila das arestas ligadas a } X_i
                                                       Nó a partir do qual
    enquanto f não vazia faça
                                                      iniciamos o algoritmo
         (X_i, X_i) \leftarrow \mathsf{REMOVE\_PRIMEIRA}(f)
         se REVISAR(csp, X_i, X_i) então
              se DOMÍNIO(X_i) = \emptyset então
                   retorna F
              para cada X_k em VIZINHOS(X_i) - \{X_i\} faça
                   Adicione (X_k, X_i) a f
    retorna V
```

```
Função AC-3(csp, X_i): boolean
                                                       Retorna F se alguma
                                                       variável terminar sem
     f \leftarrow \text{fila das arestas ligadas a } X_i
                                                       opção de valores (in-
    enquanto f não vazia faça
                                                       consistência). Caso
         (X_i, X_i) \leftarrow \mathsf{REMOVE\_PRIMEIRA}(f)
                                                       contrário, retorna V
         se REVISAR(csp, X_i, X_i) então
              se DOMÍNIO(X_i) = \emptyset então
                   retorna F
              para cada X_k em VIZINHOS(X_i) - \{X_i\} faça
                   Adicione (X_k, X_i) a f
    retorna V
```

Algoritmo AC-3 (Arc Consistency - 3)

```
Função AC-3(csp, X_i): boolean
                                                      Se o grafo for bidirecional,
     f \leftarrow \text{fila das arestas ligadas a } X_i \leftarrow
                                                        isso significa as arestas
    enquanto f não vazia faça
                                                        (X_i, X_i) e (X_i, X_i), para
                                                        todo X_i vizinho de X_i
          (X_i, X_i) \leftarrow \mathsf{REMOVE\_PRIMEIRA}(f)
         se REVISAR(csp, X_i, X_i) então
               se DOMÍNIO(X_i) = \emptyset então
                    retorna F
               para cada X_k em VIZINHOS(X_i) - \{X_i\} faça
                    Adicione (X_k, X_i) a f
     retorna V
```

Algoritmo AC-3 (Arc Consistency - 3)

```
Função AC-3(csp, X_i): boolean
                                                    Indica se houve mudança
    f \leftarrow \text{fila das arestas ligadas a } X_i
                                                       em alguma variável,
    enquanto f não vazia faça
                                                      caso em que precisa-
         (X_i, X_i) \leftarrow \mathsf{REMOVE\_PRIMEIRA}(f)
                                                      mos revisar as arestas
         se REVISAR(csp, X_i, X_i) então
              se DOMÍNIO(X_i) = \emptyset então
                   retorna F
              para cada X_k em VIZINHOS(X_i) - \{X_i\} faça
                   Adicione (X_k, X_i) a f
    retorna V
```

Algoritmo AC-3 (*Arc Consistency - 3*)

```
Função REVISAR(csp, X_i, X_j): boolean

revisado \leftarrow F

para cada valor \times em \ DOMÍNIO(X_i) faça

se n\~ao \ houver \ valor \ y \in DOMÍNIO(X_j) que satisfaça a 
restric\~ao \ entre \ X_i \ e \ X_j \ ent\~ao

Apague x \ de \ DOMÍNIO(X_i)

revisado \leftarrow V
```

retorna revisado

Algoritmo AC-3 (Arc Consistency - 3)

```
Função REVISAR(csp, X_i, X_j): boolean

revisado \leftarrow F

para cada valor x em DOMÍNIO(X_i) faça

se não houver valor y \in DOMÍNIO(X_j) que satisfaça a

restrição entre X_i e X_j então

Apague x de DOMÍNIO(X_i)

revisado \leftarrow V

retorna revisado
```

Algoritmo AC-3 (Arc Consistency - 3)

