



Princípios da Ondulatória



Prof. Regis Rossi A. Faria

Tópicos

- Ondas
 - definições básicas e representação
 - tipos de ondas e parâmetros principais
 - produção e relação com o movimento harmônico simples

Objetivos do módulo

- Apresentar os fundamentos da ondulatória, particularmente sobre as ondas sonoras, sua representação, propriedades e parâmetros principais que permitem representá-las

Ondas

- As ondas são fundamentais para entender e trabalhar com som, mas para lidar com elas precisamos entender o que elas são
 - Definição de onda: “uma *perturbação oscilante de uma grandeza física que varia no tempo e no espaço*”



Ondas acústicas

- Ondas acústicas ou sonoras são ondas mecânicas que se propagam no ar (ou outros meios) em ondas longitudinais
- As ondas se caracterizam pela *transmissão de uma perturbação em um meio físico*
 - Exemplo de perturbação: *deformação do meio* (elástico) causada pela *diferença de pressão*
- As ondas se originam de uma *fonte física* que transfere *energia mecânica* à interface com o meio físico de transmissão, criando *frentes de ondas* que se propagam neste meio

Tipos de ondas

- As ondas podem ser transversais ou longitudinais

Transversais – A direção do movimento vibratório é perpendicular à direção de propagação.



→ ocorre nas cordas

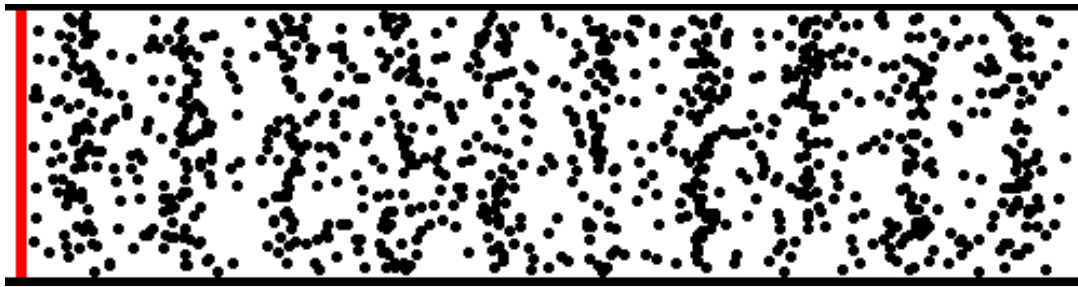
Longitudinais – A direção do movimento vibratório coincide com a direção de propagação.



→ ocorre no ar

Tipos de ondas

- Exemplo de ondas longitudinais



→ ocorrem dentro de tubos

- Exemplo de ondas transversais



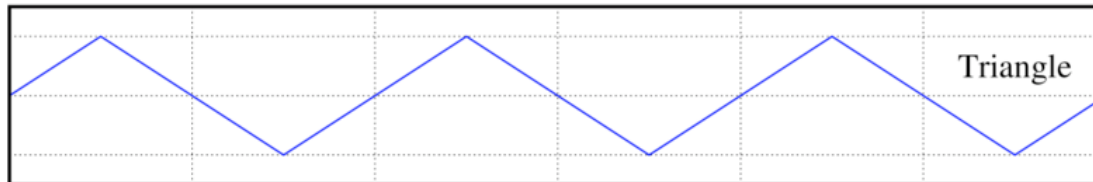
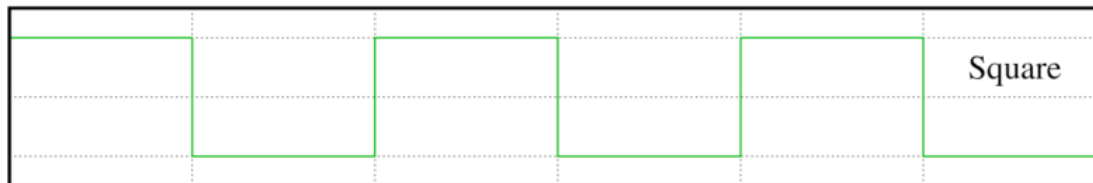
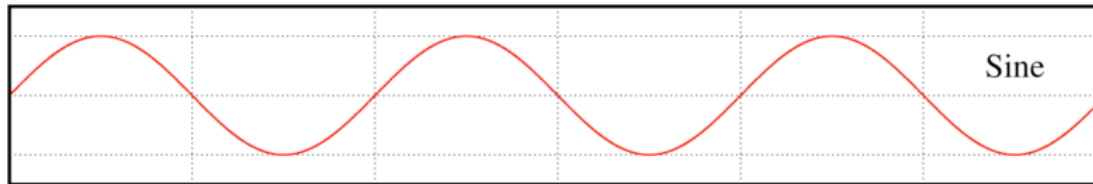
→ ocorrem no mar

