Inteligência Artificial – ACH2016 Aula 05 – Algoritmos Genéticos e Programação Genética

Norton Trevisan Roman (norton@usp.br)

14 de março de 2019

Algoritmos Genéticos

Voltemos ao algoritmo...

```
Função GENÉTICO(população, FITNESS): indivíduo
     repita
           nova_população ← Ø
           para i = 1 até TAMANHO(população) faça
                x \leftarrow \text{SELE} \tilde{\mathsf{A}} \mathsf{O}_{-} \mathsf{ALEAT} \hat{\mathsf{O}} \mathsf{RIA} (população, FITNESS)
                y ← SELEÇÃO_ALEATÓRIA(população, FITNESS)
                filho \leftarrow CRUZA(x, y)
                se CHANCE_MUTACÃO() então
                      filho \leftarrow MUTA(filho)
                Adicione filho a nova_população
           população ← nova_população
     até algum indivíduo ser apto o suficiente, ou iterações suficientes terem
       passado
     retorna o melhor indivíduo na população, de acordo com FITNESS
```

Algoritmos Genéticos

Voltemos ao algoritmo...

```
Função GENÉTICO(população, FITNESS): indivíduo
                                                            Já vimos a Seleção
     repita
          nova_população ← Ø
                                                              e o Cruzamento
          para i = 1 até TAMANHO(população) faça
               x \leftarrow \text{SELE} \tilde{\mathsf{AO}}_{-} \mathsf{ALEAT} \hat{\mathsf{ORIA}} (população, FITNESS)
                y ← SELEÇÃO_ALEATÓRIA(população, FITNESS)
                filho \leftarrow CRUZA(x, y)
                se CHANCE_MUTACÃO() então
                     filho \leftarrow MUTA(filho)
                Adicione filho a nova_população
          população ← nova_população
     até algum indivíduo ser apto o suficiente, ou iterações suficientes terem
       passado
     retorna o melhor indivíduo na população, de acordo com FITNESS
```

Algoritmos Genéticos

Voltemos ao algoritmo...

```
Funcão GENÉTICO(população, FITNESS): indivíduo
    repita
                                                     Falta agora a Mutação
         nova_população ← Ø
         para i = 1 até TAMANHO(população) faça
              x \leftarrow SELEÇÃO\_ALEATÓRIA(população, FITNESS)
              v ← SELEÇÃO_ALEATÓRIA(população, FITNESS)
              filho \leftarrow CRUZA(x, y)
              se CHANCE_MUTACÃO() então
                   filho \leftarrow MUTA(filho)
              Adicione filho a nova_população
         população ← nova_população
    até algum indivíduo ser apto o suficiente, ou iterações suficientes terem
      passado
    retorna o melhor indivíduo na população, de acordo com FITNESS
```

Mutação: Algoritmo

 Assim como o cruzamento, também a mutação ocorre com uma certa probabilidade

Mutação: Algoritmo

- Assim como o cruzamento, também a mutação ocorre com uma certa probabilidade
 - Em geral muito menor que a de cruzamento, refletindo a baixa probabilidade de mutação na natureza

Mutação: Algoritmo

- Assim como o cruzamento, também a mutação ocorre com uma certa probabilidade
 - Em geral muito menor que a de cruzamento, refletindo a baixa probabilidade de mutação na natureza
 - Tipicamente entre 0.001 e 0.01

Mutação: Algoritmo

- Assim como o cruzamento, também a mutação ocorre com uma certa probabilidade
 - Em geral muito menor que a de cruzamento, refletindo a baixa probabilidade de mutação na natureza
 - Tipicamente entre 0.001 e 0.01

Função CHANCE_MUTAÇÃO(): boolean

 $m \leftarrow \text{probabilidade independente pequena, pré-definida, de haver mutação}$

retorna Valor escolhido aleatoriamente, dentre $\{V,F\}$, onde V tem m% de chance de ser escolhido

Mutação: Algoritmo

Mutação

 Como vimos, a mutação produz uma prole a partir de um único pai

```
111010<u>0</u>1000 ______ 111010<u>1</u>1000
```

Mutação

 Como vimos, a mutação produz uma prole a partir de um único pai

```
111010<u>0</u>1000 ______ 111010<u>1</u>1000
```

Produz mudanças aleatórias pequenas

Mutação

 Como vimos, a mutação produz uma prole a partir de um único pai

```
111010<u>0</u>1000 ______ 111010<u>1</u>1000
```

- Produz mudanças aleatórias pequenas
 - Escolhe aleatoriamente um ou mais genes, e então muda seu(s) valor(es)

Mutação

 Como vimos, a mutação produz uma prole a partir de um único pai

111010<u>0</u>1000 ______ 111010<u>1</u>1000

- Produz mudanças aleatórias pequenas
 - Escolhe aleatoriamente um ou mais genes, e então muda seu(s) valor(es)
 - Seu papel é evitar que o algoritmo fique preso em algum ótimo local

Como representar um cromossomo?

 Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo

- Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo
 - A representação de um cromossomo é bastante específica ao problema, e representações ruins podem levar a um desempenho ruim

- Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo
 - A representação de um cromossomo é bastante específica ao problema, e representações ruins podem levar a um desempenho ruim
- As mais comuns são:

- Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo
 - A representação de um cromossomo é bastante específica ao problema, e representações ruins podem levar a um desempenho ruim
- As mais comuns são:
 - Binária

- Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo
 - A representação de um cromossomo é bastante específica ao problema, e representações ruins podem levar a um desempenho ruim
- As mais comuns são:
 - Binária
 - De valores inteiros

- Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo
 - A representação de um cromossomo é bastante específica ao problema, e representações ruins podem levar a um desempenho ruim
- As mais comuns são:
 - Binária
 - De valores inteiros
 - De valores reais

- Trata-se de associar uma cadeia de símbolos a cada solução possível representada pelo cromossomo
 - A representação de um cromossomo é bastante específica ao problema, e representações ruins podem levar a um desempenho ruim
- As mais comuns são:
 - Binária
 - De valores inteiros
 - De valores reais
 - Baseada na ordem

Representação Binária

Representação Binária

• A mais simples e mais comum das representações

Representação Binária

- A mais simples e mais comum das representações
- O cromossomo consiste de uma sequência de bits

Representação Binária

- A mais simples e mais comum das representações
- O cromossomo consiste de uma sequência de bits



Representação Binária

- A mais simples e mais comum das representações
- O cromossomo consiste de uma sequência de bits

 Ideal para representar problemas cujo espaço de soluções é composto por variáveis booleanas

Representação Binária

- A mais simples e mais comum das representações
- O cromossomo consiste de uma sequência de bits

- Ideal para representar problemas cujo espaço de soluções é composto por variáveis booleanas
- Pode também ser usada para representar qualquer valor numérico também

Representação Binária

- A mais simples e mais comum das representações
- O cromossomo consiste de uma sequência de bits

- Ideal para representar problemas cujo espaço de soluções é composto por variáveis booleanas
- Pode também ser usada para representar qualquer valor numérico também
 - Usando sua representação binária

Representação Binária: Exemplo

• Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x - x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$
- Como representar o cromossomo?

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$
- Como representar o cromossomo? Com 4 bits

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e 0 < x < 15
- Como representar o cromossomo? Com 4 bits
 - Todo valor entre 0 e 15 pode ser escrito assim

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$
- Como representar o cromossomo? Com 4 bits
 - Todo valor entre 0 e 15 pode ser escrito assim

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$
- Como representar o cromossomo? Com 4 bits
 - Todo valor entre 0 e 15 pode ser escrito assim
 Ex: 0 1 1 0
- E a função objetivo?

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$
- Como representar o cromossomo? Com 4 bits
 - Todo valor entre 0 e 15 pode ser escrito assim
 Ex: 0 1 1 0
- E a função objetivo?
 - Será a própria $f(x) = 15x x^2$ (queremos seu máximo)

- Queremos o valor máximo de $f(x) = 15x x^2$, onde x é inteiro e $0 \le x \le 15$
- Como representar o cromossomo? Com 4 bits
 - Todo valor entre 0 e 15 pode ser escrito assim
 Ex: 0 1 1 0
- E a função objetivo?
 - Será a própria $f(x) = 15x x^2$ (queremos seu máximo)
- Seguimos então o procedimento já visto...

Representação Binária: Exemplo

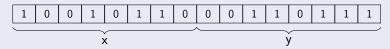
• E se agora quisermos o máximo de $f(x,y) = (1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2}$, com $-3 \le x, y \le 3$?

- E se agora quisermos o máximo de $f(x,y) = (1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2}$, com $-3 \le x, y \le 3$?
- Concatenamos as representações (8 bits) de x e y



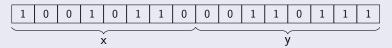
Representação Binária: Exemplo

- E se agora quisermos o máximo de $f(x,y) = (1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2}$, com $-3 \le x, y \le 3$?
- Concatenamos as representações (8 bits) de x e y



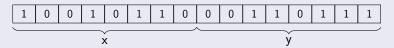
• E a função objetivo?

- E se agora quisermos o máximo de $f(x,y) = (1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2}$, com $-3 \le x, y \le 3$?
- Concatenamos as representações (8 bits) de x e y



- E a função objetivo?
 - Dado um cromossomo, primeiro decodificamos x e y

- E se agora quisermos o máximo de $f(x,y) = (1-x)^2 e^{-x^2-(y+1)^2}$, com $-3 \le x, y \le 3$?
- Concatenamos as representações (8 bits) de x e y



- E a função objetivo?
 - Dado um cromossomo, primeiro decodificamos x e y
 - E então os usamos em f(x, y)

Representação Binária: Exemplo

• E se x e y forem números reais?

- E se x e y forem números reais?
- Mapeamos a esses 8 bits:

- E se x e y forem números reais?
- Mapeamos a esses 8 bits:
 - Com 8 bits representamos inteiros de 0 a 255

- E se x e y forem números reais?
- Mapeamos a esses 8 bits:
 - Com 8 bits representamos inteiros de 0 a 255
 - A menor fração do intervalo [-3,3] representado por esses bits é $\frac{3-(-3)}{255-0}=\frac{6}{255}=0.0235294$

- E se x e y forem números reais?
- Mapeamos a esses 8 bits:
 - Com 8 bits representamos inteiros de 0 a 255
 - A menor fração do intervalo [-3,3] representado por esses bits é $\frac{3-(-3)}{255-0}=\frac{6}{255}=0.0235294$
 - O inteiro contido nos 8 bits é então multiplicado por 0.0235294 (caindo no intervalo [0, 6])

- E se x e y forem números reais?
- Mapeamos a esses 8 bits:
 - Com 8 bits representamos inteiros de 0 a 255
 - A menor fração do intervalo [-3,3] representado por esses bits é $\frac{3-(-3)}{255-0}=\frac{6}{255}=0.0235294$
 - O inteiro contido nos 8 bits é então multiplicado por 0.0235294 (caindo no intervalo [0, 6])
 - Subtraímos então 3 do resultado, deslocando o intervalo para [-3, 3]

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0
 - O inteiro correspondente será 138

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0
 - O inteiro correspondente será 138
 - Fazemos então $138 \times 0.0235294 = 3.2470572$

