ACH2147 - Desenvolvimento de Sistemas de Informação Distribuídos

Aula 14 – Abordagens de Sincronização

Norton Trevisan Roman

23 de junho de 2022

Abordagens de Sincronização

- Algoritmos de Eleição
- Sistemas de Localização

Abordagens de Sincronização

- Algoritmos de Eleição
- Sistemas de Localização

- Muitos algoritmos distribuídos precisam que um processo assuma o papel de coordenador
 - A questão é como selecionar esse processo especial dinamicamente?

- Muitos algoritmos distribuídos precisam que um processo assuma o papel de coordenador
 - A questão é como selecionar esse processo especial dinamicamente?
- Em muitos sistemas o coordenador é escolhido manualmente (ex: servidores de arquivos)
 - Isso leva a soluções centralizadas com um ponto único de falha

Algumas questões...

 Se um coordenador é escolhido dinamicamente, até que ponto podemos dizer que o sistema será centralizado e não distribuído?

Algumas questões...

- Se um coordenador é escolhido dinamicamente, até que ponto podemos dizer que o sistema será centralizado e não distribuído?
- Um sistema inteiramente distribuído (sem um coordenador) é sempre mais robusto que uma solução centralizada/coordenada?

Pressupostos básicos

• Todo processo P possui um id único id(P)

Pressupostos básicos

- Todo processo P possui um id único id(P)
- Todos os processos conhecem os ids de todos os outros processos no sistema
 - Contudo, não têm como saber se eles estão rodando ou não

Pressupostos básicos

- Todo processo P possui um id único id(P)
- Todos os processos conhecem os ids de todos os outros processos no sistema
 - Contudo, não têm como saber se eles estão rodando ou não
- Em geral, os algoritmos de eleição tentam localizar o processo de maior id rodando em um dado momento
 - Designando-o como coordenador

- Considere N processos
 - $\{P_0, \dots, P_{N-1}\}$, com $id(P_k) = k$

- Considere N processos
 - $\{P_0, \ldots, P_{N-1}\}$, com $id(P_k) = k$
- Quando algum processo percebe que o coordenador não está mais respondendo a requisições, ele começa uma eleição

- P_k inicia uma eleição da seguinte maneira:
 - 1. P_k envia uma mensagem ELECTION para todos os processos com identificadores maiores que o seu:
 - $P_{k+1}, P_{k+2}, \dots, P_{N-1}$
 - 2. Se ninguém responder, P_k ganha a eleição e se torna o coordenador
 - 3. Se um dos nós com maior id responder, esse assume
 - A eleição e o trabalho de P_k termina ele desiste
 - O maior sempre ganha, por isso o nome de "algoritmo do valentão"

- A qualquer momento um processo P_k pode receber uma mensagem de eleição
 - Este deve então responder com um OK, indicando que está vivo e irá assumir

- A qualquer momento um processo P_k pode receber uma mensagem de eleição
 - Este deve então responder com um OK, indicando que está vivo e irá assumir
 - P_k então faz uma nova eleição, a menos que já esteja fazendo alguma

- A qualquer momento um processo P_k pode receber uma mensagem de eleição
 - Este deve então responder com um OK, indicando que está vivo e irá assumir
 - P_k então faz uma nova eleição, a menos que já esteja fazendo alguma
- No final, todos os processos irão desistir menos um
 - E este será o novo coordenador
 - Ele então anuncia sua vitória enviando uma mensagem aos demais

O algoritmo do bully: exemplo

Considere a rede de overlay ao lado, em que P_7 , o coordenador, não está mais respondendo







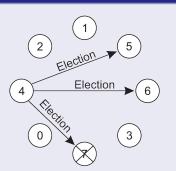




O algoritmo do *bully*: exemplo

Considere a rede de overlay ao lado, em que P_7 , o coordenador, não está mais respondendo

P₄ é o primeiro a perceber isso. Ele inicia então uma eleição, enviando ELECTION aos processos com maior id que o seu

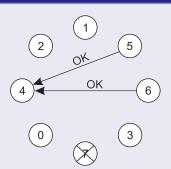


O algoritmo do bully: exemplo

Considere a rede de overlay ao lado, em que P_7 , o coordenador, não está mais respondendo

P₄ é o primeiro a perceber isso. Ele inicia então uma eleição, enviando ELECTION aos processos com maior id que o seu

