

Computação Gráfica

Processamento de Imagens

Transformada de Hough

Profa. Fátima Nunes

Transformada de Hough

- Detecção de um conjunto de pontos que pertencem a uma curva específica (reta, circunferência, elipse etc)
- Curvas: família no formato $f(v,p) = 0$
 v : vetor de coordenadas da curva
 p : vetor de parâmetros da curva
- **Objetivo**: dados pontos $p_i(x_i, y_i)$ na imagem, identificar quais pertencem a determinada curva

Transformada de Hough

- Detecção de retas

$$y = m x + b$$

m: declividade da reta

b: ponto de intersecção da reta com eixo y

- Para diferentes valores de **m** e **b**, infinitas retas passam por um ponto $p_1(x_1, y_1)$, todas satisfazendo a equação $y = mx_1 + b$
- Colocando m e b como parâmetros na equação, tal que **x** e **y** sejam constantes, tem-se:

$$b = y - m x$$

Transformada de Hough

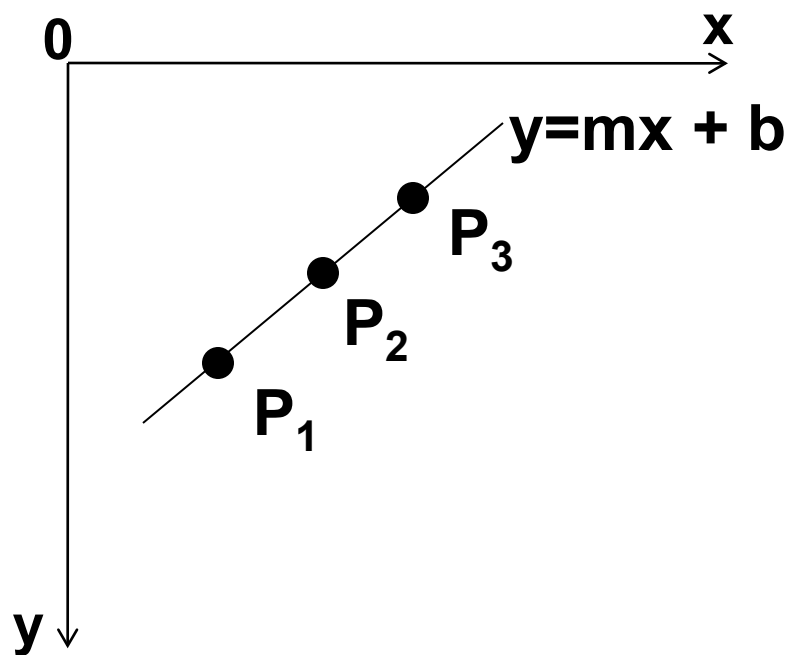
- Colocando **m** e **b** como parâmetros na equação, tal que **x** e **y** sejam constantes, tem-se:

$$b = y - m x$$

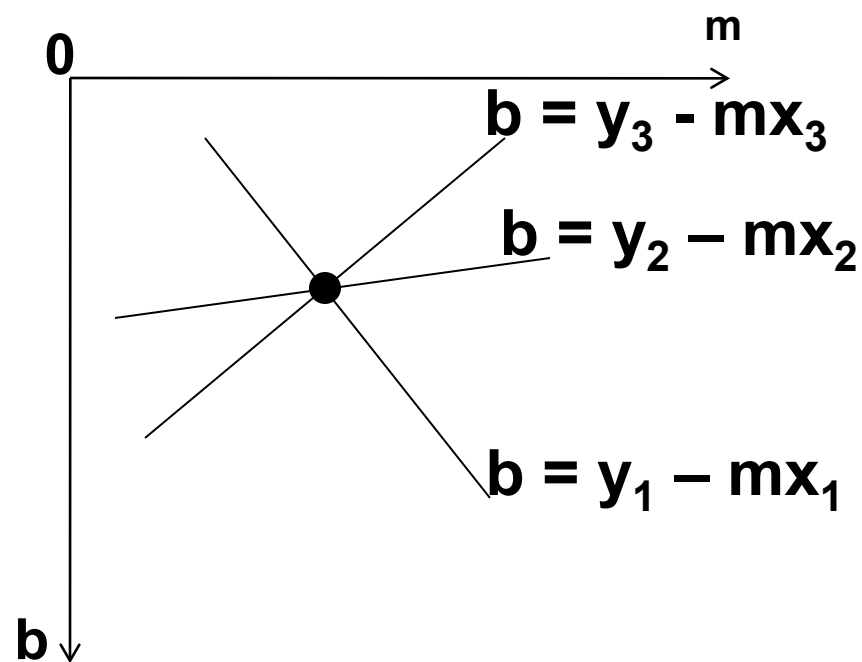
- Plano **mb** é conhecido como *espaço de parâmetros*
- Todas retas que passam pelo ponto **p₁** são representadas no espaço de parâmetros pela equação $b = y_1 - mx_1$. Idem para $b = y_2 - mx_2$
- Ponto (m,b) no espaço de parâmetros é comum a essas duas retas associadas aos pontos **p₁** e **p₂**.
- De fato, todos os pontos colineares no plano da imagem se interceptam em um mesmo ponto no espaço de parâmetros.