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0
 - O inteiro correspondente será 138
 - Fazemos então $138 \times 0.0235294 = 3.2470572$
 - E o valor representado será 3.2470572 3 = 0.2470572

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0
 - O inteiro correspondente será 138
 - Fazemos então $138 \times 0.0235294 = 3.2470572$
 - E o valor representado será 3.2470572 3 = 0.2470572
 - 0.2470572 é o valor a ser usado na função objetivo

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0
 - O inteiro correspondente será 138
 - Fazemos então $138 \times 0.0235294 = 3.2470572$
 - E o valor representado será 3.2470572 3 = 0.2470572
 - 0.2470572 é o valor a ser usado na função objetivo
- Mas booleanos, inteiros e reais não são as únicas coisas que podemos representar com binários

- Ex:
 - 1 0 0 0 1 0 1 0
 - O inteiro correspondente será 138
 - Fazemos então $138 \times 0.0235294 = 3.2470572$
 - E o valor representado será 3.2470572 3 = 0.2470572
 - 0.2470572 é o valor a ser usado na função objetivo
- Mas booleanos, inteiros e reais não são as únicas coisas que podemos representar com binários
 - Restrições e Regras também

Representação Binária: Restrições e Regras

 Restrições servem para limitar os possíveis valores de uma variável

- Restrições servem para limitar os possíveis valores de uma variável
 - Ex: $-3 \le x, y \le 3$

- Restrições servem para limitar os possíveis valores de uma variável
 - Ex: $-3 \le x, y \le 3$
- Na representação binária, podemos fazer com que cada restrição corresponda a uma cadeia específica

- Restrições servem para limitar os possíveis valores de uma variável
 - Ex: $-3 \le x, y \le 3$
- Na representação binária, podemos fazer com que cada restrição corresponda a uma cadeia específica
- Ex:
 - Atributo: tempo

	100	tempo = ensolarado
Representado com 3 bits:	010	tempo = nublado
	001	tempo = chuvoso

Representação Binária: Restrições e Regras

Podemos combinar restrições com OU (∨):

101	$\texttt{tempo} = ensolarado \lor chuvoso$	
011	${ t tempo} = { t nublado} ee { t chuvoso}$	
111	tempo = qualquer tempo	

Representação Binária: Restrições e Regras

Podemos combinar restrições com OU (V):

• Atributo: vento

Representado com 2 bits:
$$\frac{10 \text{ vento} = \text{forte}}{01 \text{ vento} = \text{fraco}}$$

Representação Binária: Restrições e Regras

Podemos combinar restrições com OU (∨):

Atributo: vento

Representado com 2 bits:
$$\frac{10 | \text{vento} = \text{forte}}{01 | \text{vento} = \text{fraco}}$$

 Conjunções de restrições em atributos múltiplos pode ser representadas concatenando-se as cadeias de bits:

```
01110 \mid (tempo = nublado \lor chuvoso) \land (vento = forte)
```

Representação Binária: Restrições e Regras

• Regras também podem ser representadas assim

- Regras também podem ser representadas assim
 - Se vento = forte, então viagem = sim

 1111010 | (tempo = ensolarado ∨ nublado ∨ chuvoso)

 ∧ (vento = forte) ⇒ (viagem = sim)

- Regras também podem ser representadas assim
 - Se vento = forte, então viagem = sim
 1111010 | (tempo = ensolarado ∨ nublado ∨ chuvoso)
 ∧ (vento = forte) ⇒ (viagem = sim)
- Note que a regra contém uma sub-cadeia para cada atributo, mesmo que um atributo não seja restringido por ela

```
1111010 | (tempo = não importa) \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim)
```

Representação Binária: Restrições e Regras

 Isso faz com que a regra tenha um tamanho fixo em bits

- Isso faz com que a regra tenha um tamanho fixo em bits
 - Sendo que sub-cadeias em posições específicas restringem atributos específicos

```
1111010 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim)
```

Representação Binária: Restrições e Regras

- Isso faz com que a regra tenha um tamanho fixo em bits
 - Sendo que sub-cadeias em posições específicas restringem atributos específicos

```
1111010 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim)
```

 Regras mais complexas são representadas de maneira similar, pela concatenação das representações de cada regra que as compõem

Representando regras complexas – Exemplo

• Se a = V e b = F então c = V

Se b = V então d = F (não importa o valor de a)

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 10011111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100
 - Note que os consequentes têm um único bit

- Se a = V e b = F então c = V
 - Se b = V então d = F (não importa o valor de a)
- Representação: 1001111100
 - Note que os consequentes têm um único bit
 - Se a cadeia de bits for de tamanho variável, como neste exemplo, onde ao aumentarmos o número de regras aumentaremos a cadeia, a função de cruzamento deve ser alterada para acomodar esse fato

Problemas com essa representação

Considere a seguinte regra

```
1111011
```

Problemas com essa representação

• Considere a seguinte regra

Problemas com essa representação

• Considere a seguinte regra

```
1111011 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim \lor não)
```

• O 11 final torna a regra inútil (se o vento estiver forte, então a viagem ocorrerá ou não)

Problemas com essa representação

• Considere a seguinte regra

```
1111011 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim \lor não)
```

- O 11 final torna a regra inútil (se o vento estiver forte, então a viagem ocorrerá ou não)
- As regras devem ser bem pensadas, para evitar a representação de hipóteses indesejadas

```
1111011 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim \lor não)
```

Possíveis soluções

• Alterar a representação da condição posterior

```
1111011 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim \lor não)
```

- Alterar a representação da condição posterior
 - Ex: aloque um único bit para "viagem"

```
1111011 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim \lor não)
```

- Alterar a representação da condição posterior
 - Ex: aloque um único bit para "viagem"
- Alterar os operadores genéticos para evitar essas cadeias

```
1111011 | (tempo = ensolarado \lor nublado \lor chuvoso)
 \land (vento = forte) \Rightarrow (viagem = sim \lor não)
```

- Alterar a representação da condição posterior
 - Ex: aloque um único bit para "viagem"
- Alterar os operadores genéticos para evitar essas cadeias
- Dar a essa cadeia um valor de fitness muito pequeno

Representação Inteira

 A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes

- A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes
 - Especialmente quando tratamos de valores inteiros, reais ou simbólicos (ex: 'A', 'σ' etc)

- A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes
 - Especialmente quando tratamos de valores inteiros, reais ou simbólicos (ex: 'A', 'σ' etc)
- Com valores discretos (inteiros ou simbólicos), o que fazer?

