

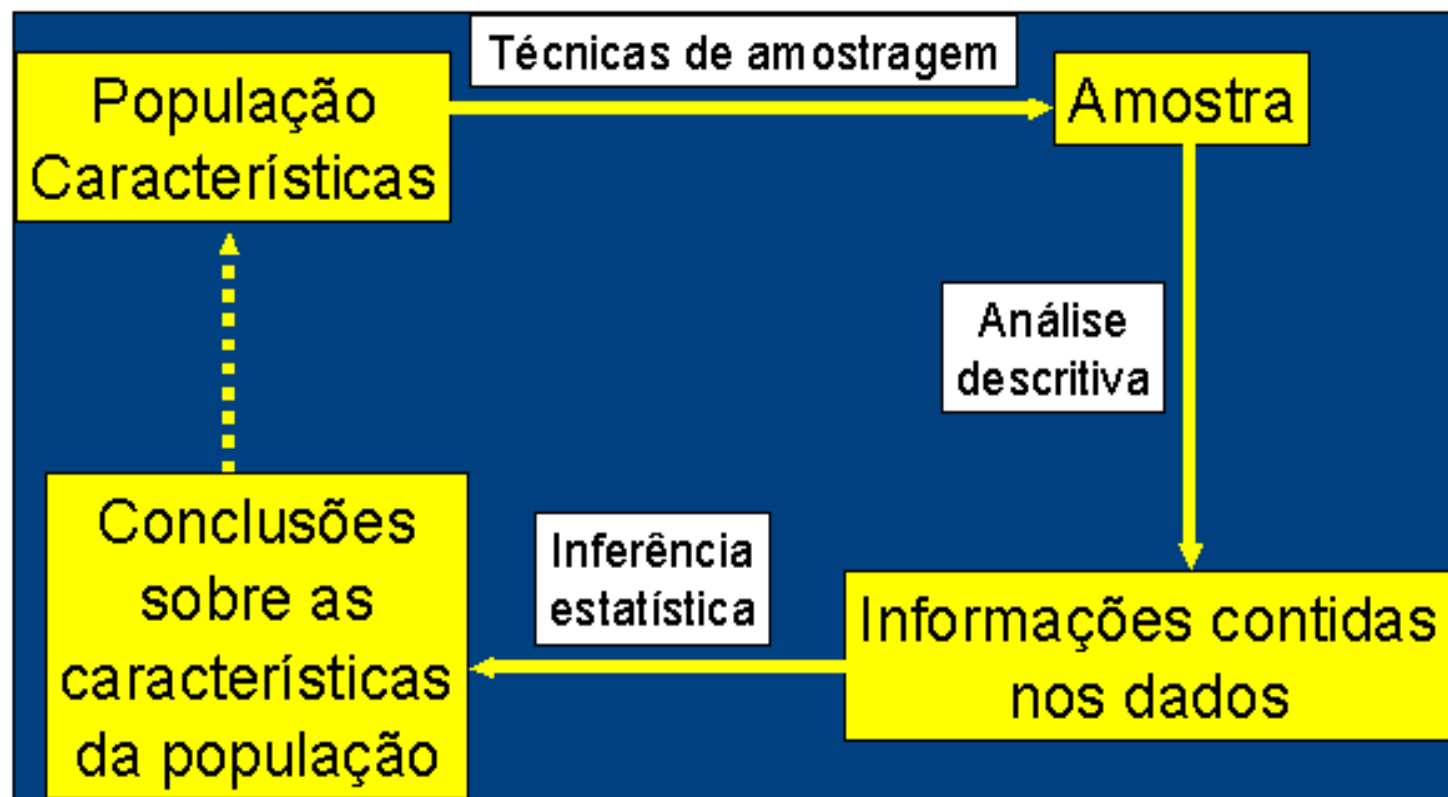
# Inferência Estatística

## *Intervalo de confiança*

Profa Ana Amélia Benedito Silva

aamelia@usp.br

## Etapas da Análise Estatística



## Análise Descritiva

- conjunto de técnicas que tem como objetivo descrever uma amostra extraída de uma população.
  - Tabelas
  - Gráficos
  - Medidas-resumo
    - medidas de tendência central
      - média, mediana, moda
    - medidas de dispersão
      - Variância, desvio-padrão
    - medidas separatrizes
      - percentis, quartis, decis

## Inferência Estatística

- Conjunto de técnicas que tem como objetivo estudar uma população através de evidências fornecidas por uma amostra.
  - Teste de hipóteses
  - Estimação por parâmetros ou por intervalo de confiança
- Permite ao pesquisador ir além da descrição dos dados

# Inferência estatística

## Estimação

- Qual é a probabilidade de “cara” no lançamento de uma moeda?
- Qual é a media da altura dos brasileiros?
- Qual é a porcentagem de votos que o candidato A vai receber nas eleições?
- Qual é a porcentagem de adultos que já tomaram as 4 doses de vacina pra COVID-19 no Brasil?