Transformada de Hough

- Pontos nos quais muitas retas se interceptam no espaço de parâmetros correspondem a muitos pixels colineares no espaço da imagem: indicam uma reta em potencial na imagem



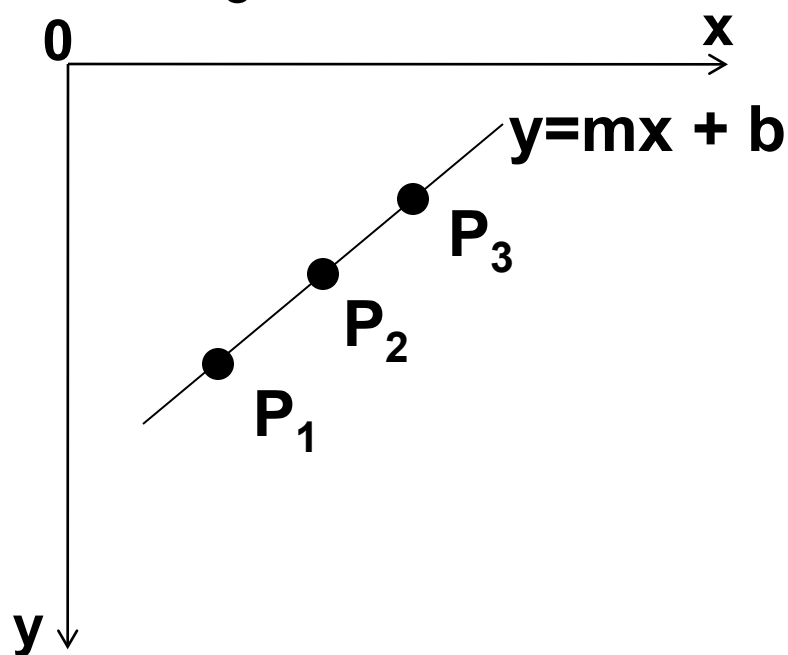
Plano da imagem



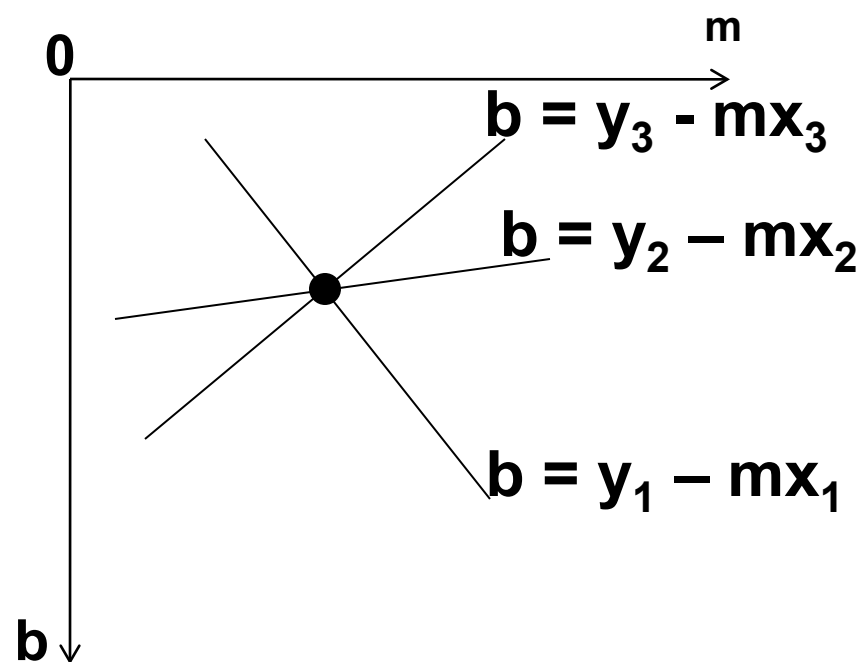
Espaço de parâmetros

Transformada de Hough

- Conceito é a base da transformada de Hough para detecção de retas:
 - pixels convertidos em retas no espaço (m,b) ;
 - ponto de intersecção de várias retas são localizados e agrupados em segmentos de retas