 P_5 e P_6 respondem com OK

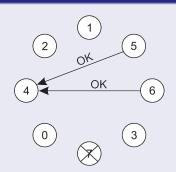


O algoritmo do bully: exemplo

Considere a rede de overlay ao lado, em que P_7 , o coordenador, não está mais respondendo

P₄ é o primeiro a perceber isso. Ele inicia então uma eleição, enviando ELECTION aos processos com maior id que o seu

 P_5 e P_6 respondem com OK



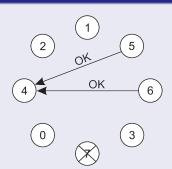
Ao receber o primeiro OK, P₄ desiste – Um dos demais irá assumir

O algoritmo do bully: exemplo

Considere a rede de overlay ao lado, em que P_7 , o coordenador, não está mais respondendo

 P_4 é o primeiro a perceber isso. Ele inicia então uma eleição, enviando ELECTION aos processos com maior id que o seu

 P_5 e P_6 respondem com OK

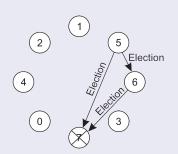


Ao receber o primeiro OK, P_4 desiste – Um dos demais irá assumir

Ele então aguarda a mensagem final que definirá o coordenador

O algoritmo do bully: exemplo

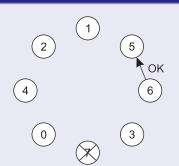
P₅ e P₆ fazem então uma eleição cada um, enviando mensagem aos processos com ids maiores que os seus



O algoritmo do bully: exemplo

 P_5 e P_6 fazem então uma eleição cada um, enviando mensagem aos processos com ids maiores que os seus

 P_6 diz a P_5 que irá assumir, fazendo com que ele desista

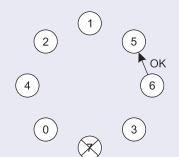


O algoritmo do bully: exemplo

 P_5 e P_6 fazem então uma eleição cada um, enviando mensagem aos processos com ids maiores que os seus

 P_6 diz a P_5 que irá assumir, fazendo com que ele desista

Como não recebeu OK de ninguém, P_6 sabe que P_7 caiu e que ele venceu



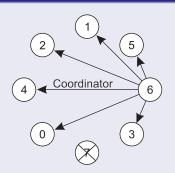
O algoritmo do bully: exemplo

 P_5 e P_6 fazem então uma eleição cada um, enviando mensagem aos processos com ids maiores que os seus

 P_6 diz a P_5 que irá assumir, fazendo com que ele desista

Como não recebeu OK de ninguém, P_6 sabe que P_7 caiu e que ele venceu

Quando estiver pronto para assumir, P_6 anuncia sua liderança a todos



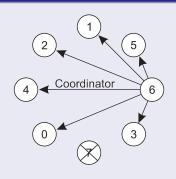
O algoritmo do bully: exemplo

 P_5 e P_6 fazem então uma eleição cada um, enviando mensagem aos processos com ids maiores que os seus

> P_6 diz a P_5 que irá assumir, fazendo com que ele desista

Como não recebeu OK de ninguém, P_6 sabe que P_7 caiu e que ele venceu

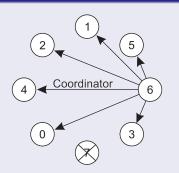
Quando estiver pronto para assumir, P_6 anuncia sua liderança a todos



Estes podem então continuar seu trabalho, com P_6 como coordenador

O algoritmo do bully: exemplo

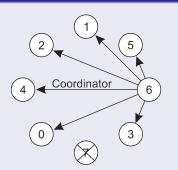
Se *P*₇ voltar à vida, ele envia a todos os demais uma mensagem COOR-DINATOR, forçando-os à submissão



O algoritmo do bully: exemplo

Se P_7 voltar à vida, ele envia a todos os demais uma mensagem COOR-DINATOR, forçando-os à submissão

Cuidado! Assumimos aqui que a comunicação é confiável (não há perda de mensagem)

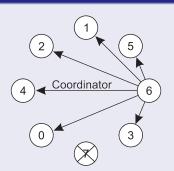


O algoritmo do bully: exemplo

Se P_7 voltar à vida, ele envia a todos os demais uma mensagem COOR-DINATOR, forçando-os à submissão

Cuidado! Assumimos aqui que a comunicação é confiável (não há perda de mensagem)