## Teste de hipóteses

- A moeda é honesta?
- Será que a média da altura dos brasileiros é maior que 1,65m?
- O candidato A vencerá as eleições?
- Será que pelo menos 50% dos adultos já tomou as 4 doses de vacina para COVID-19?

# População, Amostra e Estimativa Pontual

- Queremos adquirir informação sobre populações a partir de nossas amostras
- Suponha que a população total de pandas na Terra seja formada por 50 indivíduos e que medimos o quociente de inteligência (QI) de cada um deles e obtivemos a **média 100**.
- Nesse caso, por termos acesso a *todos* os indivíduos da população, sabemos informar com exatidão qual é a média da população.
- Contudo, dificilmente encontraremos uma situação assim na vida real. Não sabemos ao certo o tamanho da população de pessoas com depressão, ou de adolescentes que abusam de drogas, ou de pacientes com ansiedade etc.
- No entanto, podemos adquirir informação sobre essas populações (fazer inferências) a partir de amostras.

# Estimativa pontual de um parâmetro populacional

- QI de todos os 50 pandas (população) existentes na Terra
- Média = 100

| Panda | QI  | panda | QI  | panda | QI  | panda | QI  | panda | QI  |
|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|
| 1     | 75  | 11    | 100 | 21    | 88  | 31    | 77  | 41    | 94  |
| 2     | 100 | 12    | 107 | 22    | 94  | 32    | 102 | 42    | 99  |
| 3     | 78  | 13    | 89  | 23    | 126 | 33    | 117 | 43    | 102 |
| 4     | 102 | 14    | 116 | 24    | 100 | 34    | 96  | 44    | 87  |
| 5     | 127 | 15    | 99  | 25    | 75  | 35    | 100 | 45    | 96  |
| 6     | 73  | 16    | 129 | 26    | 89  | 36    | 106 | 46    | 100 |
| 7     | 81  | 17    | 117 | 27    | 118 | 37    | 121 | 47    | 86  |
| 8     | 137 | 18    | 93  | 28    | 121 | 38    | 91  | 48    | 114 |
| 9     | 101 | 19    | 109 | 29    | 103 | 39    | 112 | 49    | 100 |
| 10    | 95  | 20    | 84  | 30    | 79  | 40    | 88  | 50    | 107 |

# Estimativa pontual de um parâmetro populacional

QI de 45 pandas (90% da população)

Média da amostra = 99,2 - boa estimativa da média populacional

Com tantos pandas, temos uma boa probabilidade de selecionarmos elementos dos dois extremos da distribuição, como o panda 3 e o 5.

| panda | QI  | panda | QI  | panda | QI  | panda | QI  | panda | QI  |
|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|-------|-----|
| 1     | 107 | 11    | 89  | 21    | 121 | 31    | 91  | 41    | 99  |
| 2     | 121 | 12    | 116 | 22    | 103 | 32    | 112 | 42    | 117 |
| 3     | 129 | 13    | 102 | 23    | 75  | 33    | 88  | 43    | 89  |
| 4     | 127 | 14    | 81  | 24    | 77  | 34    | 100 | 44    | 94  |
| 5     | 73  | 15    | 93  | 25    | 75  | 35    | 102 | 45    | 96  |
| 6     | 102 | 16    | 109 | 26    | 117 | 36    | 87  |       |     |
| 7     | 101 | 17    | 84  | 27    | 95  | 37    | 100 |       |     |
| 8     | 100 | 18    | 88  | 28    | 100 | 38    | 86  |       |     |
| 9     | 107 | 19    | 100 | 29    | 106 | 39    | 114 |       |     |
| 10    | 118 | 20    | 79  | 30    | 94  | 40    | 100 |       |     |

