

ANOVA

Análise de Variância

Profa Ana Amélia Benedito Silva

aamelia@usp.br

Análise de Variância

- Teste de comparação de médias de mais de duas populações
- Exige que a variável dependente seja quantitativa
- Exige que a distribuição da variável dependente siga uma distribuição normal dentro de cada grupo
- Exige que as variâncias dos grupos sejam semelhantes

Exemplo 1

- Verificar se há diferença no volume de urina entre 4 grupos de pacientes que tomaram 4 diferentes diuréticos A, B, C, D

Exemplo 1

	A	B	C	D	
	11	8	5	4	
	8	5	7	4	
	5	2	3	2	
	8	5	3	0	
	8	5	7	0	
médias	8	5	5	2	média geral = 5
variâncias	4,5	4,5	4	4	
tamanho da amostra	5	5	5	5	

Qual o melhor teste de hipóteses?

1) Determinação da variável em estudo

volume de urina

2) Tipo da variável dependente

quantitativa contínua

3) N° de Amostras

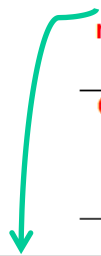
4 amostras

4) Relacionamento entre as amostras

Independentes

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

Tipo da variável dependente	Uma variável					Duas variáveis
	Uma amostra	Duas amostras		Mais de duas amostras		Medidas de correlação
		<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	
Qualitativa nominal ou ordinal	<u>binomial</u> ou <u>X²</u>	<u>McNemar</u>	X ² ou Fischer	Prova Q de <u>Cochran</u>	X ² para várias amostras	<u>coeficiente de contingência C</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	<u>Wilcoxon</u> ou Prova dos sinais	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	<u>Kruskal-Wallis</u> ou Prova da mediana	<u>correlação de Spearman</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	<u>teste de proporções</u>	<u>teste t de Student</u> pareado	<u>teste t de Student</u> para amostras independentes	ANOVA para medidas repetidas	<u>ANOVA para grupos independentes</u>	<u>correlação de Pearson</u>



Testes não-paramétricos

Exemplo 2: hemoglobina glicada em gestantes

• Situação

Um pesquisador na área da endocrinologia acredita que a hemoglobina glicada é diferente entre 3 grupos de gestantes:

- com diabetes (CD)
- com diabetes gestacional (DG)
- sem diabetes (SD)

• Evidência amostral

Para verificar se o pesquisador está correto, foram selecionadas 30 gestantes:

- 10 com diabetes (CD)
- 10 com diabetes gestacional (DG)
- 10 sem diabetes (SD)

	Grupo SD	Grupo DG	Grupo CD	
	7,86	6,20	9,67	
	6,38	7,82	8,08	
	6,90	8,50	9,25	
	7,78	6,50	8,20	
	8,17	8,09	8,64	
	6,26	6,90	9,67	
	6,30	7,82	9,23	
	7,86	7,45	10,43	
	7,42	7,75	9,97	
	8,63	7,43	9,59	
Média	7,36	7,45	9,27	média geral=8,02
Variância	0,717	0,516	0,580	
Nº pacientes	10	10	10	

Qual o melhor teste de hipóteses?

1) Determinação da variável dependente

hemoglobina glicada

2) Tipo da variável dependente

quantitativa contínua

3) N° de Amostras

3 amostras

4) Relacionamento entre as amostras

Independentes

TABELA DE ORIENTAÇÃO NA ESCOLHA DE TESTES ESTATÍSTICOS

Tipo da variável dependente	Uma variável					Duas variáveis
	Uma amostra	Duas amostras		Mais de duas amostras		Medidas de correlação
		<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	<u>relacionadas</u>	<u>independentes</u>	
Qualitativa nominal ou ordinal	<u>binomial ou X^2</u>	<u>McNemar</u>	X^2 ou Fischer	Prova Q de <u>Cochran</u>	X^2 para várias amostras	<u>coeficiente de contingência C</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados não seguem curva de Gauss)	Kolmogorov Smirnov	<u>Wilcoxon ou Prova dos sinais</u>	Mann-Whitney Ou Prova da Mediana	Prova de Friedman	<u>Kruskal-Wallis ou Prova da mediana</u>	<u>correlação de Spearman</u>
Quantitativa discreta ou contínua (dados seguem curva de Gauss)	<u>teste de proporções</u>	<u>teste t de Student pareado</u>	<u>teste t de Student para amostras independentes</u>	ANOVA para medidas repetidas	<u>ANOVA para grupos independentes</u>	<u>correlação de Pearson</u>



