



Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Conceitos —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF

Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience

Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas



Programa de
Pós-graduação em

informática



Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Introdução —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF

Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience

Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

Objetivos

1

Capacitar o aluno a utilizar as linguagens **proposicional** e **de predicados** para expressar conhecimento.

Objetivos

1

Capacitar o aluno a utilizar as linguagens **proposicional** e de **predicados** para expressar conhecimento.

2

Qualificar o aluno a aplicar princípios básicos de lógica e matemática na **Análise e Validação de Argumentos**.

Objetivos

1

Capacitar o aluno a utilizar as linguagens **proposicional** e de **predicados** para expressar conhecimento.

2

Qualificar o aluno a aplicar princípios básicos de lógica e matemática na **Análise e Validação** de Argumentos.

3

Habilitar o aluno a compreender o **Pensamento Indutivo e Dedutivo**.

Objetivos

1

Capacitar o aluno a utilizar as linguagens **proposicional** e de **predicados** para expressar conhecimento.

2

Qualificar o aluno a aplicar princípios básicos de lógica e matemática na **Análise** e **Validação** de Argumentos.

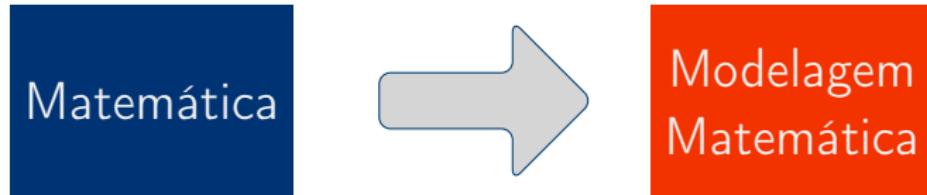
3

Habilitar o aluno a compreender o **Pensamento Indutivo** e **Dedutivo**.

4

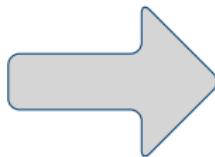
Reconhecer os mecanismos lógicos para **formalização** e **dedução** de problemas relacionados à computação.

Importância da Matemática



Importância da Matemática

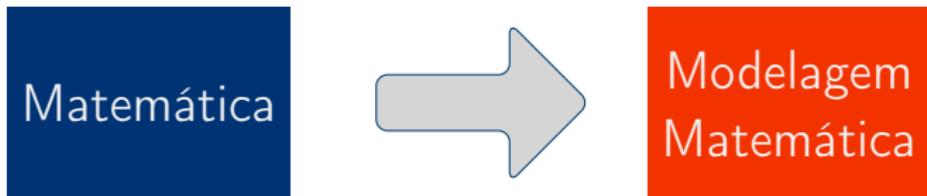
Matemática



Modelagem
Matemática

Provê métodos (estruturas) convenientes para resolver problemas.

Importância da Matemática



Provê métodos (estruturas) convenientes para resolver problemas.

MATEMÁTICA

Matemática Contínua

Matemática Discreta

Importância da Matemática

MATEMÁTICA
CONTÍNUA

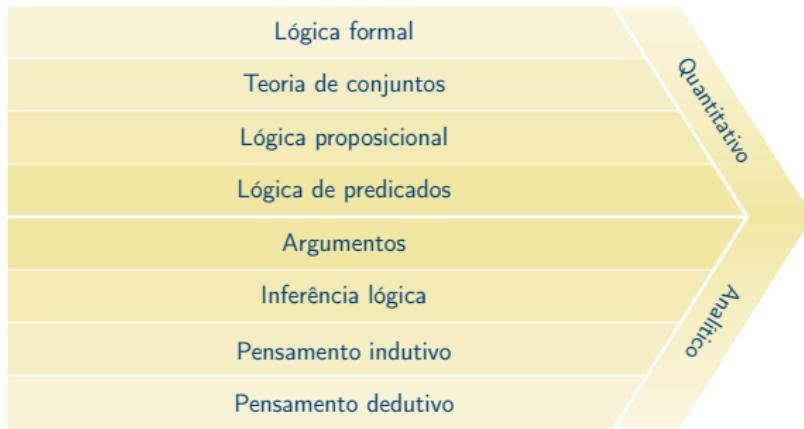
- ▶ ligada ao Cálculo Infinitesimal
- ▶ permite modelar (“prever”) fenômenos físicos
- ▶ Análise Numérica “traduz” o Cálculo para formato compatível com o computador
- ▶ Exemplos de aplicações:
 - ▶ na Computação: Análise Numérica, Computação Gráfica
 - ▶ na Engenharia: projetos detalhados de pontes, aviões, carros