Tipos de ondas

- As ondas podem ser transitórias, periódicas ou quase-periódicas
- Ondas transitórias incluem pulsos de curta duração que não se repetem de forma periódica, e sinais de frequência indeterminada que duram poucos ciclos
- As ondas periódicas são o estudo de caso mais importante para a música pois incluem os sinais complexos e periódicos produzidos por instrumentos musicais e pela voz

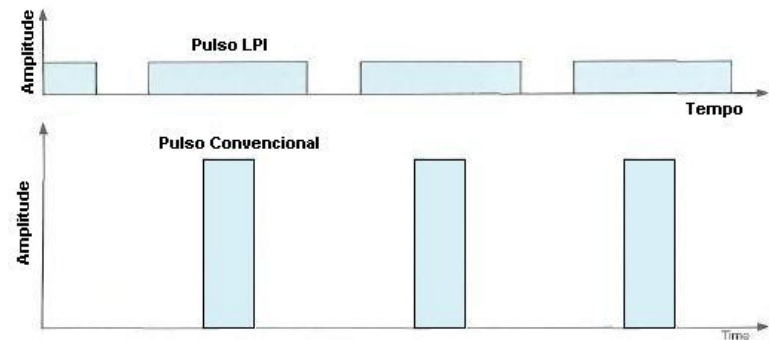
Tipos de ondas

- Formas de onda periódicas típicas

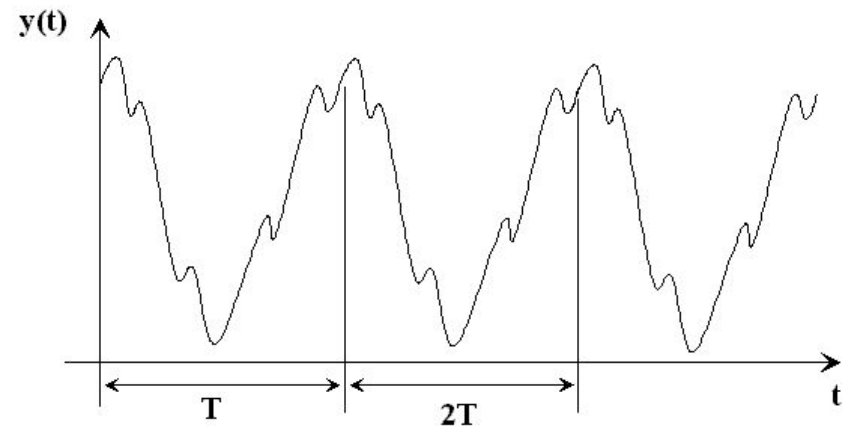


Tipos de ondas

- Pulsos transitórios e periódicos

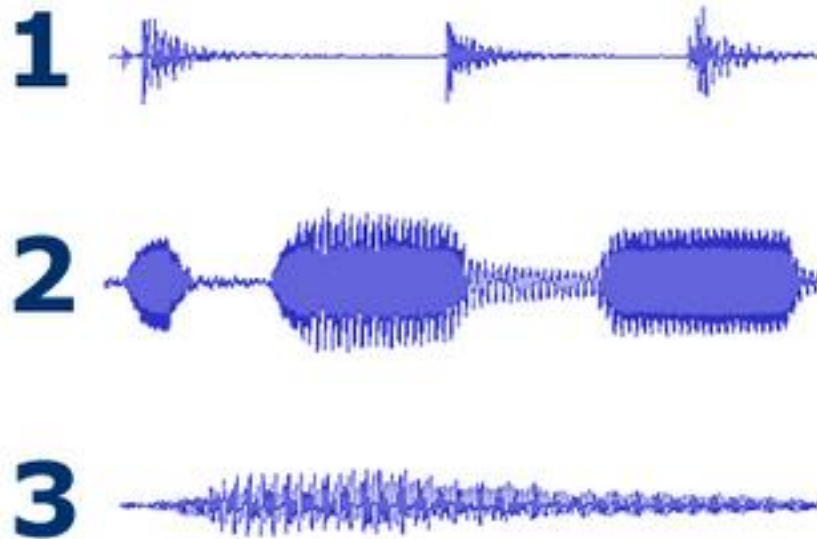


- Onda periódica complexa



Exemplos de ondas musicais

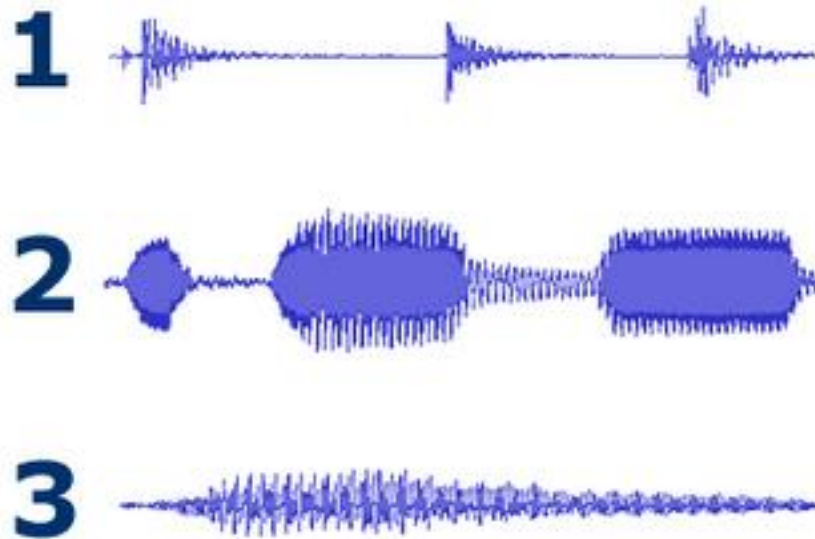
- Notas de instrumentos musicais



quais são? 😊