Testes não-paramétricos

Exemplo 3: hemoglobina glicada em gestantes

Hipóteses estatísticas:

$$\begin{cases} H_0 : \mu_{SD} = \mu_{DG} = \mu_{CD} \\ H_1 : \text{as médias não são todas iguais entre si} \end{cases}$$

Fixa-se α

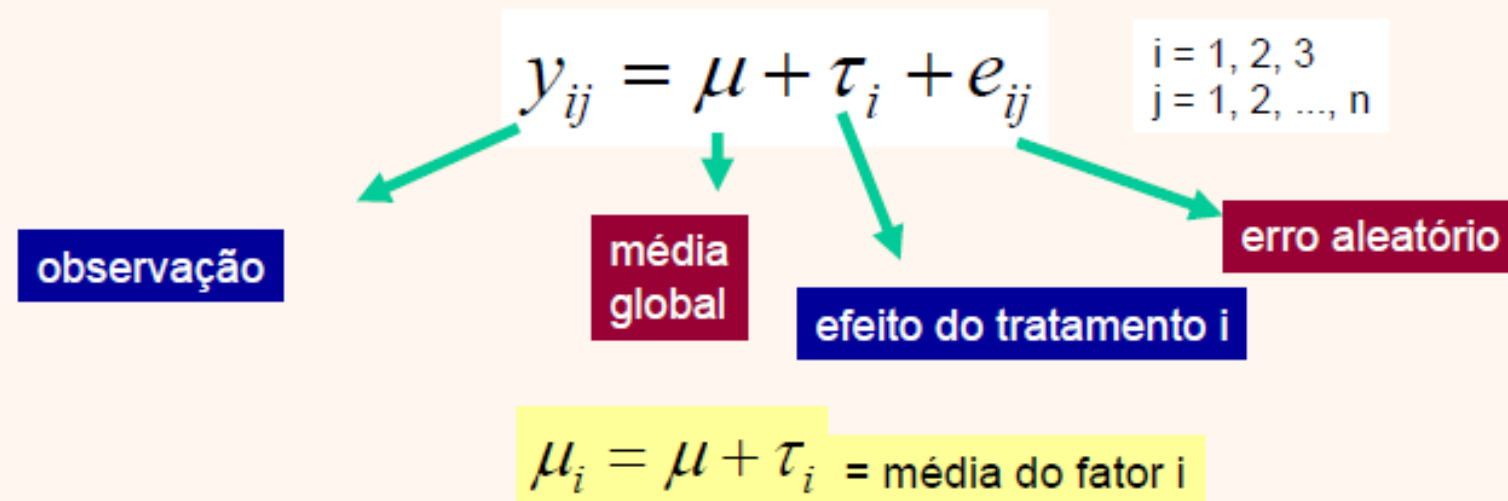
	Grupo SD	Grupo DG	Grupo CD	
	7,86	6,20	9,67	
	6,38	7,82	8,08	
	6,90	8,50	9,25	
	7,78	6,50	8,20	
	8,17	8,09	8,64	
	6,26	6,90	9,67	
	6,30	7,82	9,23	
	7,86	7,45	10,43	
	7,42	7,75	9,97	
	8,63	7,43	9,59	
Média	7,36	7,45	9,27	média geral=8,02
Variância	0,717	0,516	0,580	
Nº pacientes	10	10	10	

