

Vítor de Albuquerque Torreão

**ABORDAGENS EVOLUCIONÁRIAS PARA O PROBLEMA DA
PATRULHA MULTIAGENTE TEMPORAL**

Trabalho de Graduação



Universidade Federal Rural de Pernambuco
secretaria@preg.ufrpe.br
<http://www.ufrpe.br/br/graduacao>

RECIFE
2015

Vítor de Albuquerque Torreão

Abordagens Evolucionárias para o problema da Patrulha Multiagente Temporal/ Vítor de Albuquerque Torreão. – RECIFE, 2015-

52 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador Pablo Azevedo Sampaio

Trabalho de Graduação – Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2015.

1. Palavra-chave1. 2. Palavra-chave2. I. Orientador. II. Universidade xxx. III. Faculdade de xxx. IV. Título

CDU 02:141:005.7



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Departamento de Estatística e Informática
Bacharelado em Ciência da Computação

Vítor de Albuquerque Torreão

**ABORDAGENS EVOLUCIONÁRIAS PARA O PROBLEMA DA
PATRULHA MULTIAGENTE TEMPORAL**

Trabalho apresentado ao Programa de Bacharelado em Ciência da Computação do Departamento de Estatística e Informática da Universidade Federal Rural de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

Orientador: *Pablo Azevedo Sampaio*

RECIFE
2015

Trabalho de Conclusão de curso apresentado por **Vítor de Albuquerque Torreão** ao programa de Bacharelado em Ciência da Computação do Departamento de Estatística e Informática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, sob o título **Abordagens Evolucionárias para o problema da Patrulha Multiagente Temporal**, orientada pelo **Prof. Pablo Azevedo Sampaio** e aprovada pela banca examinadora formada pelos professores:

Prof. Pablo Azevedo Sampaio
Departamento de Estatística e Informática/UFRPE

Prof. <Nome>
Centro de Informática/UFPE

Prof. <Nome>
Departamento de Ciência da Computação/UFBA

*Dedico este trabalho a todos os meus familiares, amigos e
professores que me deram o suporte necessário para chegar
aqui.*

Agradecimentos

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

*Not everything that counts can be counted, and not everything that can be
counted counts.*

—ALBERT EINSTEIN

Resumo

A Patrulha Multiagente Temporal é uma complexa tarefa multiagente, a qual requer que um grupo de agentes coordene as ações uns dos outros a fim de obter os melhores resultados para todo o grupo. Alguns exemplos de patrulha são: patrulhar as fronteiras de um país, vigiar os corredores de um prédio, monitorar frotas marítimas e inspecionar áreas que possam ser sujeitas a vazamento de gás ou incêndio. Uma solução eficiente para a Patrulha Multiagente pode contribuir em uma variedade de domínios, tais quais, administração de redes de computadores, motores de busca da Web e fiscalização do tráfego.

Trabalhos recentes propuseram diversas soluções para a patrulha eficiente feita por um grupo de agentes. Agentes heurísticos, agentes baseados em teoria dos jogos, mecanismos de negociação, mecanismos de tomada de decisão, técnicas de aprendizado com reforço, estratégias gravitacionais, agentes baseados em colônia de formigas e abordagens evolucionárias híbridas já foram aplicados para solucionar o problema da patrulha multiagente. O presente trabalho visa contribuir para o estudo do problema da patrulha através do desenvolvimento de uma estratégia puramente evolucionária e sua comparação, através de simulação, com outras estratégias presentes na literatura.

A avaliação empírica das estratégias será realizada utilizando benchmarks propostos por outros pesquisadores em trabalhos tradicionais, software disponível de graça na internet e mantido pela comunidade de pesquisadores da área, e o simulador chamado *Simple Patrol* disponibilizado pelos pesquisadores da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Palavras-chave: agentes autônomos, sistemas multiagentes, coordenação e patrulha, algoritmos evolucionários

Abstract

The Multiagent Temporal Patrolling is a complex multi-agent task, which requires a group of agents to coordinate each other's actions in order to obtain optimal results for the whole group. Patrolling a country's borders, watching the corridors of a building, monitoring maritime fleets, inspecting areas that may be subject to gas leakage or fires are examples of such a patrolling task. An efficient solution to the Multiagent Patrolling can contribute in a variety of domains such as computer network administration, web search engines and traffic inspection.

Previous works have proposed many solutions to patrolling efficiently with a group of agents. Heuristic agents, game theory based agents, negotiation mechanisms, decision-making mechanisms, reinforced learning techniques, gravitational strategies, ant colony based agents and hybrid evolutionary approaches have all been applied to solve the multi agent patrolling problem. This work aims to contribute to the study of the patrolling task by developing a pure evolutionary approach and comparing it to other strategies proposed in the literature through simulations.

The empirical evaluation of the strategies will be made using benchmarks proposed by other researchers in traditional publications, software freely available on the internet and maintained by the community of researchers, and the patrolling simulator named Simple Patrol provided by researchers from the Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Keywords: autonomous agents, multi agent systems, coordination and patrolling, evolutionary algorithms

Lista de Figuras

1.1	Exemplo de ambiente modelado em um grafo	14
4.1	Caminho original do Agente de exemplo para o procedimento <i>2-change</i>	43
4.2	Caminho do Agente de exemplo após o procedimento <i>2-change</i>	43

Lista de Tabelas

2.1	Resumo dos trabalhos relacionados	23
3.1	Termos comuns na Computação Evolucionária	25

Lista de Pseudocódigos

1	Algoritmo Evolucionário Genérico	25
2	Estratégia Evolucionária (μ, λ)	26
3	Estratégia Evolucionária $(\mu + \lambda)$	27
4	Algoritmo Genético	29
5	Algoritmo Genético de Estado Estável	30
6	Torneio	31
7	<i>Random Centering</i>	33
8	<i>Approximated Maximum Distance Centering</i>	33
9	<i>Random Partitioning</i>	34
10	<i>Heuristic Graph Partitioning</i>	35
11	<i>Random Path Building</i>	37
12	<i>Nearest Neighbor Path Building</i>	39
13	<i>Nearest Insertion Path Building</i>	40
14	Melhorar (2-change)	41
15	2-change	42
16	<i>Half Add Half Sub Small Changes</i>	44
17	<i>Half Add Half Sub Rebuild</i>	46
18	<i>Simple Random Crossover</i>	47

Lista de Acrônimos

TMAP	Timed Multiagent Patrolling	14
TSP	Problema do Caixeiro Viajante	20
EA	Algoritmos Evolucionários	15
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>	21
ES	Estratégia Evolucionária	22
GA	Algoritmo Genético	22

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Objetivos Gerais	15
1.2	Objetivos Específicos	15
2	Trabalhos Relacionados	17
2.1	Considerações Iniciais	17
2.2	Levantamento Bibliográfico	18
2.2.1	Definições	18
2.2.2	Classificações para a Timed Multiagent Patrolling (TMAP)	19
2.2.3	Soluções já propostas	20
2.3	Considerações Finais	21
3	Algoritmos Evolucionários	24
3.1	Estratégias Evolucionárias	26
3.2	Algoritmos Genéticos	28
4	Abordagens Evolucionárias para a TMAP	32
4.1	Criação de Indivíduos	32
4.1.1	<i>Centering</i>	32
4.1.2	<i>Partitioning</i>	34
4.1.3	<i>Path Building</i>	36
4.2	Mutação	38
4.3	Recombinação	45
5	Conclusão	48
5.1	Introduction	48
5.2	Section	49
5.2.1	Subsection	49
	Referências	51

1

Introdução

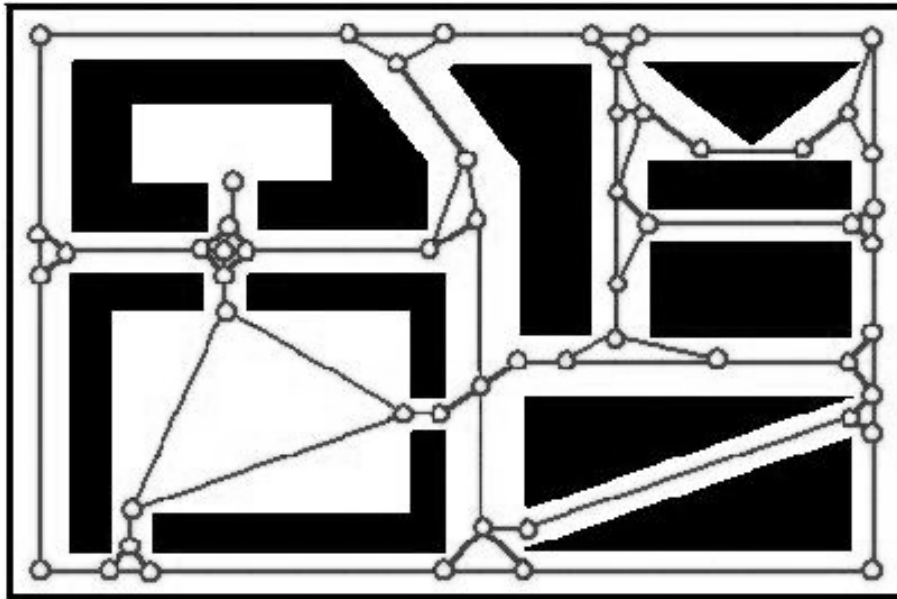
Atividades relacionadas à vigilância, inspeção e controle, que hoje são realizadas por seres humanos, são candidatas a serem executadas por sistemas autônomos no futuro ([HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013](#)). Alguns exemplos dessas tarefas são: patrulhar fronteira de países ou muros de uma área civil, vigiar os corredores de um prédio, monitorar frotas marítimas e inspecionar áreas sujeitas a vazamentos de gás ou incêndios ([SAMPAIO, 2013](#)).

Segundo a publicação ([HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013](#)), esses sistemas de segurança quando operados por humanos são, em sua maioria, previsíveis e inflexíveis, pois sua performance pode ser influenciada por fatores como o tédio, a distração ou a fadiga. Dessa forma, os autores afirmam que é importante melhorar os elementos de segurança desses sistemas para auxiliar seres humanos e destacam a Patrulha Multiagente ([CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004](#)) como um dos sistemas que pode fazer esse papel.

A Patrulha Multiagente pode ser definida como a tarefa de um agente que deve perceber uma porção limitada do ambiente e detectar eventos ou anomalias ([ALBERTON et al., 2012](#)). Mais especificamente, pode ser definida como um problema no qual um time de indivíduos (agentes), visita tão frequentemente quanto possível, pontos de interesse contidos em uma área ([POULET; CORRUBLE; SEGHTROUCHNI, 2012.a](#)). Ou ainda como um problema de vigilância, onde deve-se minimizar o tempo entre visitas dos agentes aos locais importantes de um ambiente conhecido ([PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013](#)).

Existem algumas versões do problema que estendem essa definição, variando as características dos agentes e do ambiente. Dentre elas destacam-se: problema da patrulha em ambientes dinâmicos, isto é, o ambiente onde o agente se move muda ao longo da execução do agente ([DOI, 2013](#)). Outra variação leva em consideração que os agentes podem ter velocidades diferentes ([LAURI; KOUKAM, 2014](#)). Alguns autores trabalharam com o problema da patrulha onde os agentes não tem a mesma capacidade e operam em diferentes níveis de qualidade ([PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013](#)). Outros trabalham com agentes que possuem restrições de mobilidade ([ALBERTON et al., 2012](#)). E há ainda uma variação onde a quantidade de agentes muda ao longo da execução, isto é, um determinado agente pode sair ou ser substituído por outro:

Figura 1.1: Exemplo de ambiente modelado em um grafo



Fonte: (SAMPAIO, 2013)

são os chamados sistemas abertos (POULET; CORRUBLE; SEGHROUCHNI, 2012.a).