- A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes
 - Especialmente quando tratamos de valores inteiros, reais ou simbólicos (ex: 'A', 'σ' etc)
- Com valores discretos (inteiros ou simbólicos), o que fazer? Representá-los como inteiros

- A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes
 - Especialmente quando tratamos de valores inteiros, reais ou simbólicos (ex: 'A', 'σ' etc)
- Com valores discretos (inteiros ou simbólicos), o que fazer? Representá-los como inteiros
 - 2 4 7 4 8 5 5 2

- A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes
 - Especialmente quando tratamos de valores inteiros, reais ou simbólicos (ex: 'A', ' σ ' etc)
- Com valores discretos (inteiros ou simbólicos), o que fazer? Representá-los como inteiros
 - 2 4 7 4 8 5 5 2
 - C B E E D C D E

- A representação binária, contudo, pode gerar cromossomos grandes
 - Especialmente quando tratamos de valores inteiros, reais ou simbólicos (ex: 'A', ' σ ' etc)
- Com valores discretos (inteiros ou simbólicos), o que fazer? Representá-los como inteiros
 - 2 4 7 4 8 5 5 2
 - C B E E D C D E
- Trata-se da representação que usamos até agora...

Representação Real

 Útil quando queremos definir os genes usando variáveis contínuas

- Útil quando queremos definir os genes usando variáveis contínuas
 - Os cromossomos são então cadeias de valores em um dado intervalo

- Útil quando queremos definir os genes usando variáveis contínuas
 - Os cromossomos são então cadeias de valores em um dado intervalo
- Operador: Cruzamento por média (de 2 para 1)

- Útil quando queremos definir os genes usando variáveis contínuas
 - Os cromossomos são então cadeias de valores em um dado intervalo
- Operador: Cruzamento por média (de 2 para 1)
 - Os genes do filho são resultado da média dos genes dos pais (em cada posição)

- Útil quando queremos definir os genes usando variáveis contínuas
 - Os cromossomos são então cadeias de valores em um dado intervalo
- Operador: Cruzamento por média (de 2 para 1)
 - Os genes do filho são resultado da média dos genes dos pais (em cada posição)



Representação Real

Operador: Mutação aleatória

- Operador: Mutação aleatória
 - Um gene é substituído por um valor aleatório (num intervalo pré-definido)

- Operador: Mutação aleatória
 - Um gene é substituído por um valor aleatório (num intervalo pré-definido)

```
1.0 3.5 1.2 8.1 0.7
```

Representação Real

- Operador: Mutação aleatória
 - Um gene é substituído por um valor aleatório (num intervalo pré-definido)

```
1.0 3.5 1.2 8.1 0.7
```

Operador: Mutação por incremento

- Operador: Mutação aleatória
 - Um gene é substituído por um valor aleatório (num intervalo pré-definido)

```
1.0 3.5 1.2 8.1 0.7
```

- Operador: Mutação por incremento
 - O gene é somado a um incremento aleatório

- Operador: Mutação aleatória
 - Um gene é substituído por um valor aleatório (num intervalo pré-definido)

- Operador: Mutação por incremento
 - O gene é somado a um incremento aleatório

```
    1.0
    3.5
    1.2
    8.1
    0.7

    -3.1
```

Representação Real

• Outros tipos de operadores existem

- Outros tipos de operadores existem
 - Cruzamento por média geométrica

- Outros tipos de operadores existem
 - Cruzamento por média geométrica
 - Mutação com outras distribuições de probabilidade

- Outros tipos de operadores existem
 - Cruzamento por média geométrica
 - Mutação com outras distribuições de probabilidade
 - etc

Representação Real

- Outros tipos de operadores existem
 - Cruzamento por média geométrica
 - Mutação com outras distribuições de probabilidade
 - etc
- A representação real também pode ser usada com inteiros

Representação Real

- Outros tipos de operadores existem
 - Cruzamento por média geométrica
 - Mutação com outras distribuições de probabilidade
 - etc
- A representação real também pode ser usada com inteiros
 - Nesse caso, a diferença está em como é feito o cruzamento e (potencialmente) a mutação

Representação Real

- Outros tipos de operadores existem
 - Cruzamento por média geométrica
 - Mutação com outras distribuições de probabilidade
 - etc
- A representação real também pode ser usada com inteiros
 - Nesse caso, a diferença está em como é feito o cruzamento e (potencialmente) a mutação
 - Quando usar qual representação dependerá do problema modelado

Representação Baseada na Ordem

 Usada para problemas de origem combinatória, onde a ordem importa

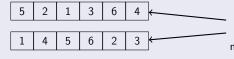
- Usada para problemas de origem combinatória, onde a ordem importa
 - Ex: problema do caixeiro viajante

- Usada para problemas de origem combinatória, onde a ordem importa
 - Ex: problema do caixeiro viajante
- Operador: Cruzamento

