Uniube

# RNA Perceptron

Nome: Clênio Eduardo da Silva
Disciplina: Ciência de Dados

# Perceptron

- É Considerada o primeiro algoritmo de RNA
- Desenvolvida por Rosenblatt em 1958
- Utiliza modelo de neurônio de McCulloch-Pitts como unidade de processamento com saída em {-1, +1}

  - É a rede mais simples para classificação de padrões linearmente separáveis.
  - Para classificação binária (2 classes), resume-se a um neurônio com pesos ajustáveis
  - A regra de aprendizagem é o mecanismo que torna a rede Perceptron um dispositivo inteligente

# Exemplo de Classificação linearmente separável

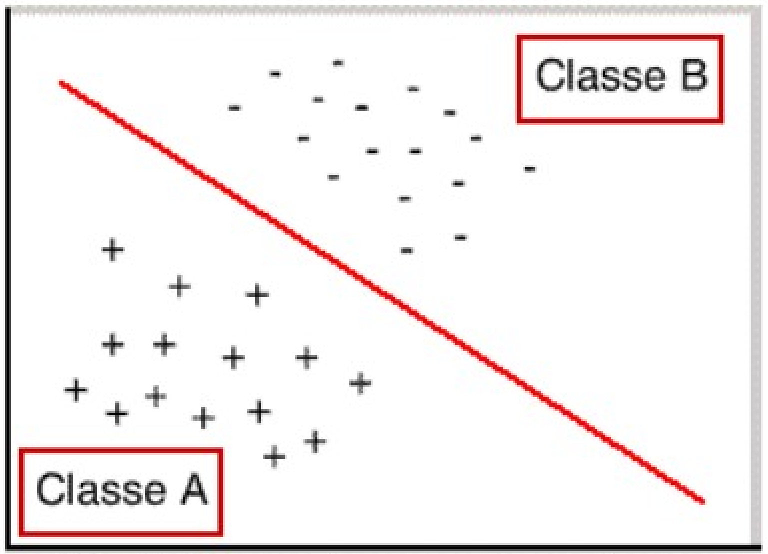
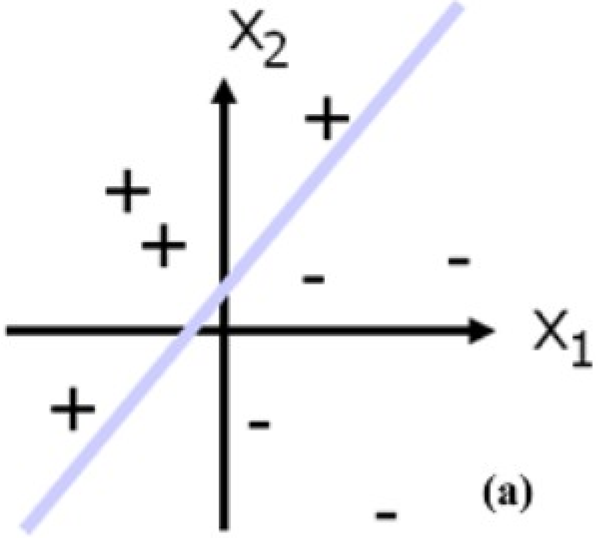
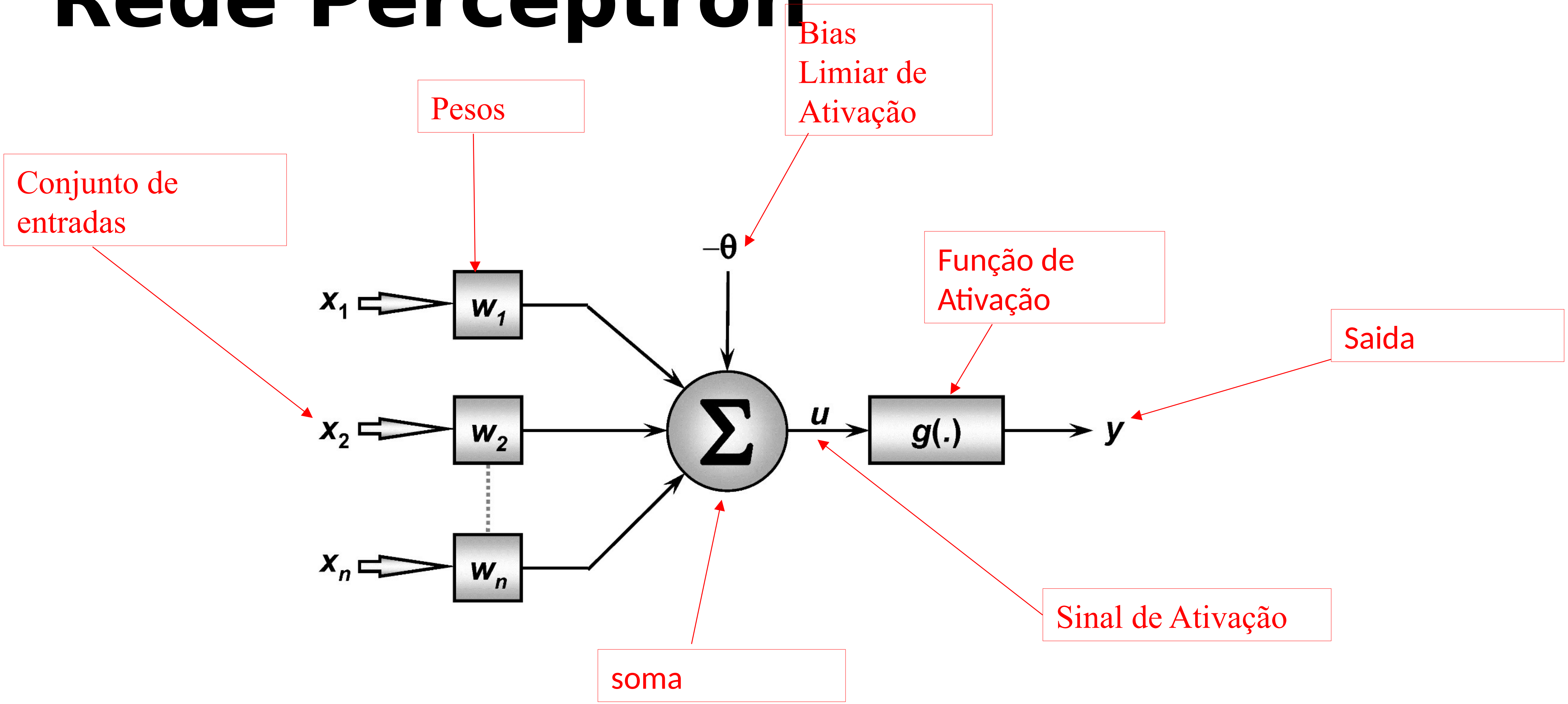