<div> <div>Voltando ao exemplo das gestantes</div> </div>	Grupo SD	Grupo DG	Grupo CD	
	$y_{SD,1} = 7,86$	$y_{DG,1} = 6,20$	$y_{CD,1} = 9,67$	
	$y_{SD,2} = 6,38$	$y_{DG,2} = 7,82$	$y_{CD,2} = 8,08$	
	$y_{SD,3} = 6,90$	$y_{DG,3} = 8,50$	$y_{CD,3} = 9,25$	
	$y_{SD,4} = 7,78$	$y_{DG,4} = 6,50$	$y_{CD,4} = 8,20$	
	$y_{SD,5} = 8,17$	$y_{DG,5} = 8,09$	$y_{CD,5} = 8,64$	
	$y_{SD,6} = 6,26$	$y_{DG,6} = 6,90$	$y_{CD,6} = 9,67$	
	$y_{SD,7} = 6,30$	$y_{DG,7} = 7,82$	$y_{CD,7} = 9,23$	
	$y_{SD,8} = 7,86$	$y_{DG,8} = 7,45$	$y_{CD,8} = 10,43$	
	$y_{SD,9} = 7,42$	$y_{DG,9} = 7,75$	$y_{CD,9} = 9,97$	
	$y_{SD,10} = 8,63$	$y_{DG,10} = 7,43$	$y_{CD,10} = 9,59$	
média	$\overline{y_{SD}} = 7,36$	$\overline{y_{DG}} = 7,45$	$\overline{y_{CD}} = 9,27$	$\overline{y_{geral}} = 8,02$
variância	$s^2_{SD} = 0,717$	$s^2_{DG} = 0,516$	$s^2_{CD} = 0,580$	

Modelo da ANOVA

$g = 3$ grupos

tratamento			
(1)	(2)	(3)	
y_{11}	y_{21}	y_{31}	
y_{12}	y_{22}	y_{32}	
...	
y_{1n}	y_{2n}	y_{3n}	Média global:
Média:	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$	$\bar{y}_{3.}$ $\bar{y}_{..}$



Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados total:

$$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - 1$$

onde: $N = ng$

SQ_{Tot} : Soma dos Quadrados Total

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados dos tratamentos:

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^g (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = g - 1$$

SQ_{Trat} : Soma dos Quadrados entre Tratamentos (ou grupos)

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados do erro:

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - g$$

SQ_{Erro} : Soma de Quadrados do Erro (intra tratamentos ou resíduos)

Análise de variância de um fator

Fonte de variação	Soma de quadrados	gl: graus de liberdade	Quadrados médios	Razão F
Entre tratamentos	SQ_{Trat}	$g - 1$	$QM_{\text{trat}} = SQ_{\text{trat}} / (g - 1)$	$F = QM_{\text{trat}} / QM_{\text{Erro}}$
Erro (intra-tratamentos ou resíduos)	SQ_{Erro}	$N - g$	$QM_{\text{Erro}} = SQ_{\text{Erro}} / (N - g)$	
Total	SQT	$N - 1$		