Média = 99,2

# Estimativa pontual de um parâmetro populacional

10 amostras com 2 indivíduos

|       | Amostras |      |      |      |      |      |      |       |
|-------|----------|------|------|------|------|------|------|-------|
|       | 1        | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8     |
| Panda | QI       | QI   | QI   | QI   | QI   | QI   | QI   | QI    |
| 1     | 118      | 81   | 95   | 81   | 75   | 96   | 73   | 117   |
| 2     | 109      | 79   | 102  | 100  | 102  | 75   | 87   | 103   |
| Média | 113.5    | 80.0 | 98.5 | 90.5 | 88.5 | 85.5 | 80.0 | 110.0 |

- $\bar{x}_1 = 113,5$  -> sobrestimativa da média populacional
- $\bar{x}_2 = \bar{x}_7 = 80,0$  -> subestimativa da média populacional.
- Ao selecionar uma amostra, haverá incerteza sobre a sua representatividade
- Assim, ao calcularmos uma estatística amostral, como a média, nunca estaremos seguros sobre o quanto ela irá diferir do parâmetro populacional.
- O grau com que a estatística amostral difere do parâmetro populacional é denominado ***erro amostral***.



# Estimativa pontual de um parâmetro populacional

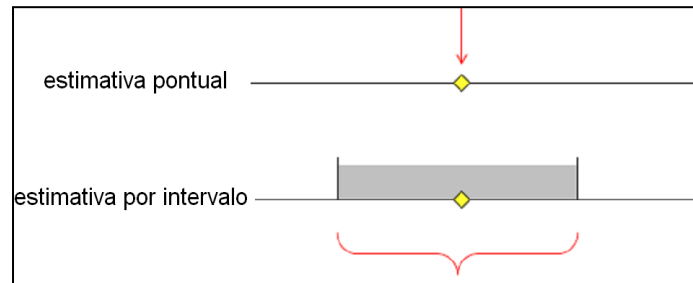
## 10 amostras com 10 pandas

|       | Amostras |      |       |       |       |       |       |      |      |      |
|-------|----------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
|       | 1        | 2    | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8    | 9    | 10   |
| Panda | QI       | QI   | QI    | QI    | QI    | QI    | QI    | QI   | QI   | QI   |
| 1     | 94       | 102  | 126   | 99    | 99    | 100   | 94    | 109  | 109  | 107  |
| 2     | 109      | 88   | 103   | 96    | 87    | 137   | 114   | 86   | 101  | 88   |
| 3     | 100      | 100  | 116   | 93    | 101   | 101   | 100   | 95   | 102  | 102  |
| 4     | 88       | 75   | 103   | 112   | 114   | 102   | 99    | 96   | 93   | 96   |
| 5     | 117      | 91   | 100   | 100   | 100   | 106   | 127   | 109  | 78   | 112  |
| 6     | 88       | 88   | 93    | 94    | 100   | 100   | 116   | 129  | 107  | 78   |
| 7     | 107      | 93   | 100   | 102   | 94    | 103   | 121   | 73   | 75   | 100  |
| 8     | 94       | 100  | 89    | 118   | 93    | 87    | 107   | 102  | 89   | 94   |
| 9     | 107      | 84   | 100   | 88    | 107   | 101   | 103   | 100  | 96   | 88   |
| 10    | 137      | 121  | 102   | 114   | 129   | 118   | 102   | 75   | 86   | 127  |
| Média | 104.1    | 94.2 | 103.2 | 101.6 | 102.4 | 105.5 | 108.3 | 97.4 | 93.6 | 99.2 |

- Quanto maior o tamanho da amostra, mais próxima sua média será da média da população.
- **média das médias = 101,0.**
- Logo, a média da distribuição amostral é uma melhor estimativa da média da população do que as médias individuais.

# A incerteza da Estimativa pontual

- A média da amostra é um valor conhecido como *estimativa pontual da média da população*.



- Sabe-se que a média da amostra é uma aproximação da média da população
- Porém não se sabe realmente qual a proximidade dela com a da população, mas deseja-se adquirir informação sobre populações a partir das amostras.
- Seria útil ter-se alguma maneira de saber aproximadamente onde está a média da população – os intervalos de confiança podem nos ajudar nessa dúvida.

# Estimativa de parâmetro populacional pelo Intervalos de confiança

- são estimativas para a média populacional
- Correspondem a um intervalo de valores, em torno da média amostral, dentro do qual pode-se encontrar, com determinada confiança, o valor da média da população.
- Por que o termo “intervalo de confiança”?
- por estarmos trabalhando com estimativas, não temos garantia de que o intervalo, de fato, envolva a média da população, daí o termo.
- Em geral, fixamos ***intervalos de confiança em 95%***

# Estimativa de parâmetro populacional pelo Intervalo de confiança

Como obter o Intervalo de confiança?