Esse algoritmo pode ser adaptado para, em vez do id, o vencedor ser o algoritmo com menor carga de trabalho (que deve ser comunicada jundo à mensagem de eleição)



- A prioridade dos processos é obtida organizando-os em um anel lógico
 - O processo com maior prioridade deve ser eleito coordenador

- A prioridade dos processos é obtida organizando-os em um anel lógico
 - O processo com maior prioridade deve ser eleito coordenador
- Quando um processo nota que o coordenador caiu, constrói uma mensagem de eleição, contendo seu id
 - Ele envia então a mensagem ao seu sucessor
 - Se um sucessor estiver indisponível, a mensagem é enviada ao próximo sucessor, e assim por diante

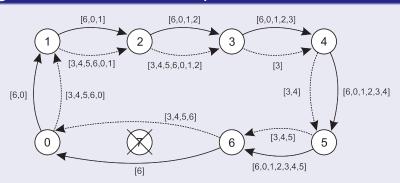
- Se uma mensagem for repassada, o novo remetente adiciona seu id a ela, enviando-a ao seu sucessor
 - Os ids são adicionados a uma lista, registrando por onde a mensagem passou
 - Quando a mensagem volta ao nó que iniciou, todos tiveram a chance de anunciar a sua presença

- Se uma mensagem for repassada, o novo remetente adiciona seu id a ela, enviando-a ao seu sucessor
 - Os ids são adicionados a uma lista, registrando por onde a mensagem passou
 - Quando a mensagem volta ao nó que iniciou, todos tiveram a chance de anunciar a sua presença
- O nó inicial reconhece que a mensagem voltou quando vê seu id na lista de identificadores

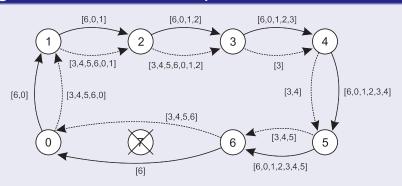
- O tipo da mensagem é então mudado para COORDINATOR e circulada novamente
 - Conterá assim uma lista dos processos vivos
 - Serve para informar a todos quem é o coordenador (o membro da lista com maior id) e quais são os membros do novo anel

- O tipo da mensagem é então mudado para COORDINATOR e circulada novamente
 - Conterá assim uma lista dos processos vivos
 - Serve para informar a todos quem é o coordenador (o membro da lista com maior id) e quais são os membros do novo anel
- Uma vez que essa mensagem tenha circulado, ela é removida, e todos voltam ao trabalho

Algoritmo do anel: Exemplo

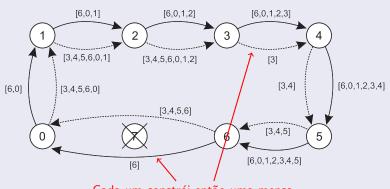


Algoritmo do anel: Exemplo



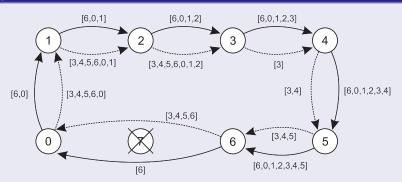
Suponha que P_3 e P_6 descobrem, ao mesmo tempo, que o coordenador P_7 caiu

Algoritmo do anel: Exemplo



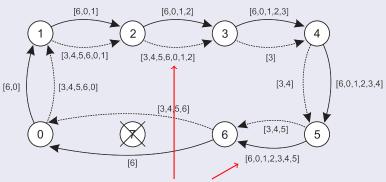
Cada um constrói então uma mensagem de eleição, começando sua circulação

Algoritmo do anel: Exemplo



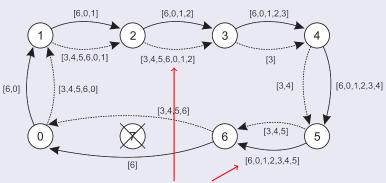
A cada nó que passa, o id desse nó é adicionado à mensagem

Algoritmo do anel: Exemplo



Ambas as mensagens acabarão por circular completamente. P_3 e P_6 as convertem então em COORDINATOR

Algoritmo do anel: Exemplo



Ambas conterão exatamente os mesmos membros em suas litas, na mesma ordem, avisando a todos sobre o vencedor

- Algoritmos de eleição tradicionais assumem que
 - A transmissão da mensagem é confiável
 - A topologia da rede não muda