Para estudar o problema, no entanto, esta pesquisa utilizará uma definição mais formal, precisa e abrangente do problema, que auxilie o pesquisador a enxergar a patrulha multiagente do ponto de vista matemático e a implementar soluções em aplicações de software. Assim, a definição técnica empregada no decorrer deste trabalho será a proposta por Sampaio (SAMPAIO, 2013).

Segundo o autor, uma instância da Patrulha Multiagente Temporal, do inglês Timed Multiagent Patrolling (TMAP), é uma 7-tupla, $\langle E, P, S, s_0, A, I, M \rangle$. O ambiente que o agente percebe é representado por um grafo (ROSEN, 2006), E , onde os vértices representam os pontos de interesse, P , a serem visitados e as arestas representam os caminhos entre esses pontos. Na Figura 1.1, visualiza-se um exemplo de ambiente para o problema da patrulha modelado como um grafo. O modelo demanda também o conjunto de estados possíveis da sociedade de agentes, S , e um estado inicial, s_0 , tal que $s_0 \in S$. É necessário ainda um conjunto de ações possíveis, A , que alteram o estado da sociedade de agentes. Essas ações podem tanto ser individuais (realizadas por um dado agente) quanto coletivas (realizada pela sociedade inteira). Cada ação é descrita segundo uma lista de pré-condições, um custo de tempo e as alterações que são aplicadas no estado após a ação concluir. É preciso também explicitar o intervalo de medição, ou o intervalo de tempo, I , em que os agentes terão seu desempenho mensurado. E, por fim, se faz necessário um conjunto de métricas, M , para avaliar os agentes.

Existem diversas métricas que podem compor o conjunto M . Um exemplo é o intervalo máximo que é definido como o maior intervalo entre visitas de todos os pontos de interesse (SAMPAIO, 2013). Essa métrica é bastante utilizada em vários trabalhos da área (LAURI;

(KOUKAM, 2014), (PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS (2013), (CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004), (DOI, 2013). Outro exemplo, utilizado na literatura (HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013), é a ociosidade média, que consiste em calcular a média das ociosidades de cada ponto de interesse e depois tirar a média temporal desses valores.

Sendo assim, é possível concluir que o problema da Patrulha Multiagente é, fundamentalmente, um problema de otimização, onde é preciso escolher as ações dos agentes com a finalidade de minimizar (ou maximizar) uma dada métrica (SAMPAIO, 2013).

A Computação Evolucionária engloba uma classe de algoritmos que realiza uma busca no espaço de soluções à procura daquela que seja ótima (LUKE, 2013). Esses algoritmos são baseados na Teoria da Evolução das Espécies proposta por Charles Darwin ¹. Eles são chamados de Algoritmos Evolucionários (EAs), pois buscam dentro de uma população, o indivíduo melhor adaptado. Numa analogia com a TMAP, um indivíduo seria uma sociedade de agentes que patrulha um território e as métricas de avaliação determinariam qual seria a solução melhor adaptada. Dessa forma, será mostrado no presente trabalho que EAs podem ser utilizados para resolver o problema a TMAP.

Apesar de possuir diversas soluções com diferentes abordagens para o problema (CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004), (MACHADO et al., 2003), (ALMEIDA et al., 2004), (ELMALIACH; AGMON; KAMINKA, 2007), (HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013), soluções que utilizam estratégias evolucionárias (LUKE, 2013) são pouco encontradas na literatura (LAURI; KOUKAM, 2008), (LAURI; KOUKAM, 2014) e, por tanto, serão o objeto de pesquisa do presente trabalho.

1.1 Objetivos Gerais

Motivado pelos problemas descritos acima, este trabalho tem como objetivo geral a proposição e o estudo de soluções para TMAP utilizando estratégias evolucionárias. Outro objetivo é comprovar a eficácia e avaliar a relevância de abordagens evolucionárias para o problema da patrulha através de experimentos empíricos e da comparação destas soluções com as obtidas através de abordagens já propostas na literatura e tidas como tradicionais.

1.2 Objetivos Específicos

Tendo em vista tais objetivos gerais, este projeto visa atingir os seguintes objetivos específicos:

- Investigar estratégias evolucionárias e como elas podem ser aplicadas ao problema da patrulha multiagente temporal;

¹<http://en.wikipedia.org/wiki/Evolution>

- Desenvolver um(s) algoritmo(s) baseado(s) em estratégias evolucionárias para a solução da TMAP;
- Implementar os algoritmos desenvolvidos em um simulador capaz de computar diversas métricas para uma dada solução da TMAP.
- Avaliar o desempenho do algoritmo no simulador e verificar eficácia da abordagem.
- Comparar empiricamente as soluções encontradas com aquelas já publicadas na literatura.

2

Trabalhos Relacionados

2.1 Considerações Iniciais

Um dos grandes obstáculos para o estudo do Problema da Patrulha Multiagente é a falta de concordância, dentre os pesquisadores, sobre nomenclatura, escopo e critérios de avaliação para as soluções propostas. Isso pode se dever ao fato do problema da patrulha estar presente em diferentes áreas como Inteligência Artificial, Sistemas Multiagentes e até Robótica ([SAMPAIO, 2013](#)).

Há, na literatura, nomes diferentes para o problema da Patrulha Multiagente. Por exemplo, alguns autores ([HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013](#)) chamam o problema de “patrulha multirobô” (ou Multi-Robot Patrolling, em inglês), outros ([POULET; CORRUBLE; SEGHHROUCHNI, 2012.a](#)) se referem ao problema pelo nome de “patrulha temporal” (tradução de timed patrolling), já alguns pesquisadores ([KOENIG; LIU, 2001](#)) utilizam o termo “cobertura de terreno” (terrain coverage, em inglês). No entanto, no decorrer do presente trabalho será utilizado o termo “Patrulha Multiagente”, pois ele é considerado mais apropriado por diversos pesquisadores ([LAURI; KOUKAM, 2014](#)), ([SAMPAIO, 2013](#)), ([HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013](#)) e ([ALBERTON et al., 2012](#)).

O escopo é outro fator que varia entre os trabalhos. ([DOI, 2013](#)), por exemplo, faz uma análise do problema da patrulha onde o ambiente é dinâmico. Isto é, o grafo onde os agentes patrulham sofre alterações ao longo da execução do agente. Em um dado momento, o grafo pode ter vértices adicionados ou removidos. Já ([LAURI; KOUKAM, 2014](#)) trabalham levando em conta que agentes podem ter velocidades diferentes. Os autores de ([PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013](#)) levam em consideração que agentes podem agir com eficiência abaixo do esperado, isto é, o agente não pode ser confiado para realizar a tarefa que lhe foi passada sem falhas. Em ([ELMALIACH; AGMON; KAMINKA, 2007](#)), os autores consideram restrições de frequência, isso significa que cada nó tem a si designado um valor de frequência com a qual o nó **deve** ser visitado. Outro exemplo seria o trabalho feito em ([POULET; CORRUBLE; SEGHHROUCHNI, 2012.a](#)) e ([POULET; CORRUBLE; EL FALLAH SEGHHROUCHNI, 2012.b](#)), onde é feita uma análise do problema em uma configuração de sistema aberto. Sistemas abertos foram definidos

em (POULET et al., 2011) como aqueles agentes podem entrar e sair a qualquer momento da execução.

Na presente pesquisa, será utilizado o escopo para a Patrulha Multiagente doravante referido como "padrão", onde os agentes possuem eficiência idêntica, são confiáveis e não são retirados nem adicionados ao longo da patrulha. Quanto ao ambiente, o objeto de estudo deste trabalho compreende apenas ambientes que permanecem estáticos durante a execução dos agentes, e os pontos que devem ser patrulhados não possuem restrições de frequência.

Existem diversas métricas que podem ser utilizadas para medir a eficiência de cada solução para a TMAP. Diferentes pesquisadores utilizam métricas distintas. Em (MACHADO et al., 2003) foram propostas as métricas mais utilizadas para a TMAP. São elas: ociosidade instantânea do nó, ociosidade instantânea do grafo, ociosidade máxima e tempo de exploração. Depois deste trabalho, (SAMPAIO, 2013) propôs uma nova família de métricas baseadas nos intervalos entre visitas. As métricas utilizadas nos trabalhos mais recentes variam: (LAURI; KOUKAM, 2014) e (PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013) utilizam o intervalo máximo, já (ELMALIACH; AGMON; KAMINKA, 2007) fazem uso da frequência mínima e (HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013) compara as frequências mínimas.

Dessa forma, esta sessão visa, através de pesquisa bibliográfica, explorar os trabalhos relacionados para construir a base de conhecimento necessária para formular uma proposta compatível com o objetivo deste projeto. Serão discutidas as soluções para o problema da patrulha presentes na literatura classificando-as por seu escopo e métricas utilizadas na avaliação dos agentes.

2.2 Levantamento Bibliográfico

2.2.1 Definições

O problema da Patrulha é tipicamente modelado por um Grafo (ROSEN, 2006). Segundo (ALMEIDA et al., 2004), isso se deve ao fato de que representar o problema por meio de um grafo faz com que o problema possa ser facilmente adaptado para um variedade de domínios desde terrenos até redes de computadores. (SAMPAIO, 2013) também considera que os grafos sejam o modelo preferencial para os ambientes da TMAP, pois são suficientemente poderosos para capturar as características do terreno mais relevantes para o problema. Essa capacidade do grafo pode ser confirmada por estudos que adotam grafos como modelo e posteriormente aplicam suas soluções em ambientes realistas contínuos (PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013).

Em (CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004), o problema é matematicamente definido da seguinte forma:

O território onde os agentes patrulham é representado por um grafo $G(V, E)$, onde V é o conjunto dos pontos de interesse que precisam ser patrulhados e E representa o conjunto

de arestas, $E \in V^2$, de G . Para toda aresta $(i, j) \in E$, onde $i, j \in V$, corresponde um peso $c_{i,j}$ representando a distância entre o vértices i e j em G .

Nesse cenário, uma solução monoagente para o problema seria uma função $\pi : \mathbb{N} \rightarrow V$, tal que $\pi(j)$ é o j -ésimo vértice visitado pelo agente, desde que $\pi(j+1) = x$ se, e somente se, $(\pi(j), x) \in E$. Analogamente, uma solução multiagente seria um conjunto $\Pi = \{\pi_1 \dots \pi_r\}$, onde r é o número de agentes.

Dessa forma, o problema seria encontrar o conjunto Π que obtivesse os melhores resultados de acordo com um certo critério de avaliação.

Já (SAMPAIO, 2013) contribuiu com uma definição mais abrangente da TMAP. Ele aponta que uma instância da TMAP pode ser completamente definida pela seguinte tupla:

$$\langle E, P, S, s_0, A, I, M \rangle$$

O elemento E representa o ambiente (do inglês, *environment* onde estão os pontos de interesse a serem patrulhados, preferencialmente E deve ser um grafo $G(V, E)$). E o elemento P é o conjunto dos pontos de interesse do ambiente. No caso de um grafo, $P = V$.

S é um elemento um pouco mais complexo, pois ele representa o conjunto de possíveis estados da sociedade de agentes. Cada estado dentro desse conjunto pode conter informações tais como, quantos agentes estão ativos, qual a posição atual de cada agente no ambiente E , o tempo decorrido desde o início da patrulha, orientação e energia de cada agente e características globais do conjunto de agentes. O estado inicial da sociedade é representado em s_0 , ou seja, $s_0 \in S$. Esta modelagem para o grupo de agentes permite ao modelo de (SAMPAIO, 2013) englobar diversas extensões para a TMAP, como por exemplo as citadas no Capítulo 1.

O quinto elemento da tupla, A , é o conjunto de ações que alteram o estado da sociedade, S . Essas ações podem ser individuais, de cada agente, ou coletivas, da sociedade inteira. O autor afirma que A deve conter, no mínimo, duas ações individuais definidas para cada agente: movimentação entre os pontos de P e visitação aos elementos do conjunto.