Exemplos de ondas musicais

- Notas de instrumentos musicais



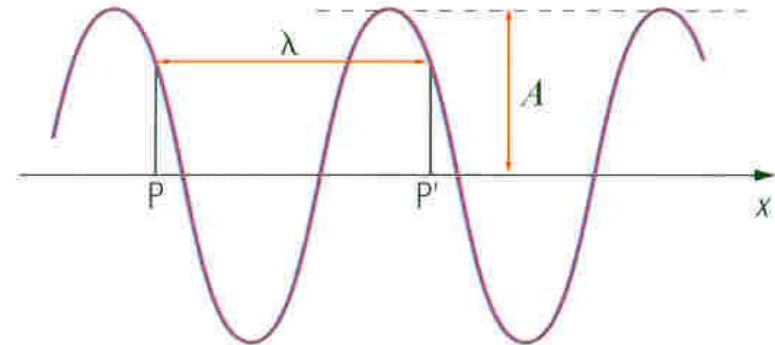
1 tabla;
2 trompa;
3 flauta

Caracterização das ondas

- As ondas – *especialmente as ondas periódicas* – são caracterizadas pelos seguintes parâmetros principais:
 - Forma da onda (guarda relação com o timbre)
 - Periodicidade, expressa pela frequência (f) dos ciclos
 - Intensidade ou amplitude
 - Comprimento da onda (λ)

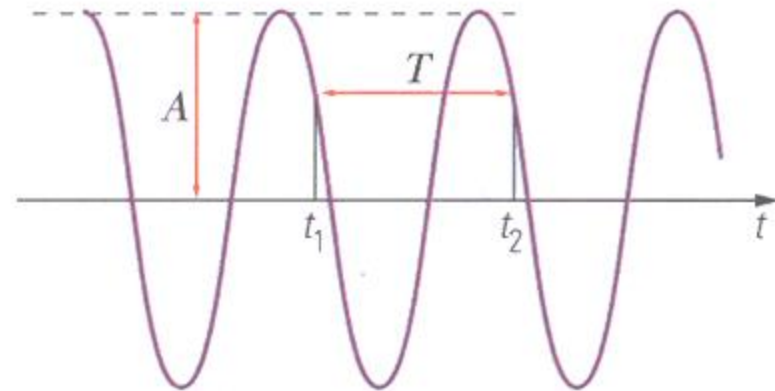
Parâmetros principais

- Amplitude: intensidade do sinal
 - representável por várias grandezas (ex: pressão acústica, dB em relação a uma referência, volts, etc.)
- Comprimento de onda: λ
 - equivale à distância entre pontos de mesma amplitude na curva de amplitude X distância, isto é, a distância para que um ciclo se complete