- Algoritmos de eleição tradicionais assumem que
 - A transmissão da mensagem é confiável
 - A topologia da rede não muda
- Esse raramente é o caso com redes sem fio

- Algoritmos de eleição tradicionais assumem que
 - A transmissão da mensagem é confiável
 - A topologia da rede não muda
- Esse raramente é o caso com redes sem fio
- Considere uma rede sem fio em que os nós não se movem
 - Ainda assim, não necessariamente estão ao alcance de todos

- Para eleger um líder, cada nó pode iniciar uma eleição (este será o nó-fonte)
 - Enviando uma mensagem ELECTION a seus vizinhos imediatos (no caso, os nós ao seu alcance)

- Para eleger um líder, cada nó pode iniciar uma eleição (este será o nó-fonte)
 - Enviando uma mensagem ELECTION a seus vizinhos imediatos (no caso, os nós ao seu alcance)
- Quando um nó R recebe uma mensagem ELECTION pela primeira vez, faz do remetente Q seu pai
 - Repassando então a mensagem a todos seus vizinhos imediatos, exceto seu pai
 - ullet E esperando confirmações da mensagem chegarem, antes de confirmá-la a Q

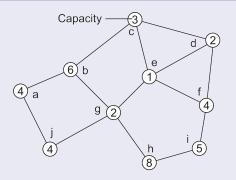
- Quando um nó recebe uma ELECTION de alguém que não é seu pai, simplesmente confirma o recebimento
 - Ele já repassou a mensagem aos vizinhos

- Quando um nó recebe uma ELECTION de alguém que não é seu pai, simplesmente confirma o recebimento
 - Ele já repassou a mensagem aos vizinhos
- Note que vizinhos de R que já selecionaram um pai enviarão rapidamente essa confirmação a ele
 - E se todos os vizinhos tiverem um pai, R é uma folha, e confirmará rapidamente a Q também
 - Ao fazer isso, também reportará informação, como tempo de bateria e outros recursos que tenha (sua capacidade)

- Essa informação, por sua vez, permite a Q comparar a capacidade de R às dos outros nós
 - Selecionando assim o melhor candidato para a liderança

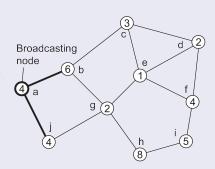
- Essa informação, por sua vez, permite a Q comparar a capacidade de R às dos outros nós
 - Selecionando assim o melhor candidato para a liderança
- Quando Q finalmente confirmar a seu pai P, enviará esse melhor nó também
 - O nó-fonte acabará por saber qual nó é o melhor candidato para liderança, podendo então fazer o broadcasting dessa informação

Eleição em redes sem fio: Exemplo



Eleição em redes sem fio: Exemplo

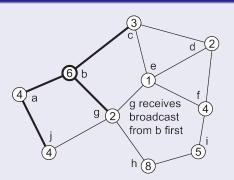
O nó a inicia a eleição, fazendo o broadcast de ELECTION a seus vizinhos



Eleição em redes sem fio: Exemplo

O nó a inicia a eleição, fazendo o broadcast de ELECTION a seus vizinhos

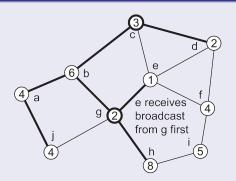
Mensagens ELECTION são propagadas por toda a rede, com cada nó marcando seu pai



Eleição em redes sem fio: Exemplo

O nó a inicia a eleição, fazendo o broadcast de ELECTION a seus vizinhos

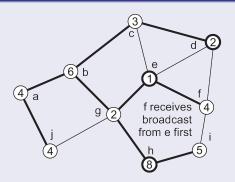
Mensagens ELECTION são propagadas por toda a rede, com cada nó marcando seu pai



Eleição em redes sem fio: Exemplo

O nó a inicia a eleição, fazendo o broadcast de ELECTION a seus vizinhos

Mensagens ELECTION são propagadas por toda a rede, com cada nó marcando seu pai

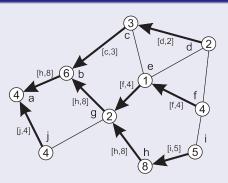


Eleição em redes sem fio: Exemplo

O nó a inicia a eleição, fazendo o broadcast de ELECTION a seus vizinhos

Mensagens ELECTION são propagadas por toda a rede, com cada nó marcando seu pai

Cada nó responde então a seu pai, reportando o nó com melhor capacidade que encontrou

