Inteligência Artificial
Quinta Lista de Exercícios
Probabilidade e Redes Bayesianas

Prof. Norton Trevisan Roman

9 de maio de 2019

1. Considere um jogo de poker. Nele, você recebe 5 cartas de um baralho de 52. Supondo que quem deu as cartas o fez de maneira justa:
   (a) Quantos eventos atômicos há na distribuição de probabilidade conjunta (ou seja, quantas mãos de 5 cartas há)?
   (b) Qual a probabilidade de cada evento atômico
   (c) Qual a probabilidade de uma quadra? E um royal straight flush (sequência A-K-Q-J-10 do mesmo naipe)?

2. Dada a distribuição conjunta: calcule o seguinte:

	dor		$\neg dor$	
	$prende$	$\neg prende$	$prende$	$\neg prende$
$cárie$	0,108	0,012	0,072	0,008
$\neg cárie$	0,016	0,064	0,144	0,576

   (a) $P(dor)$
   (b) $P(cárie)$
   (c) $P(cárie \wedge \neg dor)$
   (d) $P(\neg cárie \wedge \neg dor \wedge prende)$
   (e) $P(\neg cárie \wedge \neg dor \vee prende)$
   (f) $P(dor \,|\, cárie)$
   (g) $P(cárie \,|\, dor \vee prende)$
   (h) $P(cárie \,|\, dor \wedge prende)$

3. Após seu checkup anual, o médico disse ter boas e más notícias. As más são que seu teste para uma doença séria deu positivo, e que o teste é 99% preciso (ou seja, a probabilidade de dar positivo quando você tem a doença é 0,99, assim como a probabilidade de dar negativo quando você não tem a doença). A boa notícia é que esta é uma doença rara, que atinge apenas uma a cada 10.000 pessoas da sua idade.
   (a) Por que esta é uma boa notícia?
   (b) Quais são as chances de você realmente ter a doença, dado o resultado do exame?

4. Suponha que você receba uma sacola contendo n moedas não-viciadas. Você sabe que n-1 delas são normais, com cara de um lado e coroa do outro, enquanto que uma delas é falsa, com cara em ambos os lados.
   (a) Suponha que você coloque a mão na sacola, pegue uma moeda uniformemente e aleatoriamente, jogue-a, e obtenha uma cara. Qual a probabilidade (condicional) que a moeda que você escolheu seja a moeda falsa?

(b) Suponha que você continue jogando a mesma moeda por um total de k vezes e veja k caras. Agora qual a probabilidade condicional de você ter pego a moeda falsa?

5. Suponha que você presenciou um atropelamento de noite envolvendo um taxi em Atenas. O motorista fugiu. Todos os táxis em Atenas são azuis ou verdes. Você jura que o táxi era azul. Testes extensivos mostram que, sob luz fraca, a discriminação entre azul e verde é 75% confiável (ou seja, $P(ver\ azul|é\ azul) = P(ver\ verde|é\ verde) = 0,75$).

   (a) É possível calcular a cor mais provável para o taxi? (Dica: diferencie cuidadosamente entre a proposição "o taxi é azul" e a proposição "ele parece azul").

   (b) E se dissermos que 9 entre 10 taxis em Atenas é azul? Como fica a resposta?

6. Três prisioneiros, A, B e C, estão trancafiados em suas celas. É de conhecimento comum que um deles será executado no dia seguinte e os demais perdoados. Somente o governador sabe quem será executado. O prisioneiro A pede ao guarda um favor: "Por favor, pergunte ao governador quem será executado, e então leve uma mensagem a um dos meus amigos B ou C, para que ele saiba que será perdoado pela manhã". O guarda concorda, e volta mais tarde dizendo a A que ele deu a mensagem de perdão a B. Quais são as chances de A ser executado, dada essa informação?

7. Você está em um concurso e deve escolher uma de três portas. Duas delas têm um bode, na outra uma ferrari. Você escolhe uma. Contudo, antes de abrir sua porta, o apresentador diz que vai te dar uma chance e mostrar uma porta em que há um bode. Ele abre essa porta e pergunta a você se você quer trocar sua porta. Você troca? Por que?

8. Você está em um concurso e deve escolher uma de três portas. Duas delas têm um bode, na outra uma ferrari. Você escolhe uma. Antes de abrir sua porta, contudo, o apresentador diz que vai, aleatoriamente, abrir uma das outras duas portas, sem saber o que está por trás dela. Ele abre essa porta e pergunta a você se você quer trocar sua porta. Você troca? Por que?

