Inteligência Artificial – ACH2016
Aula 10 – Lógica de Primeira Ordem

Norton Trevisan Roman
(norton@usp.br)

10 de abril de 2019

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:
  - Ex: como representar "se pintamos um bloco com tinta verde, ele fica verde"?

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:
  - Ex: como representar "se pintamos um bloco com tinta verde, ele fica verde"?
    - Em lógica proposicional, temos que fazer uma regra para cada bloco

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:
  - Ex: como representar "se pintamos um bloco com tinta verde, ele fica verde"?
    - Em lógica proposicional, temos que fazer uma regra para cada bloco
    - Não há como fazer a afirmação geral para todos os blocos

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:
  - Ex: como representar "se pintamos um bloco com tinta verde, ele fica verde"?
    - Em lógica proposicional, temos que fazer uma regra para cada bloco
    - Não há como fazer a afirmação geral para todos os blocos
  - Ou então "acesso a esse recinto é permitido somente a pessoas autorizadas ou conhecidas de pessoas autorizadas"

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:
  - Ex: como representar "se pintamos um bloco com tinta verde, ele fica verde"?
    - Em lógica proposicional, temos que fazer uma regra para cada bloco
    - Não há como fazer a afirmação geral para todos os blocos
  - Ou então "acesso a esse recinto é permitido somente a pessoas autorizadas ou conhecidas de pessoas autorizadas"
    - Gigantesco em lógica proposicional

Lógica de Primeira Ordem

Objetos e relações:

- LPO é construída em torno de objetos e relações
- Podemos também falar sobre "alguns" ou "todos", sem termos que citá-los explicitamente:
  - Ex: como representar "se pintamos um bloco com tinta verde, ele fica verde"?
    - Em lógica proposicional, temos que fazer uma regra para cada bloco
    - Não há como fazer a afirmação geral para todos os blocos
  - Ou então "acesso a esse recinto é permitido somente a pessoas autorizadas ou conhecidas de pessoas autorizadas"
    - Gigantesco em lógica proposicional
    - Teríamos que listar as pessoas autorizadas e seus conhecidos

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**
  - Um termo é uma expressão lógica que se refere a um objeto

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**
  - Um termo é uma expressão lógica que se refere a um objeto
  - Corresponde a constantes, variáveis e funções

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**
  - Um termo é uma expressão lógica que se refere a um objeto
  - Corresponde a constantes, variáveis e funções
  - No caso geral, um termo é formado por uma função seguida de uma lista de termos como argumentos a essa função $\rightarrow$ $f(t_1, \ldots, t_n)$

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**
  - Um termo é uma expressão lógica que se refere a um objeto
  - Corresponde a constantes, variáveis e funções
  - No caso geral, um termo é formado por uma função seguida de uma lista de termos como argumentos a essa função $\rightarrow$ $f(t_1, \ldots, t_n)$
- **Predicados**

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**
  - Um termo é uma expressão lógica que se refere a um objeto
  - Corresponde a constantes, variáveis e funções
  - No caso geral, um termo é formado por uma função seguida de uma lista de termos como argumentos a essa função $\rightarrow$ $f(t_1, \ldots, t_n)$
- **Predicados**
  - Representam relações entre termos

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Elementos sintáticos básicos

- **Termos**
  - Um termo é uma expressão lógica que se refere a um objeto
  - Corresponde a constantes, variáveis e funções
  - No caso geral, um termo é formado por uma função seguida de uma lista de termos como argumentos a essa função $\rightarrow f(t_1, \ldots, t_n)$
- **Predicados**
  - Representam relações entre termos
  - Elementos básicos das sentenças

Lógica de Primeira Ordem: Sintaxe

Gramática formal

$$
\begin{array}{rcl}
\textit{Sentença} & \rightarrow & \textit{SentençaAtômica} \mid \textit{SentençaComposta} \\
\textit{SentençaAtômica} & \rightarrow & \textit{Predicado} \mid \textit{Predicado}(\textit{Termo}, \ldots) \mid \textit{Termo} = \textit{Termo} \\
\textit{SentençaComposta} & \rightarrow & (\ \textit{Sentença}\ ) \mid [\ \textit{Sentença}\ ] \\
 & \mid & \neg\text{Sentença} \\
 & \mid & \textit{Sentença Operador Sentença} \\
 & \mid & \textit{Quantificador Variável}, \ldots\ \textit{Sentença} \\
\textit{Operador} & \rightarrow & \wedge \mid \vee \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \\
\textit{Termo} & \rightarrow & \textit{Função}(\textit{Termo}, \ldots) \\
 & \mid & \textit{Constante} \\
 & \mid & \textit{Variável} \\
\textit{Quantificador} & \rightarrow & \forall \mid \exists \\
\textit{Constante} & \rightarrow & A \mid X_1 \mid \textit{João} \mid \ldots \\
\textit{Variável} & \rightarrow & a \mid x \mid s \mid \ldots \\
\textit{Predicado} & \rightarrow & \textit{Verdadeiro} \mid \textit{Falso} \mid \textit{Após} \mid \ldots \\
\textit{Função} & \rightarrow & \textit{Mãe} \mid \textit{Tamanho} \mid \ldots
\end{array}
$$

Precedência de operadores: $\neg, =, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelos e Interpretações

Modelos e Interpretações

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente associava um valor verdade a cada símbolo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelos e Interpretações

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente associava um valor verdade a cada símbolo
  - Essa também era sua interpretação

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelos e Interpretações

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente associava um valor verdade a cada símbolo
  - Essa também era sua interpretação
- Em LPO, modelos contém objetos e relações

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelos e Interpretações

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente associava um valor verdade a cada símbolo
  - Essa também era sua interpretação
- Em LPO, modelos contém objetos e relações
  - O **domínio** de um modelo é então o conjunto dos objetos e relações que ele contém

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelos e Interpretações

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente associava um valor verdade a cada símbolo
  - Essa também era sua interpretação
- Em LPO, modelos contém objetos e relações
  - O **domínio** de um modelo é então o conjunto dos objetos e relações que ele contém
  - Um domínio não pode ser vazio $\rightarrow$ todo domínio deve conter pelo menos um objeto

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelos e Interpretações

- Em lógica proposicional, um modelo simplesmente associava um valor verdade a cada símbolo
  - Essa também era sua interpretação
- Em LPO, modelos contém objetos e relações
  - O **domínio** de um modelo é então o conjunto dos objetos e relações que ele contém
  - Um domínio não pode ser vazio $\rightarrow$ todo domínio deve conter pelo menos um objeto
  - Cabe à **interpretação** do modelo especificar o significado de cada termo e predicado dentro desse domínio

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

- Domínio: 

Modelo: Exemplo

- Domínio: 
- Predicados:

Modelo: Exemplo

- Domínio: 
- Predicados:
  - *IRMÃO* = {<, >, <, >, <, >, ...}

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

- Domínio:        
- Predicados:
  - *IRMÃO* = {<, >, <, >, <, >, ...}
  - *AMIGO* = {<, >, <, >, <, >, <, >}