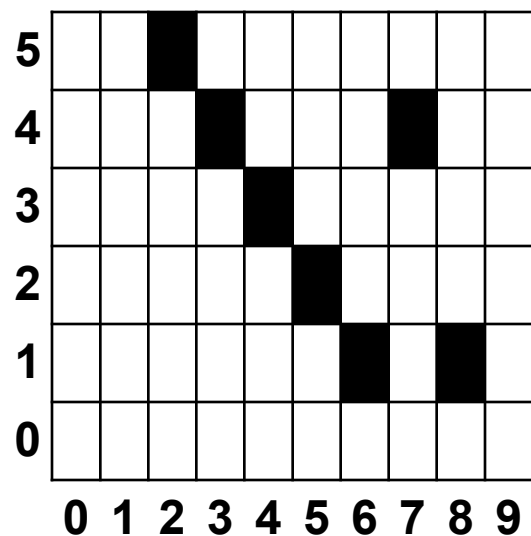
Plano da imagem



Espaço de parâmetros

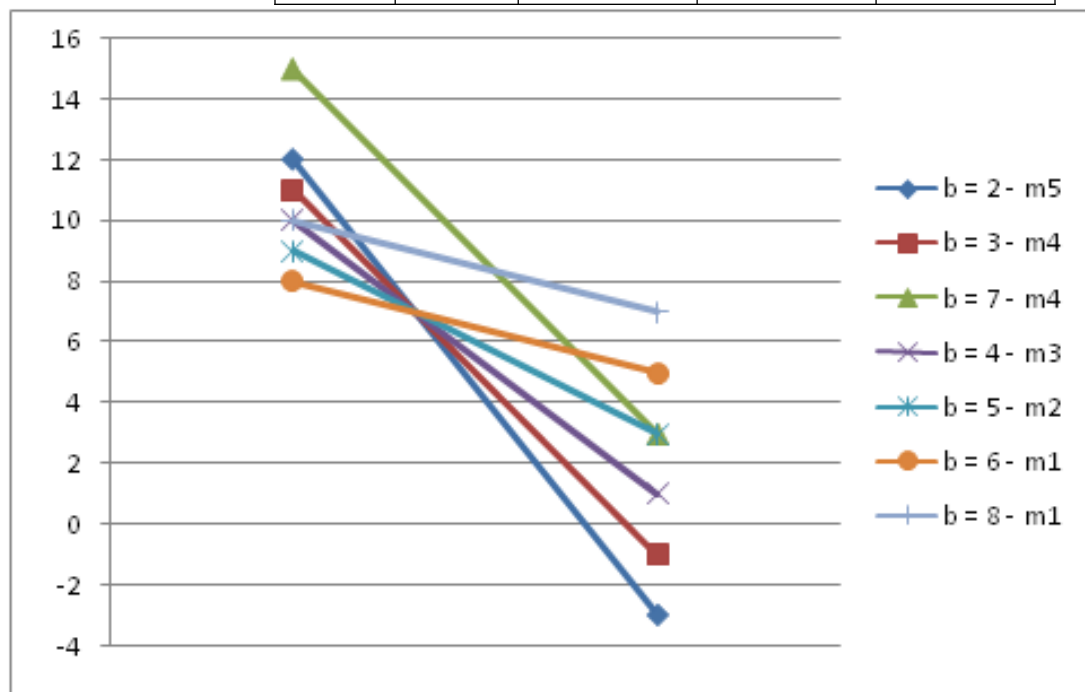
Transformada de Hough

- Exemplo



Plano da imagem

| x | y | reta | b1 (m=-2) | b2 (m=1) |
|---|---|--------------|-----------|----------|
| 5 | 2 | $b = 2 - m5$ | 12 | -3 |
| 4 | 3 | $b = 3 - m4$ | 11 | -1 |
| 4 | 7 | $b = 7 - m4$ | 15 | 3 |
| 3 | 4 | $b = 4 - m3$ | 10 | 1 |
| 2 | 5 | $b = 5 - m2$ | 9 | 3 |
| 1 | 6 | $b = 6 - m1$ | 8 | 5 |
| 1 | 8 | $b = 8 - m1$ | 10 | 7 |



Espaço de parâmetros

Transformada de Hough