5	2	1	3	6	4
1	4	5	6	2	3

Representação Baseada na Ordem

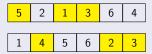
- Usada para problemas de origem combinatória, onde a ordem importa
 - Ex: problema do caixeiro viajante
- Operador: Cruzamento



Note que, por ser um problema combinatório, os valores nos genes não mudam, apenas sua ordem

Representação Baseada na Ordem

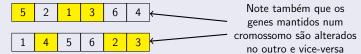
- Usada para problemas de origem combinatória, onde a ordem importa
 - Ex: problema do caixeiro viajante
- Operador: Cruzamento



• Inicialmente criamos uma máscara que diz quais genes mantemos e quais terão a ordem alterada (amarelo)

Representação Baseada na Ordem

- Usada para problemas de origem combinatória, onde a ordem importa
 - Ex: problema do caixeiro viajante
- Operador: Cruzamento



 Inicialmente criamos uma máscara que diz quais genes mantemos e quais terão a ordem alterada (amarelo)



Representação Baseada na Ordem



 Os genes a serem alterados s\u00e3o permutados de forma a ficarem na ordem em que aparecem no outro cromossomo



- Os genes a serem alterados são permutados de forma a ficarem na ordem em que aparecem no outro cromossomo
 - Os genes 5, 1 e 3 do 1º cromossomo aparecem na ordem 1, 5, 3 no 2º.



- Os genes a serem alterados s\u00e3o permutados de forma a ficarem na ordem em que aparecem no outro cromossomo
 - Os genes 5, 1 e 3 do 1º cromossomo aparecem na ordem 1, 5, 3 no 2º. Então o colocamos nessa ordem no 1º cromossomo



- Os genes a serem alterados s\u00e3o permutados de forma a ficarem na ordem em que aparecem no outro cromossomo
 - Os genes 5, 1 e 3 do 1º cromossomo aparecem na ordem 1, 5, 3 no 2º. Então o colocamos nessa ordem no 1º cromossomo
 - Já os genes 4, 2, 3 do 2º cromossomo aparecem na ordem 2, 3, 4 no 1º.



- Os genes a serem alterados são permutados de forma a ficarem na ordem em que aparecem no outro cromossomo
 - Os genes 5, 1 e 3 do 1º cromossomo aparecem na ordem 1, 5, 3 no 2º. Então o colocamos nessa ordem no 1º cromossomo
 - Já os genes 4, 2, 3 do 2º cromossomo aparecem na ordem 2, 3, 4 no
 1º. Então o colocamos nessa ordem no 2º cromossomo



- Os genes a serem alterados são permutados de forma a ficarem na ordem em que aparecem no outro cromossomo
 - Os genes 5, 1 e 3 do 1º cromossomo aparecem na ordem 1, 5, 3 no
 2º. Então o colocamos nessa ordem no 1º cromossomo
 - Já os genes 4, 2, 3 do 2º cromossomo aparecem na ordem 2, 3, 4 no
 1º. Então o colocamos nessa ordem no 2º cromossomo
- Note, mais uma vez, que só permutamos, não mudamos, valores

Representação Baseada na Ordem

• Operador: Mutação

```
5 2 1 3 6 4
```

Representação Baseada na Ordem

• Operador: Mutação

• Escolhemos aleatoriamente posições (e o número de posições) a sofrerem mutação

Representação Baseada na Ordem

• Operador: Mutação



- Escolhemos aleatoriamente posições (e o número de posições) a sofrerem mutação
- Embaralhamos (aleatoriamente) então as posições escolhidas

Paralelizando Algoritmos Genéticos

Subdivida a população em subgrupos

- Subdivida a população em subgrupos
 - Cada sub-grupo evolui separadamente

- Subdivida a população em subgrupos
 - Cada sub-grupo evolui separadamente
- Cruzamento e comunicação entre grupos são menos freqüentes que intra-grupo

- Subdivida a população em subgrupos
 - Cada sub-grupo evolui separadamente
- Cruzamento e comunicação entre grupos são menos freqüentes que intra-grupo
- Transferências entre grupos ocorrem via migração:

- Subdivida a população em subgrupos
 - Cada sub-grupo evolui separadamente
- Cruzamento e comunicação entre grupos são menos freqüentes que intra-grupo
- Transferências entre grupos ocorrem via migração:
 - Indivíduos de um grupo são copiados ou transferidos a outro, de tempos em tempos

- Subdivida a população em subgrupos
 - Cada sub-grupo evolui separadamente
- Cruzamento e comunicação entre grupos são menos freqüentes que intra-grupo
- Transferências entre grupos ocorrem via **migração**:
 - Indivíduos de um grupo são copiados ou transferidos a outro, de tempos em tempos
- Reduz crowding (veremos mais adiante...)

Em suma

Em suma

 Algoritmos genéticos geram hipóteses pela mutação repetitiva e recombinação de partes das melhores hipóteses

Em suma

- Algoritmos genéticos geram hipóteses pela mutação repetitiva e recombinação de partes das melhores hipóteses
- A cada passo, a população é atualizada, trocando-se parte dela pela prole gerada

Vantagens

 Habilidade de combinar grandes porções de genes que evoluíram independentemente

- Habilidade de combinar grandes porções de genes que evoluíram independentemente
- Podemos abordar problemas de difícil modelagem

- Habilidade de combinar grandes porções de genes que evoluíram independentemente
- Podemos abordar problemas de difícil modelagem
- Facilmente tornados paralelos

- Habilidade de combinar grandes porções de genes que evoluíram independentemente
- Podemos abordar problemas de difícil modelagem
- Facilmente tornados paralelos
- Dificilmente caem em mínimos locais, por darem pulos aleatórios no espaço de hipóteses