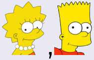
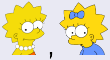
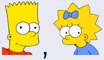
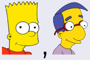
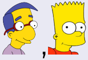
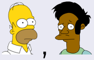
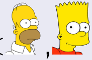
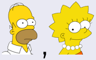
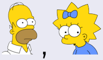
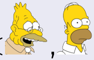
Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

- Domínio:        
- Predicados:
  - *IRMÃO* = {<,>, <,>, <,>, ...}
  - *AMIGO* = {<,>, <,>, <,>, <,>}
- Funções:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

- Domínio: 
- Predicados:
  - $IRMÃO = \{<$  $>, <$  $>, <$  $>, \ldots\}$
  - $AMIGO = \{<$  $>, <$  $>, <$  $>, <$  $>\}$
- Funções:
  - $PAI = \{<$  $>, <$  $>, <$  $>, <$  $>\}$

Modelo: Exemplo

- Note que a ausência de uma regra do tipo

  "Se A é irmão de B então B é irmão de A"

  nos obriga a incluir todos os possíveis pares no modelo:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

- Note que a ausência de uma regra do tipo

  “Se A é irmão de B então B é irmão de A”

  nos obriga a incluir todos os possíveis pares no modelo:

  - $\mathit{IRMÃO} = \{<$ ,  $>, <$ ,  $>, \ldots\}$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Modelo: Exemplo

- Note que a ausência de uma regra do tipo

  “Se A é irmão de B então B é irmão de A”

  nos obriga a incluir todos os possíveis pares no modelo:

  - $IRMÃO = \{<$  ,  $>$, $<$  ,  $>, \ldots\}$

- Esse tipo de regra é muito importante para reduzir nosso trabalho de por todas as possíveis combinações explicitamente no modelo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação

- Especifica referentes para:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação

- Especifica referentes para:
  - Símbolos constantes: objetos

Interpretação

- Especifica referentes para:
  - Símbolos constantes: objetos
  - Símbolos de predicado: relações

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação

- Especifica referentes para:
  - Símbolos constantes: objetos
  - Símbolos de predicado: relações
  - Símbolos de função: relações funcionais

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação

- Especifica referentes para:
  - Símbolos constantes: objetos
  - Símbolos de predicado: relações
  - Símbolos de função: relações funcionais
  - Conjunto de objetos: elementos do domínio (ex: Pessoa, Lápis, João)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação

- Especifica referentes para:
  - Símbolos constantes: objetos
  - Símbolos de predicado: relações
  - Símbolos de função: relações funcionais
  - Conjunto de objetos: elementos do domínio (ex: Pessoa, Lápis, João)
- Trata-se de um mapa entre os elementos do domínio e esses símbolos

Interpretação: Símbolos

- Há um paralelo com língua natural

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação: Símbolos

- Há um paralelo com língua natural
- Por exemplo, a noção de pai é uma só, mas a palavra usada para designá-la depende da língua em que é pronunciada

Interpretação: Símbolos

- Há um paralelo com língua natural
- Por exemplo, a noção de pai é uma só, mas a palavra usada para designá-la depende da língua em que é pronunciada
  - A palavra nada mais é que um símbolo para uma relação de paternidade

Interpretação: Símbolos

- Há um paralelo com língua natural
- Por exemplo, a noção de pai é uma só, mas a palavra usada para designá-la depende da língua em que é pronunciada
  - A palavra nada mais é que um símbolo para uma relação de paternidade
  - A relação é comum a todos nós, mas o símbolo varia

Interpretação: Exemplo

- Bart $\rightarrow$  Homer $\rightarrow$ 
  Lisa $\rightarrow$  Maggie $\rightarrow$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação: Exemplo

- Bart $\rightarrow$  Homer $\rightarrow$ 
  Lisa $\rightarrow$  Maggie $\rightarrow$ 
- *Pai(x)* $\rightarrow$ Objeto y no par $< y, x >$ em *PAI*

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação: Exemplo

- Bart $\rightarrow$  Homer $\rightarrow$ 
  Lisa $\rightarrow$  Maggie $\rightarrow$ 
- $Pai(x)$ $\rightarrow$ Objeto y no par $< y, x >$ em PAI
  - $Pai(Bart) = Homer$, pois PAI contém o par < ,  >

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação: Exemplo

- Bart $\rightarrow$  Homer $\rightarrow$ 
  Lisa $\rightarrow$  Maggie $\rightarrow$ 
- *Pai(x)* $\rightarrow$ Objeto y no par $< y, x >$ em *PAI*
  - $Pai(Bart) = Homer$, pois *PAI* contém o par $<$,$>$
- *Irmão(x,y)* $\rightarrow$ *Verdadeiro* se *IRMÃO* contiver o par $< x, y >$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Interpretação: Exemplo

- Bart $\rightarrow$  Homer $\rightarrow$ 
  Lisa $\rightarrow$  Maggie $\rightarrow$ 
- *Pai(x)* $\rightarrow$ Objeto y no par $< y, x >$ em *PAI*
  - $Pai(Bart) = Homer$, pois *PAI* contém o par <,>
- *Irmão(x,y)* $\rightarrow$ *Verdadeiro* se *IRMÃO* contiver o par $< x, y >$
  - $Irmão(Bart, Lisa) = Verdadeiro$, pois *IRMÃO* contém o par <,>

Termos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares
  - Ex: Fred, C_1, A, Japão, Bactéria_39

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares
  - Ex: Fred, C_1, A, Japão, Bactéria_39
- Símbolos **variáveis**:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares
  - Ex: Fred, C_1, A, Japão, Bactéria_39
- Símbolos **variáveis**:
  - Sintaticamente iguais às constantes, embora não se refiram a um objeto em particular

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares
  - Ex: Fred, C_1, A, Japão, Bactéria_39
- Símbolos **variáveis**:
  - Sintaticamente iguais às constantes, embora não se refiram a um objeto em particular
  - Similares às usadas em programação

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares
  - Ex: Fred, C_1, A, Japão, Bactéria_39
- Símbolos **variáveis**:
  - Sintaticamente iguais às constantes, embora não se refiram a um objeto em particular
  - Similares às usadas em programação
  - Ex: x, y, a (minúsculas)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos **constantes**
  - Dão nomes a coisas particulares
  - Ex: Fred, C_1, A, Japão, Bactéria_39
- Símbolos **variáveis**:
  - Sintaticamente iguais às constantes, embora não se refiram a um objeto em particular
  - Similares às usadas em programação
  - Ex: x, y, a (minúsculas)
  - Um termo sem variáveis é chamado de **termo base** (*ground term*)

Termos

- Símbolos de **função**:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Usados quando, em vez de uma constante, quisermos usar uma relação <u>para definir</u> um objeto

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Usados quando, em vez de uma constante, quisermos usar uma relação para definir um objeto
    - Ex: usamos $BraçoEsq(Pedro)$, em vez de dar um nome ao braço, como $BRAÇO\_ESQ\_PEDRO$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Usados quando, em vez de uma constante, quisermos usar uma relação para definir um objeto
    - Ex: usamos *BraçoEsq*(*Pedro*), em vez de dar um nome ao braço, como *BRAÇO_ESQ_PEDRO*
  - Definem que um dado objeto deve se relacionar a um único outro objeto desta maneira