I representa o intervalo de medição, dentro do qual o desempenho dos agentes é mensurado através das métricas definidas no conjunto M , último elemento da tupla.

O problema da patrulha multiagente seria, então, definir um conjunto A de ações a serem tomadas pelos agentes, que estão inicialmente no estado s_0 , para minimizar as métricas presentes em M durante o período de patrulha, I .

2.2.2 Classificações para a TMAP

São notórios alguns trabalhos muito citados na literatura que visaram classificar as soluções para a TMAP.

Em (CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004), as abordagens propostas até então foram classificadas em **cíclicas** (ou de ciclo único) e **baseadas em particionamento**. As soluções de ciclo único são aquelas onde é calculado um ciclo que cobre todos os vértices

do grafo, e então, os agentes são colocados para caminhar nesse ciclo indefinidamente. As abordagens baseadas em particionamento são aquelas onde o território a ser patrulhado é dividido em r regiões, onde r é o número de agentes. Os agentes devem, então, patrulhar dentro de suas respectivas regiões.

Já (MACHADO et al., 2003) fazem uma extensa classificação das arquiteturas de soluções para a TMAP. Eles dividem os agentes em: **reativo** ou **cognitivo**; com comunicação **permitida** ou **proibida**; com coordenação **central** ou **descentralizada**; com percepção **local** ou **global**; com tomada de decisão **aleatória** ou **orientada a objetivo**. Os agentes reativos são aqueles que agem baseados apenas na sua percepção atual do território, enquanto que os agentes cognitivos podem perseguir um determinado objetivo. Enquanto os agentes cognitivos tem uma visão do grafo completo, os reativos só podem enxergar os nós adjacentes ao que eles se encontram. A comunicação se refere a possibilidade dos agentes trocarem informações. A percepção se refere ao quanto de informação o agente pode acessar sobre o ambiente ao seu redor e sobre os outros agentes. Finalmente, no esquema de coordenação centralizado, uma entidade central escolhe nó-objetivo de cada agente, enquanto que no esquema descentralizado, a coordenação emerge da interação entre os agentes.

As abordagens propostas na presente pesquisa podem ser classificadas como estratégias **baseadas em particionamento**, com agentes **cognitivos**, de comunicação **proibida**, com coordenação **centralizada**, de percepção **global**, e com tomada de decisão **orientada a objetivo**.

2.2.3 Soluções já propostas

(CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004) propuseram uma solução para a TMAP baseada no Problema do Caixeiro Viajante (TSP). Segundo os autores, a solução mais simples seria encontrar um ciclo que percorresse todos os pontos de interesse do terreno (de preferência sem repetição de pontos dentro do ciclo) e então fazer o agente percorrer esse ciclo indefinidamente. Esta estratégia corresponde a encontrar um ciclo que percorre todos os nós do grafo sem repeti-los, um Ciclo Hamiltoniano. O trabalho demonstra que para um único agente a solução ótima, para a métrica da ociosidade máxima, é esta estratégia cíclica baseada no TSP. No entanto, o TSP é conhecidamente um problema NP-Completo. Dessa forma, os autores propõem uma solução utilizando o algoritmo de Christofides (CHRISTOFIDES, 1976) para obter uma aproximação do TSP em tempo polinomial. A pesquisa ainda aponta que, para o caso multiagente, a solução seria calcular o ciclo, posicionar os agentes com um certo intervalo entre um e outro e colocá-los para percorrer o ciclo indefinidamente. Os autores, no entanto, não estudam a aplicação dessa solução ao problema com outras métricas que não a da ociosidade máxima.

Posteriormente, (ALMEIDA et al., 2004) realizam um estudo comparativo entre estratégias centralizadas e descentralizadas. Eles concluem que a solução proposta por (CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004) é a mais eficiente dentre as estudadas por eles. Os autores também

chegam à conclusão de que as estratégias centralizadas estudadas, apesar de terem obtido resultados melhores nos experimentos, devem sofrer mais com problemas de escalabilidade a medida que o grafo cresce.

A partir das conclusões tiradas nesses estudos, (ELMALIACH; AGMON; KAMINKA, 2007) propõem uma solução centralizada e cíclica, onde ao invés de utilizar o algoritmo de Christofides, se utiliza o método *Spanning Tree Coverage*, introduzido em (GABRIELY; RIMON, 2001), para gerar um Ciclo Hamiltoniano em um grafo com formato de *grid*. Assim como a solução de (CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004), após o ciclo ser calculado, os vários agentes são posicionados no grafo e colocados para percorrer o ciclo indefinidamente.

Além dessas soluções de ciclo único, também foram propostas, na literatura, soluções baseadas em particionamento. Os autores (PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013) propõem uma solução, onde, na inicialização, os nós do grafo são particionados entre os agentes e esses calculam um ciclo fechado (*closed cycle*) dentro da respectiva partição. Uma entidade de monitoramento central fica responsável por verificar, ao longo da execução, a performance dos agentes para a métrica de intervalo máximo entre visitas e identificar agentes que estejam com baixo desempenho. Então, alguns nós do agente de baixo rendimento são oferecidos aos outros agentes e redesignados através de um protocolo baseado em leilão.

Visando a escalabilidade apontada por (ALMEIDA et al., 2004), foram propostas diversas soluções descentralizadas. Dentre elas, destacam-se as baseadas em colônias de formigas (KOENIG; LIU, 2001), (ELOR; BRUCKSTEIN, 2010), (DOI, 2013). Nessas soluções, os agentes não possuem uma visão completa do grafo, mas apenas das suas vizinhanças. A coordenação dos agentes é emergente (MACHADO et al., 2003), pois cada agente pode deixar marcações em nós do grafo que podem ser sentidas pelos outros agentes. Ao comparar as soluções centralizadas com as descentralizadas, (ALMEIDA et al., 2004) encontra resultados melhores nas centralizadas.

Apesar de serem amplamente utilizados na literatura para resolver problemas de otimização, os Algoritmos Evolucionários (LUKE, 2013) foram pouco utilizados no problema da Patrulha. (LAURI; KOUKAM, 2008) propõe uma solução híbrida composta de dois passos: no primeiro, um algoritmo genético para posicionar os agentes o mais distante possível dentro do território, e então, utiliza *Ant Colony Optimization* (ACO) para calcular partições no grafo por onde os agentes irão patrulhar durante a execução. Dessa forma, pode-se constatar que o algoritmo evolucionário não está sendo usado para resolver o problema da patrulha em si, mas para encontrar os r nós mais distantes uns dos outros dentro do grafo, onde r é o número de agentes.

2.3 Considerações Finais

Uma vez apresentados, neste capítulo, os conceitos básicos dos trabalhos relacionados, é possível fazer algumas observações sobre tendências dentre as publicações. Há uma predileção

pela Simulação como método de comparação e de demonstração de soluções. É possível também perceber que muitos trabalhos utilizam as métricas propostas por (MACHADO et al., 2003) e (SAMPAIO, 2013).

Percebe-se que falta à literatura um trabalho que investigue uma solução para a TMAP utilizando algoritmos evolucionários, tais como as Estratégia Evolucionárias (ESs) e os Algoritmo Genéticos (GAs).

A Tabela 2.1 resume as soluções apresentadas nesta sessão de acordo com o escopo do problema, o método de demonstração das soluções e as métricas utilizadas.

Tabela 2.1: Resumo dos trabalhos relacionados

Trabalho	Escopo	Método	Métrica(s)
(MACHADO et al., 2003)	Patrulha Multiagente "Padrão"	Simulação	Ociosidade instantânea do nó, ociosidade instantânea do grafo, ociosidade do grafo, ociosidade máxima e tempo de exploração
(CHEVALEYRE; SEMPE; RAMALHO, 2004)	Patrulha Multiagente "Padrão"	Análise Matemática	Pior ociosidade (<i>worst idleness</i>)
(ALMEIDA et al., 2004)	Patrulha Multiagente "Padrão"	Simulação	Ociosidade do grafo, Ociosidade média normalizada e Desvio padrão da ociosidade média
(ELMALIACH; AGMON; KAMINKA, 2007)	Patrulha Multiagente com restrição de frequência	Análise Matemática	Frequência máxima uniforme
(LAURI; KOUKAM, 2008)	Patrulha Multiagente "Padrão"	Simulação	Ociosidade Máxima
(POULET; CORRUBLE; SEGHRUCHNI, 2012.a)	Patrulha Multiagente como um sistema aberto	Simulação	Intervalo médio entre visitas, Intervalo quadrático médio, tempo de estabilização e amplitude das variações
(PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013)	Patrulha Multiagente com agentes que possuem performances distintas	Simulação e Experimentação com robôs reais	Intervalo Máximo entre visitas
(DOI, 2013)	Patrulha Multiagente em ambientes dinâmicos	Simulação	Intervalo Máximo entre visitas
(HERNÁNDEZ; CERRO; BARRIENTOS, 2013)	Patrulha Multiagente "Padrão"	Simulação	Ociosidade total

Fonte: O autor

3

Algoritmos Evolucionários

Sendo o objetivo do presente trabalho apresentar abordagens evolucionárias para a TMAP, este capítulo tem como finalidade apresentar ao leitor alguns conceitos e terminologias da área da Computação Evolucionária, para que ele esteja familiarizado antes do capítulo sobre a aplicação de algoritmos evolucionários no contexto da TMAP. Este capítulo também vai apresentar os algoritmos que foram utilizados na pesquisa.

Segundo (BÄCK; SCHWEFEL, 1993), várias pesquisas mostraram, ao longo de três séculos, que modelar o processo de busca de forma similar à evolução pelo qual os seres vivos passaram pode render algoritmos robustos, mesmo que estes modelos sejam apenas representações imperfeitas do verdadeiro processo biológico. O resultado desses modelos são chamados de Algoritmos Evolutivos ou Evolucionários. Essa busca pode ser aplicada para encontrar não apenas uma solução qualquer, mas aquela que minimize ou maximize uma dada métrica. Dessa forma, algoritmos evolucionários podem (e são) utilizados em problemas de otimização.

Tais algoritmos são baseados no processo de aprendizado coletivo pelo qual passa uma população de indivíduos. Cada indivíduo representa uma solução para um problema, ou um ponto no espaço de possíveis soluções. O ambiente fornece informações qualitativas sobre cada indivíduo. Essa informação pode ser interpretada como a aptidão do indivíduo no ambiente determinado. Na analogia com algoritmos, essa é a medida de avaliação de uma solução (BÄCK; SCHWEFEL, 1993).

Um algoritmo evolucionário funciona, genericamente, da seguinte forma: uma população inicial é arbitrariamente inicializada; esses indivíduos têm sua adaptação ao ambiente medida; eles são, posteriormente, recombinaos para formar uma nova população, podendo também sofrer mutação; finalmente, um subconjunto dessas populações (antiga e nova, pais e filhos) é selecionado de alguma forma definida pelo algoritmo e se torna a população da próxima geração. Esse ciclo se repete tipicamente até que parem de surgir melhores indivíduos que aqueles já presentes na população, evento chamado de convergência do algoritmo (BÄCK; SCHWEFEL, 1993).

A população inicial pode ser criada de forma aleatória, ou pode-se utilizar conhecimentos

Tabela 3.1: Termos comuns na Computação Evolucionária

Termo	Significado
Indivíduo	Uma solução candidata
Filha e Pai	Uma solução Filha é uma cópia alterada de uma solução Pai
População	Um conjunto de soluções candidatas
Aptidão	Qualidade de um indivíduo (Solução)
Seleção	Coletar indivíduos baseados na sua aptidão
Mutação	Realização de pequenas alterações em indivíduos. Também chamada de reprodução assexuada
Recombinação (em inglês, <i>crossover</i>)	Uma forma de alteração especial que recebe como parâmetro duas soluções pais e (normalmente) produz duas soluções filhas
Reprodução	O ato de produzir uma ou mais soluções filhas a partir de uma solução pai
Geração	Um ciclo de medida de aptidão ou de reprodução de uma população

Fonte: Adaptado de (LUKE, 2013)

sobre o problema para inicializar uma população onde os indivíduos estão em uma região "boa"(de acordo com a métrica) do espaço de soluções (LUKE, 2013).