Fig. 1: Classes lineramente separaveis

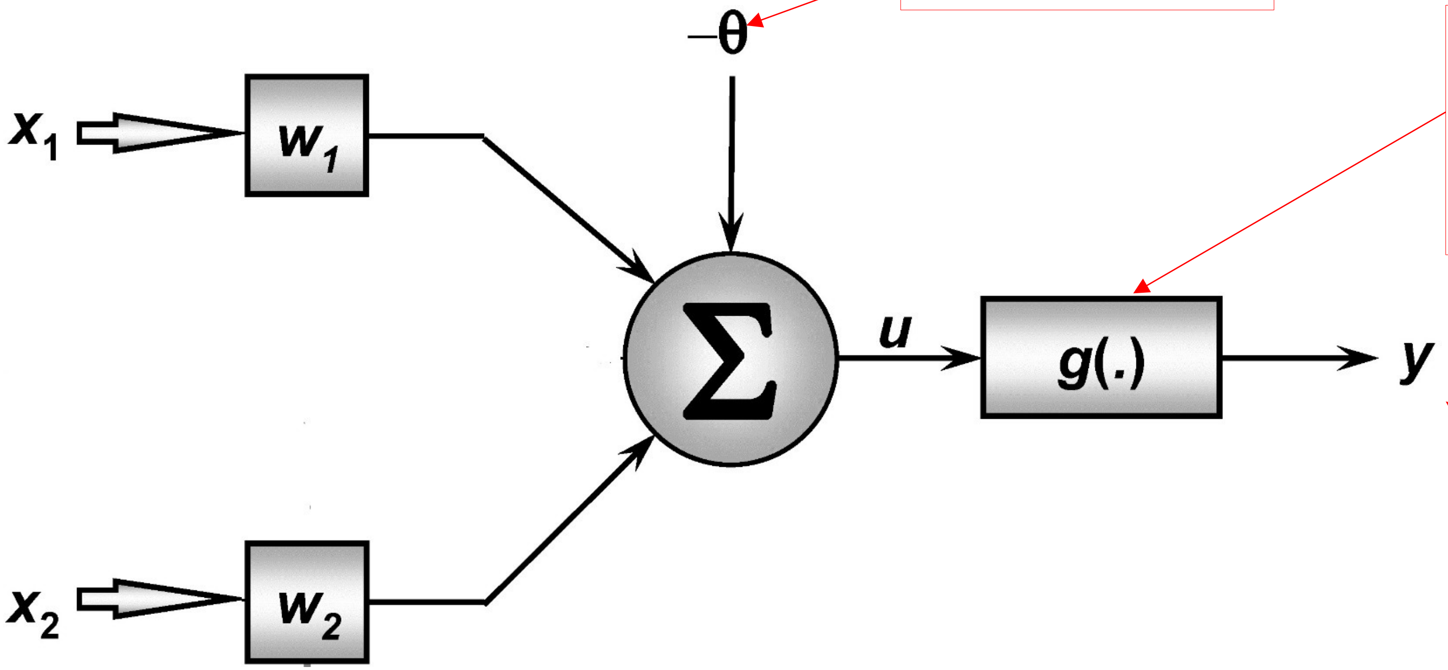


# Rede Perceptron



Bias = -1 * W0

Função de Ativação Degrau Bipolar
ou seja
se u >= 0  y = 1
se u < 0   y = -1



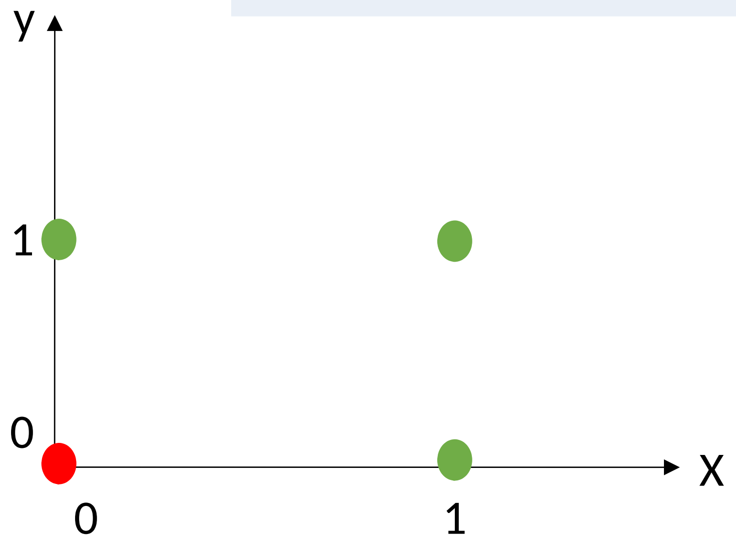

sinal de saída

A Função de Ativação pode variar de acordo com o problema ou seja a função de ativação pode ser alterada de acordo com o problema.

$$y = \begin{cases} 1, se \left( \sum_{i=1}^{n} w_i * xi - \theta \right) \geq 0 \leftrightarrow w_1 * x_1 + w_2 * x_2 - \theta \geq 0 \\ -1, se \left( \sum_{i=1}^{n} w_i * xi - \theta \right) < 0 \leftrightarrow w_1 * x_1 + w_2 * x_2 - \theta < 0 \end{cases}$$