Relembrando:

- a distribuição *normal* de um conjunto de dados é função de sua média e de seu desvio padrão;
- a distribuição das médias amostrais é sempre, aproximadamente, uma distribuição *normal*;
- a média da distribuição amostral é uma boa aproximação da média da população.

Portanto, se a distribuição das médias é *normal*, ela deve, também, ser uma função de sua média e desvio padrão.

Relembrando a  
DISTRIBUIÇÃO  
NORMAL

curva em forma de sino  
comum em muitos tipos  
de observações  
biológicas, econômicas,  
psicológicas e sociais

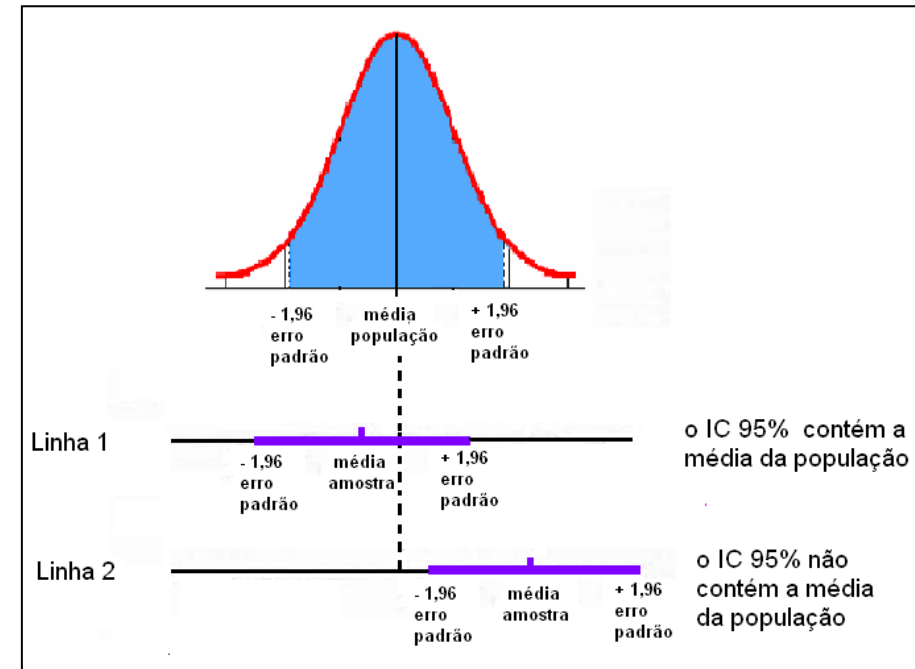


$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad -\infty < x < \infty.$$

$\mu$  é o valor esperado (média) de  $X$ , com  $-\infty < \mu < \infty$ ;  
 $\sigma^2$  é a variância de  $X$ , com  $\sigma^2 > 0$ .

# INTERVALOS DE CONFIANÇA

- Sabe-se que 95% da área sob a curva *Normal* está entre  $-1,96$  e  $+1,96$  desvios-padrão.
- Então, 95% das médias de uma distribuição amostral estarão entre  $-1,96$  e  $+1,96$  erros-padrão da média da população
  - erro-padrão = desvio-padrão da distribuição das amostras.
- Fórmula do intervalo de confiança (IC) de 95%:  
$$\text{IC 95\%} = \text{média} \pm 1,96 * \text{erro-padrão}.$$



# Estimativa de parâmetros populacionais por intervalo

Exemplos de intervalo de confiança

IMC médio, desvio padrão (dp) e IC de 95% segundo sexo e idade (anos). Duas escolas públicas de São Paulo, 2004.

| Sexo <sup>(1)</sup> | Idade (anos) <sup>(2)</sup>                                       |                             |                             |                             |
|---------------------|---|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
|                     | 7   | 8                           | 9                           | 10                          |
|                     | <b>IMC (kg/m<sup>2</sup>) médio e desvio padrão (dp) (IC 95%)</b> |                             |                             |                             |
| Masculino           | 16,8 (2,5)<br>(16,2 – 17,4)                                       | 17,9 (4,0)<br>(17,0 – 18,9) | 17,3 (3,1)<br>(16,5 – 18,1) | 18,9 (4,0)<br>(17,9 – 19,8) |
| Feminino            | 16,4 (2,30)<br>(15,9 – 17,0)                                      | 16,9 (2,9)<br>(16,2 – 17,6) | 17,4 (3,3)<br>(16,6 – 18,2) | 18,7 (3,1)<br>(17,9 – 19,5) |
| Total               | 16,6 (2,4)<br>(16,2 – 17,0)                                       | 17,4 (3,5)<br>(16,8 – 18,0) | 18,7 (3,2)<br>(17,9 – 19,5) | 18,8 (3,7)<br>(18,2 – 19,4) |