9. Você lê em um jornal que 40% dos acidentes de trânsito são causados por pessoas bêbadas[1]. Ao escutar isso, seu amigo pé-de-cana diz "tá vendo, por isso eu bebo, a maioria dos acidentes foi causada por pessoas sóbrias".

   (a) O que há de errado com esse raciocínio?

   (b) E se dissermos que "apenas" 17%[2] dos motoristas dirigem bêbados. A afirmação de seu amigo é verdadeira? Por que?

10. Em uma usina nuclear, há um alarme que identifica quando um medidor de temperatura excede um determinado valor. O medidor mede a temperatura do núcleo do reator. Considere as variáveis booleanas A (o alarme soa), FA (o alarme está falhando), FM (o medidor está falhando) e os nós de valores múltiplos M (leitura no medidor) e T (temperatura atual do núcleo).

    (a) Desenhe uma rede bayesiana para este domínio, dado que é mais provável que o medidor falhe quando a temperatura do núcleo ficar alta demais

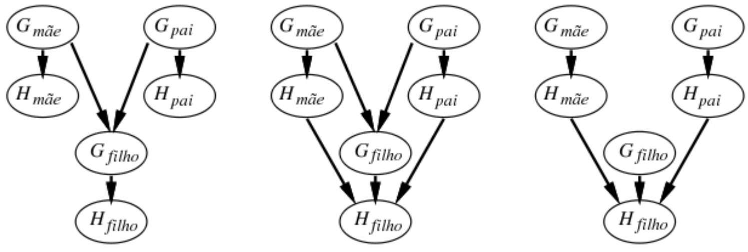
    (b) Suponha que há somente duas medidas possíveis de temperatura: normal e alta. Suponha que a probabilidade do medidor dar a temperatura correta seja x quando ele estiver funcionando, mas y quando estiver falhando. Dê a tabela de probabilidade condicional associada a M.

    (c) Suponha que o alarme funciona corretamente, a menos que esteja falhando, caso em que nunca soa. Dê a tabela de probabilidade condicional associada a A.

    (d) Suponha que o alarme e o medidor estão funcionando e o alarme soa. Calcule uma expressão para a probabilidade da temperatura do núcleo estar alta demais, em termos das várias probabilidades condicionais da rede.

11. Considere a rede bayesiana abaixo:

[1] Fonte http://www.agenciabrasil.gov.br/noticias/2008/04/04/materia.2008-04-04.9583438289/view
[2] Mesma fonte.



(i) (ii) (iii)

Seja H_x uma variável aleatória denotando o fato de um indivíduo x ser ou não canhoto, com valores possíveis c(anhoto) ou d(estro). Uma hipótese comum é que uma pessoa ser ou não destra é algo herdado por um mecanismo simples; ou seja, talvez haja um gene G_x, também com valores c ou d, e talvez o fato de uma pessoa ser destra reflita (com alguma probabilidade s) o valor desse gene para essa pessoa. Além disso, talvez o gene por si só tenha a mesma probabilidade de ser herdado tanto do pai quanto da mãe dessa pessoa, com uma chance pequena (mas não zero) m de uma mutação aleatória mudar seu valor no filho.

(a) Quais das 3 redes acima afirmam que $P(G_{pai}, G_{mãe}, G_{filho}) = P(G_{pai})P(G_{mãe})P(G_{filho})$?

(b) Quais das 3 redes fazem afirmações de independência consistentes com a hipótese?

(c) Qual das 3 redes é a melhor descrição da hipótese?

(d) Construa a tabela de probabilidade conjunta para o nó G_{filho} nas redes (i) ou (ii).

(e) Suponha que $P(G_{pai} = c) = P(G_{mãe} = c) = x$. Nas redes (i) e (ii), derive uma expressão para $P(G_{filho} = \text{c})$ em termos de m e x apenas, pelo seu condicionamento aos seus nós-pais.

(f) Sob condições de equilíbrio genético, esperamos que a distribuição dos genes seja a mesma através das gerações. Use isso para calcular o valor de x e, dado o que você sabe sobre pessoas serem ou não canhotas, explique por que a hipótese descrita no início dessa questão deve estar errada.

12. Considere a rede bayesiana abaixo, em que:
B = a pessoa infringiu a lei
I = a pessoa foi indiciada
M = o promotor está motivado com o caso
G = a pessoa foi julgada culpada
J = a pessoa foi presa

(a) Calcule o valor de $P(b, i, \neg m, g, j)$

(b) Calcule a probabilidade de alguém ser preso, dado que infringiu a lei, foi indiciado e encara um promotor motivado