```
Função REVISAR(csp, X_i, X_j): boolean

revisado \leftarrow F

para cada valor x em DOMÍNIO(X_i) faça

se n\~ao houver valor y \in DOMÍNIO(X_j) que satisfaça a

restrição entre X_i e X_j então

Apague x de DOMÍNIO(X_i)

revisado \leftarrow V
```

retorna revisado

Onde utilizar

• Como um pré-processador do grafo, antes da busca

- Como um pré-processador do grafo, antes da busca
 - Nesse caso, f receberá todas as arestas do grafo, inicialmente

- Como um pré-processador do grafo, antes da busca
 - Nesse caso, f receberá todas as arestas do grafo, inicialmente
- A cada passo da busca

- Como um pré-processador do grafo, antes da busca
 - Nesse caso, f receberá todas as arestas do grafo, inicialmente
- A cada passo da busca
 - Após atribuirmos um valor a uma variável, como fizemos com o forward checking

Problema

 Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências

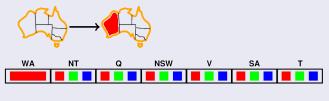
Problema

- Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências
- Ex: considere a sequência de escolhas



Problema

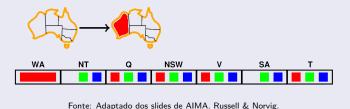
- Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências
- Ex: considere a sequência de escolhas



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

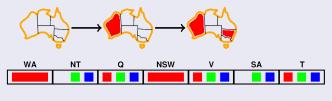
Problema

- Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências
- Ex: considere a sequência de escolhas



Problema

- Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências
- Ex: considere a sequência de escolhas



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

Problema

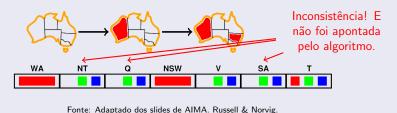
- Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências
- Ex: considere a sequência de escolhas



Fonte: Adaptado dos slides de AIMA. Russell & Norvig.

<u>Pr</u>oblema

- Não necessariamente Consistência de Arestas aponta de antemão todas as possíveis inconsistências
- Ex: considere a sequência de escolhas



Forward Checking × Consistência de Arestas

Forward Checking × Consistência de Arestas

Forward checking:

Forward Checking × Consistência de Arestas

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor

Forward Checking × Consistência de Arestas

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor
 - Não é a técnica mais eficiente

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor
 - Não é a técnica mais eficiente
 - Evita propagar as restrições no grafo todo

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor
 - Não é a técnica mais eficiente
 - Evita propagar as restrições no grafo todo
- Consistência de arestas:

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor
 - Não é a técnica mais eficiente
 - Evita propagar as restrições no grafo todo
- Consistência de arestas:
 - Propaga as restrições ao grafo como um todo

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor
 - Não é a técnica mais eficiente
 - Evita propagar as restrições no grafo todo
- Consistência de arestas:
 - Propaga as restrições ao grafo como um todo
 - Detecta falhas antes do forward checking

$\overline{\mathit{Forward}\;\mathit{Checking}\;\times\;\mathit{Consistência}\;\mathit{de}\;\mathit{Arestas}}$

- Forward checking:
 - Propaga as restrições apenas aos vizinhos de variáveis com valor
 - Não é a técnica mais eficiente
 - Evita propagar as restrições no grafo todo
- Consistência de arestas:
 - Propaga as restrições ao grafo como um todo
 - Detecta falhas antes do forward checking
 - Não revela toda inconsistência possível

Metodologia Geral

• Use busca retroativa para resolver o problema

- Use busca retroativa para resolver o problema
- A cada passo da busca

- Use busca retroativa para resolver o problema
- A cada passo da busca
 - Use um método de propagação de restrições para propagar os efeitos de cada tentativa de associação de valor a uma variável

- Use busca retroativa para resolver o problema
- A cada passo da busca
 - Use um método de propagação de restrições para propagar os efeitos de cada tentativa de associação de valor a uma variável
 - Forward checking ou Consistência de arestas

Vantagens

• Podem ser mais rápidos que uma busca tradicional

- Podem ser mais rápidos que uma busca tradicional
 - Reduzem o número de ramos considerados na árvore original (com todas as possibilidades)

- Podem ser mais rápidos que uma busca tradicional
 - Reduzem o número de ramos considerados na árvore original (com todas as possibilidades)
 - Ao dar valor a uma variável, podemos eliminar várias outras combinações que seriam tentadas por uma busca

- Podem ser mais rápidos que uma busca tradicional
 - Reduzem o número de ramos considerados na árvore original (com todas as possibilidades)