(1) Masculino (n=281), Feminino (n=275);

(2) 7 anos (n=151); 8 anos (n=138); 9 anos (n=126); 10 anos (n=141)

**Fonte: Claudia Regina Koga. Dissertação de Mestrado (dados preliminares)**

# Intervalo de confiança para a média populacional com variância populacional conhecida

Estatística: média populacional -  $\mu$

$$IC(\mu) = \bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

No caso dos 45 pandas:

média amostral = 99,2; desvio-padrão populacional = 15,3

$$IC = [99,2 - 1,96 * (15,3/\sqrt{45})]; [99,2 + 1,96 * (15,3/\sqrt{45})]$$

$$IC_{95\%} = 94,7 \leq \mu \leq 103,7$$



# Intervalo de confiança para a média populacional com variância populacional conhecida

- O IC 95% indica que se tivéssemos 100 amostras aleatórias com 45 pandas, poderíamos obter 100 IC em torno da média amostral, sendo que 95 conteriam a média populacional e 5 não conteriam a média populacional.
- Na prática, obtém-se apenas um IC a partir de uma única amostra.

# Intervalo de confiança para a média populacional com variância populacional conhecida

## Exercícios

- Em uma amostra de 16 gestantes com diagnóstico clínico de pré-eclampsia, a taxa média de ácido úrico no plasma foi de 5,3 mg sabendo que a variabilidade na população é igual à 0,6 mg.
- Estime com 95% de confiança, a taxa média de ácido úrico no plasma da população de gestantes com diagnóstico de pré-eclampsia.

# Intervalo de confiança para a média populacional com variância populacional conhecida

## Exercício

- Construa um intervalo de 95% de confiança para estimar a pressão diastólica média populacional ( $\mu$ ), sabendo que em uma amostra de 36 adultos a pressão média amostral ( $\bar{x}$ ) foi igual a 85 mm e o desvio-padrão populacional ( $\sigma$ ) foi de 9 mm de Hg. Interprete o significado desse intervalo.

# Intervalo de confiança para a média populacional com variância populacional desconhecida

- Neste caso usa-se a distribuição t

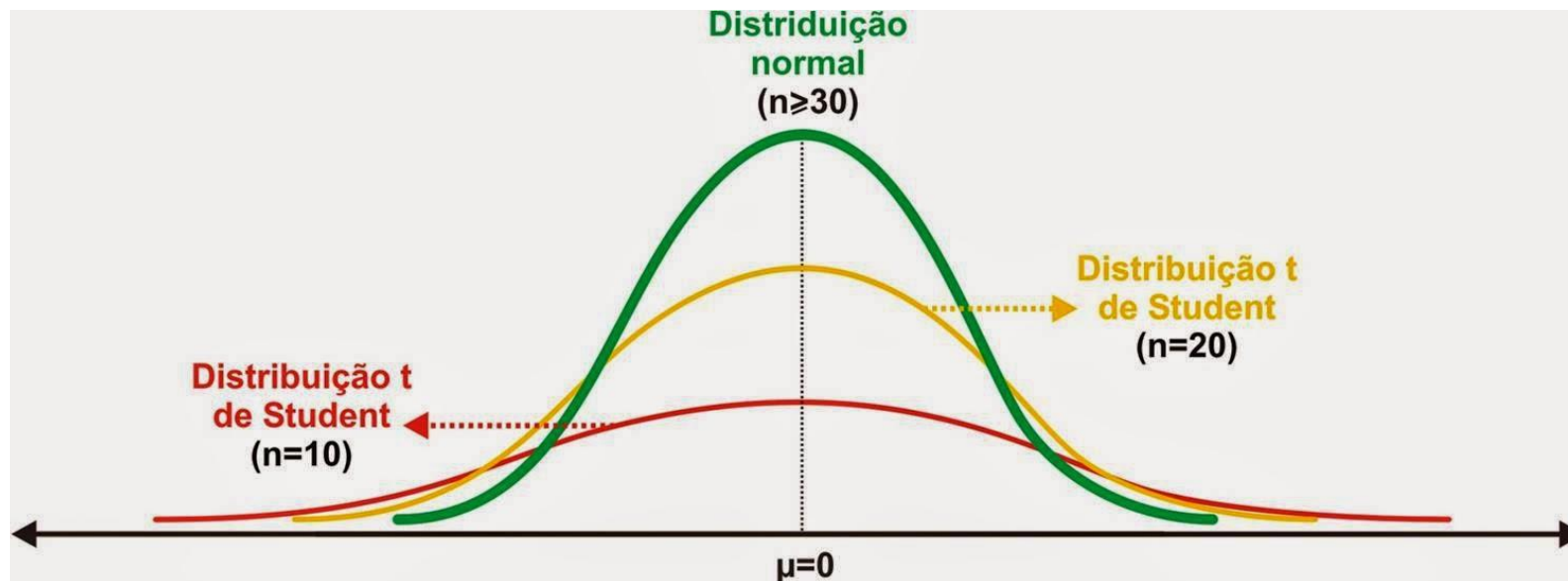
$$IC(\mu) : \bar{x} - t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{n-1, \alpha/2} \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