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Usados quando, em vez de uma constante, quisermos usar uma relação para definir um objeto
    - Ex: usamos *BraçoEsq*(*Pedro*), em vez de dar um nome ao braço, como *BRAÇO_ESQ_PEDRO*
  - Definem que um dado objeto deve se relacionar a um único outro objeto desta maneira
    - Ex: *BraçoEsq*(*Pedro*) relaciona *Pedro* a um único objeto correspondente ao seu braço esquerdo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Usados quando, em vez de uma constante, quisermos usar uma relação para definir um objeto
    - Ex: usamos $BraçoEsq(Pedro)$, em vez de dar um nome ao braço, como $BRAÇO\_ESQ\_PEDRO$
  - Definem que um dado objeto deve se relacionar a um único outro objeto desta maneira
    - Ex: $BraçoEsq(Pedro)$ relaciona $Pedro$ a um único objeto correspondente ao seu braço esquerdo
  - Sua vantagem está em que essa mesma função pode ser usada para definir relações entre outros objetos

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Ex:

Proposicional		LPO
PAI_PEDRO	$\leftrightarrow$	*Pai(Pedro)*
PAI_JOÃO	$\leftrightarrow$	*Pai(João)*

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Ex:

Proposicional		LPO
PAI_PEDRO	$\leftrightarrow$	*Pai(Pedro)*
PAI_JOÃO	$\leftrightarrow$	*Pai(João)*

Uma única função aplicada a 2 símbolos distintos

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Ex:

Proposicional		LPO
PAI_PEDRO	$\leftrightarrow$	$Pai(Pedro)$
$PAI\_JO\tilde{A}O$	$\leftrightarrow$	$Pai(João)$

Uma única função aplicada a 2 símbolos distintos

- Semântica de um termo $f(t_1, \ldots, t_n)$:

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Ex:

Proposicional		LPO
PAI_PEDRO	$\leftrightarrow$	*Pai(Pedro)*
PAI_JOÃO	$\leftrightarrow$	*Pai(João)*

Uma única função aplicada a 2 símbolos distintos

- Semântica de um termo $f(t_1, \ldots, t_n)$:
  - f se refere a alguma função F no modelo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Ex:

Proposicional		LPO
PAI_PEDRO	$\leftrightarrow$	$Pai(Pedro)$
$PAI\_JOÃO$	$\leftrightarrow$	$Pai(João)$

Uma única função aplicada a 2 símbolos distintos

- Semântica de um termo $f(t_1, \ldots, t_n)$:
  - f se refere a alguma função F no modelo
  - $t_1, \ldots t_n$ se referem a objetos $o_1, \ldots, o_n$ no domínio

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Termos

- Símbolos de **função**:
  - Ex:

Proposicional		LPO
PAI_PEDRO	$\leftrightarrow$	$Pai(Pedro)$
$PAI\_JOÃO$	$\leftrightarrow$	$Pai(João)$

Uma única função aplicada a 2 símbolos distintos

- Semântica de um termo $f(t_1, \ldots, t_n)$:
  - f se refere a alguma função F no modelo
  - $t_1, \ldots t_n$ se referem a objetos $o_1, \ldots, o_n$ no domínio
  - O termo como um todo se refere ao objeto correspondente ao valor de F aplicada a $o_1, \ldots, o_n$

Predicados

Predicados

- Aplicados a zero ou mais termos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados

- Aplicados a zero ou mais termos
- Conectam parâmetros, indicando que a conexão existe

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados

- Aplicados a zero ou mais termos
- Conectam parâmetros, indicando que a conexão existe
  - Ex: $Irmão(x,y)$, $Maior(x,y)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados

- Aplicados a zero ou mais termos
- Conectam parâmetros, indicando que a conexão existe
  - Ex: $Irmão(x,y)$, $Maior(x,y)$
- Também servem para descrever algum atributo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados

- Aplicados a zero ou mais termos
- Conectam parâmetros, indicando que a conexão existe
  - Ex: $Irmão(x,y)$, $Maior(x,y)$
- Também servem para descrever algum atributo
  - Ex: $Azul(A)$, *Chovendo*

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- *Irmão(João,x)* – ???

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado

Predicados $\times$ Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados $\times$ Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?

Predicados × Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?
    - Função, pois x será associado a um objeto específico sempre

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados $\times$ Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?
    - Função, pois x será associado a um objeto específico sempre
- *PernaEsquerda(Pedro)* – ???

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados $\times$ Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?
    - Função, pois x será associado a um objeto específico sempre
- *PernaEsquerda(Pedro)* – ???
  - *Pedro* $\rightarrow$ Minha centopeia de estimação

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?
    - Função, pois x será associado a um objeto específico sempre
- *PernaEsquerda(Pedro)* – Predicado
  - *Pedro* $\rightarrow$ Minha centopeia de estimação

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?
    - Função, pois x será associado a um objeto específico sempre
- *PernaEsquerda(Pedro)* – Predicado
  - *Pedro* $\rightarrow$ Minha centopeia de estimação
  - *PernaEsquerda(x)* deve também se aplicar a outros elementos conhecidos que possam fazer parte da base

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- *Irmão(João,x)* – Predicado
  - Pode retornar muitos valores para x, mantendo-se João como primeiro
  - E num modelo em que ninguém tem mais que 1 irmão?
    - Função, pois x será associado a um objeto específico sempre
- *PernaEsquerda(Pedro)* – Predicado
  - *Pedro* $\rightarrow$ Minha centopeia de estimação
  - *PernaEsquerda(x)* deve também se aplicar a outros elementos conhecidos que possam fazer parte da base
  - Ex: mesa, cadeira etc.

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

Maior(Tamanho(PernaEsq(JOÃO)), Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))

Predicados × Funções

$Maior(Tamanho(PernaEsq(JO\tilde{A}O)), Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))$

Predicados

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

$Maior(Tamanho(PernaEsq(JO\tilde{A}O)), Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))$

Predicados

Funções

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

$Maior(Tamanho(PernaEsq(JO\tilde{A}O)), Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))$

Predicados Funções

- Função faz referência a um objeto do domínio

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

$Maior(Tamanho(PernaEsq(JOÃO)), Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))$

Predicados Funções

- Função faz referência a um objeto do domínio
  - Valores também são objetos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados $\times$ Funções

$$Maior(Tamanho(PernaEsq(JO\tilde{A}O)),\ Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))$$

Predicados Funções

- Função faz referência a um objeto do domínio
  - Valores também são objetos
- Predicado faz referência a um atributo ou relação em si

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

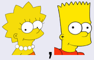
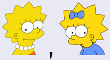
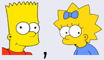
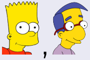
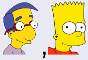
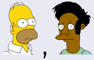
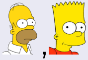
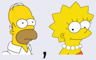
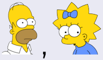
$$Maior(Tamanho(PernaEsq(JOÃO)),\ Tamanho(PernaEsq(PEDRO)))$$

Predicados Funções

- Função faz referência a um objeto do domínio
  - Valores também são objetos
- Predicado faz referência a um atributo ou relação em si
  - Mas o que é predicado ou função depende totalmente do modelo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Voltemos ao nosso exemplo de modelo...

