

Instruções:

1. Este trabalho deverá ser realizado de forma individual.
2. O trabalho deverá ser entregue no dia da 1ª avaliação (23/09/2024).
3. Os trabalhos considerados plágio valerão zero pontos.

EXERCÍCIOS – RESOLUÇÃO

1. O que é alfabeto?

Um alfabeto é um conjunto finito de símbolos usados para formar cadeias. Esses símbolos são chamados de letras ou caracteres. Denotamos um alfabeto normalmente por Σ .

2. Defina o conceito de cadeia.

Uma cadeia (ou palavra) é uma sequência finita de símbolos retirados de um alfabeto. Por exemplo, para o alfabeto $\Sigma=\{a,b\}$, as cadeias possíveis podem ser ababab, aabaabaab, bbbbbb, etc.

3. Defina o conceito de linguagem e mostre um exemplo.

Uma linguagem é um conjunto de cadeias formadas a partir de um alfabeto. Formalmente, uma linguagem L sobre um alfabeto Σ é qualquer subconjunto de Σ^* , onde Σ^* representa o conjunto de todas as cadeias possíveis, incluindo a cadeia vazia ϵ . Exemplo: Para $\Sigma=\{a,b\}$, uma linguagem $L=\{ab,aab,bb\}$

4. O que é fechamento de um alfabeto?

O fechamento de um alfabeto Σ denotado por Σ^* , é o conjunto de todas as cadeias finitas (incluindo a cadeia vazia ϵ que podem ser formadas a partir de Σ . Exemplo: Se $\Sigma=\{a,b\}$, então $\Sigma^*=\{\epsilon,a,b,aa,ab,ba,bb,aaa,\dots\}$. O fechamento positivo é denotado Σ^+ , é o conjunto de todas as cadeias finitas (excluindo a cadeia vazia ϵ que podem ser formadas a partir de Σ . Exemplo: Se $\Sigma=\{a,b\}$, então $\Sigma^+=\{a,b,aa,ab,ba,bb,aaa,\dots\}$

5. Como se pode descrever uma linguagem formal?

Uma linguagem formal pode ser descrita de várias maneiras:

- Por enumeração explícita de suas cadeias.
- Através de expressões regulares.
- Por gramáticas formais.
- Usando autômatos (como autômatos finitos ou máquinas de Turing).
- Por definições recursivas ou regras de produção.

6. Descreva sobre as aplicações de LFA (Linguagens Formais e Autômatos).

As linguagens formais e autômatos têm várias aplicações em diferentes áreas, como:

- Compiladores: São usados para descrever a sintaxe das linguagens de programação.

- Processamento de Linguagem Natural (PLN): Para analisar e entender a estrutura gramatical de frases.
- Design de Protocolos de Comunicação: Para especificar e verificar o comportamento de sistemas.
- Teoria da Computação: No estudo de problemas computáveis e na definição de complexidade computacional.

7. Defina o conceito de subpalavra.

Uma subpalavra (ou subsequência) de uma cadeia é qualquer sequência contínua de símbolos que aparece em alguma posição na cadeia original. Exemplo: Para a cadeia $w=abac$, suas subpalavras são a , b , aba , ba , bac , etc.

8. Dada a cadeia $w = \text{lingformais}$, mostre os seus prefixos, sufixos e cinco sub-cadeias.

- Prefixos: ϵ , l , li , lin , $ling$, $lingf$, $lingfo$, $lingfor$, $lingform$, $lingforma$, $lingformai$, $lingformais$
- Sufixos: ϵ , s , is , ais , $mais$, $rmais$, $ormais$, $formais$, $gformais$, $ngformais$, $ingformais$, $lingformais$
- Cinco subcadeias: $ling$, $form$, ma , $ngfor$, is

9. Dados $L_1=\{a, ab\}$ e $L_2=\{l, a, ba\}$, linguagens sobre o alfabeto $\{a, b\}$, determine:

- $L_1 \cap L_2 = \{a\}$
- $L_1 \cup L_2 = \{a, ab, l, ba\}$
- $L_1 - L_2 = \{ab\}$
- $L_2 - L_1 = \{l, ba\}$
- $L_1.L_2 = \{al, aa, aba, abl, aba, abba\}$