Desvantagens

Desvantagens

 Seu sucesso requer um trabalho cuidadoso da representação do problema

- Seu sucesso requer um trabalho cuidadoso da representação do problema
- Crowding

- Seu sucesso requer um trabalho cuidadoso da representação do problema
- Crowding
 - Quando um indivíduo com fitness maior que os outros rapidamente se reproduz

- Seu sucesso requer um trabalho cuidadoso da representação do problema
- Crowding
 - Quando um indivíduo com fitness maior que os outros rapidamente se reproduz
 - Cópias dele e de indivíduos muito similares formam uma grande fração da população

- Seu sucesso requer um trabalho cuidadoso da representação do problema
- Crowding
 - Quando um indivíduo com fitness maior que os outros rapidamente se reproduz
 - Cópias dele e de indivíduos muito similares formam uma grande fração da população
 - Reduz a diversidade da população, deixando o progresso do algoritmo mais lento

Estratégias contra crowding

• Fitness sharing:

- Fitness sharing:
 - Reduzir o valor de adaptação do indivíduo pela presença de outros similares na população

- Fitness sharing:
 - Reduzir o valor de adaptação do indivíduo pela presença de outros similares na população
- Restringir os tipos de indivíduos que podem se recombinar para formar a prole

- Fitness sharing:
 - Reduzir o valor de adaptação do indivíduo pela presença de outros similares na população
- Restringir os tipos de indivíduos que podem se recombinar para formar a prole
 - Fazer com que somente os indivíduos mais similares se recombinem, formando grupos de indivíduos similares (múltiplas sub-espécies da população)

- Fitness sharing:
 - Reduzir o valor de adaptação do indivíduo pela presença de outros similares na população
- Restringir os tipos de indivíduos que podem se recombinar para formar a prole
 - Fazer com que somente os indivíduos mais similares se recombinem, formando grupos de indivíduos similares (múltiplas sub-espécies da população)
 - Distribuir espacialmente os indivíduos e permitir que somente os que estiverem mais próximos se recombinem.

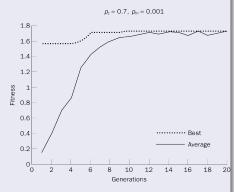
Estratégias contra crowding

 Mudar a função de seleção para usar posição em lista, e não o mais adaptado

- Mudar a função de seleção para usar posição em lista, e não o mais adaptado
 - Embora os melhores ainda tenham maior probabilidade, esta é melhor distribuída, por depender da posição, e não do valor de fitness

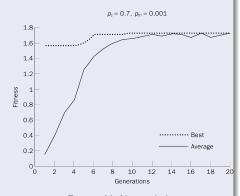
Gráfico de Desempenho

 Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração



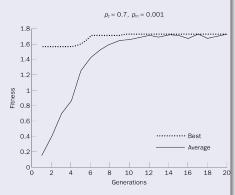
Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população



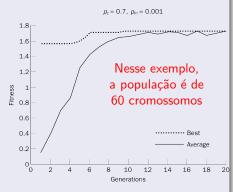
Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população
 - Medidos conforme a função objetivo



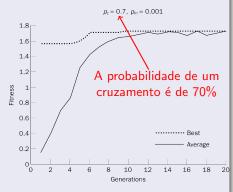
Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população
 - Medidos conforme a função objetivo



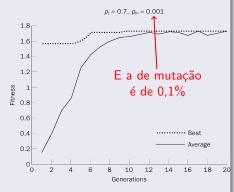
Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população
 - Medidos conforme a função objetivo



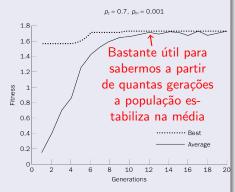
Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população
 - Medidos conforme a função objetivo



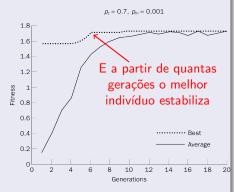
Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população
 - Medidos conforme a função objetivo



Fonte: Al. Negnevitsky.

- Curva que mostra o desempenho médio da população a cada geração
 - Acompanhada de uma mostrando o desempenho do melhor indivíduo da população
 - Medidos conforme a função objetivo



Fonte: Al. Negnevitsky.

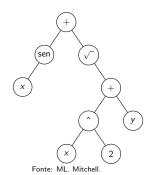
Computação Evolutiva

 Técnica de computação evolutiva em que a população é composta de programas ou expressões, em vez de valores

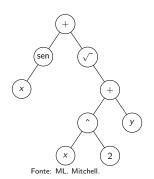
- Técnica de computação evolutiva em que a população é composta de programas ou expressões, em vez de valores
 - Podem evoluir programas completos

- Técnica de computação evolutiva em que a população é composta de programas ou expressões, em vez de valores
 - Podem evoluir programas completos
- Representa as expressões ou programas por sua árvore sintática

- Técnica de computação evolutiva em que a população é composta de programas ou expressões, em vez de valores
 - Podem evoluir programas completos
- Representa as expressões ou programas por sua árvore sintática
 - Ex: $sen(x) + \sqrt{x^2 + y}$



- Técnica de computação evolutiva em que a população é composta de programas ou expressões, em vez de valores
 - Podem evoluir programas completos
- Representa as expressões ou programas por sua árvore sintática
 - Ex: $sen(x) + \sqrt{x^2 + y}$
- Bastante usada em projetos de circuitos



Uso como Aprendizagem de Máquina

Começamos definindo as funções primitivas

- Começamos definindo as funções primitivas
 - Ex: Seno, raiz etc

- Começamos definindo as funções primitivas
 - Ex: Seno, raiz etc
- Definimos então os símbolos terminais