- Domínio: 
- Predicados:
  - *IRMÃO* = {<  >, <  >, <  >, ...}
  - *AMIGO* = {<  >, <  >, <  >, <  >}
- Funções:
  - *PAI* = {<  >, <  >, <  >, <  >}

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados

Predicados $\times$ Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados
- Predicados:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados
- Predicados:
  - *Irmão*( ,x) $\Rightarrow x = \{<$  ,  $>$, $<$  ,  $>\}$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados $\times$ Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados
- Predicados:
  - *Irmão*(,x) $\Rightarrow x = \{$<,>, <,>$\}$
  - Pode haver vários pares com  como primeiro item e um segundo item diferente

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados
- Predicados:
  - $Irmão($$,x) \Rightarrow x = \{<$$,$$>,\ <$$,$$>\}$
  - Pode haver vários pares com  como primeiro item e um segundo item diferente
- Funções:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados
- Predicados:
  - *Irmão*(,x) $\Rightarrow x = \{<$,$>$, $<$,$>\}$
  - Pode haver vários pares com  como primeiro item e um segundo item diferente
- Funções:
  - *Pai*() $=$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Predicados × Funções

- Dentro do domínio, tanto predicados quanto funções são meras listas de pares ordenados
- Predicados:
  - *Irmão*(,x) $\Rightarrow x = \{$<,>, <,>$\}$
  - Pode haver vários pares com  como primeiro item e um segundo item diferente
- Funções:
  - *Pai*() $=$ 
  - Aplicar a função a um termo nos leva a um único par possível

Sentenças

- Usadas para representar fatos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos
    - Ex: *Irmão(Ricardo, João)*

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos
    - Ex: *Irmão(Ricardo, João)*
  - A interpretação particular será a responsável por definir que objetos correspondem a *Ricardo* e *João*

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos
    - Ex: *Irmão(Ricardo, João)*
  - A interpretação particular será a responsável por definir que objetos correspondem a *Ricardo* e *João*
  - Sentenças atômicas podem conter termos complexos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos
    - Ex: *Irmão(Ricardo, João)*
  - A interpretação particular será a responsável por definir que objetos correspondem a *Ricardo* e *João*
  - Sentenças atômicas podem conter termos complexos
    - Ex: *Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))*

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos
    - Ex: *Irmão(Ricardo, João)*
  - A interpretação particular será a responsável por definir que objetos correspondem a *Ricardo* e *João*
  - Sentenças atômicas podem conter termos complexos
    - Ex: *Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))*
  - Também possuem o operador $=$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- Usadas para representar fatos
- **Sentenças Atômicas** ou **Átomos**
  - Compostas por predicado aplicado a zero ou mais termos
    - Ex: *Irmão(Ricardo, João)*
  - A interpretação particular será a responsável por definir que objetos correspondem a *Ricardo* e *João*
  - Sentenças atômicas podem conter termos complexos
    - Ex: *Casado(Pai(Ricardo), Mãe(João))*
  - Também possuem o operador $=$
    - Ex: $Pai(João) = Pedro$

Sentenças

- **Sentenças Complexas**

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- **Sentenças Complexas**
  - Produzidas a partir de sentenças menores usando-se os **conectivos lógicos**:

Sentenças

- **Sentenças Complexas**
  - Produzidas a partir de sentenças menores usando-se os **conectivos lógicos**:

    $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$ ou $\rightarrow$, e $\Leftrightarrow$ ou $\leftrightarrow$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- **Sentenças Complexas**
  - Produzidas a partir de sentenças menores usando-se os **conectivos lógicos**:

    $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$ ou $\rightarrow$, e $\Leftrightarrow$ ou $\leftrightarrow$
  - Ex:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- **Sentenças Complexas**
  - Produzidas a partir de sentenças menores usando-se os **conectivos lógicos**:

    $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$ ou $\rightarrow$, e $\Leftrightarrow$ ou $\leftrightarrow$
  - Ex:
    - $\neg Irmão(Jorge, Pedro)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças

- **Sentenças Complexas**
  - Produzidas a partir de sentenças menores usando-se os **conectivos lógicos**:

    $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$ ou $\rightarrow$, e $\Leftrightarrow$ ou $\leftrightarrow$
  - Ex:
    - $\neg Irmão(Jorge, Pedro)$
    - $Irmão(Jorge, Pedro) \Rightarrow Irmão(Pedro, Jorge)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças: Valor verdade

- Uma sentença atômica

$$predicado(termo_1, termo_2, \ldots, termo_n)$$

é verdadeira em um dado modelo se a relação representada pelo predicado vale entre os objetos representados por seus argumentos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Sentenças: Valor verdade

- Uma sentença atômica

$$predicado(termo_1, termo_2, \ldots, termo_n)$$

  é verdadeira em um dado modelo se a relação representada pelo predicado vale entre os objetos representados por seus argumentos

- Ex:
  - *Amigo(Bart,Millhouse)* $\Rightarrow$ *Verdadeiro*, pois a relação *AMIGO* vale para os objetos  e 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:
  - *Bart* $\rightarrow$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:
  - *Bart* $\rightarrow$ 
  - *Lisa* $\rightarrow$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:
  - *Bart* $\rightarrow$ 
  - *Lisa* $\rightarrow$ 
- Verificamos que relação o símbolo *Irmão* denota

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:
  - *Bart* $\rightarrow$ 
  - *Lisa* $\rightarrow$ 
- Verificamos que relação o símbolo *Irmão* denota
  - *Irmão(x,y)* $\rightarrow$ *IRMÃO* $= \{<$, $>$, $<$, $>$, $<$, $>$, $<$, $>$, $\ldots\}$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:
  - *Bart* $\rightarrow$ 
  - *Lisa* $\rightarrow$ 
- Verificamos que relação o símbolo *Irmão* denota
  - *Irmão(x,y)* $\rightarrow$ *IRMÃO* $= \{<$,$>$, $<$,$>$, $<$,$>$, $<$,$>$, $\ldots\}$
- Buscamos pelo par $<$,$>$ dentro da relação:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Passo-a-passo: *Irmão(Bart,Lisa)*?