Parâmetros principais

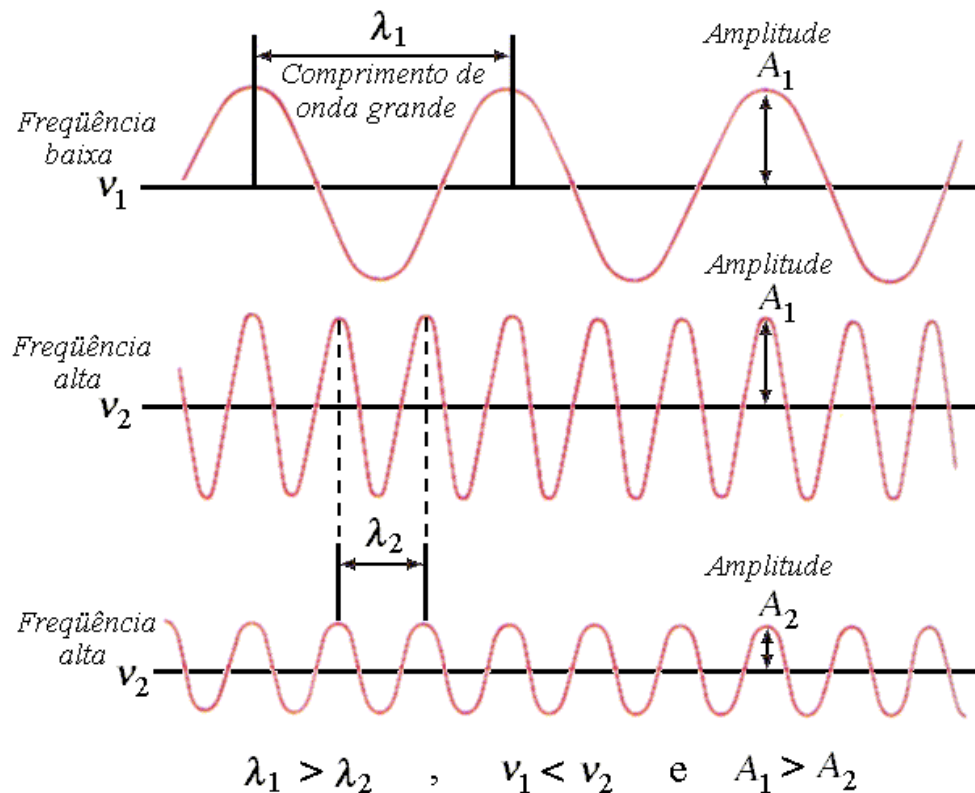
- Período (T): intervalo de tempo de um ciclo
 - Ex: $T = 10 \text{ ms}$
 - O período é o tempo necessário para que um ciclo da onda se repita num determinado ponto do espaço
- Frequência: é o inverso do período,
$$f = 1/T$$
 - Ex: $f = 1/0,01 = 100 \text{ Hz}$



Em um mesmo meio de transmissão, ondas de mesmo λ terão a mesma frequência f (e período T)