 - Ao dar valor a uma variável, podemos eliminar várias outras combinações que seriam tentadas por uma busca
 - Uma vez que saibamos que uma associação parcial não é uma solução, podemos descartar refinamentos posteriores desta

Constraint Satisfaction Problems

Vantagens

 Podemos ver por que uma associação parcial não é uma solução

Constraint Satisfaction Problems

Vantagens

- Podemos ver por que uma associação parcial não é uma solução
 - Podemos ver que variáveis violam quais restrições

Constraint Satisfaction Problems

Vantagens

- Podemos ver por que uma associação parcial não é uma solução
 - Podemos ver que variáveis violam quais restrições
 - E assim focar nossa atenção nas variáveis que importam

Formulação

 Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs

- Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs
- Nesse caso, usam uma formulação de estado completo para o problema:

- Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs
- Nesse caso, usam uma formulação de estado completo para o problema:
 - Cada nó é uma associação completa de variáveis

- Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs
- Nesse caso, usam uma formulação de estado completo para o problema:
 - Cada nó é uma associação completa de variáveis
 - Não necessariamente uma solução (pode haver conflitos)

- Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs
- Nesse caso, usam uma formulação de estado completo para o problema:
 - Cada nó é uma associação completa de variáveis
 - Não necessariamente uma solução (pode haver conflitos)
 - O estado inicial associa então um valor a cada variável

- Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs
- Nesse caso, usam uma formulação de estado completo para o problema:
 - Cada nó é uma associação completa de variáveis
 - Não necessariamente uma solução (pode haver conflitos)
 - O estado inicial associa então um valor a cada variável
 - Tipicamente, violando várias restrições

- Busca local (ex: Subida da encosta) pode ser usada com CSPs
- Nesse caso, usam uma formulação de estado completo para o problema:
 - Cada nó é uma associação completa de variáveis
 - Não necessariamente uma solução (pode haver conflitos)
 - O estado inicial associa então um valor a cada variável
 - Tipicamente, violando várias restrições
 - O objetivo da busca é eliminar as violações de restrições

Formulação

 Para ir de um estado a outro, o algoritmo de busca muda o valor de uma variável de cada vez:

- Para ir de um estado a outro, o algoritmo de busca muda o valor de uma variável de cada vez:
 - Seleciona aleatoriamente uma variável com conflitos (seleção de variável)

- Para ir de um estado a outro, o algoritmo de busca muda o valor de uma variável de cada vez:
 - Seleciona aleatoriamente uma variável com conflitos (seleção de variável)
 - Atribui novo valor a ela

- Para ir de um estado a outro, o algoritmo de busca muda o valor de uma variável de cada vez:
 - Seleciona aleatoriamente uma variável com conflitos (seleção de variável)
 - Atribui novo valor a ela
- A questão então é: que valor escolher para uma variável com conflitos?

- Para ir de um estado a outro, o algoritmo de busca muda o valor de uma variável de cada vez:
 - Seleciona aleatoriamente uma variável com conflitos (seleção de variável)
 - Atribui novo valor a ela
- A questão então é: que valor escolher para uma variável com conflitos?
 - Aquele que resultar no menor número de conflitos com outras variáveis

- Para ir de um estado a outro, o algoritmo de busca muda o valor de uma variável de cada vez:
 - Seleciona aleatoriamente uma variável com conflitos (seleção de variável)
 - Atribui novo valor a ela
- A questão então é: que valor escolher para uma variável com conflitos?
 - Aquele que resultar no menor número de conflitos com outras variáveis
 - Heurística dos conflitos mínimos (Min-Conflicts)

Min-conflicts

• Trata-se de uma subida da encosta

- Trata-se de uma subida da encosta
 - Escolhe sempre o valor que viola o menor número de restrições

- Trata-se de uma subida da encosta
 - Escolhe sempre o valor que viola o menor número de restrições
 - Se move em direção ao menor número de restrições violadas

- Trata-se de uma subida da encosta
 - Escolhe sempre o valor que viola o menor número de restrições
 - Se move em direção ao menor número de restrições violadas
- Usada no Hubble para agendar uma semana de observações

- Trata-se de uma subida da encosta
 - Escolhe sempre o valor que viola o menor número de restrições
 - Se move em direção ao menor número de restrições violadas
- Usada no Hubble para agendar uma semana de observações
 - Reduziu de 3 semanas para 10 minutos o tempo de agendamento

Min-conflicts – Algoritmo