O Pseudocódigo 1 abaixo exemplifica de forma genérica um algoritmo evolucionário.

Pseudocódigo 1 Algoritmo Evolucionário Genérico

Procedimento EA

$P \leftarrow$ Constrói-População-Inicial

Repita

$P' \leftarrow$ Recombina(P)

$P'' \leftarrow$ Aplica-Mutação(P')

$P \leftarrow$ Selecciona(P'')

Até que não tenhamos mais tempo

Fim

Fonte: Adaptado de (BÄCK; SCHWEFEL, 1993)

A Tabela 3.1 revisa alguns dos termos comumente utilizados nos EAs.

No restante do presente capítulo, serão apresentados os algoritmos utilizados nesta pesquisa, as Estratégias Evolucionárias e os Algoritmos Genéticos. Cada um desses possui duas variações que foram aplicadas na pesquisa: (μ, λ) ou $(\mu + \lambda)$ e Geracional ou Estado Estável (em inglês, *steady state*), respectivamente.

3.1 Estratégias Evolucionárias

As duas estratégias evolucionárias usadas no presente trabalho se diferem pela forma como fazem a composição entre a população de pais e a população de filhos para construir a nova geração, que será utilizada na iteração seguinte do algoritmo.

A primeira ES é conhecida como (μ, λ) . Tipicamente, começa-se com uma população de λ indivíduos gerados de forma arbitrária. Nessa ES, o μ representa o número de pais cujos filhos serão usados para compor a próxima população que também deve ter λ indivíduos no total. Note que λ tem que ser um múltiplo de μ . Então, os μ indivíduos mais aptos são escolhidos, processo chamado de Seleção por Truncamento (em inglês, *Truncate Selection*). Os indivíduos selecionados sofrem mutação para gerar λ/μ filhos. O que acarretará em uma nova população de λ indivíduos que será a geração utilizada na próxima iteração do algoritmo (LUKE, 2013).

O Pseudocódigo 2 exemplifica a Estratégia Evolucionária (μ, λ) .

Pseudocódigo 2 Estratégia Evolucionária (μ, λ)

Procedimento $\mu_ \lambda_ ES(\mu, \lambda)$

$P \leftarrow \{\}$

Para $1 \dots \lambda$ **Faça**

$p \leftarrow \{\text{novo indivíduo gerado de forma arbitrária}\}$

CalculaAptidão(p)

$P \leftarrow P \cup \{p\}$

Fim

$Melhor \leftarrow \text{nulo}$

Repita

Ordena(P)

▷ Ordena a população de acordo com a aptidão

$Q \leftarrow P_{1 \dots \mu}$

▷ Inicia Q com os μ indivíduos mais aptos

$P \leftarrow \{\}$

Para $Q_j \in Q$ **Faça**

Para $1 \dots \lambda/\mu$ **Faça**

$P \leftarrow P \cup \{\text{Aplica-Mutação}(Q_j)\}$

Fim

Fim

Para $P_i \in P$ **Faça**

CalculaAptidão(P_i)

Se $Melhor = \text{nulo}$ **ou** Aptidão(P_i) > Aptidão($Melhor$) **Então**

$Melhor \leftarrow P_i$

Fim

Fim

Até que não tenhamos mais tempo

Retorne $Melhor$

Fim

Fonte: Adaptado de (LUKE, 2013)

A segunda ES utilizada nesta pesquisa é chamada de $(\mu + \lambda)$. Enquanto que na estratégia

(μ, λ) cada pai é substituído pelos seus λ/μ filhos, na estratégia $(\mu + \lambda)$, os μ pais permanecem para competir com seus λ filhos na iteração seguinte. (LUKE, 2013) aponta que isso geralmente faz com que a estratégia $(\mu + \lambda)$ explore mais os ótimos locais em comparação com a estratégia (μ, λ) , já que um pai suficientemente apto pode fazer com que a ES fique "presa" em seus descendentes imediatos, causando uma convergência das populações para o ótimo local ao redor do pai.

O Pseudocódigo 3 ilustra a Estratégia Evolucionária $(\mu + \lambda)$.

Pseudocódigo 3 Estratégia Evolucionária $(\mu + \lambda)$

Procedimento $\mu + \lambda_ES(\mu, \lambda)$

$P \leftarrow \{\}$

Para $1 \dots \lambda$ Faça

$p \leftarrow \{\text{novo indivíduo gerado de forma arbitrária}\}$

CalculaAptidão(p)

$P \leftarrow P \cup \{p\}$

Fim

$Melhor \leftarrow \text{nulo}$

Repita

Ordena(P)

▷ Ordena a população de acordo com a aptidão

$Q \leftarrow P_{1 \dots \mu}$

▷ Inicia Q com os μ indivíduos mais aptos

$P \leftarrow Q$

▷ A diferença está aqui

Para $Q_j \in Q$ Faça
Para $1 \dots \lambda/\mu$ Faça

$P \leftarrow P \cup \{\text{Aplica-Mutação}(Q_j)\}$

Fim
Fim
Para $P_i \in P$ Faça

CalculaAptidão(P_i)

Se $Melhor = \text{nulo}$ ou $\text{Aptidão}(P_i) > \text{Aptidão}(Melhor)$ Então

$Melhor \leftarrow P_i$

Fim
Fim

Até que não tenhamos mais tempo

Retorne $Melhor$

Fim

Fonte: Adaptado de (LUKE, 2013)

É importante notar que as Estratégias Evolucionárias não utilizam a recombinação para gerar novos indivíduos. Para isso, elas utilizam apenas a Mutação cuja implementação depende do tipo de dados envolvido no problema que está sendo estudado. No próximo capítulo, serão propostos alguns operadores de Mutação para a TMAP, que irão agir sobre caminhos e ciclos de um grafo. Também será tratado, no próximo capítulo, como foram implementadas as funções de gerar indivíduos e calcular suas aptidões dentro do contexto da TMAP.

3.2 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos são similares às ESs: o seu *loop* principal consiste em selecionar indivíduos da população de acordo com as respectivas aptidões, reproduzir os indivíduos selecionados e iterar sobre a nova população para calcular as novas aptidões (LUKE, 2013).

No entanto, eles são diferentes na forma como selecionam e reproduzem os indivíduos. Enquanto que nas Estratégias Evolucionárias, todos os pais são selecionados simultaneamente e passam por mutação em seguida, os Algoritmos Genéticos selecionam os pais e geram filhos ao poucos até que se tenha uma população de filhos suficiente. A reprodução em si também é bem diferente das ESs: nos Algoritmos Genéticos, inicia-se com uma população de filhos vazia. O Algoritmo então seleciona dois pais de forma arbitrária, recombina esses pais em dois novos indivíduos filhos e então faz a mutação deles. Esses dois novos indivíduos são adicionados à população. Esse processo se repete até que a população de filhos esteja completamente preenchida (LUKE, 2013).

O pseudocódigo 4 deve ajudar o leitor a compreender o algoritmo.

Esta é a forma tradicional como o Algoritmo Genético é apresentado nos livros textos (LUKE, 2013), também conhecido como Algoritmo Genético Geracional. No entanto, existem outras variações, como por exemplo, o Algoritmo Genético de Estado Estável, do inglês, *Steady State Genetic Algorithm*. O GA Geracional é assim conhecido pois nele a população é completamente atualizada de uma vez. O GA de Estado Estável, por sua vez, introduz um ou dois filhos, obtidos através de recombinação e mutação, diretamente na população de indivíduos (matando outros indivíduos para abrir espaço) e segue para a próxima geração.

Dessa forma, assim como a ES ($\mu + \lambda$), os indivíduos pais se mantêm na população e disputam com os filhos nas gerações seguintes. Por isso, este algoritmo pode sofrer do mesmo problema e ficar "preso" a ótimos locais ao redor dos pais (LUKE, 2013).

O pseudocódigo 5 detalha as características do Algoritmo Genético de Estado Estável.

No próximo capítulo, serão explorados as aplicações dos algoritmos acima apresentados para a TMAP. Serão propostos operadores de mutação e de recombinação que possam ser aplicados ao modelo utilizado, além de um método para calcular a aptidão de um indivíduo. No entanto, pode-se, ainda neste capítulo, tratar de um operador utilizado nos algoritmos genéticos que é definido sem interferência do problema ou da estrutura de dados no qual ele está modelado. Os operadores de Seleção podem ser descritos para uma população qualquer de indivíduos modelados de forma arbitrária.

Na presente pesquisa, foi utilizado o operador de mutação comumente chamado de Torneio (do inglês, *Tournament*) (LUKE, 2013). Ele consiste em coletar, da população, t indivíduos de forma aleatória. Destes, o algoritmo retorna apenas o indivíduo mais apto. Segue o pseudocódigo para ilustrar esse operador.

Pseudocódigo 4 Algoritmo Genético

Procedimento ALGORITMOGENETICO(*tamanhoPopulao*) $P \leftarrow \{\}$ **Para** 1... *tamanhoPopulao* **Faça** $p \leftarrow \{\text{novo indivíduo gerado de forma arbitrária}\}$ CalculaAptidão(p) $P \leftarrow P \cup \{p\}$ **Fim** $Melhor \leftarrow \text{nulo}$ **Repita** $Q \leftarrow \{\}$ **Para** 1... *tamanhoPopulao*/2 **Faça** $Pai_a \leftarrow \text{Seleciona}(P)$ $Pai_b \leftarrow \text{Seleciona}(P)$ $Filho_a, Filho_b \leftarrow \text{Recombina}(Pai_a, Pai_b)$ $Q \leftarrow Q \cup \{\text{Aplica-Mutação}(Filho_a), \text{Aplica-Mutação}(Filho_b)\}$ **Fim** $P \leftarrow Q$ **Para** $P_i \in P$ **Faça**CalculaAptidão(P_i)**Se** $Melhor = \text{nulo}$ **ou** Aptidão(P_i) > Aptidão($Melhor$) **Então** $Melhor \leftarrow P_i$ **Fim****Fim****Até que** não tenhamos mais tempo**Retorne** $Melhor$ **Fim**

Fonte: Adaptado de (LUKE, 2013)

Pseudocódigo 5 Algoritmo Genético de Estado Estável

Procedimento ALGORITMOGENETICOESTADOESTAVEL(*tamanhoPopulao*) $P \leftarrow \{\}$ **Para** 1... *tamanhoPopulao* **Faça** $P \leftarrow P \cup \{\text{novο indivíduo gerado de forma arbitrária}\}$ **Fim****Para** $P_i \in P$ **Faça**CalculaAptidão(P_i)**Se** *Melhor* = nulo **ou** Aptidão(P_i) > Aptidão(*Melhor*) **Então** $Melhor \leftarrow P_i$ **Fim****Fim****Repita** $Pai_a \leftarrow \text{Seleciona}(P)$ $Pai_b \leftarrow \text{Seleciona}(P)$ $Filho_a, Filho_b \leftarrow \text{Recombina}(Pai_a, Pai_b)$ $Filho_a \leftarrow \text{Aplica-Mutação}(Filho_a)$ $Filho_b \leftarrow \text{Aplica-Mutação}(Filho_b)$ CalculaAptidão($Filho_a$)**Se** Aptidão($Filho_a$) > Aptidão(*Melhor*) **Então** $Melhor \leftarrow Filho_a$ **Fim**CalculaAptidão($Filho_b$)**Se** Aptidão($Filho_b$) > Aptidão(*Melhor*) **Então** $Melhor \leftarrow Filho_b$ **Fim** $p_c \leftarrow \text{SelecionaParaMorrer}(P) \triangleright \text{Seleciona um indivíduo para remover da população}$ $p_d \leftarrow \text{SelecionaParaMorrer}(P)$ $\triangleright p_c \neq p_d$ $P \leftarrow P - \{p_c, p_d\}$ $P \leftarrow P \cup \{Filho_a, Filho_b\}$ **Até que** não tenhamos mais tempo**Retorne** *Melhor***Fim**

Pseudocódigo 6 Torneio

Procedimento TORNEIRO(P, t) $Melhor \leftarrow$ indivíduo escolhido aleatoriamente de P ▷ De forma que não possa ser escolhido uma segunda vez**Para** i de 2... t **Faça** $Proximo \leftarrow$ indivíduo escolhido aleatoriamente de P **Se** Aptidão($Proximo$) > Aptidão($Melhor$) **Então** $Melhor \leftarrow Proximo$ **Fim****Fim****Retorne** $Melhor$ **Fim**

Fonte: Adaptado de (LUKE, 2013)

4

Abordagens Evolucionárias para a TMAP

No último capítulo, foram apresentados os algoritmos evolucionários usados nesta pesquisa. No entanto, algumas lacunas ficaram abertas: não foram apresentadas formas de gerar indivíduos, isto é, soluções para a TMAP, de forma arbitrária para a primeira população, além de como aplicar recombinação e mutação neles. Dessa forma, neste capítulo, serão propostos operadores para construção de indivíduos, bem como para mutação e recombinação.