- Para evitar problemas com retas ‘muito verticais’ (declividade tendendo a infinito), usa-se equação da reta na forma polar:

$$\rho = x \cos \theta + y \sin \theta$$

ρ = distância perpendicular da origem (0,0) à reta

θ = ângulo formado entre a reta perpendicular e o eixo x

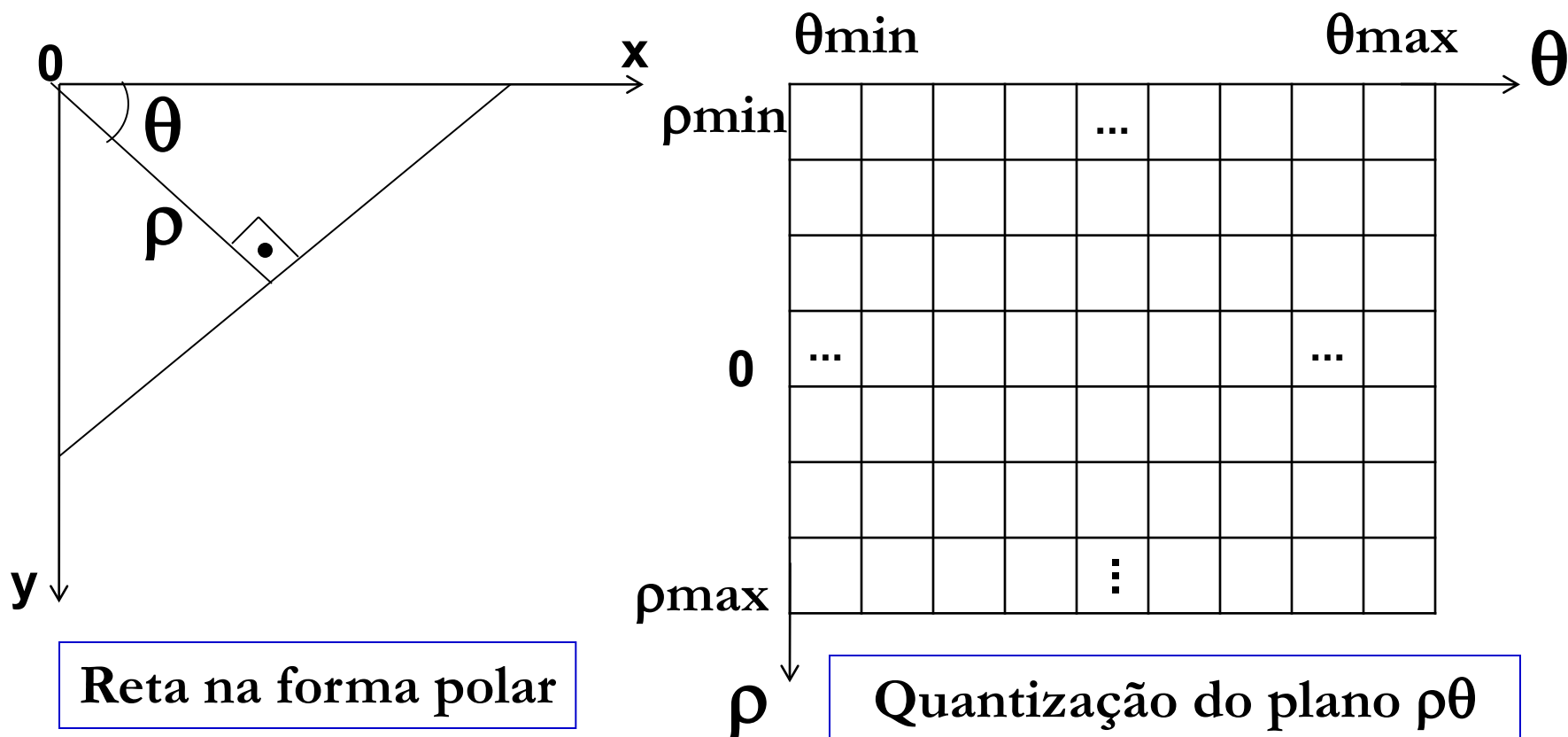
$$\sin \theta = \frac{-1}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\cos \theta = \frac{m}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\rho = \frac{-b}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