Estatística do teste: F

Exemplo 2: hemoglobina glicada em gestantes

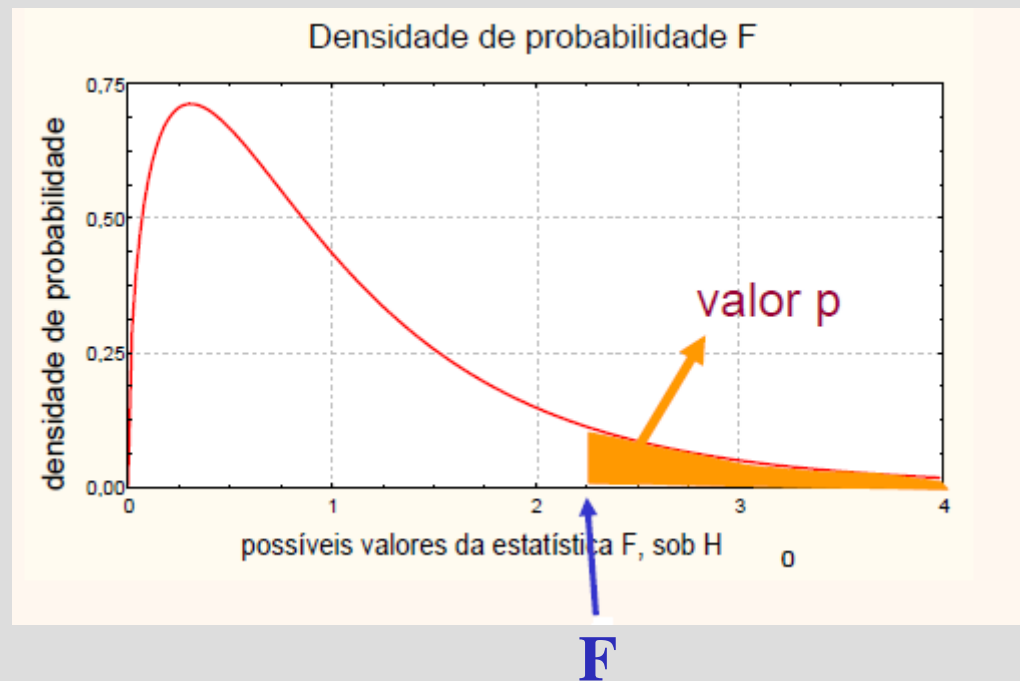
$$F = \frac{\frac{\text{desvio quadráticos entre grupos}}{\text{número de grupos} - 1}}{\frac{\text{desvio quadrático intra os grupos}}{\text{número total de sujeitos} - \text{número de grupos}}}$$

$$F = \frac{\frac{SQTr}{k - 1}}{\frac{SQR}{n - k}}$$

F corresponde à razão entre a variância entre-grupos e a variância intra-grupos

Teste F

A estatística F tem distribuição F com $(g-1)$ graus de liberdade no numerador e $(N-g)$ graus de liberdade no denominador*



* Ver livro Barbetta – Tabela 6

<div>Voltando ao exemplo das gestantes</div>	Grupo SD	Grupo DG	Grupo CD	
	$y_{SD,1} = 7,86$	$y_{DG,1} = 6,20$	$y_{CD,1} = 9,67$	
	$y_{SD,2} = 6,38$	$y_{DG,2} = 7,82$	$y_{CD,2} = 8,08$	
	$y_{SD,3} = 6,90$	$y_{DG,3} = 8,50$	$y_{CD,3} = 9,25$	
	$y_{SD,4} = 7,78$	$y_{DG,4} = 6,50$	$y_{CD,4} = 8,20$	
	$y_{SD,5} = 8,17$	$y_{DG,5} = 8,09$	$y_{CD,5} = 8,64$	
	$y_{SD,6} = 6,26$	$y_{DG,6} = 6,90$	$y_{CD,6} = 9,67$	
	$y_{SD,7} = 6,30$	$y_{DG,7} = 7,82$	$y_{CD,7} = 9,23$	
	$y_{SD,8} = 7,86$	$y_{DG,8} = 7,45$	$y_{CD,8} = 10,43$	
	$y_{SD,9} = 7,42$	$y_{DG,9} = 7,75$	$y_{CD,9} = 9,97$	
	$y_{SD,10} = 8,63$	$y_{DG,10} = 7,43$	$y_{CD,10} = 9,59$	
média	$\overline{y_{SD}} = 7,36$	$\overline{y_{DG}} = 7,45$	$\overline{y_{CD}} = 9,27$	$\overline{y_{geral}} = 8,02$
variância	$s^2_{SD} = 0,717$	$s^2_{DG} = 0,516$	$s^2_{CD} = 0,580$	

Avaliação das suposições

1. A distribuição da variável dependente segue uma distribuição normal dentro de cada grupo?

Deve-se aplicar o teste de normalidade de **Shapiro-Wilks**

H_0 : distribuição da variável dependente segue uma normal (em cada grupo)

H_1 : distribuição da variável dependente **não** segue uma normal (em cada grupo)

Resultado: Como $p > 0,05$, aceito H_0 .