4.1 Criação de Indivíduos

Assim como em (PIPPIN; CHRISTENSEN; WEISS, 2013) e (LAURI; KOUKAM, 2008), as soluções resultantes das abordagens evolucionárias aqui propostas são baseadas em particionamento (vide Seção 2.2.2). Dessa forma, a criação de indivíduos foi dividida em três etapas. A primeira é o cálculo de r centros, onde r é o número de agentes, ao redor dos quais os agentes deverão patrulhar. A segunda tarefa é a escolha dos nós, ao redor do centro, que comporão cada partição. Por fim, falta o cálculo de um ciclo, para cada partição, que passe por todos os seus vértices. Essas tarefas foram chamadas respectivamente de *centering*, *partitioning* e *path building*.

Nas subseções seguintes, cada uma dessas três tarefas serão tratadas separadamente, mas é importante notar que uma tarefa depende da resposta dada pela sua antecessora. Serão apresentadas mais de um operador que executa cada tarefa, assim ao montar um algoritmo evolucionário, o leitor pode construir seus indivíduos com qualquer combinação deles.

4.1.1 *Centering*

A primeira forma proposta para se calcular os centros é chamada de *Random Centering*, e consiste em simplesmente escolher nós aleatórios do grafo para ser os centros. Veja o Pseudocódigo 7 abaixo.

Uma outra forma de escolher os centros é tentar encontrar os vértices do grafo que estejam mais distantes uns dos outros. O objetivo neste operador é iniciar indivíduos de forma um pouco mais inteligente, para aumentar as chances de serem indivíduos com alta aptidão,

Pseudocódigo 7 *Random Centering***Procedimento** RANDOM-CENTERING(V, r)▷ V é o conjunto de vértices do grafo e r é o número de agentes $Vertices \leftarrow \text{Cópia}(V)$ $Centros \leftarrow \{\}$ **Para** 1... r **Faça** $Centros \leftarrow Centros \cup \{\text{Seleciona-Aleatoriamente-Remove}(Vertices)\}$ **Fim****Retorne** $Centros$ **Fim**

Fonte: O Autor

mas sem apagar completamente o lado aleatório indicado às inicializações de indivíduos nos algoritmos evolucionários. (LUKE, 2013) alerta os seus leitores para os perigos de utilizar heurísticas que aparentam gerar melhores indivíduos, mas que podem estar, inadvertidamente, condenando os algoritmos evolucionários a ficarem "presos" em mínimos locais.

O pseudocódigo 8 mostra como seria a implementação deste operador.

Pseudocódigo 8 *Approximated Maximum Distance Centering***Procedimento** APPROXIMATED-MAXIMUM-DISTANCE-CENTERING($G(V, E), r$)▷ $G(V, E)$ é o grafo e r é o número de agentes $Vertices \leftarrow \text{Cópia}(V)$ $Centros \leftarrow \text{RANDOM-CENTERING}(V, r)$ $d \leftarrow \text{Soma-Distancias}(G(V, E), centros)$

▷ Soma as distâncias entre os vértices

Repita $centro \leftarrow$ escolha um vértice aleatório de $centros$ **Para** $V_i \in \text{Sucessores}(G(V, E), centro)$, onde $V_i \notin Centros$ **Faça**Substitui($Centros, centro, V_i$)▷ Substitui $centro$ por V_i em $Centros$ $d' \leftarrow \text{Soma-Distancias}(G(V, E), centros)$ **Se** $d > d'$ **Então**Substitui($Centros, V_i, centro$)**Fim****Fim****Até que** não tenhamos mais tempo**Retorne** $Centros$ **Fim**

Fonte: O Autor

O operador começa selecionando r centros aleatoriamente, onde r é o número de agentes. Depois, ele calcula o somatório das distâncias entre todos os r vértices. Então, a cada iteração, um centro é escolhido aleatoriamente. Todos os sucessores do centro escolhido são testados no lugar do centro, se essa troca fizer com que os somatórios das distâncias entre os centros aumente, o sucessor fica no lugar do centro.

4.1.2 *Partitioning*

Seguindo a mesma ideia de ter uma opção completamente aleatória de criar os indivíduos, uma das formas propostas para calcular as partições é chamada de *Random Partitioning*. O pseudocódigo 9 exemplifica como isso pode ser implementado.

Pseudocódigo 9 *Random Partitioning*

Procedimento RANDOM-PARTITIONING(*centros*, $G(V, E)$)

▷ G é o o grafo e *centros* é a lista de centros calculados anteriormente

Particoes $\leftarrow \{\}$

verticesAdicionados $\leftarrow \{\}$

Repita

centro \leftarrow escolha aleatoriamente um elemento de *centros*

candidato \leftarrow Selecciona-Aleatoriamente(V)

▷ *candidato* \notin *centros*

caminho \leftarrow Menor-Caminho(G , *centro*, *candidato*)

Particoes(*centro*) \leftarrow *Particoes*(*centro*) \cup *caminho*

verticesAdicionados \leftarrow *verticesAdicionados* \cup *caminho*

Até que $|verticesAdicionados| = |V|$

Retorne *Particoes*

Fim

Fonte: O Autor

O *Random Partitioning* consiste em criar uma lista de partições para cada centro. A cada iteração do *loop* principal, um centro é escolhido aleatoriamente. Então, um outro vértice do grafo também é escolhido de forma aleatória (desde que não seja um centro). Depois, é adicionado à partição daquele centro escolhido todo o menor caminho entre ele mesmo e o vértice escolhido. O menor caminho inteiro é adicionado para que as partições estejam conectadas, isto é, para que seja possível traçar um caminho, dentro do grafo G , entre seus vértices. Finalmente, o *Random Partitioning* para quando todos os nós do grafo estiverem em alguma partição.

Como o outro operador de particionamento do grafo é mais complexo, primeiro será apresentado o pseudocódigo ao leitor, e então será feita uma discussão de suas propriedades. Observe o pseudocódigo 10.

O operador começa criando uma lista chamada *ParticaoPorVertice*. Nessa lista, cada índice representa um vértice, v , do grafo. O valor armazenado em *ParticaoPorVertice*(v) corresponde ao centro ao qual o vértice v está associado. No final, todos os vértices associados a um centro formarão uma partição diferente. Na linha seguinte é iniciada uma lista bidimensional. O índice da primeira dimensão representa um centro, c , calculado na etapa anterior da construção de indivíduos, e *ListaDeVerticesPorCentro*(c) representa uma lista de todos os vértices do grafo ordenados pelas suas distâncias a c . Na linha 4 é criada outra lista bidimensional, cujos índices também representam cada centro já calculado. *ParticaoDoCentro*(c) vai guardar uma lista de todos os vértices que foram associados a c . Em breve, será mostrado porque é necessário manter ambas as listas *ParticaoDoCentro* e *ParticaoPorVertice*.

Pseudocódigo 10 *Heuristic Graph Partitioning*

```

1: Procedimento GRAPH-PARTITIONING(centros,  $G(V, E)$ )
   ▷ G é o grafo e centros é a lista de centros calculados anteriormente
2:   ParticaoPorVertice  $\leftarrow \{\}$ 
3:   ListaDeVerticesPorCentro  $\leftarrow \{\}$ 
4:   ParticaoDoCentro  $\leftarrow \{\}$ 
5:   Para  $i \in 1 \dots |V|$  Faça
6:     Se  $i \in \text{centros}$  Então
7:       ParticaoPorVertice[ $i$ ]  $\leftarrow i$ 
8:     Senão
9:       ParticaoPorVertice[ $i$ ]  $\leftarrow -1$ 
10:    Fim
11:  Fim
12:  Para  $\text{centro} \in \text{centros}$  Faça
13:    ListaDeVerticesPorCentro(centro)  $\leftarrow$  lista dos nós do grafo ordenados pelas suas
    distâncias ao centro
14:    ParticaoDoCentro(centro)  $\leftarrow \{\}$ 
15:  Fim
16:  Repita
17:    Para  $C_i \in \text{centros}$  Faça
18:      Enquanto ListaDeVerticesPorCentro( $C_i$ )  $\neq \{\}$  Faça
19:         $n \leftarrow \text{REMOVE-PRIMEIRO}(\text{ListaDeVerticesPorCentro}(C_i))$ 
20:        Se ParticaoPorVertice( $n$ )  $= -1$  Então
21:          ParticaoPorVertice( $n$ )  $\leftarrow C_i$ 
22:        Pare o Laço Enquanto
23:      Fim
24:    Fim
25:  Fim
26:  Até que  $-1 \notin \text{ParticaoPorVertice}$       ▷ Até que todo vértice esteja em uma partição
27:  Para  $v \in V$  Faça
28:    ParticaoDoCentro(ParticaoPorVertice( $v$ ))  $\cup$  o menor caminho entre ParticaoPor-
    Vertice( $v$ ) e  $v$ 
29:  Fim
30:  Retorne as partições em ParticaoDoCentro
31: Fim

```

O operador segue para popular a lista *ParticaoPorVertice* com os elementos triviais. Cada centro, c , tem seu valor em *ParticaoPorVertice* configurado para si mesmo, enquanto que os outros vértices tem o valor configurado para -1 . Na linha 13 é calculada a lista de vértices do grafo ordenadas pela distância ao centro e na linha 14 é iniciada a lista *ParticaoDoCentro* para cada um dos centros.

O *loop* iniciado na linha 16 só para quando todos os vértices estiverem associados a algum centro, dentro da lista *ParticaoPorVertice*. A cada iteração deste *loop*, é encontrado, para cada centro, c , o primeiro vértice na sua *ListaDeVerticesPorCentro* que ainda não possui um centro associado a si. Uma vez que esse vértice é encontrado, seu valor em *ParticaoPorVertice* é configurado para o centro c .

Quando todos os vértices possuem um valor diferente de -1 em *ParticaoPorVertice*, o operador entra em seu último *loop*. Nele, para cada vértice, v , do grafo é concatenada a lista que consiste no menor caminho entre v e o centro, c , a ele associado em *ParticaoPorVertice* com a lista de vértices na partição de c . Isso acontece para todas as partições possuam os vértices necessários para serem conectadas. E essa é a diferença entre as listas *ParticaoPorVertice* e *ParticaoDoCentro*.