Parâmetros principais

- Comparando ondas com parâmetros diferentes

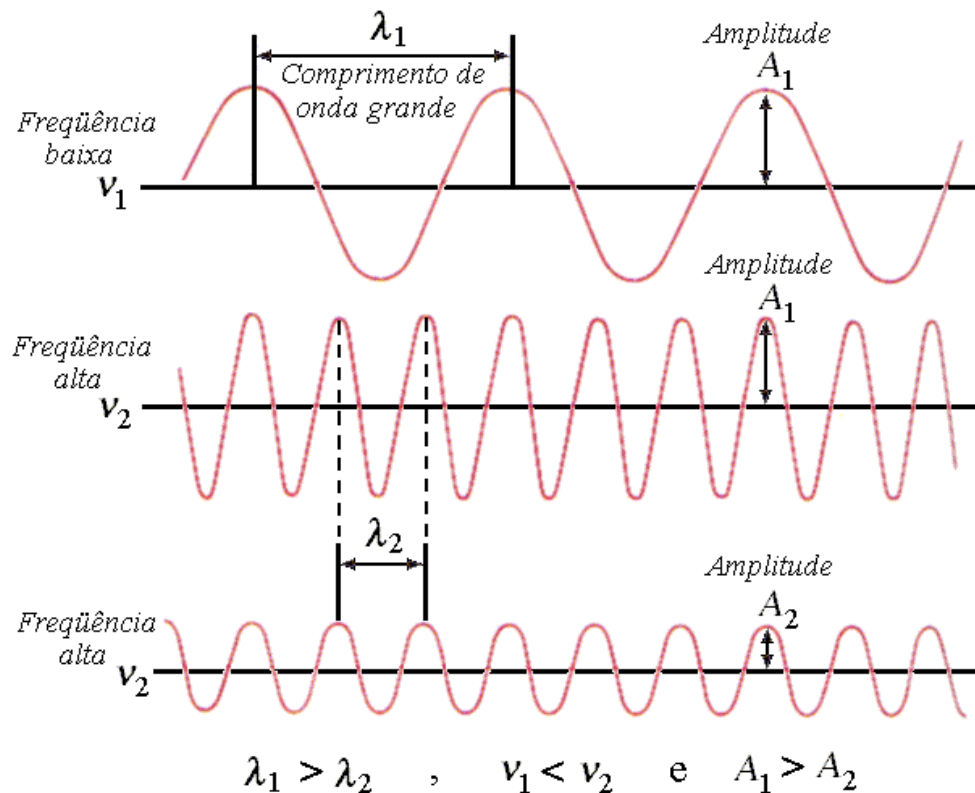


Quais ondas tem mesma amplitude?

Quais ondas tem mesma frequência?

Parâmetros principais

- Comparando ondas com parâmetros diferentes



Quais ondas tem mesma amplitude?

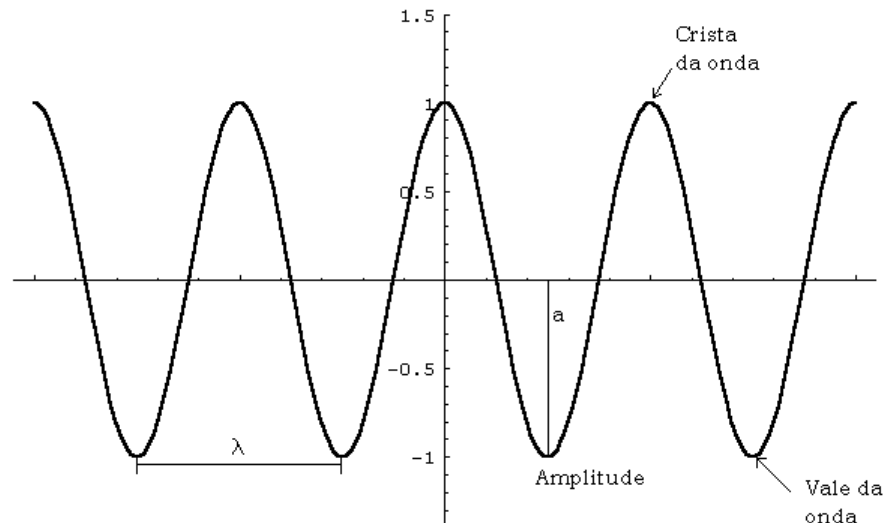
1ª e a 2ª

Quais ondas tem mesma frequência?

2ª e a 3ª

Representações gráfica e matemática

- Usualmente representamos ondas por meio de gráficos e por meio de notação matemática
- Graficamente, a sucessão periódica de valores no tempo (espaço) dá origem a uma forma de onda característica como abaixo, em que identificamos um padrão que se repete em ciclos



- No gráfico identificamos cristas e vales da onda, e a distância λ entre pontos de mesma amplitude

Representação matemática

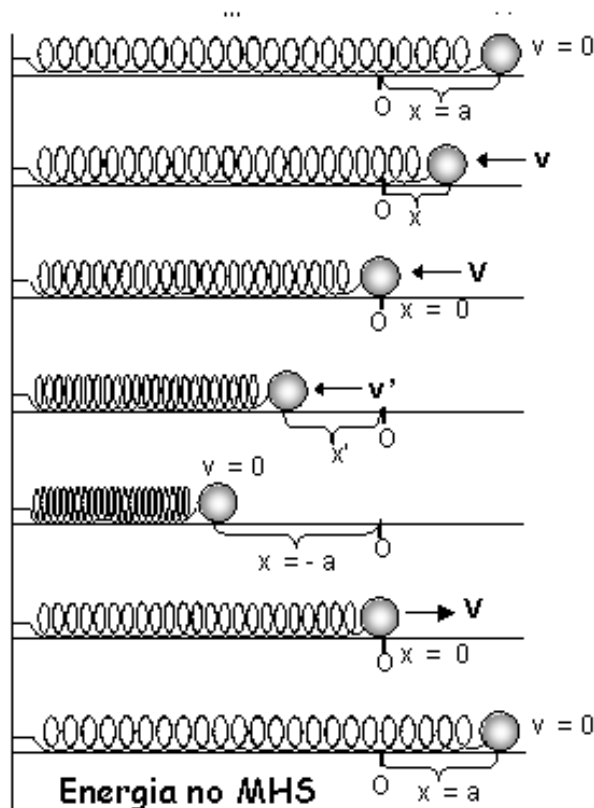
- Matematicamente a notação usada indica *como a grandeza física varia ao longo do tempo e do espaço*
- Em cada momento de tempo (ou posição no espaço) a onda apresenta um valor de intensidade da grandeza física representada, como numa função matemática:
 - Ex. $p(t)$ = valor da pressão acústica no instante t
 - Ex. $p(x)$ = valor da pressão acústica na posição x