MATEMÁTICA
DISCRETA

- ▶ ligada a processos “discretos” (não contínuos) realizados passo-a-passo
- ▶ só interessam os “estados” em que se pode encontrar um sistema e não os detalhes da “transição” entre estes estados
- ▶ Exemplos de aplicações na CC: grafos, estruturas de dados, máquinas de estados finitos, codificação

Importância da Matemática

Alguns elementos da Matemática Discreta relevantes para o estudo da Ciência da Computação que serão estudados em **LÓGICA COMPUTACIONAL**



Definição

Lógica vem do Grego **logos** que significa palavra, pensamento, ideia, argumento, relato, razão lógica

Definição

Lógica vem do Grego **logos** que significa palavra, pensamento, ideia, argumento, relato, razão lógica

- ▶ Ciência das **leis** do pensamento e a **arte** de aplicá-las à pesquisa e à demonstração da verdade.

Definição

Lógica vem do Grego **logos** que significa palavra, pensamento, ideia, argumento, relato, razão lógica

- ▶ Ciência das **leis** do pensamento e a **arte** de aplicá-las à pesquisa e à demonstração da verdade.
- ▶ Linguagem de **organização** do conhecimento

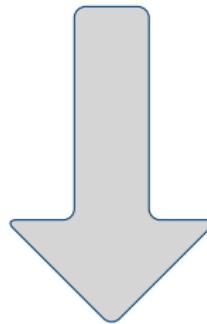
Definição

Lógica vem do Grego **logos** que significa palavra, pensamento, ideia, argumento, relato, razão lógica

- ▶ Ciência das **leis** do pensamento e a **arte** de aplicá-las à pesquisa e à demonstração da verdade.
- ▶ Linguagem de **organização** do conhecimento
- ▶ Linguagem de **representação** do raciocínio

Aristóteles é considerado o
PAI da lógica formal

Aristóteles é considerado o
PAI da lógica formal



LÓGICA é a base para a construção de algoritmos

Paradoxos

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

Paradoxos

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

Paradoxo do mentiroso

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

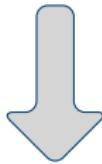
Um homem diz que está mentindo. O que ele diz é verdade ou mentira?

Paradoxo do mentiroso

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

Paradoxo do mentiroso

Um homem diz que está mentindo. O que ele diz é verdade ou mentira?



Considerando a afirmação todo o homem é mentiroso não pode ser verdadeira, porque, a sê-lo, o homem seria mentiroso e, por consequência falso tudo o que dissesse. Por outro lado, também não pode ser falsa, pois isso implicaria que os homens falam a verdade, sendo, portanto, verdadeira a afirmação do mentiroso.

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

Paradoxos

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

Paradoxo do barbeiro

Paradoxos

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

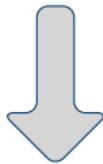
Faço a barba a todos os homens da cidade que não se barbeiam sozinhos, e só a esses.

Paradoxo do barbeiro

Paradoxos são declarações aparentemente verdadeiras que, apesar disso, contêm uma contradição lógica.

Paradoxo do barbeiro

Faço a barba a todos os homens da cidade que não se barbeiam sozinhos, e só a esses.



Se ele próprio se barbear, pertencerá ao grupo dos que se barbeiam sozinhos, como é óbvio. Mas a afirmação diz expressamente que ele nunca faz a barba de ninguém pertencente a esse conjunto. Portanto, não pode barbear-se a si próprio. Se é outra pessoa a fazer a barba ao barbeiro, então ele é um homem que não se barbeia sozinho.



Teoria dos Grafos e Computabilidade

— O que é lógica e para que serve? —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF

Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience

Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

O que é lógica e para que serve?

A LÓGICA é uma técnica eficiente para diversos domínios

- Organização de conhecimentos em qualquer área;

O que é lógica e para que serve?

A LÓGICA é uma técnica eficiente para diversos domínios

- ▶ Organização de conhecimentos em qualquer área;
- ▶ Inferência correta sem esforço consciente;

O que é lógica e para que serve?

A LÓGICA é uma técnica eficiente para diversos domínios

- ▶ Organização de conhecimentos em qualquer área;
- ▶ Inferência correta sem esforço consciente;
- ▶ Interpretação e análise rápida de informações;

O que é lógica e para que serve?

A LÓGICA é uma técnica eficiente para diversos domínios

- ▶ Organização de conhecimentos em qualquer área;
- ▶ Inferência correta sem esforço consciente;
- ▶ Interpretação e análise rápida de informações;
- ▶ Expressividade competência linguística (oral e escrita);

O que é lógica e para que serve?