4.1.3 Path Building

Uma vez de posse dos centros e das partições, falta construir um caminho, mais especificamente um ciclo, que permita ao agente caminhar por todos os nós de sua partição. A primeira abordagem a ser apresentada para tal finalidade, segue o mesmo princípio de ter uma opção totalmente aleatória, e é chamada de *Random Path Building*. Observe o pseudocódigo 11. Este procedimento deve ser executado para cada uma das partições calculadas na etapa de *Partitioning*.

Perceba que, como Q é uma lista cíclica, na última iteração do *loop* da linha 6, $Q[i + 1]$ será o primeiro elemento de Q . Assim, o menor caminho entre o último e o primeiro elemento de Q será adicionado ao caminho final P . Isto fará com que P seja um ciclo, já que ele irá começar e terminar no primeiro elemento de Q .

Já que o objetivo dos operadores de *Path Building* é construir um ciclo para o agente que passe por todos os nós da partição sob sua responsabilidade, é possível argumentar que o ciclo ótimo seria um Ciclo Hamiltoniano de custo mínimo. Dessa forma, os outros dois operadores para construção de caminhos são **baseados** em heurísticas para o TSP. São elas: *Nearest Insertion Method* e *Nearest Neighbor Method* (NILSSON, 2003). Assim, os nomes dos operadores são: *Nearest Insertion Path Building* e *Nearest Neighbor Path Building*.

O pseudocódigo 12 ilustra o operador *Nearest Neighbor Path Building*. O operador começa por escolher um vértice aleatório da partição. Este será o primeiro elemento do caminho resultante, T . Então, até que todos os nós da partição estejam no caminho, ele irá escolher o vértice, v_s , ainda não adicionado com menor distância para o último ou primeiro elemento do caminho. Como mostram as linhas 27 a 38, o menor caminho entre v_s e o primeiro ou

Pseudocódigo 11 *Random Path Building*

```

1: Procedimento RANDOM-PATH-BUILDING( $G(V, E), particao$ )
   ▷  $G$  é o o grafo,  $particao$  é a lista de vértices que formam a partição de um agente
2:    $G' \leftarrow$  subgrafo de  $G$  induzido por  $particao$ 
3:    $particao \leftarrow$  EMBARALHA( $particao$ )  ▷ Embaralha a lista de vértices aleatoriamente
4:    $Q \leftarrow$  LISTA-CICLICA( $particao$ )
5:    $P \leftarrow \{\}$   ▷  $P$  é o caminho resultante
6:   Para  $i = 1$  até  $|Q|$  Faça
7:     Se existe aresta em  $G'$  entre  $Q[i]$  e  $Q[i + 1]$  Então
8:       ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, Q[i]$ )
9:       ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, Q[i + 1]$ )
10:    Senão
11:       $p \leftarrow$  menor caminho entre  $Q[i]$  e  $Q[i + 1]$ 
12:      Para  $v \in p$  Faça
13:        ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, v$ )
14:      Fim
15:    Fim
16:  Fim
17:  Retorne  $P$ 
18: Fim
19: Procedimento ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, v$ )
20:    $ultimo \leftarrow$  PEEK-LAST( $P$ )  ▷ Retorna o último elemento de  $P$  sem removê-lo
21:   Se  $ultimo \neq nulo$  e  $ultimo = v$  Então
22:     Retorne
23:   Senão
24:      $P \leftarrow P \cup \{v\}$ 
25:   Fim
26: Fim

```

último elemento de T será adicionado a T . No final, como é necessário que T seja um ciclo, é adicionado o menor caminho entre o último e o primeiro elementos de T (linhas 41 a 44).

O pseudocódigo 13 ilustra uma possível forma de implementar o *Nearest Insertion Method*. O operador começa escolhendo um vértice, v , aleatório da partição. Depois, ele encontra outro vértice, v_s da partição que tenha a menor distância para v e calcula um caminho que vá de v até v_s e volte para v . Após essa etapa, o operador entra em *loop*, até que todos os vértices da partição tenham sido adicionados ao caminho, T . A cada iteração, o operador encontra o vértice v_k , com menor distância para o caminho sendo construído. Depois, ele encontra a melhor aresta, (v_i, v_j) , de T que possa ser quebrada para que o caminho vá de v_i até v_k e volte para v_j . A "melhor" aresta é dada pela equação $\Delta f = d(v_i, v_k) + d(v_k, v_j) - d(v_i, v_j)$, onde d é uma função que calcula a menor distância entre dois vértices. Observe que Δf corresponde ao aumento no custo do caminho caso se venha a quebrar a aresta (v_i, v_j) para ir até v_k e voltar. Assim, no final, o operador retorna um ciclo que vai de v , passa por todos os vértices da partição e volta.

4.2 Mutação

Uma vez que os operadores para criação arbitrária de indivíduos estejam apresentados, fica faltando os operadores de mutação e recombinação para que se possa executar um algoritmo evolucionário completo no contexto da TMAP. Nesta seção, por tanto, serão apresentados dois operadores diferentes para aplicar mutação em indivíduos.

No entanto, antes de descrever os operadores, será mostrado um procedimento que é utilizado em ambos. Ao final de sua operação, as mutações aqui propostas aplicam um procedimento baseado no *k-change* (MARX, 2008), que será chamado de *melhorar*. O *k-change*, que também pode ser chamado de *k-opt* (NILSSON, 2003), é uma heurística utilizada para encontrar o Caminho Hamiltoniano no TSP. O *k-change* é descrito como uma heurística de busca local que tenta encontrar um caminho de menor custo através de leves alterações em um caminho original. A alteração é a substituição de até k arestas no caminho. Os valores para k mais utilizados são 2, 3 e 4. Como o objetivo do operador de mutação é realizar uma leve mudança no indivíduo (LUKE, 2013), esta pesquisa utilizou $k = 2$.

O pseudocódigo 14 ilustra o procedimento de *melhorar*, que engloba o uso do *2-change*.

Primeiramente, é importante perceber que o *2-change* não necessariamente irá retornar um caminho de custo menor. Então, o procedimento *melhorar* só vai usar o caminho retornado pelo *2-change* se houver ganho real. O procedimento *RANDOM-2-CHANGE* vai selecionar duas arestas aleatoriamente. Contudo, o caminho do agente, P , está representado em uma lista de vértices onde, se V_i e V_{i+1} são dois vértices nas posições i e $i + 1$ dentro do caminho do agente, então existe uma aresta (V_i, V_{i+1}) no Grafo onde o agente patrulha. Então, quando o procedimento escolhe um valor $edge_1$, esse valor está representando, na verdade, a aresta $(V_{edge_1}, V_{edge_1+1})$.

Pseudocódigo 12 *Nearest Neighbor Path Building*

```

1: Procedimento NEAREST-NEIGHBOR-PATH-BUILDING( $G(V,E)$ , particao)
   ▷  $G$  é o o grafo, particao é a lista de vértices que formam a partição de um agente
2:    $T \leftarrow \{\}$ 
   ▷  $P$  é o caminho resultante
3:    $P \leftarrow \text{Cópia}(\textit{particao})$ 
4:    $v \leftarrow$  vértice aleatório de  $P$ 
5:    $P \leftarrow P - \{v\}$ 
6:    $T \leftarrow T \cup \{v\}$ 
7:   Enquanto  $P \neq \{\}$  Faça
8:      $\textit{primeiro} \leftarrow T[0]$ 
9:      $\textit{ultimo} \leftarrow T[|T|]$ 
10:     $v_s \leftarrow$  nulo
    ▷ O vértice a ser adicionado
11:     $d_{\min} \leftarrow \infty$ 
12:     $\textit{addNoFinal?} \leftarrow \textit{falso}$ 
13:    Para  $j \in 1 \dots |P|$  Faça
14:       $v_j \leftarrow P[j]$ 
15:       $d_{j,\textit{primeiro}} \leftarrow$  distância entre o vértice  $v_j$  e o vértice primeiro
16:       $d_{j,\textit{ultimo}} \leftarrow$  distância entre o vértice  $v_j$  e o vértice ultimo
17:      Se  $d_{j,\textit{primeiro}} < d_{\min}$  Então
18:         $d_{\min} \leftarrow d_{j,\textit{primeiro}}$ 
19:         $v_s \leftarrow v_j$ 
20:      Fim
21:      Se  $d_{j,\textit{ultimo}} < d_{\min}$  Então
22:         $d_{\min} \leftarrow d_{j,\textit{ultimo}}$ 
23:         $v_s \leftarrow v_j$ 
24:         $\textit{addNoFinal?} \leftarrow \textit{verdadeiro}$ 
25:      Fim
26:    Fim
27:    Se  $\textit{addNoFinal?}$  Então
28:       $P_{\textit{ultimo},s} \leftarrow$  menor caminho entre ultimo e  $v_s$ 
29:      Para  $v_p \in P_{\textit{ultimo},s}$  Faça
30:         $P \leftarrow P - \{v_p\}$ 
31:         $T \leftarrow T \cup \{v_p\}$ 
32:      Fim
33:    Senão
34:       $P_{s,\textit{primeiro}} \leftarrow$  menor caminho entre primeiro e  $v_s$ 
35:      Para  $v_p \in P_{s,\textit{primeiro}}$  Faça
36:         $P \leftarrow P - \{v_p\}$ 
37:         $T \leftarrow \{v_p\} \cup T$ 
38:      Fim
39:    Fim
40:  Fim
41:   $\textit{primeiro} \leftarrow T[0]$ 
42:   $\textit{ultimo} \leftarrow T[|T|]$ 
43:   $P_{\textit{ultimo},\textit{primeiro}} \leftarrow$  menor caminho entre ultimo e primeiro
44:   $T \leftarrow T \cup P_{\textit{ultimo},\textit{primeiro}}$ 
45: Fim

```

Pseudocódigo 13 *Nearest Insertion Path Building*

```

1: Procedimento NEAREST-INSERTION-PATH-BUILDING( $G(V, E), particao$ )
  ▷  $G$  é o o grafo,  $particao$  é a lista de vértices que formam a partição de um agente
  ▷ Exclusivamente neste pseudocódigo, será assumido que listas são indexadas a partir de zero
2:    $T \leftarrow \{\}$                                      ▷  $P$  é o caminho resultante
3:    $P \leftarrow \text{Cópia}(particao)$ 
4:    $v \leftarrow$  vértice aleatório de  $P$ 
5:    $P \leftarrow P - \{v\}$ 
6:    $v_s \leftarrow v' \in P$  tal que  $d(v', v) = \min_{v_i \in P} d(v_i, v)$   ▷ A função  $d$  retorna a distância entre  $v_i$  e  $v$ 
7:    $P \leftarrow P - \{v_s\}$ 
8:    $P_{v, v_s} \leftarrow$  menor caminho de  $v$  para  $v_s$ 
9:    $T \leftarrow P_{v, v_s} \cup P_{v, v_s}^{-1}$   ▷  $T$  é um ciclo que parte de  $v$ , visita  $v_s$  e volta a  $v$ 
10:  Enquanto  $P \neq \{\}$  Faça
11:     $v_k \leftarrow v' \in P$  tal que  $d(v', T) = \min_{v_i \in P} d(v_i, T)$   ▷  $d$  calcula a distância entre um vértice e um caminho
12:     $\Delta f_{min} \leftarrow \infty$ 
13:     $e \leftarrow 0$ 
14:    Para  $i \in 0 \dots (|T| - 1)$  Faça  ▷  $-1$  porque o primeiro e o último são iguais
15:       $v_i \leftarrow T[i]$ 
16:       $v_{i+1} \leftarrow T[i \bmod (|T| - 1)]$ 
17:       $\Delta f_i \leftarrow d(v_i, v_k) + d(v_k, v_{i+1}) - d(v_i, v_{i+1})$ 
18:      Se  $\Delta f_i < \Delta f_{min}$  Então
19:         $e \leftarrow i$ 
20:         $\Delta f_{min} \leftarrow \Delta f_i$ 
21:    Fim
22:    Fim
23:     $C_a \leftarrow$  menor caminho entre  $T[e]$  e  $v_k$ 
24:     $C_b \leftarrow$  menor caminho entre  $v_k$  e  $T[e + 1]$ 
25:    Inserir  $C_a \cup C_b$  em  $T$  entre os índices  $e$  e  $e + 1$ 
26:     $P \leftarrow P - C_a$ 
27:     $P \leftarrow P - C_b$ 
28:  Fim
29: Fim