# Distribuição normal e distribuição t de Student

Neste caso usa-se a distribuição t

O formato da distribuição t muda para diferentes tamanhos de amostra – há uma distribuição t para cada n

Quando n cresce, a distribuição t fica mais estreita e mais alta



# Intervalo de confiança para a média populacional com variância populacional desconhecida

## Exercício

- Queremos estimar um intervalo de confiança ao nível de significância de 5% para a altura média dos indivíduos de Campina Grande. A princípio sabemos que a distribuição das alturas é uma V.A. com distribuição Normal. Para tanto, selecionamos uma amostra de 25 pessoas e obtivemos média de 170 cm e desvio padrão de 10 cm.

## Solução

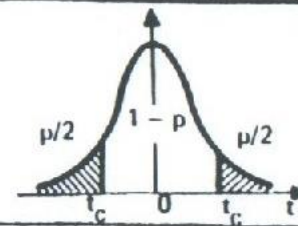
$$IC_{95\%} = 170 \pm t_{(25-1); 0,05} \times 10/\sqrt{25} = 170 \pm 2,064*(10/5) = 170 \pm 4,128 = 165,872$$

$$IC_{95\%} = [165,872; 174,128] \text{ cm}$$

# Testes de Significância - Teste t de Student

Graus de liberdade = 24

| Graus de liberdade | TÁBUA III<br>DISTRIBUIÇÃO DE STUDENT: St(n)<br>VALORES CRÍTICOS DE t TAIS QUE $P(-t_c < t < t_c) = 1 - p$ |       |       |       |       |       |       |       |       |        |        |        |        |         |         | Graus de liberdade |
|--------------------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|--------------------|
|                    | p = 90%   | 80%   | 70%   | 60%   | 50%   | 40%   | 30%   | 20%   | 10%   | 5%     | 4%     | 2%     | 1%     | 0,2%    | 0,1%    |                    |
| 1                  | 0,158   | 0,325 | 0,510 | 0,727 | 1,000 | 1,376 | 1,963 | 3,078 | 6,314 | 12,706 | 15,894 | 31,821 | 63,657 | 318,309 | 636,619 | 1                  |
| 2                  | 0,142   | 0,289 | 0,445 | 0,617 | 0,816 | 1,061 | 1,386 | 1,886 | 2,920 | 4,303  | 4,849  | 6,965  | 9,925  | 22,327  | 31,598  | 2                  |
| 3                  | 0,137   | 0,277 | 0,424 | 0,584 | 0,765 | 0,978 | 1,250 | 1,638 | 2,353 | 3,182  | 3,482  | 4,541  | 5,841  | 10,214  | 12,924  | 3                  |
| 4                  | 0,134   | 0,271 | 0,414 | 0,569 | 0,741 | 0,941 | 1,190 | 1,533 | 2,132 | 2,776  | 2,998  | 3,747  | 4,604  | 7,173   | 8,610   | 4                  |
| 5                  | 0,132   | 0,267 | 0,408 | 0,559 | 0,727 | 0,920 | 1,156 | 1,476 | 2,015 | 2,571  | 2,766  | 3,365  | 4,032  | 5,893   | 6,869   | 5                  |
| 6                  | 0,131   | 0,265 | 0,404 | 0,553 | 0,718 | 0,906 | 1,134 | 1,440 | 1,943 | 2,447  | 2,612  | 3,143  | 3,707  | 5,208   | 5,959   | 6                  |
| 7                  | 0,130   | 0,263 | 0,402 | 0,549 | 0,711 | 0,896 | 1,119 | 1,415 | 1,895 | 2,365  | 2,517  | 2,998  | 3,499  | 4,785   | 5,408   | 7                  |
| 8                  | 0,130   | 0,262 | 0,399 | 0,546 | 0,706 | 0,889 | 1,108 | 1,397 | 1,860 | 2,306  | 2,449  | 2,896  | 3,355  | 4,501   | 5,041   | 8                  |
| 9                  | 0,129   | 0,261 | 0,398 | 0,543 | 0,703 | 0,883 | 1,100 | 1,383 | 1,833 | 2,262  | 2,398  | 2,821  | 3,250  | 4,297   | 4,781   | 9                  |
| 10                 | 0,129   | 0,260 | 0,397 | 0,542 | 0,700 | 0,879 | 1,093 | 1,372 | 1,812 | 2,228  | 2,359  | 2,764  | 3,169  | 4,144   | 4,587   | 10                 |
| 11                 | 0,129   | 0,260 | 0,396 | 0,540 | 0,697 | 0,876 | 1,088 | 1,363 | 1,796 | 2,201  | 2,328  | 2,718  | 3,106  | 4,025   | 4,437   | 11                 |
| 12                 | 0,128   | 0,259 | 0,395 | 0,539 | 0,695 | 0,873 | 1,083 | 1,356 | 1,782 | 2,179  | 2,303  | 2,681  | 3,055  | 3,930   | 4,318   | 12                 |
| 13                 | 0,128   | 0,259 | 0,394 | 0,538 | 0,694 | 0,870 | 1,079 | 1,350 | 1,771 | 2,160  | 2,282  | 2,650  | 3,012  | 3,852   | 4,221   | 13                 |
| 14                 | 0,128   | 0,258 | 0,393 | 0,537 | 0,692 | 0,868 | 1,076 | 1,345 | 1,761 | 2,145  | 2,264  | 2,624  | 2,977  | 3,787   | 4,140   | 14                 |
| 15                 | 0,128   | 0,258 | 0,393 | 0,536 | 0,691 | 0,866 | 1,074 | 1,341 | 1,753 | 2,131  | 2,248  | 2,602  | 2,947  | 3,733   | 4,073   | 15                 |