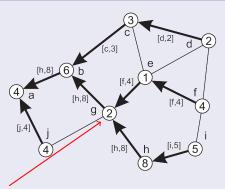


Eleição em redes sem fio: Exemplo

O nó a inicia a eleição, fazendo o broadcast de ELECTION a seus vizinhos

Mensagens ELECTION são propagadas por toda a rede, com cada nó marcando seu pai

Cada nó responde então a seu pai, reportando o nó com melhor capacidade que encontrou



Assim, quando g recebe as confirmações de e e h, irá propagar h ao seu pai b

Eleição em redes sem fio

 Quando múltiplas eleições são iniciadas, cada nó deve escolher de qual participar

- Quando múltiplas eleições são iniciadas, cada nó deve escolher de qual participar
 - Para isso, cada nó-fonte marca sua mensagem de eleição com um identificador

- Quando múltiplas eleições são iniciadas, cada nó deve escolher de qual participar
 - Para isso, cada nó-fonte marca sua mensagem de eleição com um identificador
 - Os nós participarão então da eleição com o maior identificador

- Quando múltiplas eleições são iniciadas, cada nó deve escolher de qual participar
 - Para isso, cada nó-fonte marca sua mensagem de eleição com um identificador
 - Os nós participarão então da eleição com o maior identificador
 - Interrompendo qualquer participação que tenham em outra eleição

Abordagens de Sincronização

- Algoritmos de Eleição
- Sistemas de Localização

Posicionando nós

Em SDs de grande escala, onde os nós estão espalhados ao longo de uma rede de área ampla (wide-area network), frequentemente precisamos levar em consideração a proximidade dos nós

Posicionando nós

Em SDs de grande escala, onde os nós estão espalhados ao longo de uma rede de área ampla (wide-area network), frequentemente precisamos levar em consideração a proximidade dos nós

Para isso, precisamos calcular a localização (relativa) de um nó

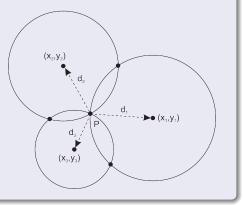
Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

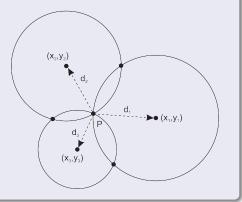
Considere o caso bidimensional



Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

Considere o caso bidimensional Contatar um único nó diz a *P* em qual círculo está localizado

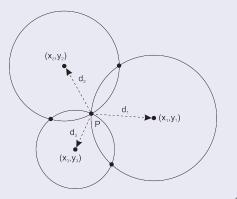


Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

Considere o caso bidimensional Contatar um único nó diz a *P* em qual círculo está localizado

Contatar dois nós diz a P a interseção dos 2 círculos (geralmente 2 pontos)



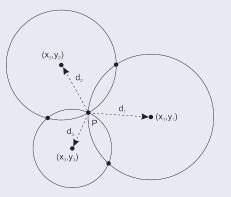
Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

Considere o caso bidimensional Contatar um único nó diz a *P* em qual círculo está localizado

Contatar dois nós diz a *P* a interseção dos 2 círculos (geralmente 2 pontos)

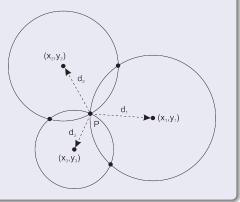
Um terceiro nó permitiria a *P* calcular sua localização real



Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

A interseção dos 3 círculos é um ponto único



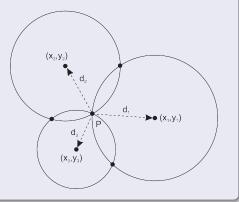
Calculando a posição

Em um espaço d-dimensional, um nó P precisa de d+1 pontos de referência para calcular sua posição

A interseção dos 3 círculos é um ponto único

E, para conhecê-lo, precisamos resolver um sistema de 3 equações com 2 incógnitas (x_P, y_P) :

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_P)^2 + (y_i - y_P)^2}$$



Global Positioning System (GPS)

- GPS é um SD baseado em satélites
 - Com coisa de 72 satélites, orbitando a aproximadamente 20.000 Km de altitude