Avaliação das suposições

2. As variâncias dos grupos são semelhantes?

Deve-se aplicar o teste de homoscedasticidade de **Levene**

H_0 : variâncias dos 3 grupos são semelhantes

H_1 : variâncias dos 3 grupos não são semelhantes

Resultado: Como $p > 0,05$, aceito H_0 .

Soma dos Quadrados Total

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados total:

$$SQ_{Tot} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - 1$$

onde: $N = ng$

Cálculo de SQ_{total} : soma dos quadrados total

SD	DG	CD	SD	DG	CD
$(7,86-8,02)^2$	$(6,20-8,02)^2$	$(9,67-8,02)^2$	0,03	3,33	2,71
$(6,3-8,02)^2$	$(7,82-8,02)^2$	$(8,08-8,02)^2$	2,71	0,04	0,00
6,90,,,	8,50,,,	9,25,,,	1,27	0,23	1,50
7,78,,,	6,50,,,	8,20,,,	0,06	2,33	0,03
8,17,,,	8,09,,,	8,64,,,	0,02	0,00	0,38
6,26,,,	6,90,,,	9,67,,,	+ 3,12	+ 1,27	2,71 +
6,30,,,	7,82,,,	9,23,,,	2,98	0,04	1,45
7,86,,,	7,45,,,	10,43,,,	0,03	0,33	5,78
7,42,,,	7,75,,,	9,97,,,	0,37	0,08	3,78
8,63,,,	7,43,,,	9,59,,,	0,37	0,35	2,45
Média geral= 8,02			10,93	8,00	20,79

$$SQ_{total}=39,72$$

Soma de Quadrados dos Tratamentos (grupos)

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$...	$\bar{y}_{g.}$	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados dos tratamentos:

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^g (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = g - 1$$

	SD	DG	CD
	7,86	6,20	9,67
	6,38	7,82	8,08
	6,90	8,50	9,25
	7,78	6,50	8,20
	8,17	8,09	8,64
	6,26	6,90	9,67
	6,30	7,82	9,23
	7,86	7,45	10,43
	7,42	7,75	9,97
	8,63	7,43	9,59
Média grupos	7,36	7,45	9,27

$$SQ_{Trat} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^g (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

média geral = 8,02

$$SQ_{trat} = 10 \cdot (7,36 - 8,02)^2 + 10 \cdot (7,45 - 8,02)^2 + 10 \cdot (9,27 - 8,02)^2 = 23,40$$

Soma de Quadrados do Erro

Análise de variância (ANOVA) com um fator

Replicação	Tratamento				
	1	2	...	g	
1	y_{11}	y_{21}	...	y_{g1}	
2	y_{12}	y_{22}	...	y_{g2}	
...	
n	y_{1n}	y_{2n}	...	y_{gn}	
Soma	$y_{1.}$	$y_{2.}$...	$y_{g.}$	$y_{..} = \sum_i y_{i.}$
Média	\bar{y}_1	\bar{y}_2	...	\bar{y}_g	$\bar{y}_{..} = \frac{1}{g} \sum_i y_{i.}$

Soma de quadrados do erro:

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

Graus de liberdade:

$$gl = N - g$$

Soma de Quadrados dos Erros

SD	DG	CD	SD	DG	CD
$(7,86-7,36)^2$	$(6,20-7,45)^2$	$(9,67-9,27)^2$	0,25	1,55	0,16
$(6,3-7,36)^2$	$(7,82-7,45)^2$	$(8,08-9,27)^2$	0,95	0,14	1,42
$(6,90-7,36)^2$	$(8,50-7,45)^2$	$(9,25-9,27)^2$	0,21	1,11	0,00
$(7,78-7,36)^2$	$(6,50-7,45)^2$	$(8,20-9,27)^2$	0,18	0,89	1,15
$(8,17-7,36)^2$	$(8,09-7,45)^2$	$(8,64-9,27)^2$	0,66 +	0,41 +	0,40 +
$(6,26-7,36)^2$	$(6,90-7,45)^2$	$(9,67-9,27)^2$	1,20	0,30	0,16
$(6,30-7,36)^2$	$(7,82-7,45)^2$	$(9,23-9,27)^2$	1,12	0,14	0,00
$(7,86-7,36)^2$	$(7,45-7,45)^2$	$(10,43-9,27)^2$	0,25	0,00	1,34
$(7,42-7,36)^2$	$(7,75-7,45)^2$	$(9,97-9,27)^2$	0,00	0,09	0,49
$(8,63-7,36)^2$	$(7,43-7,45)^2$	$(9,59-9,27)^2$	1,62	0,00	0,10
7,36	7,45	9,27	6,45	4,64	5,22

$$SQ_{Erro} = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

$$SQR = 6,45 + 4,64 + 5,22 = 16,32$$

Análise de variância de um fator

Fonte de variação	Soma de quadrados	gl: graus de liberdade	Quadrados médios	Razão F
Entre tratamentos	$SQ_{\text{Trat}} = 23,40$	$g - 1$ $(3 - 1) = 2$	$QM_{\text{trat}} = SQ_{\text{trat}}/(g-1)$ $(23,40/2) = 11,7$	$F = \frac{QM_{\text{trat}}}{QM_{\text{Erro}}}$
Erro (intra-tratamentos ou resíduos)	$SQ_{\text{Erro}} = 16,32$	$N - g$ $(30 - 3) = 27$	$QM_{\text{Erro}} = SQ_{\text{Erro}}/(N-g)$ $(16,32/27) = 0,60$	
Total	$SQT = 39,72$	$N-1$ $(30 - 1) = 29$		

Estatística do teste: F

Exemplo 2

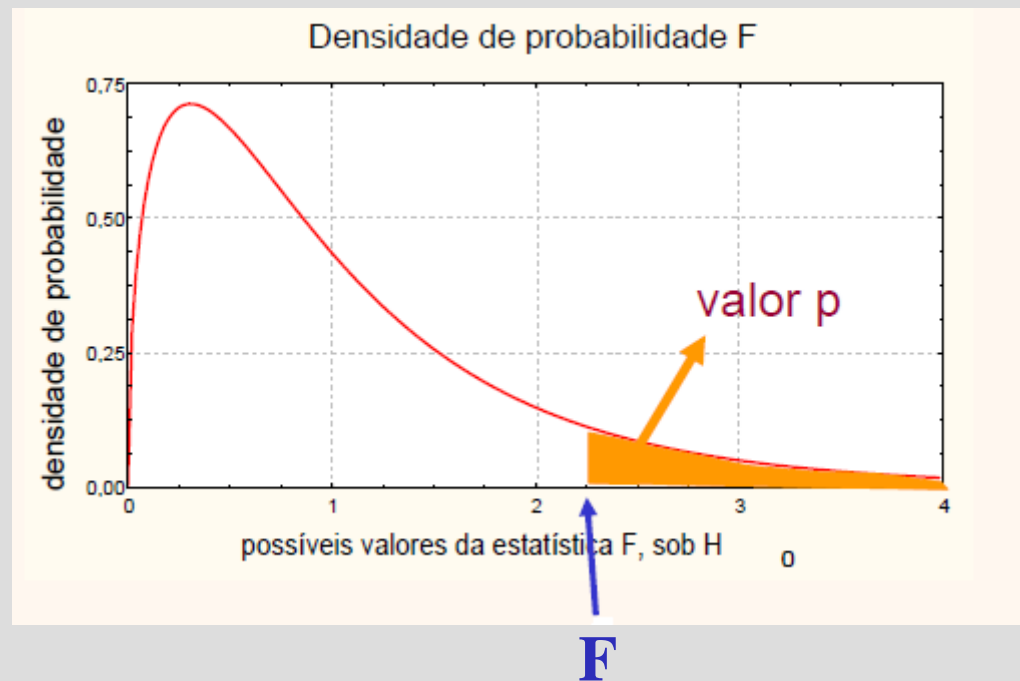
$$F = \frac{\frac{SQ_{Trat}}{g - 1}}{\frac{SQ_{erro}}{N - g}} \quad F = \frac{\frac{23,40}{(3-1)}}{\frac{16,32}{(30-3)}} = 19,5$$