```
Função MIN-CONFLICTS(csp, max): solução
    atual ← uma associação inicial completa para csp
    para i=1 até max faça
        se atual é solução para csp então
          retorna atual
         var \leftarrow escolha aleatoriamente uma variável com conflitos
         valor \leftarrow escolha o valor para var que viola o menor número
          de restrições com outras variáveis
         Faça var \leftarrow valor \text{ em } atual
    retorna falha
```

Min-conflicts - Algoritmo

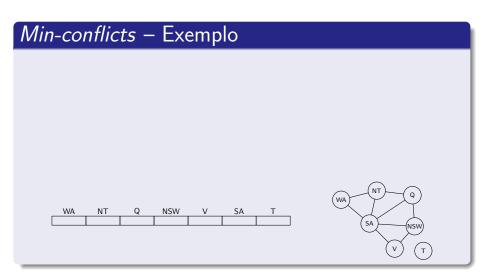
```
Função MIN-CONFLICTS(csp, max): solução
    atual ← uma associação inicial completa para csp
    para i=1 até max faça
                                               Número máximo de passos
         se atual é solução para csp então
                                                  antes de desistirmos
          retorna atual
         var \leftarrow escolha aleatoriamente uma variável com conflitos
         valor \leftarrow escolha o valor para var que viola o menor número
          de restrições com outras variáveis
         Faça var \leftarrow valor \text{ em } atual
    retorna falha
```

Min-conflicts - Algoritmo

```
Função MIN-CONFLICTS(csp, max): solução
    atual ← uma associação inicial completa para csp
    para i=1 até max faça
                                               Queremos introduzir o
        se atual é solução para csp então
                                             menor número de conflitos
          retorna atual
         var ← escolha aleatoriamente uma variável com conflitos
        valor ← escolha o valor para var que viola o menor número
          de restrições com outras variáveis
        Faça var \leftarrow valor \text{ em } atual
    retorna falha
```

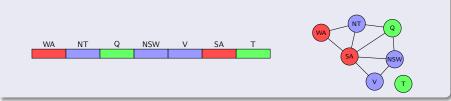
Min-conflicts - Algoritmo