- Verificamos a interpretação de cada símbolo constante:
  - *Bart* $\rightarrow$ 
  - *Lisa* $\rightarrow$ 
- Verificamos que relação o símbolo *Irmão* denota
  - *Irmão(x,y)* $\rightarrow$ *IRMÃO* $= \{<$,$>$, $<$,$>$, $<$,$>$, $<$,$>$, $\ldots\}$
- Buscamos pelo par $<$,$>$ dentro da relação:
  - Encontramos $\rightarrow$ a sentença é verdadeira nessa interpretação

Igualdade

- Também podemos construir uma sentença atômica através do símbolo de igualdade ($=$)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Igualdade

- Também podemos construir uma sentença atômica através do símbolo de igualdade $(=)$
  - Nesse caso, $t_1 = t_2$ sse o objeto denotado por t_1 for o mesmo denotado por t_2 sob uma dada interpretação

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Igualdade

- Também podemos construir uma sentença atômica através do símbolo de igualdade ($=$)
  - Nesse caso, $t_1 = t_2$ sse o objeto denotado por t_1 for o mesmo denotado por t_2 sob uma dada interpretação
  - Para verificar a veracidade de uma igualdade basta então olharmos na interpretação se os referentes dos 2 termos são o mesmo objeto

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Igualdade

- Também podemos construir uma sentença atômica através do símbolo de igualdade ($=$)
  - Nesse caso, $t_1 = t_2$ sse o objeto denotado por t_1 for o mesmo denotado por t_2 sob uma dada interpretação
  - Para verificar a veracidade de uma igualdade basta então olharmos na interpretação se os referentes dos 2 termos são o mesmo objeto
- Ex: $Maggie = Margaret$?

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Igualdade

- Também podemos construir uma sentença atômica através do símbolo de igualdade ($=$)
  - Nesse caso, $t_1 = t_2$ sse o objeto denotado por t_1 for o mesmo denotado por t_2 sob uma dada interpretação
  - Para verificar a veracidade de uma igualdade basta então olharmos na interpretação se os referentes dos 2 termos são o mesmo objeto
- Ex: $Maggie = Margaret$?
  - Interpretação: $Maggie =$  $Margaret =$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Igualdade

- Também podemos construir uma sentença atômica através do símbolo de igualdade ($=$)
  - Nesse caso, $t_1 = t_2$ sse o objeto denotado por t_1 for o mesmo denotado por t_2 sob uma dada interpretação
  - Para verificar a veracidade de uma igualdade basta então olharmos na interpretação se os referentes dos 2 termos são o mesmo objeto
- Ex: $Maggie = Margaret$?
  - Interpretação: $Maggie =$  $Margaret =$ 
  - Nesse caso, ($Maggie = Margaret$) é verdadeira

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)
- **Quantificação Universal** ($\forall$)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)
- **Quantificação Universal** ($\forall$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a todo e qualquer objeto

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)
- **Quantificação Universal** ($\forall$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a todo e qualquer objeto
  - $\forall x \ P$ será verdade em um modelo sse P for verdade com x sendo cada objeto possível no modelo

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)
- **Quantificação Universal** ($\forall$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a todo e qualquer objeto
  - $\forall x\ P$ será verdade em um modelo sse P for verdade com x sendo cada objeto possível no modelo
  - Ex: $\forall x\ Homem(x) \Rightarrow Mortal(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)
- **Quantificação Universal** ($\forall$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a todo e qualquer objeto
  - $\forall x \; P$ será verdade em um modelo sse P for verdade com x sendo cada objeto possível no modelo
  - Ex: $\forall x \; Homem(x) \Rightarrow Mortal(x)$

    Para todo x, se x for homem, então x é mortal

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- Usados para expressar propriedades de coleções inteiras de objetos (em vez de enumerá-los)
- **Quantificação Universal** ($\forall$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a todo e qualquer objeto
  - $\forall x\ P$ será verdade em um modelo sse P for verdade com x sendo cada objeto possível no modelo
  - Ex: $\forall x\ Homem(x) \Rightarrow Mortal(x)$

    Para todo x, se x for homem, então x é mortal

    (Todo homem é mortal)

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente
  - $\forall x \; Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$
- Equivale à conjunção de todas as possíveis instâncias de x:

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$
- Equivale à conjunção de todas as possíveis instâncias de x:
  - $(Estuda(Bart, IA) \Rightarrow Inteligente(Bart)) \wedge$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$
- Equivale à conjunção de todas as possíveis instâncias de x:
  - $(Estuda(Bart, IA) \Rightarrow Inteligente(Bart)) \wedge$

    $(Estuda(Lisa, IA) \Rightarrow Inteligente(Lisa)) \wedge$

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$
- Equivale à conjunção de todas as possíveis instâncias de x:
  - $(Estuda(Bart, IA) \Rightarrow Inteligente(Bart)) \wedge$

    $(Estuda(Lisa, IA) \Rightarrow Inteligente(Lisa)) \wedge$

    $(Estuda(Homer, IA) \Rightarrow Inteligente(Homer)) \ \wedge \ \ldots$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal: Exemplo

- Todo mundo que estuda IA é inteligente
  - $\forall x \; Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$
- Equivale à conjunção de todas as possíveis instâncias de x:
  - $(Estuda(Bart, IA) \Rightarrow Inteligente(Bart)) \wedge$

    $(Estuda(Lisa, IA) \Rightarrow Inteligente(Lisa)) \wedge$

    $(Estuda(Homer, IA) \Rightarrow Inteligente(Homer)) \; \wedge \; \ldots$
  - Note que se $Estuda(Homer, IA) = Falso$, ainda assim $(Estuda(Homer, IA) \Rightarrow Inteligente(Homer)) = Verdadeiro$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- Cuidado! Usar '$\wedge$' como conectivo pode levar a :

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- Cuidado! Usar '$\wedge$' como conectivo pode levar a :
  - $\forall x \; Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- Cuidado! Usar '$\land$' como conectivo pode levar a :
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \land Inteligente(x)$

    (Todo mundo estuda IA **e** é inteligente)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- Cuidado! Usar '$\wedge$' como conectivo pode levar a :
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$

    (Todo mundo estuda IA **e** é inteligente)
  - Ou seja, $(Estuda(Bart, IA) \wedge Inteligente(Bart)) \wedge$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- Cuidado! Usar '$\wedge$' como conectivo pode levar a :
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$

    (Todo mundo estuda IA **e** é inteligente)
  - Ou seja, $(Estuda(Bart, IA) \wedge Inteligente(Bart)) \wedge$

    $(Estuda(Lisa, IA) \wedge Inteligente(Lisa)) \wedge$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- Cuidado! Usar '$\wedge$' como conectivo pode levar a :
  - $\forall x \; Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$

    (Todo mundo estuda IA **e** é inteligente)
  - Ou seja, $(Estuda(Bart, IA) \wedge Inteligente(Bart)) \wedge$

    $(Estuda(Lisa, IA) \wedge Inteligente(Lisa)) \wedge$

    $(Estuda(Homer, IA) \wedge Inteligente(Homer)) \; \wedge \; \ldots$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Universal

- Tipicamente, '$\forall$' vem junto ao conectivo '$\Rightarrow$'
- <u>Cuidado!</u> Usar '$\wedge$' como conectivo pode levar a :
  - $\forall x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$

    (Todo mundo estuda IA **e** é inteligente)
  - Ou seja, $(Estuda(Bart, IA) \wedge Inteligente(Bart)) \wedge$

