Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Data structures for graphs —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF
Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience
Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

Feb 2025

Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Incidence matrix —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF
Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience
Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

Matriz de incidência nó-arco

Seja um grafo $\boxed{G = (V, A)}$ em que $|V| = n$ e $|A| = m$. Uma matriz de incidência $A_{n \times m}$ nó-arco é representada por:

- Uma linha para cada nó
- Uma coluna para cada aresta

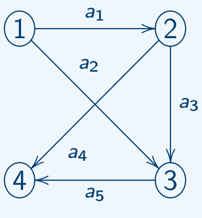
$$a = (i, j) \in A \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Matriz de incidência nó-arco

Seja um grafo $G = (V, A)$ em que $|V| = n$ e $|A| = m$. Uma matriz de incidência $A_{n \times m}$ nó-arco é representada por:

- Uma linha para cada nó
- Uma coluna para cada aresta

$$a = (i, j) \in A \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$$



$$A_{n \times m} = \begin{bmatrix} +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & +1 & +1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Adjacency matrix —

Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF
Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience
Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

Feb 2025

Matriz de adjacência

Seja um grafo $\boxed{G = (V, A)}$ em que $|V| = n$ e $|A| = m$. Uma matriz de adjacência $A_{n \times n}$ é representada por:

- Uma linha para cada nó
- Uma coluna para cada nó

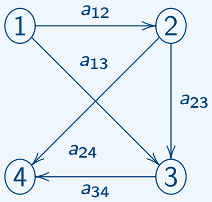
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & (i,j) \in A \\ 0, & (i,j) \notin A \end{cases}$$

Matriz de adjacência

Seja um grafo $\boxed{G = (V, A)}$ em que $|V| = n$ e $|A| = m$. Uma matriz de adjacência $A_{n \times n}$ é representada por:

- Uma linha para cada nó
- Uma coluna para cada nó

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & (i,j) \in A \\ 0, & (i,j) \notin A \end{cases}$$



$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Teoria dos Grafos e Computabilidade

— Adjacency list —

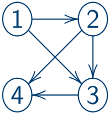
Silvio Jamil F. Guimarães

Graduate Program in Informatics – PPGINF
Laboratory of Image and Multimedia Data Science – IMScience
Pontifical Catholic University of Minas Gerais – PUC Minas

Feb 2025

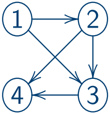
Lista de adjacência

Seja um grafo $\boxed{G = (V, A)}$ em que $|V| = n$ e $|A| = m$. Uma lista de adjacência $A_{n \times n}$ é representada por uma lista de nós (ou vértices) em que cada nó aponta para a lista de seus sucessores (ou nós adjacentes).



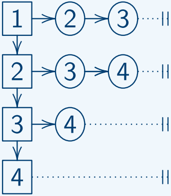
$\Rightarrow$ n vértices $+$ m arestas $=$ $m + n$ elementos na lista

Seja um grafo $G = (V, A)$ em que $|V| = n$ e $|A| = m$. Uma lista de adjacência $A_{n \times n}$ é representada por uma lista de nós (ou vértices) em que cada nó aponta para a lista de seus sucessores (ou nós adjacentes).

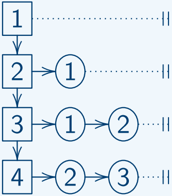


$\Rightarrow$ n vértices + m arestas = $m + n$ elementos na lista

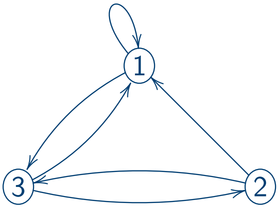
SUCESSORES



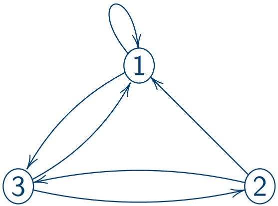
PREDECESSORES

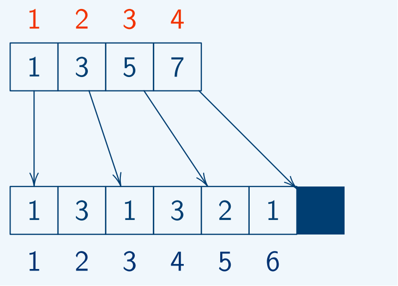


Lista de adjacência

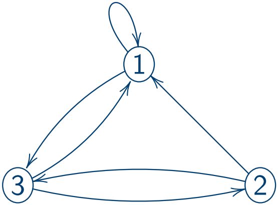


Lista de adjacência





Lista de adjacência



1	2	3	4			
1	3	5	7			
1	3	1	3	2	1	
1	2	3	4	5	6	

	1	2	3	4	5	6
I	1	1	2	2	3	3
F	1	3	1	3	2	1
	1	2	3	4	5	6

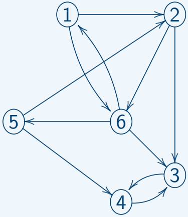
Monte o grafo a partir da representação

Exemplo 1

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

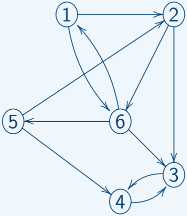
Exemplo 1

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Exemplo 1

$$A_{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



MATRIZ DE INCIDÊNCIA

$$\begin{bmatrix} +1 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & +1 & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$