```
Função MIN-CONFLICTS(csp, max): solução
    atual ← uma associação inicial completa para csp
    para i=1 até max faça
                                                   Se ainda não tiver
         se atual é solução para csp então
                                                 uma associação válida,
          retorna atual
                                                tente uma nova variável
         var \leftarrow escolha aleatoriamente uma variável com conflitos
         valor \leftarrow escolha o valor para var que viola o menor número
          de restrições com outras variáveis
         Faça var \leftarrow valor \text{ em } atual
    retorna falha
```



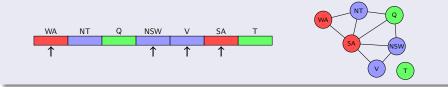
Min-conflicts - Exemplo

• Geramos um valor aleatório para as variáveis



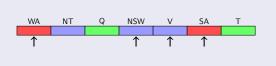
Min-conflicts – Exemplo

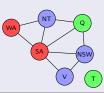
- Geramos um valor aleatório para as variáveis
- Verificamos quais estão em conflito



Min-conflicts - Exemplo

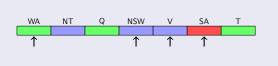
- Geramos um valor aleatório para as variáveis
- Verificamos quais estão em conflito
- Escolhemos uma variável conflitante (WA) e trocamos seu valor (pelo que gerar menos conflitos)

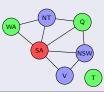




Min-conflicts - Exemplo

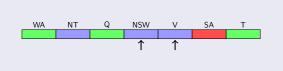
- Geramos um valor aleatório para as variáveis
- Verificamos quais estão em conflito
- Escolhemos uma variável conflitante (WA) e trocamos seu valor (pelo que gerar menos conflitos)

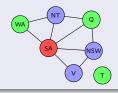




Min-conflicts - Exemplo

Verificamos novamente os conflitos

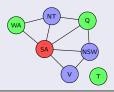




Min-conflicts - Exemplo

- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (NSW) e trocamos seu valor





Min-conflicts - Exemplo

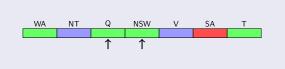
- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (NSW) e trocamos seu valor

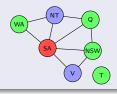




Min-conflicts - Exemplo

Verificamos novamente os conflitos

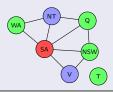




Min-conflicts - Exemplo

- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (Q) e trocamos seu valor

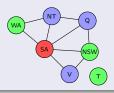




Min-conflicts - Exemplo

- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (Q) e trocamos seu valor





Min-conflicts - Exemplo

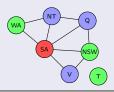
Verificamos novamente os conflitos





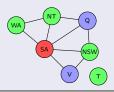
- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (NT) e trocamos seu valor





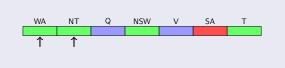
- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (NT) e trocamos seu valor

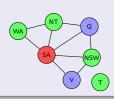




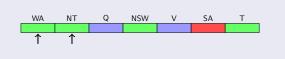
Min-conflicts - Exemplo

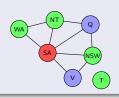
Verificamos novamente os conflitos



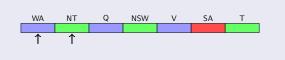


- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (WA) e trocamos seu valor



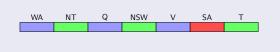


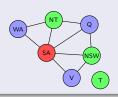
- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (WA) e trocamos seu valor





- Verificamos novamente os conflitos
- Escolhemos uma variável conflitante (WA) e trocamos seu valor
- Achamos uma resposta





Vantagem

 Pode ser usada em ambientes de tempo real para problemas dinâmicos

- Pode ser usada em ambientes de tempo real para problemas dinâmicos
- Ex: Agendamento de voos

- Pode ser usada em ambientes de tempo real para problemas dinâmicos
- Ex: Agendamento de voos
 - Em uma semana, podemos ter que escalonar milhares de voos e tripulantes

- Pode ser usada em ambientes de tempo real para problemas dinâmicos
- Ex: Agendamento de voos
 - Em uma semana, podemos ter que escalonar milhares de voos e tripulantes
 - Mas um mau tempo imprevisto pode alterar todo o problema

- Pode ser usada em ambientes de tempo real para problemas dinâmicos
- Ex: Agendamento de voos
 - Em uma semana, podemos ter que escalonar milhares de voos e tripulantes
 - Mas um mau tempo imprevisto pode alterar todo o problema
 - Teremos que consertar a agenda com o menor número possível de mudanças (min-conflicts)

- Pode ser usada em ambientes de tempo real para problemas dinâmicos
- Ex: Agendamento de voos
 - Em uma semana, podemos ter que escalonar milhares de voos e tripulantes
 - Mas um mau tempo imprevisto pode alterar todo o problema
 - Teremos que consertar a agenda com o menor número possível de mudanças (min-conflicts)
 - Basta rodarmos o algoritmo começando da agenda atual

Referências

- Russell, S.; Norvig P. (2010): Artificial Intelligence: A Modern Approach. Prentice Hall. 3a ed.
 - Slides do livro: http://aima.eecs.berkeley.edu/slides-pdf/
- http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Electrical-Engineeringand-Computer-Science/6-034Spring-2005/ LectureNotes/index.htm