Transformada de Hough

- Para evitar problemas com retas 'muito verticais' (declividade tendendo a infinito), usa-se equação da reta na forma polar:



Transformada de Hough

- No espaço de Hough -- ou espaço (ρ, θ) , pontos colineares no espaço (x, y) correspondem a curvas senoidais que se interceptam
- Para implementar:
 - Discretizar espaço (ρ, θ)
 - θ é medido em relação ao eixo x: valores possíveis variam de 0° a 180° (se discretizar a cada 1° , a matriz (ρ, θ) terá 181 colunas)
 - ρ varia de 0 a $\sqrt{M^2 + N^2}$ para uma imagem de $M \times N$ pixels

Transformada de Hough

- Após discretização, cada célula do espaço (ρ, θ) é uma célula acumuladora com valor inicial = zero
- Para cada ponto (x, y) no espaço da imagem, k pontos colineares de uma reta $x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$ levam a k curvas senoidais no plano $\rho \theta$ que se interceptam em (ρ, θ) no espaço de parâmetros
- Incrementando-se θ e achando o valor de ρ correspondente, há k posições no acumulador associadas à célula determinada pelo ponto de intersecção (ρ, θ)

Transformada de Hough

- No final do processo, um valor k em uma célula corresponde a k pontos no plano $\rho\theta$ que satisfazem a equação da reta
- Precisão da colinearidade desses pontos é determinada pelo número de subdivisões no plano $\rho\theta$
- Valores mais altos no espaço de Hough correspondem aos parâmetros que caracterizam as retas da imagem
- Após detecção de pontos, determinam-se segmentos de reta correspondentes a cada par de parâmetros

Transformada de Hough

- Algoritmo

1. Discretizar o espaço de parâmetros (ρ, θ) em intervalos finitos
Cada célula $M(\rho, \theta)$ no espaço de parâmetros é um acumulador
2. Inicializar todas as células do acumulador com valor zero
3. Para cada ponto (x, y) no espaço da imagem, calcular os valores de ρ e θ que satisfazem a equação da reta
4. Incrementar em 1 o acumulador $M(\rho, \theta)$
5. Após a determinação dos parâmetros de todos os pontos no espaço da imagem, os pontos de máximo (picos) na matriz de acumulação indicam forte evidência de retas na imagem

Transformada de Hough


- Detecção de circunferências:
 - Semelhante à detecção de retas, usando a equação

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

- (a,b)** e **r** são, respectivamente, as coordenadas do centro e o raio da circunferência
- Matriz acumuladora tridimensional: para cada pixel (x,y), a célula de acumulação (a,b,r) é incrementada se o ponto (a,b) estiver à distância **r** do ponto **(x,y)**
 - Picos no espaço de parâmetros corresponderão aos centros das circunferências no plano da imagem
 - Algoritmo: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações. Thomson Learning, 2008

Transformada de Hough

- Detecção de outras curvas:
 - Ponto de referência (x_c, y_c) é escolhido no interior do objeto (exemplo: centróide)
 - Segmento de reta arbitrário é construído unindo ponto de referência a um ponto da borda
 - Constrói-se **tabela-R** para armazenar parâmetros r e α como uma função da direção da borda no ponto de intersecção
 - Cálculo dos parâmetros e algoritmo: Pedrini, H.; Schwartz, W. R.; *Análise de Imagens Digitais: princípios, algoritmos e aplicações*. Thomson Learning, 2008



Computação Gráfica

Processamento de Imagens

Transformada de Hough

Profa. Fátima Nunes