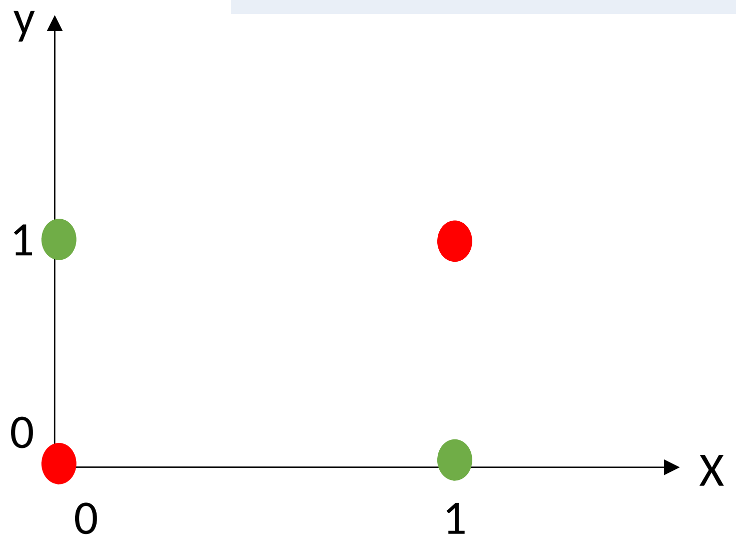
# Exemplo de Classificação OR Linearmente separável

| Sinal 1 (X) | Sinal 2 (y) | Saída (x OR y) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 (Vermelho) |
| 0 | 1 | 1 (Verde) |
| 1 | 0 | 1 (Verde) |
| 1 | 1 | 1 (Verde) |



# Exemplo de Classificação XOR Não Linearmente separável

| Sinal 1 (X) | Sinal 2 (y) | Saída (x XOR y) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 (Vermelho) |
| 0 | 1 | 1 (Verde) |
| 1 | 0 | 1 (Verde) |
| 1 | 1 | 0 (Vermelho) |



Assim para poder traçar a reta afim de classificar as amostras precisamos treinar a rede.

## Processo de Treinamento

- η ➔ Constante da taxa de aprendizado (0 < η < 1)
- y ➔ Valor de saída produzida pelo *Perceptron*
- $d^{(k)}$ ➔ Valor desejado para k-ésima amostra de treinamento
- $x^{(k)}$ ➔ K-ésima amostra de treinamento
- w ➔ Vetor contendo os pesos (inicialmente gerados aleatoriamente)

$$w^{Atual} = w^{Anterior} + \eta * (d^{(k)} - y) * x^{(k)}$$

Atualização do vetor de pesos

# Algoritmo (Fase de Treinamento)

**Início {Algoritmo *Perceptron* – Fase de Treinamento}**

<1> Obter o conjunto de amostras de treinamento $\{ \boldsymbol{x}^{(k)} \}$;

<2> Associar a saída desejada $\{ d^{(k)} \}$ para cada amostra obtida;

<3> Iniciar o vetor ***w*** com valores aleatórios pequenos;

<4> Especificar a taxa de aprendizagem $\{\eta\}$;

<5> Iniciar o contador de número de épocas $\{época \leftarrow 0\}$;

<6> Repetir as instruções:

<6.1> *erro* ← "inexiste";

<6.2> Para todas as amostras de treinamento $\{ \boldsymbol{x}^{(k)}, d^{(k)} \}$, fazer:

<6.2.1> $u \leftarrow \boldsymbol{w}^T \cdot \boldsymbol{x}^{(k)}$;

<6.2.2> $y \leftarrow \text{sinal}(u)$;

<6.2.3> Se $y \neq d^{(k)}$

<6.2.3.1> Então $\begin{cases} \boldsymbol{w} \leftarrow \boldsymbol{w} + \eta \cdot (d^{(k)} - y) \cdot \boldsymbol{x}^{(k)} \\ erro \leftarrow \text{"existe"} \end{cases}$

<6.3> *época* ← *época* + 1;

Até que: *erro* ← "inexiste"

# Algoritmo (Fase de Operação)

Uma Vez com a rede treinada, qualquer outra amostra apresentada, a rede consegue classificar.