```

Pseudocódigo 14 Melhorar (*2-change*)

```

1: Procedimento MELHORAR( $G(V, E), A$ )
   ▷  $G$  é o grafo e  $A$  é o Agente escolhido para sofrer mutação
2:   Repita
3:      $p \leftarrow \text{RANDOM-2-CHANGE}(G(V, E), A)$ 
4:     Se CUSTO( $p$ ) < CUSTO( $A$ ) Então
5:       CONFIGURAR-CAMINHO( $A, p$ )      ▷ Substitui o caminho antigo do Agent
6:     Fim
7:   Até que não tenhamos mais tempo
8: Fim
9: Procedimento RANDOM-2-CHANGE( $G(V, E), A$ )
10:   $edge_1 \leftarrow 0$ 
11:   $edge_2 \leftarrow 0$ 
12:   $p \leftarrow$  caminho do agente  $A$ 
13:  Repita
14:     $edge_1 \leftarrow$  escolhe um número aleatório entre 1 e  $|p| - 1$ 
15:     $edge_2 \leftarrow$  escolhe um número aleatório entre 1 e  $|p| - 1$   ▷  $-1$  porque o último e o
    primeiro elementos são iguais
16:    Se  $edge_1 > edge_2$  Então ▷ Forçar que  $edge_1$  seja o elemento mais a esquerda de  $p$ 
17:       $aux \leftarrow edge_1$ 
18:       $edge_1 \leftarrow edge_2$ 
19:       $edge_2 \leftarrow aux$ 
20:    Fim
21:  Até que  $edge_1 \neq edge_2$  e  $edge_1 + 1 \neq edge_2$ 
22:  Retorne 2-CHANGE( $G(V, E), A, edge_1, edge_2$ )
23: Fim

```

Fonte: O Autor

Uma vez que o procedimento tem certeza de ter escolhido duas arestas diferentes, ele faz uma chamada para o *2-change* em si, que está descrito no pseudocódigo 15.

Pseudocódigo 15 *2-change*

```

1: Procedimento 2-CHANGE( $G(V, E), A, edge_1, edge_2$ )
   ▷  $G$  é o grafo e  $A$  é o Agente escolhido para sofrer mutação
2:    $P \leftarrow$  caminho do agente  $A$ 
3:    $P' \leftarrow \{\}$                                      ▷ Novo caminho
4:   Para  $k \in 1 \dots |p|$  Faça                             ▷ Lembrando que  $edge_1 < edge_2$ 
5:     Se  $k < edge_1$  Então
6:       ADICIONA-AO-CAMINHO( $P', P[k]$ )                     ▷ Vide pseudocódigo 11
7:     Senão Se  $k = edge_1$  Então
8:        $p \leftarrow$  menor caminho entre  $P[edge_1]$  e  $P[edge_2]$ 
9:       Para cada  $p_i \in p$  Faça
10:        ADICIONA-AO-CAMINHO( $P', p_i$ )
11:      Fim
12:     Senão Se  $k < edge_2$  Então
13:        $v \leftarrow P[edge_1 + edge_2 - k]$                  ▷ lembrando que, nesse ponto,  $k > edge_1$ 
14:       ADICIONA-AO-CAMINHO( $P', v$ )
15:     Senão Se  $k = edge_2$  Então
16:        $p \leftarrow$  menor caminho entre  $P[edge_1 + 1]$  e  $P[edge_2 + 1]$ 
17:       Para cada  $p_i \in p$  Faça
18:        ADICIONA-AO-CAMINHO( $P', p_i$ )
19:      Fim
20:     Senão
21:       ADICIONA-AO-CAMINHO( $P', P[k]$ )
22:     Fim
23:   Fim
24:   Retorne  $P'$ 
25: Fim

```

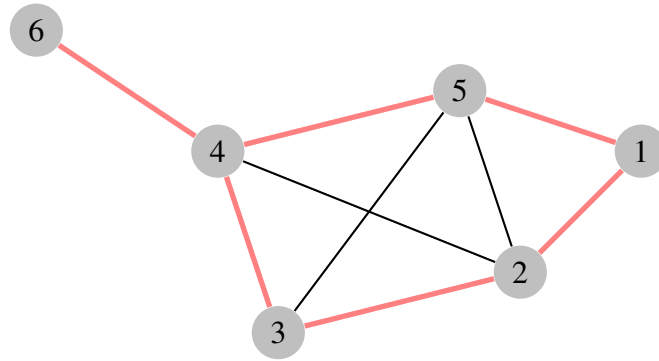
Fonte: O Autor

O procedimento *2-change* funciona da seguinte forma: seja P o conjunto de pares ordenados (já que é uma lista) dos vértices no caminho do agente A . P será algo como:

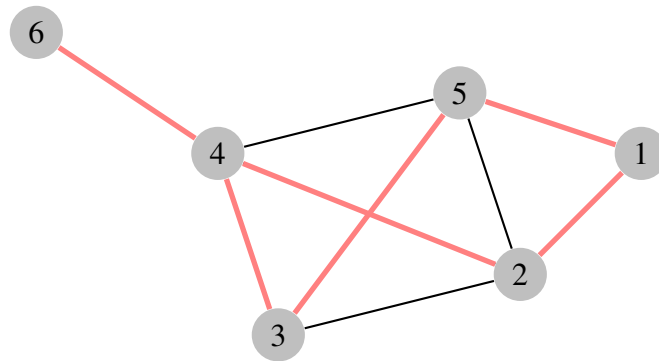
$$\{ \langle V_1, 1 \rangle, \dots, \langle V_{e_1}, e_1 \rangle, \langle V_{e_1+1}, e_1 + 1 \rangle, \dots, \\ \langle V_{e_2-1}, e_2 - 1 \rangle, \langle V_{e_2}, e_2 \rangle, \langle V_{e_2+1}, e_2 + 1 \rangle, \dots, \langle V_{|P|}, |P| \rangle \}$$

Onde e_1 e e_2 são as duas arestas escolhidas para serem substituídas. Após a execução do *2-change*, o caminho retornado, P' , deverá ser:

$$\{ \langle V_1, 1 \rangle, \dots, \langle V_{e_1}, e_1 \rangle, \dots, \langle V_{e_2}, e_2 \rangle, \langle V_{e_2-1}, e_2 - 1 \rangle, \dots, \\ \langle V_{e_1+1}, e_1 + 1 \rangle, \dots, \langle V_{e_2+1}, e_2 + 1 \rangle, \dots, \langle V_{|P|}, |P| \rangle \}$$

Figura 4.1: Caminho original do Agente de exemplo para o procedimento *2-change*

Fonte: O autor

Figura 4.2: Caminho do Agente de exemplo após o procedimento *2-change*

Fonte: O autor

Veja um exemplo. Suponha que um agente, *A*, que percorre as arestas vermelhas no seu subgrafo induzido ilustrado na Figura 4.1. O seu ciclo seria representado pela lista $P = [6, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 6]$. Suponha agora que esse agente passe pelo *2-change* e que as arestas escolhidas foram $(4, 5)$ e $(2, 3)$, ou seja, $e_1 = 2$ e $e_2 = 5$. Então, P' será $[6, 4, 2, 1, 5, 3, 4, 6]$. É possível visualizar P' na Figura 4.2.

Com o operador *Melhorar* devidamente explicado, fica faltando os operadores de mutação em si, que vão fazer uma chamada para o procedimento de *Melhorar*. O primeiro operador de mutação é chamado de *HalfAdd Half Sub Small Changes*. O nome vem do fato de que existe uma *change* de 50% do operador adicionar ou subtrair um vértice do caminho do agente selecionado para mutação, sempre de forma a modificar levemente o caminho. O pseudocódigo 16 ilustra o operador.

Quando o operador executa a adição de um vértice, v , ele procura pelo vértice, v' que já está no caminho do agente com menor distância para v . Depois, ele inclui no caminho do agente uma rota que vai do vértice v para o vértice v' e volta para v . Por isso, há duas operações de adição nas linhas 22 e 23: o operador está adicionando o caminho de ida e de volta ao mesmo tempo. Já para remover um vértice, v , do caminho do agente, o operador, primeiro, verifica se o

Pseudocódigo 16 *Half Add Half Sub Small Changes*

```

1: Procedimento HALF-ADD-HALF-SUB-SMALL-CHANGES(Solucao)
  ▷ Solucao é o indivíduo selecionado para mutação
2:    $G(V, E) \leftarrow$  o grafo associado à Solucao
3:    $A \leftarrow$  um agente escolhido aleatoriamente
4:    $d \leftarrow$  um número Real aleatório entre 0 e 1
5:   Se  $d \geq 0.5$  Então
6:     ADICIONA-COM-POUCAS-MUDANÇAS( $G(V, E), A$ )
7:   Senão
8:     REMOVE-COM-POUCAS-MUDANÇAS( $G(V, E), A$ )
9:   Fim
10:  MELHORAR( $G(V, E), A$ )
11: Fim
12: Procedimento ADICIONA-COM-POUCAS-MUDANÇAS( $G(V, E), A$ )
13:   $P \leftarrow$  o caminho do agente  $A$ 
14:   $v \leftarrow$  um vértice aleatório tal que  $v \in V$  e  $v \notin P$ 
15:   $d \leftarrow \infty$ 
16:   $v' \leftarrow$  nulo
17:  Para  $i \in 1 \dots |P|$  Faça  $d_i \leftarrow$  DISTANCIA( $G(V, E), v, P[i]$ )
18:    Se  $v' = \text{nulo}$  ou  $d' < d$  Então  $v' \leftarrow P[i]$ 
19:     $d \leftarrow d_i$ 
20:  Fim
21:  Fim
22:   $P' \leftarrow$  menor caminho entre  $v'$  e  $v$ 
23:  Para  $k \in 1 \dots (|P'| - 1)$  Faça ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, i + k, P'[k]$ )
24:    ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, i + k, P'[k]$ )
25:  Fim
26:  ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, i + k + 1, P'[k + 1]$ )
27: Fim
28: Procedimento REMOVE-COM-POUCAS-MUDANÇAS( $G(V, E), A$ )
29:   $P \leftarrow$  o caminho do agente  $A$ 
30:   $indice \leftarrow$  um número aleatório entre 1 e  $|P|$ 
31:   $P' \leftarrow \{\}$ 
32:  Se  $indice = 1$  ou  $indice = |P|$  Então REMOVE-PRIMEIRO-ELEMENTO( $P$ )
33:    REMOVE-ULTIMO-ELEMENTO( $P$ )
34:     $P' \leftarrow$  menor caminho entre  $P[|P|]$  e  $P[1]$ 
35:     $indice \leftarrow |P|$ 
36:  Senão Se  $P[indice - 1] = P[indice + 1]$  Então
37:    REMOVE-ELEMENTO-NO-INDICE( $P, indice$ )
38:    REMOVE-ELEMENTO-NO-INDICE( $P, indice$ )
39:  Senão  $P' \leftarrow$  menor caminho entre  $P[indice - 1]$  e  $P[indice + 1]$ 
40:    REMOVE-ELEMENTO-NO-INDICE( $P, indice$ )
41:  Fim
42:  Para cada  $v_j \in P'$  Faça ADICIONA-AO-CAMINHO( $P, indice, v_j$ )
43:     $indice \leftarrow indice + 1$ 
44:  Fim
45: Fim

```

vértice a ser removido é o primeiro (e último, já que é um ciclo). Em caso positivo, o primeiro e último elementos da lista que representa o caminho do agente são removidos e então o menor caminho entre os novos último e primeiro vértices é adicionado ao final do ciclo do agente (linhas 32 a 35). Caso o caminho do agente parta de um vértice v_i , visite o vértice escolhido e volte para o mesmo vértice v_i , então o operador simplesmente apaga v e uma das cópias de v_i (linhas 36 a 38). Por fim, caso nenhuma dessas condições seja verdadeira, o operador irá remover o vértice escolhido e substituí-lo pelo menor caminho entre seu antecessor e seu sucessor (linhas 39 a 41).