| 16                 | 0,128   | 0,258 | 0,392 | 0,535 | 0,690 | 0,865 | 1,071 | 1,337 | 1,746 | 2,120  | 2,235  | 2,583  | 2,921  | 3,686   | 4,015   | 16                 |
| 17                 | 0,128   | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,689 | 0,863 | 1,069 | 1,333 | 1,740 | 2,110  | 2,224  | 2,567  | 2,898  | 3,646   | 3,965   | 17                 |
| 18                 | 0,127   | 0,257 | 0,392 | 0,534 | 0,688 | 0,862 | 1,067 | 1,330 | 1,734 | 2,101  | 2,214  | 2,552  | 2,878  | 3,610   | 3,922   | 18                 |
| 19                 | 0,127   | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,688 | 0,861 | 1,066 | 1,328 | 1,729 | 2,093  | 2,205  | 2,539  | 2,861  | 3,579   | 3,883   | 19                 |
| 20                 | 0,127   | 0,257 | 0,391 | 0,533 | 0,687 | 0,860 | 1,064 | 1,325 | 1,725 | 2,086  | 2,197  | 2,528  | 2,845  | 3,552   | 3,850   | 20                 |
| 21                 | 0,127   | 0,257 | 0,391 | 0,532 | 0,686 | 0,859 | 1,063 | 1,323 | 1,721 | 2,080  | 2,189  | 2,518  | 2,831  | 3,527   | 3,819   | 21                 |
| 22                 | 0,127   | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,686 | 0,858 | 1,061 | 1,321 | 1,717 | 2,074  | 2,183  | 2,508  | 2,819  | 3,505   | 3,792   | 22                 |
| 23                 | 0,127   | 0,256 | 0,390 | 0,532 | 0,685 | 0,858 | 1,060 | 1,319 | 1,714 | 2,068  | 2,177  | 2,500  | 2,807  | 3,485   | 3,768   | 23                 |
| 24                 | 0,127   | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,685 | 0,857 | 1,059 | 1,318 | 1,711 | 2,064  | 2,172  | 2,492  | 2,797  | 3,467   | 3,745   | 24                 |
| 25                 | 0,127   | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,316 | 1,708 | 2,060  | 2,165  | 2,485  | 2,787  | 3,450   | 3,725   | 25                 |
| 26                 | 0,127   | 0,256 | 0,390 | 0,531 | 0,684 | 0,856 | 1,058 | 1,315 | 1,706 | 2,056  | 2,162  | 2,479  | 2,779  | 3,435   | 3,707   | 26                 |
| 27                 | 0,127   | 0,256 | 0,389 | 0,531 | 0,684 | 0,855 | 1,057 | 1,314 | 1,703 | 2,052  | 2,158  | 2,473  | 2,771  | 3,421   | 3,690   | 27                 |
| 28                 | 0,127   | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,684 | 0,855 | 1,056 | 1,313 | 1,701 | 2,048  | 2,154  | 2,467  | 2,763  | 3,408   | 3,674   | 28                 |
| 29                 | 0,127   | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,311 | 1,699 | 2,045  | 2,150  | 2,462  | 2,756  | 3,396   | 3,659   | 29                 |
| 30                 | 0,127   | 0,256 | 0,389 | 0,530 | 0,683 | 0,854 | 1,055 | 1,310 | 1,697 | 2,042  | 2,147  | 2,457  | 2,750  | 3,385   | 3,646   | 30                 |
| 35                 | 0,126   | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,682 | 0,852 | 1,052 | 1,306 | 1,690 | 2,030  | 2,133  | 2,438  | 2,724  | 3,340   | 3,591   | 35                 |
| 40                 | 0,126   | 0,255 | 0,388 | 0,529 | 0,681 | 0,851 | 1,050 | 1,303 | 1,684 | 2,021  | 2,123  | 2,423  | 2,704  | 3,307   | 3,551   | 40                 |
| 50                 | 0,126   | 0,254 | 0,387 | 0,528 | 0,679 | 0,849 | 1,047 | 1,299 | 1,676 | 2,009  | 2,109  | 2,403  | 2,678  | 3,261   | 3,496   | 50                 |
| 60                 | 0,126   | 0,254 | 0,387 | 0,527 | 0,679 | 0,848 | 1,045 | 1,296 | 1,671 | 2,000  | 2,099  | 2,390  | 2,660  | 3,232   | 3,460   | 60                 |
| 120                | 0,126   | 0,254 | 0,386 | 0,526 | 0,677 | 0,845 | 1,041 | 1,289 | 1,658 | 1,980  | 2,076  | 2,358  | 2,617  | 3,160   | 3,373   | 120                |
| ∞                  | 0,126   | 0,253 | 0,385 | 0,524 | 0,674 | 0,842 | 1,036 | 1,282 | 1,645 | 1,960  | 2,054  | 2,326  | 2,576  | 3,090   | 3,291   | ∞                  |
|                    | p = 90%   | 80%   | 70%   | 60%   | 50%   | 40%   | 30%   | 20%   | 10%   | 5%     | 4%     | 2%     | 1%     | 0,2%    | 0,1%    |                    |