    $(Estuda(Lisa, IA) \wedge Inteligente(Lisa)) \wedge$

    $(Estuda(Homer, IA) \wedge Inteligente(Homer)) \ \wedge\ \ldots$
  - Se $Estuda(Homer, IA) = Falso$, então a sentença toda é falsa

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a pelo menos um objeto

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a pelo menos um objeto
  - Ex: $\exists x\ Chapéu(x) \wedge NaCabeça(x, Pedro)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a pelo menos um objeto
  - Ex: $\exists x\ Chapéu(x) \wedge NaCabeça(x, Pedro)$

    Existe um x tal que x é um chapéu e está na cabeça de Pedro

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a pelo menos um objeto
  - Ex: $\exists x\ Chapéu(x) \wedge NaCabeça(x, Pedro)$

    Existe um x tal que x é um chapéu e está na cabeça de Pedro

    (Pedro está com um chapéu na cabeça)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a pelo menos um objeto
  - Ex: $\exists x\ Chapéu(x) \wedge NaCabeça(x, Pedro)$

    Existe um x tal que x é um chapéu e está na cabeça de Pedro

    (Pedro está com um chapéu na cabeça)

    $\equiv$ (Tem um chapéu na cabeça de Pedro)

Quantificadores

- **Quantificação Existencial** ($\exists$)
  - Descreve fatos e propriedades que se aplicam a pelo menos um objeto
  - Ex: $\exists x\ Chapéu(x) \wedge NaCabeça(x, Pedro)$

    Existe um x tal que x é um chapéu e está na cabeça de Pedro

    (Pedro está com um chapéu na cabeça)

    $\equiv$ (Tem um chapéu na cabeça de Pedro)

    $\equiv$ (...)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x\ P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x\ P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro
- Ex: $\exists x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x \; P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro
- Ex: $\exists x \; Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$
  - Existe um x que estuda IA e é inteligente

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x\ P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro
- Ex: $\exists x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$
  - Existe um x que estuda IA e é inteligente

    (Alguém dos que estudam IA é inteligente)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x\ P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro
- Ex: $\exists x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$
  - Existe um x que estuda IA e é inteligente

    (Alguém dos que estudam IA é inteligente)
- Equivale à disjunção de todas as possíveis instâncias de P

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x\ P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro
- Ex: $\exists x\ Estuda(x, IA) \wedge Inteligente(x)$
  - Existe um x que estuda IA e é inteligente

    (Alguém dos que estudam IA é inteligente)
- Equivale à disjunção de todas as possíveis instâncias de P
  - $(Estuda(Lisa, IA) \wedge Inteligente(Lisa)) \vee$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- $\exists x \; P$ é verdadeiro em um modelo sse existir algum x (objeto associado a x) para o qual P é verdadeiro
- Ex: $\exists x \; Estuda(x, IA) \land Inteligente(x)$
  - Existe um x que estuda IA e é inteligente

    (Alguém dos que estudam IA é inteligente)
- Equivale à disjunção de todas as possíveis instâncias de P
  - $(Estuda(Lisa, IA) \land Inteligente(Lisa)) \lor$

    $(Estuda(Bart, IA) \land Inteligente(Bart)) \lor \ldots$

Quantificação Existencial

- Tipicamente, $\exists$ vem junto ao conectivo $\wedge$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- Tipicamente, $\exists$ vem junto ao conectivo $\wedge$
- Cuidado! Usar '$\Rightarrow$' como conectivo pode levar a erro:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- Tipicamente, $\exists$ vem junto ao conectivo $\wedge$
- Cuidado! Usar '$\Rightarrow$' como conectivo pode levar a erro:
  - $\exists x\ Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- Tipicamente, $\exists$ vem junto ao conectivo $\wedge$
- Cuidado! Usar '$\Rightarrow$' como conectivo pode levar a erro:
  - $\exists x \; Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$

    Existe um x para o qual a expressão é verdadeira

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificação Existencial

- Tipicamente, $\exists$ vem junto ao conectivo $\wedge$
- <u>Cuidado!</u> Usar '$\Rightarrow$' como conectivo pode levar a erro:
  - $\exists x\ Estuda(x, IA) \Rightarrow Inteligente(x)$

    Existe um x para o qual a expressão é verdadeira

    Será verdade, mesmo que ninguém estude IA, pois $F \Rightarrow T$ e $F \Rightarrow F$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  Bart $\rightarrow$  *Lisa* $\rightarrow$  *Maggie* $\rightarrow$ 

  Homer $\rightarrow$  *Millhouse* $\rightarrow$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  Bart $\rightarrow$  *Lisa* $\rightarrow$  *Maggie* $\rightarrow$ 

  Homer $\rightarrow$  *Millhouse* $\rightarrow$ 

- Homer é pai de algum amigo de Milhouse?

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  $Bart \rightarrow$  $Lisa \rightarrow$  $Maggie \rightarrow$ 

  $Homer \rightarrow$  $Millhouse \rightarrow$ 

- Homer é pai de algum amigo de Milhouse?
  - $\exists x\ (Pai(x) = Homer) \wedge Amigo(x, Milhouse)$?

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  Bart $\rightarrow$  *Lisa* $\rightarrow$  *Maggie* $\rightarrow$ 

  Homer $\rightarrow$  *Millhouse* $\rightarrow$ 

- Homer é pai de algum amigo de Milhouse?
  - $\exists x\ (Pai(x) = Homer) \wedge Amigo(x, Milhouse)$?
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  Bart →    *Lisa* →    *Maggie* → 

  Homer →    *Millhouse* → 

- Homer é pai de algum amigo de Milhouse?
  - $\exists x\ (Pai(x) = Homer) \wedge Amigo(x, Milhouse)$?
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse
    - *Homer* → ; *Millhouse* → 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  Bart $\rightarrow$  *Lisa* $\rightarrow$  *Maggie* $\rightarrow$ 

  Homer $\rightarrow$  *Millhouse* $\rightarrow$ 

- Homer é pai de algum amigo de Milhouse?
  - $\exists x \; (Pai(x) = Homer) \wedge Amigo(x, Milhouse)$?
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse
    - *Homer* $\rightarrow$ ; *Millhouse* $\rightarrow$ 
  - Verifique se existe um objeto no modelo que atenda às relações *Pai* e *Amigo*, com essas constantes

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Considere a seguinte interpretação:

  Bart $\rightarrow$    *Lisa* $\rightarrow$    *Maggie* $\rightarrow$ 

  Homer $\rightarrow$    *Millhouse* $\rightarrow$ 

- Homer é pai de algum amigo de Milhouse?
  - $\exists x\ (Pai(x) = Homer) \wedge Amigo(x, Milhouse)$?
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse
    - *Homer* $\rightarrow$ ; *Millhouse* $\rightarrow$ 
  - Verifique se existe um objeto no modelo que atenda às relações *Pai* e *Amigo*, com essas constantes
    - $x =$ 

Quantificadores: Exemplo

- Todo filho de Homer é amigo de Milhouse?