A LÓGICA é uma técnica eficiente para diversos domínios

- ▶ Organização de conhecimentos em qualquer área;
- ▶ Inferência correta sem esforço consciente;
- ▶ Interpretação e análise rápida de informações;
- ▶ Expressividade competência linguística (oral e escrita);
- ▶ Detecção de padrões em estruturas (premissas, pressuposições, cenários, etc.)

O que é lógica e para que serve?

O brinco da Princesa

O que é lógica e para que serve?

O brinco da Princesa

Há não muito tempo atrás, num país distante, havia um velho rei que tinha três filhas, intelligentíssimas e de indescritível beleza, chamadas Guilhermina, Genoveva e Griselda. Sentindo-se perto de partir dessa para a melhor, e sem saber qual das filhas designar como sua sucessora, o velho rei resolveu submetê-las a um teste. A vencedora não apenas seria a nova soberana, como ainda receberia a senha da conta secreta do rei (num banco suíço), além de um fim de semana na Disneylândia. Chamando as filhas à sua presença, o rei mostrou-lhe cinco pares de brincos, idênticos em tudo com exceção das pedras neles engastadas: três eram de esmeralda, dois de rubi. O rei vendou então os olhos das moças e, escolhendo, ao acaso, colocou em cada uma elas um par de brincos.

Exemplo retirado de Mortari, C. A., Introdução à lógica, 6^a ed, São Paulo, 2001

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

Guilhermina foi a primeira a tentar

A venda dos olhos dos seus olhos foi removida. Guilhermina examinou os brincos de suas irmãs, mas não foi capaz de dizer que tipo de pedra estava nos seus (e retirou-se furiosa).

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

Guilhermina foi a primeira a tentar

A venda dos olhos dos seus olhos foi removida. Guilhermina examinou os brincos de suas irmãs, mas não foi capaz de dizer que tipo de pedra estava nos seus (e retirou-se furiosa).

Genoveva foi a segunda a tentar

Após examinar os brincos de Griselda, Genoveva se deu por conta de que também não sabia determinar se seus brincos eram de esmeralda ou de rubi e, saiu da mesma forma furiosa que sua irmã.

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

Griselda foi a última a tentar

Antes mesmo que o rei tirasse-lhe a venda dos olhos, anunciou corretamente, em alto e bom som, o tipo de pedra de seus brincos dizendo ainda o porquê de sua afirmação.

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

Griselda foi a última a tentar

Antes mesmo que o rei tirasse-lhe a venda dos olhos, anunciou corretamente, em alto e bom som, o tipo de pedra de seus brincos dizendo ainda o porquê de sua afirmação.



Como a Griselda descobriu?

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

OPÇÃO	GUILHERMINA	GENOVEVA	GRISELDA
C1	esmeralda	esmeralda	esmeralda
C2	esmeralda	esmeralda	rubi
C3	esmeralda	rubi	rubi
C4	esmeralda	rubi	esmeralda
C5	rubi	rubi	esmeralda
C6	rubi	esmeralda	esmeralda
C7	rubi	esmeralda	rubi

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

OPÇÃO	GUILHERMINA	GENOVEVA	GRISELDA
C1	esmeralda	esmeralda	esmeralda
C2	esmeralda	esmeralda	rubi
C3	esmeralda	rubi	rubi
C4	esmeralda	rubi	esmeralda
C5	rubi	rubi	esmeralda
C6	rubi	esmeralda	esmeralda
C7	rubi	esmeralda	rubi

Única chance de Guilhermina ser a vencedora está em C3, pois as duas irmãs estão com rubi, mas ela errou

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

OPÇÃO	GUILHERMINA	GENOVEVA	GRISELDA
C1	esmeralda	esmeralda	esmeralda
C2	esmeralda	esmeralda	rubi
C3	esmeralda	rubi	rubi
C4	esmeralda	rubi	esmeralda
C5	rubi	rubi	esmeralda
C6	rubi	esmeralda	esmeralda
C7	rubi	esmeralda	rubi

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

OPÇÃO	GUILHERMINA	GENOVEVA	GRISELDA
C1	esmeralda	esmeralda	esmeralda
C2	esmeralda	esmeralda	rubi
C3	esmeralda	rubi	rubi
C4	esmeralda	rubi	esmeralda
C5	rubi	rubi	esmeralda
C6	rubi	esmeralda	esmeralda
C7	rubi	esmeralda	rubi

C2 e C7 estão expostas as chances de Genoveva saber qual era a pedra de seu brinco, pois era necessário que Griselda estivesse usando um Rubi.