graus de liberdade entre tratamentos (numerador) = $(3-1) = 2$
graus de liberdade intra tratamentos (denominador) = $(30-3) = 27$
 $F_{\alpha=0,05; 2,27} = 3,35$

Conclusão: como $F_{\text{calculado}} > F_{\text{tabelado}}$, há evidências, a um nível de significância de 5%, que as médias dos grupos não são iguais, ou seja, rejeito H_0 .

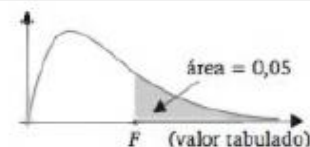
Teste F

A estatística F tem distribuição F com $(g-1)$ graus de liberdade no numerador e $(N-g)$ graus de liberdade no denominador*



* Ver livro Barbetta – Tabela 6

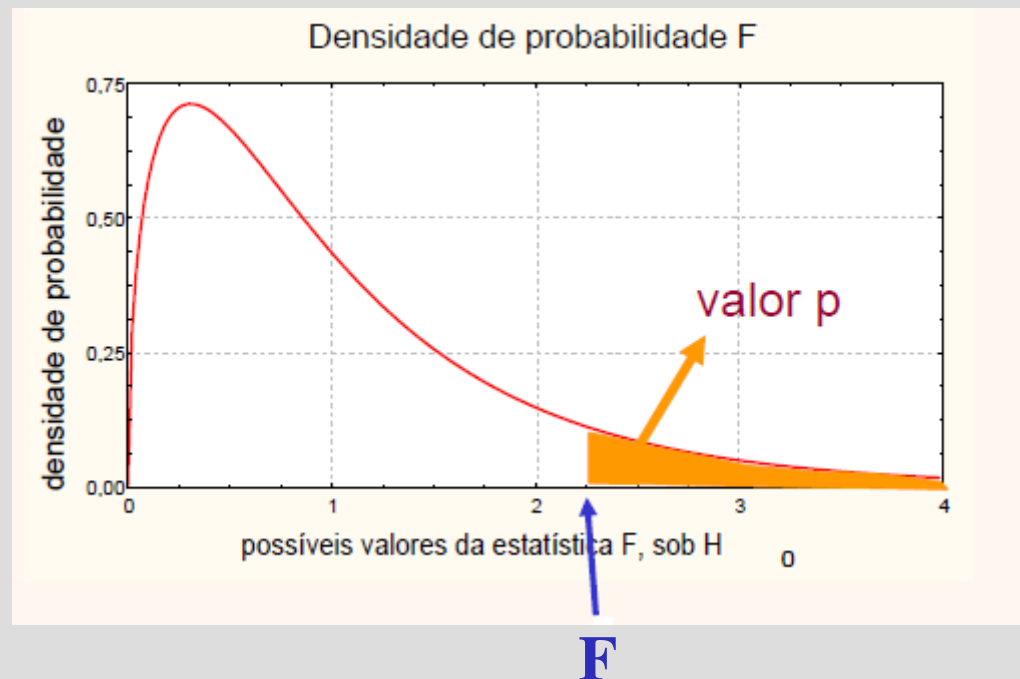
Tabela 6 (Continuação).
 $\alpha = 0,05$



gl denom.	Graus de liberdade no numerador									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	161,45	199,50	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19

Teste F

A estatística F tem distribuição F com (g-1) graus de liberdade no numerador e (N-g) graus de liberdade no denominador*



$$F_{\alpha=0,05; 2,27} = 3,35 < F_{\text{obs}} = 19,5$$

* Ver livro Barbetta – Tabela 6

Obrigada