Quantificadores: Exemplo

- Todo filho de Homer é amigo de Milhouse?
  - $\forall x\ (Pai(x) = Homer) \Rightarrow Amigo(x, Milhouse)$

Quantificadores: Exemplo

- Todo filho de Homer é amigo de Milhouse?
  - $\forall x\ (Pai(x) = Homer) \Rightarrow Amigo(x, Milhouse)$
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Todo filho de Homer é amigo de Milhouse?
  - $\forall x \; (Pai(x) = Homer) \Rightarrow Amigo(x, Milhouse)$
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse
    - $Homer \rightarrow$ ; $Millhouse \rightarrow$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Todo filho de Homer é amigo de Milhouse?
  - $\forall x\ (Pai(x) = Homer) \Rightarrow Amigo(x, Milhouse)$
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse
    - $Homer \rightarrow$ ; $Millhouse \rightarrow$ 
  - Verifique se, para todo objeto no modelo que atenda às relações *Pai* e *Amigo*, com essas constantes, a implicação é satisfeita

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Exemplo

- Todo filho de Homer é amigo de Milhouse?
  - $\forall x\ (Pai(x) = Homer) \Rightarrow Amigo(x, Milhouse)$
  - Verifique a interpretação das constantes Homer e Milhouse
    - $Homer \rightarrow$ ; $Millhouse \rightarrow$ 
  - Verifique se, para todo objeto no modelo que atenda às relações *Pai* e *Amigo*, com essas constantes, a implicação é satisfeita
  - A implicação é falsa para $x =$  e $x =$ 

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores Aninhados

- Podemos usar sentenças com múltiplos quantificadores:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores Aninhados

- Podemos usar sentenças com múltiplos quantificadores:
  - “A relação *Irmão* é simétrica”

Quantificadores Aninhados

- Podemos usar sentenças com múltiplos quantificadores:
  - "A relação *Irmão* é simétrica"

    $\forall x \forall y \; \mathit{Irmão}(x, y) \Leftrightarrow \mathit{Irmão}(y, x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores Aninhados

- Podemos usar sentenças com múltiplos quantificadores:
  - "A relação *Irmão* é simétrica"

    $\forall x \forall y \; Irmão(x, y) \Leftrightarrow Irmão(y, x)$
- Quantificadores consecutivos do mesmo tipo podem ser escritos como um só:

Quantificadores Aninhados

- Podemos usar sentenças com múltiplos quantificadores:
  - "A relação *Irmão* é simétrica"

    $\forall x \forall y\ Irm\tilde{a}o(x, y) \Leftrightarrow Irm\tilde{a}o(y, x)$
- Quantificadores consecutivos do mesmo tipo podem ser escritos como um só:
  - $\forall x \forall y\ Irm\tilde{a}o(x, y) \Leftrightarrow Irm\tilde{a}o(y, x)$

    $\forall x, y\ Irm\tilde{a}o(x, y) \Leftrightarrow Irm\tilde{a}o(y, x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Escopo

- Assim como variáveis de programação, variáveis de quantificadores têm escopo

Quantificadores: Escopo

- Assim como variáveis de programação, variáveis de quantificadores têm escopo
- Ex: $\forall x\ (Chapéu(x) \vee (\exists x\ Irmão(Pedro, x)))$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Escopo

- Assim como variáveis de programação, variáveis de quantificadores têm escopo
- Ex: $\forall x\ (Chapéu(x) \vee (\exists x\ Irmão(Pedro, x)))$
  - Uma variável pertence ao quantificador mais interno que a menciona (como se ele a declarasse)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Escopo

- Assim como variáveis de programação, variáveis de quantificadores têm escopo
- Ex: $\forall x\ (Chapéu(x) \vee (\exists x\ Irmão(Pedro, x)))$
  - Uma variável pertence ao quantificador mais interno que a menciona (como se ele a declarasse)
  - Não será sujeita a mais nenhuma quantificação

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Escopo

- Assim como variáveis de programação, variáveis de quantificadores têm escopo
- Ex: $\forall x\ (Chapéu(x) \lor (\exists x\ Irmão(Pedro, x)))$
  - Uma variável pertence ao quantificador mais interno que a menciona (como se ele a declarasse)
  - Não será sujeita a mais nenhuma quantificação
  - É sempre melhor usar variáveis distintas, para evitar confusão:
    $\forall x\ (Chapéu(x) \lor (\exists y\ Irmão(Pedro, y)))$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$ é o mesmo que $\exists y \exists x$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$ é o mesmo que $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$ <u>não</u> é o mesmo que $\forall y \exists x$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$ é o mesmo que $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$ não é o mesmo que $\forall y \exists x$
  - $\exists x \forall y \ Ama(x, y)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$ é o mesmo que $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$ <u>não</u> é o mesmo que $\forall y \exists x$
  - $\exists x \forall y \; Ama(x, y)$

    (Existe alguém que ama todo mundo)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$ é o mesmo que $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$ não é o mesmo que $\forall y \exists x$
  - $\exists x \forall y\ Ama(x, y)$

    (Existe alguém que ama todo mundo)
  - $\forall y \exists x\ Ama(x, y)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Propriedades

- $\forall x \forall y$ é o mesmo que $\forall y \forall x$
- $\exists x \exists y$ é o mesmo que $\exists y \exists x$
- $\exists x \forall y$ não é o mesmo que $\forall y \exists x$
    - $\exists x \forall y \ Ama(x, y)$

      (Existe alguém que ama todo mundo)
    - $\forall y \exists x \ Ama(x, y)$

      (Todo mundo é amado por alguém)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Dualidade

- Cada quantificador pode ser expresso em termos do outro

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Dualidade

- Cada quantificador pode ser expresso em termos do outro
  - $\forall x \; Gosta(x, Sorvete)$

Quantificadores: Dualidade

- Cada quantificador pode ser expresso em termos do outro
  - $\forall x \; Gosta(x, Sorvete)$

    $\neg\exists x \; \neg Gosta(x, Sorvete)$

Quantificadores: Dualidade

- Cada quantificador pode ser expresso em termos do outro
  - $\forall x \ Gosta(x, Sorvete)$

    $\neg\exists x \ \neg Gosta(x, Sorvete)$
  - $\exists x \ Gosta(x, Quiabo)$

Quantificadores: Dualidade

- Cada quantificador pode ser expresso em termos do outro
  - $\forall x\ Gosta(x, Sorvete)$

    $\neg\exists x\ \neg Gosta(x, Sorvete)$
  - $\exists x\ Gosta(x, Quiabo)$

    $\neg\forall x\ \neg Gosta(x, Quiabo)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Quantificadores: Dualidade

- Cada quantificador pode ser expresso em termos do outro
  - $\forall x \; Gosta(x, Sorvete)$