**Início {Algoritmo *Perceptron* – Fase de Operação}**

<1> Obter uma amostra a ser classificada { $\boldsymbol{x}$ };

<2> Utilizar o vetor $\boldsymbol{w}$ ajustado durante o treinamento;

<3> Executar as seguintes instruções:

<3.1> $u \leftarrow \boldsymbol{w}^T \cdot \boldsymbol{x}$ ;

<3.2> $y \leftarrow \text{sinal}(u)$ ;

<3.3> Se $y = -1$

<3.3.1> Então: amostra $\boldsymbol{x} \in$ *{Classe A}*

<3.4> Se $y = 1$

<3.4.1> Então: amostra $\boldsymbol{x} \in$ *{Classe B}*

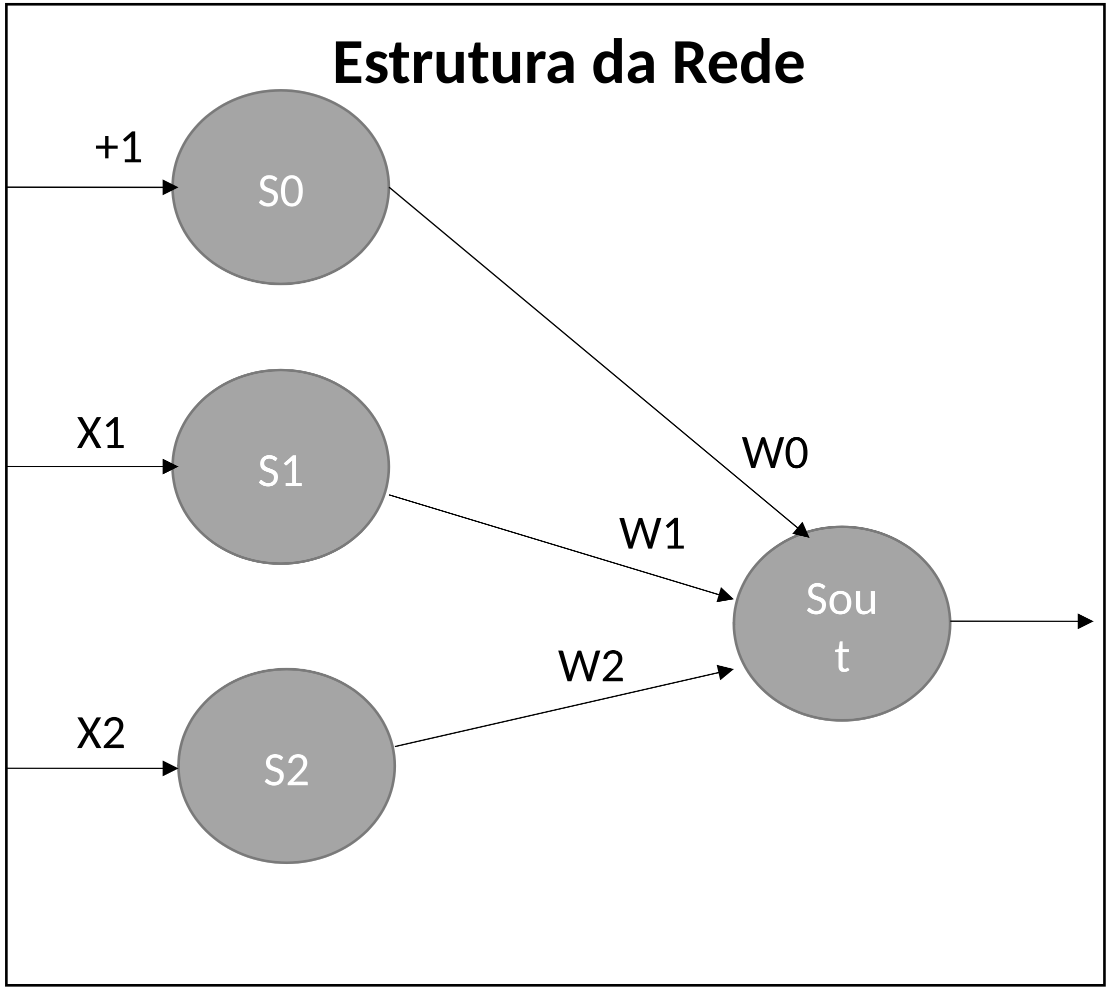
**Fim {Algoritmo *Perceptron* – Fase de Operação}**