Movimentos Harmônicos Simples

- Veremos agora um tipo de onda fundamental no estudo da acústica musical: as senóides
- A origem das ondas senoidais na natureza está ligada ao Movimento Harmônico Simples (MHS)
- Um exemplo de MHS é o de uma mola deslocada de seu ponto de repouso e então deixada livre para oscilar

MHS

- O MHS é caracterizado pela transferência periódica entre energia potencial e cinética no seu ciclo



$$a) E = E_p = \frac{K \cdot a^2}{2}$$

$$b) E = E_p + E_c = \frac{K \cdot x^2}{2} + \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$c) E = E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$$

$$d) E = E_p + E_c = \frac{K \cdot x'^2}{2} + \frac{m \cdot v'^2}{2}$$

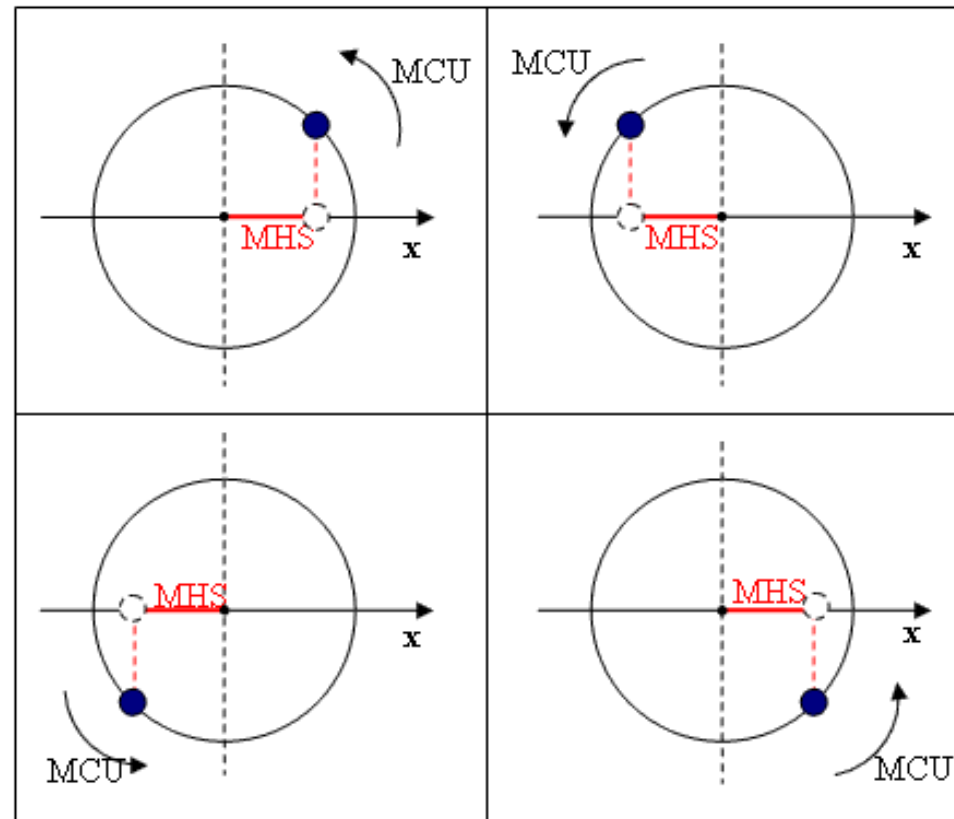
$$e) E = E_p = \frac{K \cdot a^2}{2}$$

$$f) E = E_c = \frac{m \cdot V^2}{2}$$

$$g) E = E_p = \frac{K \cdot a^2}{2}$$