- GPS é um SD baseado em satélites
 - Com coisa de 72 satélites, orbitando a aproximadamente 20.000 Km de altitude
- Cada satélite tem até 4 relógios atômicos
 - Calibrados regularmente a partir de estações na Terra

- GPS é um SD baseado em satélites
 - Com coisa de 72 satélites, orbitando a aproximadamente 20.000 Km de altitude
- Cada satélite tem até 4 relógios atômicos
 - Calibrados regularmente a partir de estações na Terra
- Os satélites continuamente fazem o broadcast de sua posição
 - Adicionando a cada mensagem seu horário local

- Sabendo nossa distância a 4 satélites podemos então calcular nossa posição
 - Longitude, latitude e altitude

- Sabendo nossa distância a 4 satélites podemos então calcular nossa posição
 - Longitude, latitude e altitude
- Contudo...
 - Leva algum tempo até que o sinal do satélite chegue ao receptor

- Sabendo nossa distância a 4 satélites podemos então calcular nossa posição
 - Longitude, latitude e altitude
- Contudo...
 - Leva algum tempo até que o sinal do satélite chegue ao receptor
 - O relógio do receptor geralmente não está sincronizado com o do satélite

- Sejam então...
 - Δ_r : defasagem (desconhecida) do relógio do receptor
 - x_r , y_r , z_r : coordenadas (desconhecidas) do receptor
 - T_i: timestamp da mensagem do satélite S_i (supomos os T_is precisos e sincronizados)
 - \bullet T_{agora} : tempo atual real
 - $\Delta_i = (T_{agora} T_i) + \Delta_r$: atraso medido pelo receptor, entre envio e recebimento da mensagem (O atraso real + a defasagem do relógio do receptor)

Global Positioning System (GPS)

• A distância real entre o receptor e S_i será

$$d_i = c \cdot (T_{agora} - T_i)$$

(uma vez que o sinal viaja à velocidade da luz (c))

Global Positioning System (GPS)

• A distância real entre o receptor e S_i será

$$d_i = c \cdot (T_{agora} - T_i)$$
 (uma vez que o sinal viaja à velocidade da luz (c))

ullet Contudo, a distância medida pelo receptor a S_i será

$$\tilde{d}_{i} = c \cdot \Delta_{i}
= c \cdot [(T_{agora} - T_{1}) + \Delta_{r}]
= c \cdot (T_{agora} - T_{1}) + c \cdot \Delta_{r}
= d_{i} + c \cdot \Delta_{r}$$

Global Positioning System (GPS)

• A distância real entre o receptor e S_i será

$$d_i = c \cdot (T_{agora} - T_i)$$
 (uma vez que o sinal viaja à velocidade da luz (c))

ullet Contudo, a distância medida pelo receptor a S_i será

$$\tilde{d}_{i} = c \cdot \Delta_{i}
= c \cdot [(T_{agora} - T_{1}) + \Delta_{r}]
= c \cdot (T_{agora} - T_{1}) + c \cdot \Delta_{r}
= d_{i} + c \cdot \Delta_{r}$$

E a distância real será $d_i = \tilde{d}_i - c \cdot \Delta_r$

- Tomando
 - (x_i, y_i, z_i) como as coordenadas do satélite S_i , e
 - $d_i = \sqrt{(x_i x_r)^2 + (y_i y_r)^2 + (z_i z_r)^2}$ a distância real entre o receptor e o satélite

- Tomando
 - (x_i, y_i, z_i) como as coordenadas do satélite S_i , e
 - $d_i = \sqrt{(x_i x_r)^2 + (y_i y_r)^2 + (z_i z_r)^2}$ a distância real entre o receptor e o satélite
- Temos que

$$\begin{array}{lcl} \tilde{d}_{i}-c\cdot\Delta_{r} & = & d_{i} \\ \tilde{d}_{i}-c\cdot\Delta_{r} & = & \sqrt{(x_{i}-x_{r})^{2}+(y_{i}-y_{r})^{2}+(z_{i}-z_{r})^{2}} \\ c\cdot\Delta_{i}-c\cdot\Delta_{r} & = & \sqrt{(x_{i}-x_{r})^{2}+(y_{i}-y_{r})^{2}+(z_{i}-z_{r})^{2}} \end{array}$$