Para concluir os operadores de mutação, falta o operador *Half Add Half Sub Rebuild*. Ele compartilha com o *Half Add Half Sub Small Changes* a chance de 50% de adicionar ou remover um vértice do caminho do agente. No entanto, este operador tem como objetivo causar alterações mais drásticas no caminho do agente, pois ele o reconstrói integralmente. O pseudocódigo 17 ilustra este operador.

Caso o *Half Add Half Sub Rebuild* opere para adicionar um novo vértice, v , à lista de vértices patrulhados pelo agente, A , ele irá simplesmente adicionar v à partição associada a A . Depois, o caminho que A tem de percorrer é completamente reconstruído usando qualquer um dos operadores apresentados na Seção 4.1.3. Por isso, o *Half Add Half Sub Rebuild* deve gerar alterações mais bruscas nos indivíduos quando comparado com o *Half Add Half Sub Small Changes*.

Caso a operação seja de remoção, o operador irá procurar um vértice da partição do agente que possa ser removido sem desconectar o seu subgrafo induzido. Quando este vértice é encontrado ele é removido e um novo caminho é calculado para o agente. De forma análoga à operação de adição, o novo caminho pode ser construído utilizando qualquer um dos operadores de *path building* apresentados neste capítulo.

4.3 Recombinação

Por fim, será apresentado um operador para aplicar recombinação em dois indivíduos pais gerando dois indivíduos filhos. Esse operador é chamado de *Simple Random Crossover*, ou Recombinação Aleatória Simples, e está ilustrado no pseudocódigo 18. O operador consiste em tentar trocar um agente de um indivíduo por um agente do outro indivíduo selecionado para recombinação.

O operador começa escolhendo um índice, r_i de um agente aleatoriamente. Depois, uma cópia dos indivíduos é atribuída a dois novos indivíduos filhos. A seguir, o operador verifica se os agentes no índice r_i possuem o mesmo vértice como centro. Em caso positivo, o operador imediatamente troca um agente pelo outro entre os dois indivíduos filhos. Em caso negativo, o operador tenta encontrar o agente do indivíduo b cujo caminho passe pelo centro do agente posicionado no índice r_i do indivíduo a . Encontrando este agente, o operador faz a troca. Caso não seja encontrado nenhum agente, o operador vai simplesmente trocar os agentes que estão no mesmo índice, r_i , em seus respectivos indivíduos.

Pseudocódigo 17 *Half Add Half Sub Rebuild*

```

1: Procedimento HALF-ADD-HALF-SUB-REBUILD(Solucao)
  ▷ Solucao é o indivíduo selecionado para mutação
2:    $G(V, E) \leftarrow$  o grafo associado à Solucao
3:    $A \leftarrow$  um agente escolhido aleatoriamente
4:    $d \leftarrow$  um número Real aleatório entre 0 e 1
5:   Se  $d \geq 0.5$  Então
6:     ADICIONA-E-RECONSTROI( $G(V, E), A$ )
7:   Senão
8:     REMOVE-E-RECONSTROI( $G(V, E), A$ )
9:   Fim
10:  MELHORAR( $G(V, E), A$ )
11: Fim
12: Procedimento ADICIONA-E-RECONSTROI( $G(V, E), A$ )
13:   $P \leftarrow$  o caminho do agente  $A$ 
14:   $v \leftarrow$  um vértice aleatório tal que  $v \in V$  e  $v \notin P$ 
15:  particao  $\leftarrow$  a partição por onde patrulha o agente  $A$ 
16:  particao  $\leftarrow$  particao  $\cup \{v\}$ 
17:   $P \leftarrow$  RECONSTRÓI-O-CAMINHO( $G(V, E), \textit{particao}$ )
18: Fim
19: Procedimento REMOVE-E-RECONSTROI( $G(V, E), A$ )
20:   $P \leftarrow$  o caminho do agente  $A$ 
21:  particao  $\leftarrow$  a partição por onde patrulha o agente  $A$ 
22:  lista  $\leftarrow$  EMBARALHA(particao)           ▷ Embaralha de forma aleatória
23:  Para  $v \in \textit{lista}$  Faça
24:    particao'  $\leftarrow$  particao  $- \{v\}$ 
25:     $G' \leftarrow$  subgrafo de  $G$  induzido por particao'
26:  Fim
27:  particao  $\leftarrow$  particao'
28:  RECONSTRÓI-O-CAMINHO( $G(V, E), \textit{particao}$ )
29: Fim

```

Pseudocódigo 18 *Simple Random Crossover*

```

1: Procedimento SIMPLE-RANDOM-CROSSOVER(Solucaoa, Solucaob, r)
  ▷ Os parâmetros são dois indivíduos e r, o número de agentes
2:   ri ← escolhe um número aleatório entre 1 ... r
3:   Ca ← Cópia(Solucaoa)                                     ▷ Este é o filho do indivíduo a
4:   Cb ← Cópia(Solucaob)                                     ▷ Este é o filho do indivíduo b
5:   Agentea ← RETORNA-AGENTE(Ca, ri)
6:   Agenteb ← RETORNA-AGENTE(Cb, ri)
7:   Se o centro do Agentea for igual ao centro do Agenteb Então
8:     CONFIGURA-AGENTE(Ca, ri, Agenteb)
9:     CONFIGURA-AGENTE(Cb, ri, Agentea)
10:    Retorne Ca, Cb
11:  Senão
12:    Para j ∈ 1 ... r Faça
13:      agente ← RETORNA-AGENTE(Cb, j)
14:      Se o centro do Agentea está no caminho do agente Então
15:        Agenteb ← agente
16:        CONFIGURA-AGENTE(Ca, ri, Agenteb)
17:        CONFIGURA-AGENTE(Cb, j, Agentea)
18:      Retorne Ca, Cb
19:    Fim
20:  Fim
21:  CONFIGURA-AGENTE(Ca, ri, Agenteb)
22:  CONFIGURA-AGENTE(Cb, ri, Agentea)
23:  Retorne Ca, Cb
24: Fim
25: Fim

```

5

Conclusão

5.1 Introduction

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetur id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea

dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

5.2 Section

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

5.2.1 Subsection

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat

a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Referências

- ALBERTON, R. et al. Multi-agent perimeter patrolling subject to mobility constraints. **American Control Conference (ACC), 2012**, Montreal, QC, CAN, p.4498–4503, June 2012.
- ALMEIDA, A. et al. Recent Advances on Multi-agent Patrolling. **Advances in Artificial Intelligence – SBIA 2004**, [S.l.], v.3171, p.474–483, 2004.
- BÄCK, T.; SCHWEFEL, H.-P. An Overview of Evolutionary Algorithms for Parameter Optimization. **Evolutionary Computation**, Cambridge, MA, USA, v.1, n.1, p.1–23, Mar. 1993.
- CHEVALEYRE, Y.; SEMPE, F.; RAMALHO, G. A Theoretical Analysis of Multi-Agent Patrolling Strategies. **Proceedings of the Third International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems - Volume 3**, Washington, DC, USA, p.1524–1525, 2004.
- CHRISTOFIDES, N. **Worst-case analysis of a new heuristic for the travelling salesman problem**. Pittsburgh, PA, USA: Carnegie-Mellon University, 1976.
- DOI, S. Proposal and evaluation of a pheromone-based algorithm for the patrolling problem in dynamic environments. **Swarm Intelligence (SIS), 2013 IEEE Symposium on**, Singapore, p.48–55, April 2013.
- ELMALIACH, Y.; AGMON, N.; KAMINKA, G. Multi-Robot Area Patrol under Frequency Constraints. **Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on**, [S.l.], p.385–390, April 2007.
- ELOR, Y.; BRUCKSTEIN, A. M. Autonomous Multi-agent Cycle Based Patrolling. **Proceedings of the 7th International Conference on Swarm Intelligence**, Berlin, Heidelberg, p.119–130, 2010.
- GABRIELY, Y.; RIMON, E. Spanning-tree based coverage of continuous areas by a mobile robot. **Annals of Mathematics and Artificial Intelligence**, [S.l.], v.31, n.1-4, p.77–98, 2001.
- HERNÁNDEZ, E.; CERRO, J. d.; BARRIENTOS, A. Game theory models for multi-robot patrolling of infrastructures. **International Journal of Advanced Robotic Systems**, [S.l.], v.10, p.181–189, March 2013.
- KOENIG, S.; LIU, Y. Terrain Coverage with Ant Robots: a simulation study. **Proceedings of the Fifth International Conference on Autonomous Agents**, New York, NY, USA, p.600–607, 2001.
- LAURI, F.; KOUKAM, A. A two-step evolutionary and ACO approach for solving the multi-agent patrolling problem. **Evolutionary Computation, 2008. CEC 2008. (IEEE World Congress on Computational Intelligence). IEEE Congress on**, [S.l.], p.861–868, June 2008.
- LAURI, F.; KOUKAM, A. Hybrid ACO/EA algorithms applied to the multi-agent patrolling problem. **Evolutionary Computation (CEC), 2014 IEEE Congress on**, Beijing, China, p.250–257, July 2014.

LUKE, S. **Essentials of Metaheuristics**. second.ed. [S.l.]: Lulu, 2013. Available for free at <http://cs.gmu.edu/~sean/book/metaheuristics/>.

MACHADO, A. et al. Multi-agent Patrolling: an empirical analysis of alternative architectures. **Proceedings of the 3rd International Conference on Multi-agent-based Simulation II**, Berlin, Heidelberg, p.155–170, 2003.

MARX, D. Searching the K-change Neighborhood for TSP is W[1]-hard. **Oper. Res. Lett.**, Amsterdam, The Netherlands, The Netherlands, v.36, n.1, p.31–36, Jan. 2008.

NILSSON, C. **Heuristics for the traveling salesman problem**. [S.l.]: Tech. Report, Linköping University, Sweden, 2003.

PIPPIN, C.; CHRISTENSEN, H.; WEISS, L. Performance Based Task Assignment in Multi-robot Patrolling. **Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on Applied Computing**, New York, NY, USA, p.70–76, 2013.

POULET, C.; CORRUBLE, V.; EL FALLAH SEGHROUCHNI, A. Auction-Based Strategies for the Open-System Patrolling Task. **PRIMA 2012: Principles and Practice of Multi-Agent Systems**, [S.l.], v.7455, p.92–106, 2012.b.

POULET, C.; CORRUBLE, V.; SEGHROUCHNI, A. Working as a Team: using social criteria in the timed patrolling problem. **Tools with Artificial Intelligence (ICTAI), 2012 IEEE 24th International Conference on**, [S.l.], v.1, p.933–938, Nov 2012.a.

POULET, C. et al. The Open System Setting in Timed Multiagent Patrolling. **Web Intelligence and Intelligent Agent Technology (WI-IAT), 2011 IEEE/WIC/ACM International Conference on**, [S.l.], v.2, p.373–376, Aug 2011.

ROSEN, K. H. **Discrete Mathematics and Its Applications**. 6th.ed. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2006.

SAMPAIO, P. A. **Patrulha Temporal Taxonomia, Métricas e Novas Soluções**. 2013. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, Brazil.