    $\neg\exists x \; \neg Gosta(x, Sorvete)$
  - $\exists x \; Gosta(x, Quiabo)$

    $\neg\forall x \; \neg Gosta(x, Quiabo)$
- Regras de De Morgan:

$$\forall x \; \neg P \equiv \neg\exists x \; P \qquad\qquad \forall x \; P \equiv \neg\exists x \; \neg P$$

$$\neg\forall x \; P \equiv \exists x \; \neg P \qquad\qquad \exists x \; P \equiv \neg\forall x \; \neg P$$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x\ Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x \; Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$
- Paulo é um jogador alto:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x \ Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$
- Paulo é um jogador alto:
  - $Jogador(Paulo) \wedge Alto(Paulo)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x \; Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$
- Paulo é um jogador alto:
  - $Jogador(Paulo) \wedge Alto(Paulo)$
- Sobrinho é o filho do irmão:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x \; Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$
- Paulo é um jogador alto:
  - $Jogador(Paulo) \wedge Alto(Paulo)$
- Sobrinho é o filho do irmão:
  - $\forall x, y \; Sobrinho(x, y) \Leftrightarrow \exists z \; [Irmão(z, y) \wedge filho(x, z)]$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x\ Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$
- Paulo é um jogador alto:
  - $Jogador(Paulo) \land Alto(Paulo)$
- Sobrinho é o filho do irmão:
  - $\forall x, y\ Sobrinho(x, y) \Leftrightarrow \exists z\ [Irmão(z, y) \land filho(x, z)]$
- Primo é o filho do irmão de um pai:

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Gatos são mamíferos:
  - $\forall x \; Gato(x) \Rightarrow Mamífero(x)$
- Paulo é um jogador alto:
  - $Jogador(Paulo) \wedge Alto(Paulo)$
- Sobrinho é o filho do irmão:
  - $\forall x, y \; Sobrinho(x, y) \Leftrightarrow \exists z \; [Irmão(z, y) \wedge filho(x, z)]$
- Primo é o filho do irmão de um pai:
  - $\forall x, y \; Primo(x, y) \Leftrightarrow$
    $\exists z, k \; [Irmão(z, k) \wedge Filho(x, z) \wedge Filho(y, k)]$

Exemplos

- Ninguém ama Ana:

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$
- Todo mundo tem um pai

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$
- Todo mundo tem um pai
  - $\forall x \exists y\ (Pai(x) = y)$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$
- Todo mundo tem um pai
  - $\forall x \exists y\ (Pai(x) = y)$
- Todo mundo tem pai e mãe

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$
- Todo mundo tem um pai
  - $\forall x \exists y\ (Pai(x) = y)$
- Todo mundo tem pai e mãe
  - $\forall x \exists y, z\ [(Pai(x) = y) \wedge (Mãe(x) = z)]$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$
- Todo mundo tem um pai
  - $\forall x \exists y\ (Pai(x) = y)$
- Todo mundo tem pai e mãe
  - $\forall x \exists y, z\ [(Pai(x) = y) \wedge (Mãe(x) = z)]$
- Quem quer que tenha um pai, tem uma mãe

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Ninguém ama Ana:
  - $\neg\exists x\ Ama(x, Ana)$
- Todo mundo tem um pai
  - $\forall x \exists y\ (Pai(x) = y)$
- Todo mundo tem pai e mãe
  - $\forall x \exists y, z\ [(Pai(x) = y) \wedge (Mãe(x) = z)]$
- Quem quer que tenha um pai, tem uma mãe
  - $\forall x\ [[\exists y\ (Pai(x) = y)] \Rightarrow [\exists z\ (Mãe(x) = z)]]$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Definição completa de irmão:
  - $\forall x, y\ Irmão(y, x) \Leftrightarrow [\neg(x = y) \wedge \exists m, p\ \neg(m = p) \wedge (Pai(x) = p) \wedge (Mãe(x) = m) \wedge (Pai(y) = p) \wedge (Mãe(y) = m)]$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Definição completa de irmão:
  - $\forall x, y \ Irmão(y, x) \Leftrightarrow [\neg(x = y) \wedge \exists m, p \ \neg(m = p) \wedge (Pai(x) = p) \wedge (Mãe(x) = m) \wedge (Pai(y) = p) \wedge (Mãe(y) = m)]$
    - Note que frisamos que não são a mesma pessoa (com $\neg(x = y)$ e $\neg(m = p)$)

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Definição completa de irmão:
  - $\forall x, y \; Irmão(y, x) \Leftrightarrow [\neg(x = y) \land \exists m, p \; \neg(m = p) \land (Pai(x) = p) \land (Mãe(x) = m) \land (Pai(y) = p) \land (Mãe(y) = m)]$
    - Note que frisamos que não são a mesma pessoa (com $\neg(x = y)$ e $\neg(m = p)$)
    - Isso porque as variáveis no quantificador universal vão casar com cada elemento do domínio

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Exemplos

- Definição completa de irmão:
  - $\forall x, y \; Irmão(y, x) \Leftrightarrow [\neg(x = y) \wedge \exists m, p \; \neg(m = p) \wedge (Pai(x) = p) \wedge (Mãe(x) = m) \wedge (Pai(y) = p) \wedge (Mãe(y) = m)]$
    - Note que frisamos que não são a mesma pessoa (com $\neg(x = y)$ e $\neg(m = p)$)
    - Isso porque as variáveis no quantificador universal vão casar com cada elemento do domínio
    - Muito embora, se os conjuntos *Mãe* e *Pai* forem disjuntos, não haverá como $(m = p)$, tornando a parte $\neg(m = p)$ redundante

Mas piora...

Mas piora...

- Como dizemos que Paulo tem 2 irmãos, Pedro e Juca?

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Mas piora...

- Como dizemos que Paulo tem 2 irmãos, Pedro e Juca?
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca)$?

Mas piora...

- Como dizemos que Paulo tem 2 irmãos, Pedro e Juca?
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca)$?
  - Não. Faltou dizer que $Juca \neq Pedro$

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Mas piora...

- Como dizemos que Paulo tem 2 irmãos, Pedro e Juca?
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca)$?
  - Não. Faltou dizer que $Juca \neq Pedro$
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca) \wedge \neg(Juca = Pedro)$?

Lógica de Primeira Ordem: Semântica

Mas piora...

- Como dizemos que Paulo tem 2 irmãos, Pedro e Juca?
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca)$?
  - Não. Faltou dizer que $Juca \neq Pedro$
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca) \wedge \neg(Juca = Pedro)$?
  - Ainda não... isso ainda resulta verdadeiro se ele tiver um 3º irmão...

Mas piora...

- Como dizemos que Paulo tem 2 irmãos, Pedro e Juca?
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca)$?
  - Não. Faltou dizer que $Juca \neq Pedro$
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca) \wedge \neg(Juca = Pedro)$?
  - Ainda não... isso ainda resulta verdadeiro se ele tiver um 3º irmão...
  - $Irmão(Paulo, Pedro) \wedge Irmão(Paulo, Juca) \wedge \neg(Juca = Pedro) \wedge [\forall x\ Irmão(x, Paulo) \Rightarrow ((x = Pedro) \vee (x = Juca))]$

Referências

- Russell, S.; Norvig P. (2010): Artificial Intelligence: A Modern Approach. Prentice Hall. 3a ed.
  - Slides do livro: `http://aima.eecs.berkeley.edu/slides-pdf/`
- `http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Electrical-Engineering-and-Computer-Science/6-034Spring-2005/LectureNotes/index.htm`