# Perceptron: Exemplo

Simulação do operador Lógico AND

| AND | X0 | X1 | X2 | t |
|---|---|---|---|---|
| Entrada 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| Entrada 2 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| Entrada 3 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Entrada 4 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Peso inicial: w0 = 0, w1 = 0, w2 = 0
Taxa de aprendizado: n = 0.5



- **1º Ciclo**

Entrada 1: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0*1 + 0*0 + 0*0) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0*1 + 0*0 + 0*1) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0*1 + 0*1 + 0*0) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0*1 + 0*1 + 0*1) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = 0 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 0.5$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 0 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 0.5$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 0.5$$

- **2º Ciclo**

Entrada 1: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0.5 * 1 + 0.5 * 0 + 0.5 * 0) = f(0.5) = 1 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = 0$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 0.5$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 0.5$$

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(0 * 1 + 0.5 * 0 + 0.5 * 1) = f(0.5) = 1 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = 0 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 0.5$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = 0$$

- **2º Ciclo**

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-0.5 * 1 + 0.5 * 1 + 0 * 0) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-0.5 * 1 + 0.5 * 1 + 0 * 1) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = -0.5 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 0$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 0.5 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 1$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 0.5$$

- **3º Ciclo**

Entrada 1: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(0 * 1 + 1 * 0 + 0.5 * 0) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(0 * 1 + 1 * 0 + 0.5 * 1) = f(0.5) = 1 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = 0 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 1 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 1$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = 0$$

- **3º Ciclo**

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-0.5 * 1 + 1 * 1 + 0 * 0) = f(0.5) = 1 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = -0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = -1$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 1 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = 0.5$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 0$$

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-1 * 1 + 0.5 * 1 + 0 * 1) = f(-0.5) = 0 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = -1 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 0.5 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 1$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0 + 0.5 * (1 - 0) * 1 = 0.5$$

- **4º Ciclo**

Entrada 1: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-0.5 * 1 + 1 * 0 + 0.5 * 0) = f(-0.5) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-0.5 * 1 + 1 * 0 + 0.5 * 1) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0 x_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2)$

$$= f(-0.5 * 1 + 1 * 1 + 0.5 * 0) = f(1) = 1 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = -0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = -1$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 1 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = 0.5$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 0.5$$

- **4º Ciclo**

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$

$$= f(-1*1 + 0.5*1 + 0.5*1) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} \neq t$$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = -1 + 0.5 * (1-0)*1 = -0.5$$

$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 0.5 + 0.5 * (1-0)*1 = 1$$

$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 0.5 + 0.5 * (1-0)*1 = 1$$

- # 5º Ciclo

Entrada 1: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$= f(-0.5 * 1 + 1 * 0 + 1 * 0) = f(-0.5) = 0 \rightarrow s_{out} = t$

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$= f(-0.5 * 1 + 1 * 0 + 1 * 1) = f(0.5) = 1 \rightarrow s_{out} \neq t$

$$w_0 = w_0 + \eta(t - s_{out})x_0 = -0.5 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = -1$$
$$w_1 = w_1 + \eta(t - s_{out})x_1 = 1 + 0.5 * (0 - 1) * 0 = 1$$
$$w_2 = w_2 + \eta(t - s_{out})x_2 = 1 + 0.5 * (0 - 1) * 1 = 0.5$$

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$= f(-1 * 1 + 1 * 1 + 0.5 * 0) = f(0) = 0 \rightarrow s_{out} = t$

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$= f(-1 * 1 + 1 * 1 + 0.5 * 1) = f(0.5) = 1 \rightarrow s_{out} = t$

- **6º Ciclo**

Entrada 1: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$$= f(-1*1 + 1*0 + 0.5*0) = f(-1) = 0 \ \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 2: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$$= f(-1*1 + 1*0 + 0.5*1) = f(-0.5) = 0 \ \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 3: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$$= f(-1*1 + 1*1 + 0.5*0) = f(0) = 0 \ \rightarrow s_{out} = t$$

Entrada 4: $s_{out} = f(w_0x_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$
$$= f(-1*1 + 1*1 + 0.5*1) = f(0.5) = 1 \ \rightarrow s_{out} = t$$

$W0 = -1; W1 = 1; W2 = 0.5$