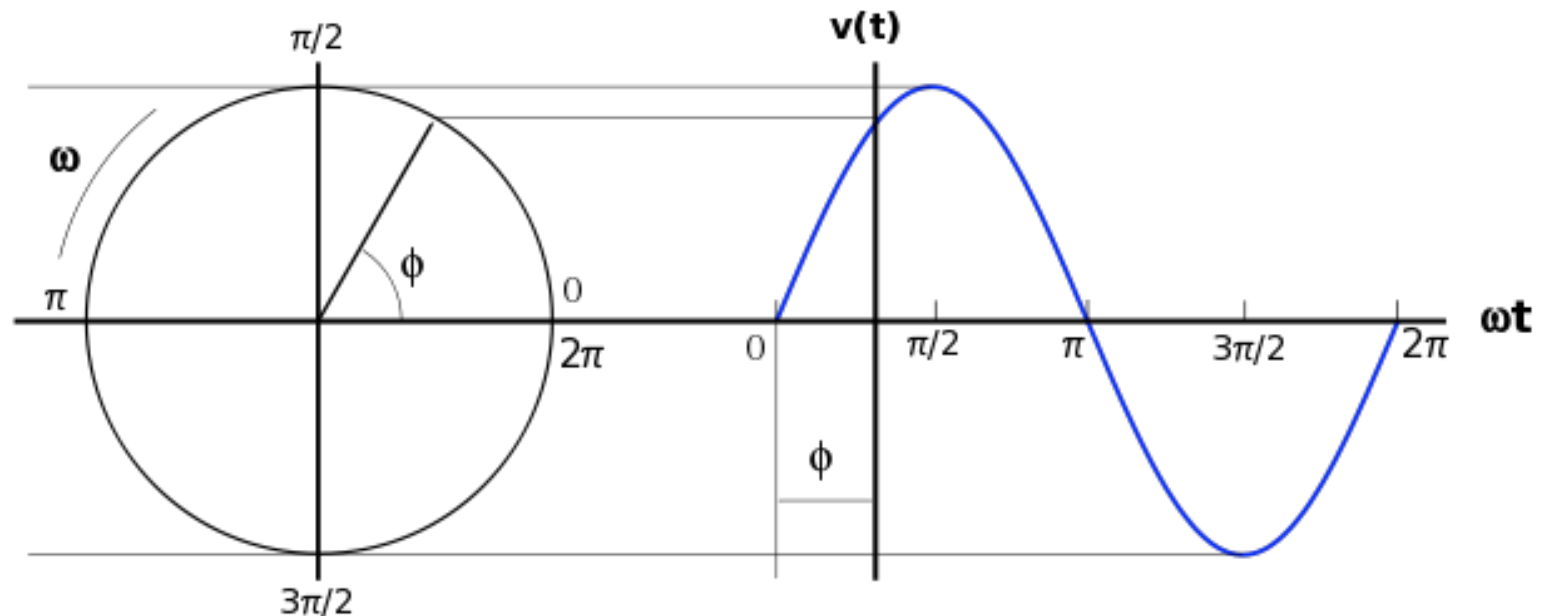
MHS e MCU

- No MHS, a função que descreve o deslocamento x no tempo (*função horária*) é uma *função harmônica seno* (ou *coseno*)
- Podemos deduzir essa equivalência analisando o *movimento circular uniforme* (MCU) no círculo
 - Ex: o deslocamento x equivale à *projeção do deslocamento angular no eixo horizontal*, que é exatamente o seno do ângulo em cada momento



MHS e MCU

- O movimento MHS dá origem à representação clássica de um sinal cuja amplitude varia senoidalmente no tempo com taxa de variação ω rad/s
- O ângulo ϕ do movimento ao longo do tempo é dado por $\phi = \omega t$, isto é, o ângulo varia com o tempo t com velocidade angular ω
- A velocidade (ou frequência) angular ω é uma constante e corresponde ao número de ciclos (2π) que ocorrem por segundo, assim $\omega = 2\pi f$