# Intervalo de confiança aproximado para a proporção populacional

- Suponha que tem-se uma população dicotômica, constituída apenas por elementos de 2 tipos, isto é, cada elemento pode ser classificado com sucesso ou fracasso.
- Suponha que a probabilidade de sucesso seja de  $p$  e de fracasso  $q=1-p$ , e desta população se retira uma amostra aleatória  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de  $n$  observações.

$$Z = \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim N(0,1)$$

- Para um nível de confiança fixando em  $100(1-\alpha)\%$  um intervalo para  $p$  para uma amostra suficientemente grande seria

$$IC(p, 1-\alpha) = \left( \hat{p} - z_{1-\alpha/2} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; \hat{p} + z_{1-\alpha/2} \times \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right)$$



# Intervalo de confiança aproximado para a proporção populacional

**Exemplo:** Um estudo foi feito para determinar a proporção de famílias em uma comunidade que tem telefone ( $p$ ). Uma amostra de 200 famílias é selecionada, ao acaso, e 160 afirmam ter telefone. Que dizer de  $p$  com 95% de confiança?

*Uma estimativa pontual de  $p$  é  $\hat{p} = \frac{160}{200} = 0,8$  (80%)*

Já que  $1-\alpha=0,95$ , temos da tabela normal padrão  $z_{0,975}=1,96$ .

$$IC(p, 0,95) = \left( 0,8 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{200}}; 0,8 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{200}} \right) = (0,745; 0,855)$$

FIM