- $c \cdot \Delta_i c \cdot \Delta_r = \sqrt{(x_i x_r)^2 + (y_i y_r)^2 + (z_i z_r)^2}$
 - Temos um sistema de equações quadráticas com 4 incógnitas $(x_r, y_r, z_r \in \Delta_r)$

- $c \cdot \Delta_i c \cdot \Delta_r = \sqrt{(x_i x_r)^2 + (y_i y_r)^2 + (z_i z_r)^2}$
 - Temos um sistema de equações quadráticas com 4 incógnitas $(x_r, y_r, z_r \in \Delta_r)$
 - Precisamos então de 4 pontos de referência (satélites) para encontrar uma solução única

- $c \cdot \Delta_i c \cdot \Delta_r = \sqrt{(x_i x_r)^2 + (y_i y_r)^2 + (z_i z_r)^2}$
 - Temos um sistema de equações quadráticas com 4 incógnitas $(x_r, y_r, z_r \in \Delta_r)$
 - Precisamos então de 4 pontos de referência (satélites) para encontrar uma solução única
- Note que a medida do GPS nos dá também o valor do tempo real, ao nos dar Δ_r

Serviços de posicionamento via WiFi

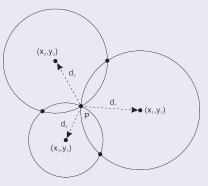
 O maior problema com GPS é o fato de não funcionar bem em ambientes internos

Serviços de posicionamento via WiFi

- O maior problema com GPS é o fato de não funcionar bem em ambientes internos
- Podemos, nesses casos, usar os pontos de WiFi disponíveis:
 - Assuma a existência de um banco de dados com as coordenadas de access points (APs) conhecidos
 - Assuma que podemos estimar a distância até um AP

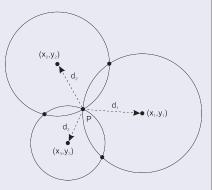
Serviços de posicionamento via WiFi

- Nessas condições, com três APs detectados, podemos calcular uma posição
 - Lembre que estaremos em 2d



Serviços de posicionamento via WiFi

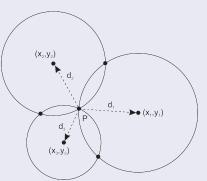
- Nessas condições, com três APs detectados, podemos calcular uma posição
 - Lembre que estaremos em 2d
- A questão é: e se não tivermos tal base com as coordenadas dos APs?
 - Como podemos localizá-los?



Serviços de posicionamento via WiFi

War driving

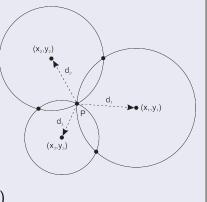
 Use um dispositivo WiFi com um receptor GPS e se mova por uma área enquanto grava os pontos de acesso detectados



Serviços de posicionamento via WiFi

War driving

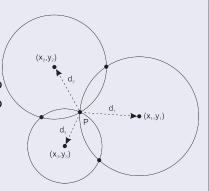
- Use um dispositivo WiFi com um receptor GPS e se mova por uma área enquanto grava os pontos de acesso detectados
- Um AP pode ser identificado por seu SSID (service set identifier) ou MAC address (media access control address)



Serviços de posicionamento via WiFi

Após detectar o AP em N locais diferentes
 {\$\vec{x}_1\$, \$\vec{x}_2\$, ..., \$\vec{x}_N\$}\$ (cujas coordenadas foram dadas pelo GPS), estime a localização do AP como sendo o centróide desse conjunto

$$\vec{x}_{AP} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{x}_i}{N}$$

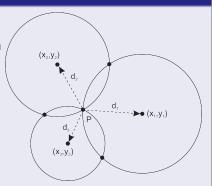


Serviços de posicionamento via WiFi

 Podemos melhorar a acurácia se levarmos em conta a força do sinal:

$$\vec{x}_{AP} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f(AP) \cdot \vec{x}_i}{N}$$

 Damos assim mais peso a locais com sinal mais forte



Serviços de posicionamento via WiFi

- E qual o problema?
 - Acurácia limitada de cada ponto $\vec{x_i}$ detectado pelo GPS
 - APs têm um alcance de transmissão não uniforme
 - O número de pontos da amostra (N) pode ser muito pequeno
 - car dezenas de metros fora da

 (x_2, y_2)

 Estimativas assim podem ficar dezenas de metros fora da localização real