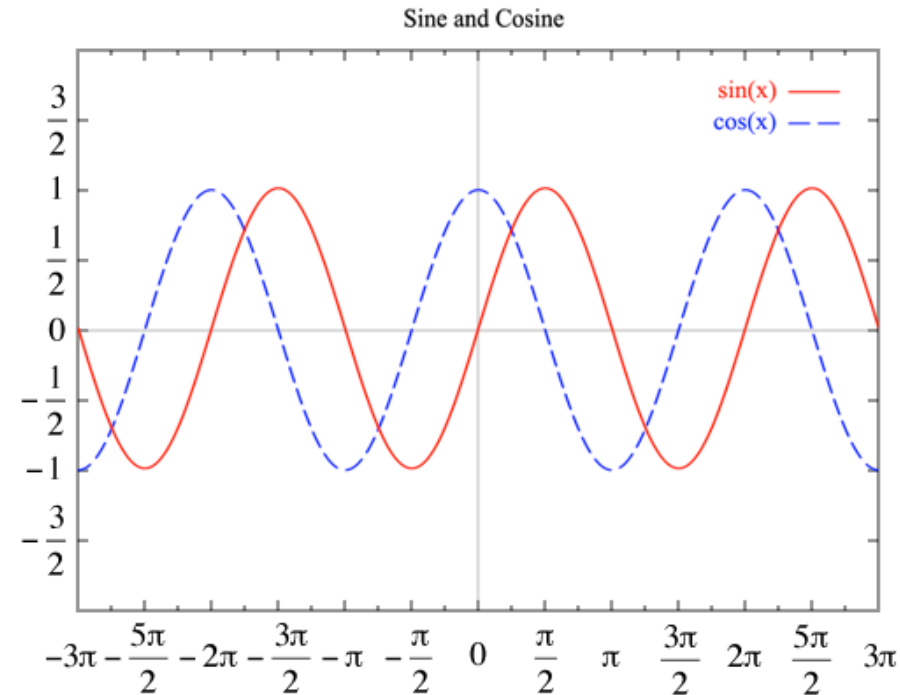


Ondas senoidais

- A senóide e cossenóide são ondas especiais que tem uma notação matemática fechada. Exemplos:

$$v(x) = \text{sen}(x) \quad p(x) = \cos(x)$$

- Trata-se de uma função periódica em 2π radianos, isto é, seu ciclo fundamental se repete a cada 2π rad
- Um período de 2π rad pode mapear um ciclo de período T segundos no tempo ou λ metros no espaço, por isso a importância de se trabalhar com o conceito de frequência angular ω



- Seno e cosseno são idênticas a menos de uma diferença de fase:

$$\cos(x) = \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

Ondas senoidais

- A senóide simples tem amplitude máxima entre +1 e -1
 - Mas podemos multiplicá-la por A para representar amplitudes maiores que $|1|$ (modulação)
- A senóide varia com uma taxa regulada pela *frequência angular* (ω) que guarda relação direta com a frequência linear em Hz
 - O conceito de frequência ou velocidade angular está associado à periodicidade em 2π , isto é, o número de volta completas (2π radianos) ocorrem por unidade de tempo

$$f(t) = A \sin(\omega t)$$

$$\omega = 2\pi f$$

Ondas senoidais

- Senóide generalizada

- Uma grandeza acústica senoidal varia ao longo do tempo e do espaço, e portanto precisamos de uma expressão generalizada que permita obter o valor da amplitude em função do tempo e do espaço juntas
- Para isso, precisamos também considerar que a senóide varia ao longo do espaço com uma taxa dada por $2\pi \text{ rad}/\lambda$, chamado de *número de onda* k

$$k = 2\pi / \lambda$$

- Senóide generalizada: onda varia no tempo com taxa $2\pi \text{ rad}/T$, varia no espaço com taxa $2\pi \text{ rad}/\lambda$, pode ter uma fase inicial φ diferente de zero e também um valor constante de amplitude inicial B

$$f(t, x) = A \text{sen}(\omega t \pm kx + \varphi) + B$$

Relações entre parâmetros

- Velocidade do som no ar (c) *versus* Comprimento de Onda (λ) *versus* período (T)

- Velocidade c ou v = espaço/tempo $c = \lambda / T$
 - $c \approx 340$ m/s

- O número de onda k pode ser expresso em função da frequência angular ω

$$k = 2\pi / \lambda = \frac{2\pi}{c} f = \frac{\omega}{c}$$

- Uma outra relação que será útil no estudo das cordas é a de Velocidade de propagação na corda em função da tensão T da corda e sua densidade μ

$$V_T = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (\text{m/s})$$

Exercícios

- 1) Se um tom puro tem frequência de 440 Hz, isto é, 440 ciclos por segundo, qual é o período de seu ciclo (em segundos)?
- 2) Considerando que a velocidade do som no ar é de aproximadamente 340 m/s, qual será o comprimento de onda λ (em metros) do tom puro acima?