- Começamos definindo as funções primitivas
 - Ex: Seno, raiz etc
- Definimos então os símbolos terminais
 - Ex: x, y, 3, 2 etc

- Começamos definindo as funções primitivas
 - Ex: Seno, raiz etc
- Definimos então os símbolos terminais
 - Ex: x, y, 3, 2 etc
- E a função de adaptação (fitness)

- Começamos definindo as funções primitivas
 - Ex: Seno, raiz etc
- Definimos então os símbolos terminais
 - Ex: x, y, 3, 2 etc
- E a função de adaptação (fitness)
 - É ela que determina quão bem o algoritmo é capaz de resolver o problema

- Começamos definindo as funções primitivas
 - Ex: Seno, raiz etc
- Definimos então os símbolos terminais
 - Ex: x, y, 3, 2 etc
- E a função de adaptação (fitness)
 - É ela que determina quão bem o algoritmo é capaz de resolver o problema
 - Tipicamente obtida pela execução do algoritmo em um conjunto de dados de treino

Uso como Aprendizagem de Máquina

Definimos os exemplos de treino

- Definimos os exemplos de treino
 - O tempo de treinamento depende das primitivas escolhidas, dos exemplos de treino, e da função de adaptação

- Definimos os exemplos de treino
 - O tempo de treinamento depende das primitivas escolhidas, dos exemplos de treino, e da função de adaptação
- E o algoritmo evolutivo a ser usado
 - Pode ser o mesmo usado em algoritmos genéticos

- Definimos os exemplos de treino
 - O tempo de treinamento depende das primitivas escolhidas, dos exemplos de treino, e da função de adaptação
- E o algoritmo evolutivo a ser usado
 - Pode ser o mesmo usado em algoritmos genéticos
 - Mesmo modo de calcular a probabilidade

- Definimos os exemplos de treino
 - O tempo de treinamento depende das primitivas escolhidas, dos exemplos de treino, e da função de adaptação
- E o algoritmo evolutivo a ser usado
 - Pode ser o mesmo usado em algoritmos genéticos
 - Mesmo modo de calcular a probabilidade
 - Mesmo esquema de cruzamento

- Definimos os exemplos de treino
 - O tempo de treinamento depende das primitivas escolhidas, dos exemplos de treino, e da função de adaptação
- E o algoritmo evolutivo a ser usado
 - Pode ser o mesmo usado em algoritmos genéticos
 - Mesmo modo de calcular a probabilidade
 - Mesmo esquema de cruzamento
 - Pode ou não haver mutações

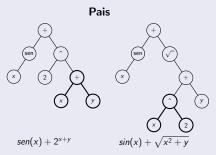
```
\begin{array}{c|c} \textit{população} \leftarrow \mathsf{População} \; \mathsf{inicial} \; \mathsf{de} \; \mathsf{árvores} \; \mathsf{sintáticas} \; \mathsf{aleatórias} \\ \textbf{repita} \\ & \quad \quad \mathsf{para} \; \mathsf{cada} \; \mathit{árvore} \; A_i \in \mathit{população} \; \mathsf{faça} \\ & \quad \quad | \; \mathit{fitness}_i \leftarrow \mathsf{valor} \; \mathsf{indicando} \; \mathsf{quão} \; \mathsf{bem} \; \mathsf{o} \; \mathsf{algoritmo} \; \mathsf{representado} \; \mathsf{por} \; A_i \\ & \quad \quad | \; \mathsf{resolveu} \; \mathsf{o} \; \mathsf{problema} \\ & \quad \quad | \; \mathsf{população} \leftarrow \; \mathsf{GERA\_POP}(\mathit{população}, \; \{\mathit{fitness}_i\}) \\ \textbf{at\'e} \; \mathit{at\'e} \; \mathit{algum} \; A_i \; \mathit{atingir} \; \mathit{um} \; \mathit{erro} \; \mathit{aceit\'avel} \\ \textbf{retorna} \; A_i \; \mathit{escolhido} \\ \end{array}
```

```
população \leftarrow População inicial de árvores sintáticas aleatórias
repita
para cada árvore <math>A_i \in população faça
fitness_i \leftarrow valor indicando quão bem o algoritmo representado por <math>A_i
população \leftarrow GERA\_POP(população, \{fitness_i\})
até até algum A_i atingir um erro aceitável
até até algum A_i escolhido
expectado faça
```

```
população 	— População inicial de árvores sintáticas aleatórias
repita
     para cada árvore A_i \in população faça
          fitness_i \leftarrow valor indicando quão bem o algoritmo representado por <math>A_i
          resolveu o problema
     população \leftarrow GERA\_POP(população, \{fitness_i\})
até até algum Ai atingir um erro aceitável
                                                             Cria uma nova po-
retorna A: escolhido
                                                           pulação (nova geração)
Função GERA_POP(população, { fitness<sub>i</sub> } ): população
     Copie os melhores programas da geração atual (clonagem)
     Selecione indivíduos para o cruzamento
     Crie novos programas pelo cruzamento dos programas selecionados
     Aplique a mutação sobre algumas funções escolhidas aleatoriamente
```

Cruzamentos

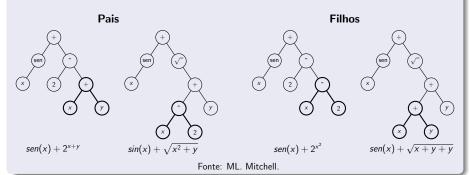
• Um filho é criado selecionando-se aleatoriamente um ramo de cada pai



Fonte: ML. Mitchell.

Cruzamentos

 Um filho é criado selecionando-se aleatoriamente um ramo de cada pai, e então fazendo-se o intercâmbio dos ramos selecionados



Cruzamentos

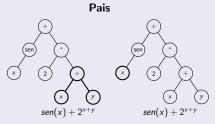
• E se os pais forem iguais?