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

OPÇÃO	GUILHERMINA	GENOVEVA	GRISELDA
C1	esmeralda	esmeralda	esmeralda
C2	esmeralda	esmeralda	rubi
C3	esmeralda	rubi	rubi
C4	esmeralda	rubi	esmeralda
C5	rubi	rubi	esmeralda
C6	rubi	esmeralda	esmeralda
C7	rubi	esmeralda	rubi

O que é lógica e para que serve?

O teste consistia no seguinte: aquela que pudesse dizer, sem sombra de dúvida, qual tipo de pedra que havia em seus brincos herdaria o reino (e a conta na Suíça etc).

OPÇÃO	GUILHERMINA	GENOVEVA	GRISELDA
C1	esmeralda	esmeralda	esmeralda
C2	esmeralda	esmeralda	rubi
C3	esmeralda	rubi	rubi
C4	esmeralda	rubi	esmeralda
C5	rubi	rubi	esmeralda
C6	rubi	esmeralda	esmeralda
C7	rubi	esmeralda	rubi





Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Motivação —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF

Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience

Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial
- ▶ projeto de circuito lógico

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial
- ▶ projeto de circuito lógico
- ▶ engenharia de software

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial
- ▶ projeto de circuito lógico
- ▶ engenharia de software
- ▶ sistemas de informação

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial
- ▶ projeto de circuito lógico
- ▶ engenharia de software
- ▶ sistemas de informação
- ▶ teoria de autômatos e computabilidade;

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial
- ▶ projeto de circuito lógico
- ▶ engenharia de software
- ▶ sistemas de informação
- ▶ teoria de autômatos e computabilidade;
- ▶ processamento de linguagens;

A LÓGICA pode ser usada em diferentes áreas da Ciência da Computação

- ▶ inteligência artificial
- ▶ projeto de circuito lógico
- ▶ engenharia de software
- ▶ sistemas de informação
- ▶ teoria de autômatos e computabilidade;
- ▶ processamento de linguagens;
- ▶ teoria de sistemas distribuídos.

Motivação

Como usar de modelos e métodos matemáticos para analisar problemas em Ciência da Computação?

Provas possuem um papel fundamental na CC pois elas são usadas para certificar que software e hardware sempre irão se comportar corretamente .

Motivação

Como usar de modelos e métodos matemáticos para analisar problemas em Ciência da Computação?

Provas possuem um papel fundamental na CC pois elas são usadas para certificar que software e hardware sempre irão se comportar corretamente.

Uma PROVA é um método para estabelecer a verdade

Diferentes verdades



No sistema judicial, esta verdade é decidida por um juri baseado em evidências permitidas que foram coletadas.

Diferentes verdades

Verdade
legal

No sistema
judicial , esta
verdade é
decidida por um
juri baseado em
evidências
permitidas que
foram coletadas.

Verdade
autoritária

Nos negócios ,
esta verdade é
especificada
pour uma
pessoa ou
organização
confiável (ou
até mesmo por
um chefe).

Diferentes verdades

Verdade legal

No sistema judicial , esta verdade é decidida por um juri baseado em evidências permitidas que foram coletadas.

Verdade autoritária

Nos negócios , esta verdade é especificada pour uma pessoa ou organização confiável (ou até mesmo por um chefe).

Verdade científica

Na física ou biologia , esta verdade é confirmada por meio de experimentos.

Na ciência prefere-se teoria ao invés de verdade.

Diferentes verdades

Verdade legal

No sistema judicial, esta verdade é decidida por um juri baseado em evidências permitidas que foram coletadas.

Verdade autoritária

Nos negócios, esta verdade é especificada para uma pessoa ou organização confiável (ou até mesmo por um chefe).

Verdade científica

Na física ou biologia, esta verdade é confirmada por meio de experimentos. Na ciência prefere-se teoria ao invés de verdade.

Verdade provável

No campo da estatística, esta verdade é estabelecida por meio de análise estatística de um conjunto de dados.

PROVA FILOSÓFICA

Envolve exposição cuidadosa e persuasiva tipicamente baseada em uma série de argumentos pequenos e plausíveis.

Diferentes tipos de provas

PROVA FILOSÓFICA

Envolve exposição cuidadosa e persuasiva tipicamente baseada em uma série de argumentos pequenos e plausíveis.

PROVA MATEMÁTICA

A prova matemática de uma proposição é uma cadeia de deduções lógicas conduzindo a uma proposição a partir de um conjunto base de premissas verdadeiras (axiomas).