Cruzamentos

- E se os pais forem iguais?
 - É possível que surja uma prole diferente

Cruzamentos

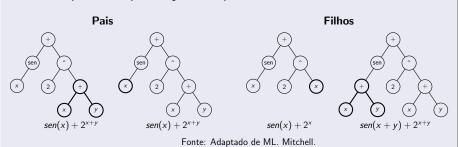
- E se os pais forem iguais?
 - É possível que surja uma prole diferente



Fonte: Adaptado de ML. Mitchell.

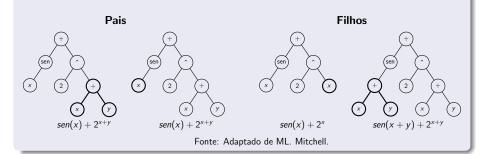
Cruzamentos

- E se os pais forem iguais?
 - É possível que surja uma prole diferente



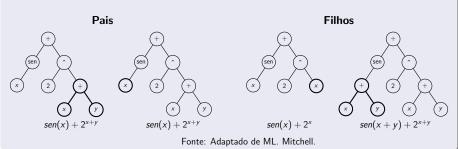
Cruzamentos

 Em algoritmos genéticos, pais iguais levam a filhos idênticos



Cruzamentos

- Em algoritmos genéticos, pais iguais levam a filhos idênticos
 - Essa é uma das principais vantagens da programação genética em relação aos algoritmos genéticos

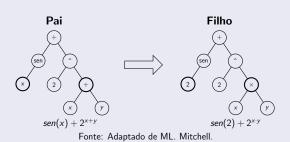


Mutações

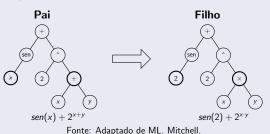
• Mutação no nó:

- Mutação no nó:
 - Escolha aleatoriamente um ou mais nós, e substitua seu(s)
 valor(es) por outro(s) valor(es) aleatório(s)

- Mutação no nó:
 - Escolha aleatoriamente um ou mais nós, e substitua seu(s) valor(es) por outro(s) valor(es) aleatório(s)



- Mutação no nó:
 - Escolha aleatoriamente um ou mais nós, e substitua seu(s) valor(es) por outro(s) valor(es) aleatório(s)
 - Substitua função por função, operador por operador, e terminal por terminal

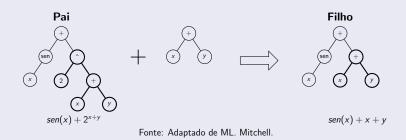


Mutações

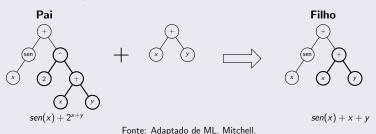
Mutação no ramo:

- Mutação no ramo:
 - Um ramo da árvore é escolhido aleatoriamente e substituído por outro gerado aleatoriamente pelo programa

- Mutação no ramo:
 - Um **ramo** da árvore é escolhido aleatoriamente e substituído por outro gerado aleatoriamente pelo programa



- Mutação no ramo:
 - Um ramo da árvore é escolhido aleatoriamente e substituído por outro gerado aleatoriamente pelo programa
 - Modifica a estrutura da árvore do programa, pois o novo ramo não precisa ter o mesmo tamanho do anterior



Hiperparâmetros

Mutações podem ser misturadas

- Mutações podem ser misturadas
 - Podemos fazer quantas mutações de cada tipo que quisermos

- Mutações podem ser misturadas
 - Podemos fazer quantas mutações de cada tipo que quisermos
- São então hiperparâmetros (ou metaparâmetros) do modelo

- Mutações podem ser misturadas
 - Podemos fazer quantas mutações de cada tipo que quisermos
- São então hiperparâmetros (ou metaparâmetros) do modelo
 - Parâmetros definidos de antemão e que não serão modificados quando ajustamos (treinamos) o modelo

Hiperparâmetros

• Exemplo:

- Exemplo:
 - A cada geração, modificamos valores de nós e a estrutura das árvores

- Exemplo:
 - A cada geração, modificamos valores de nós e a estrutura das árvores
 - Essas mudanças são guiadas pelos dados, via função de fitness → são treinadas

- Exemplo:
 - A cada geração, modificamos valores de nós e a estrutura das árvores
 - Essas mudanças são guiadas pelos dados, via função de fitness → são treinadas
 - Não modificamos, contudo, quantas mutações fazemos a cada geração

- Exemplo:
 - A cada geração, modificamos valores de nós e a estrutura das árvores
 - Essas mudanças são guiadas pelos dados, via função de fitness → são treinadas
 - Não modificamos, contudo, quantas mutações fazemos a cada geração
 - Esse não é um parâmetro refinado a partir dos dados \rightarrow é um hiper-parâmetro

Referências

- Russell, S.; Norvig P. (2010): Artificial Intelligence: A Modern Approach.
 Prentice Hall. 3a ed.
- Mitchell, T. (1997): Machine Learning. McGraw-Hil.
- Negnevitsky, M. (2005): Artificial Intelligence: A Guide to Intelligent Systems. Addison-Wesley. 2a ed.
- Goldberb, D.A. (1989): Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley.
- Rothlauf, F. (2006): Representations for Genetic and Evolutionary Algorithms. Springer. 2a ed.
- Coley, D.A. (1999): An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers. World Scientific

Referências

- https://www.tutorialspoint.com/genetic_algorithms/genetic_ algorithms_genotype_representation.htm
- https://towardsdatascience.com/parallel-and-distributed-genetic-algorithms-1ed2e76866e3