10. Exemplifique gramática livre de contexto, gramática sensível ao contexto e gramática regular.

- Gramática Livre de Contexto: $G=(\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow \epsilon\})$ gera cadeias com o mesmo número de a 's e b 's.
- Gramática Sensível ao Contexto: $G=(\{S, A, B\}, \{a, b\}, S, \{aAB \rightarrow AaB, AB \rightarrow BA, bB \rightarrow Bb\})$ é usada para descrever linguagens onde o tamanho das regras pode crescer.
- Gramática Regular: $G=(\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bS, S \rightarrow \epsilon\})$, que gera cadeias de a 's e b 's.

11. Dadas as seguintes gramáticas:

$G_1=(V, T, P, S)$, onde:	$G_2=(V, T, P, S)$, onde:	$G_3=(V, T, P, S)$, onde:
$V=\{S, A, B\}$ $T=\{a, b\}$ $P=\{$ <ol style="list-style-type: none"> 1) $S \rightarrow AB$ 2) $A \rightarrow aA$ 3) $A \rightarrow a$ 4) $B \rightarrow bbB$ 5) $B \rightarrow \lambda$ $\}$	$V=\{S, L, C\}$ $T=\{l, n\}$ $P=\{$ <ol style="list-style-type: none"> 1) $S \rightarrow LC$ 2) $L \rightarrow l$ 3) $C \rightarrow lC$ 4) $C \rightarrow nC$ 5) $C \rightarrow n$ 6) $C \rightarrow l$ 7) $C \rightarrow \lambda$ $\}$	$V=\{S, B\}$ $T=\{a, b\}$ $P=\{$ <ol style="list-style-type: none"> 1) $S \rightarrow AB$ 2) $A \rightarrow Aa$ 3) $A \rightarrow a$ 4) $B \rightarrow bBb$ 5) $B \rightarrow \lambda$ $\}$

a) Descreva qual a linguagem gerada por G1.

$$L(GA) = \{a^n b^{2m} | n \geq 1, m \geq 0\}$$

b) Descreva qual a linguagem gerada por G3.

$$L(GA) = \{a^n b^{2m} | n \geq 1, m \geq 0\}$$

c) Mostre a derivação de uma sentença através de cada gramática acima.

Verificar Exemplos das lestras d) e e).

d) Mostre a derivação da sentença abbabb a partir de G1 e G3.

G1:

$$S \rightarrow \underline{A}B$$

$$A \rightarrow a\underline{B}$$

$$B \rightarrow abb\underline{B}$$

$B \rightarrow abb\epsilon$ - A partir desse ponto não é possível gerar outro a. Portanto, a sentença abbabb não pode ser gerada a partir de G1. G3 também tem o mesmo comportamento.

e) A partir da gramática G2, faça a derivação e tente validar as seguintes sentenças: lnnnnl, ll n, l, llllnnn.

<p>1. Derivação da Cadeia lnnnnl</p> <p>Derivação:</p> <p>1. $S \Rightarrow LC$</p> <p>2. $L \Rightarrow l$:</p> <p style="text-align: center;">$S \Rightarrow lC$</p> <p>3. $C \rightarrow nC$ (aplicando 4 vezes para gerar nnnn):</p> <p style="text-align: center;">$lC \Rightarrow lnC \Rightarrow lnnC \Rightarrow lnnnC \Rightarrow lnnnnC$</p> <p>4. $C \rightarrow l$:</p> <p style="text-align: center;">$lnnnnC \Rightarrow lnnnnl$</p>	<p>2. Derivação da Cadeia ll n</p> <p>Derivação:</p> <p>1. $S \Rightarrow LC$</p> <p>2. $L \Rightarrow l$:</p> <p style="text-align: center;">$S \Rightarrow lC$</p> <p>3. $C \rightarrow lC$:</p> <p style="text-align: center;">$lC \Rightarrow llC$</p> <p>4. $C \rightarrow n$:</p> <p style="text-align: center;">$llC \Rightarrow ll n$</p>
<p>3. Derivação da Cadeia l</p> <p>Derivação:</p> <p>1. $S \Rightarrow LC$</p> <p>2. $L \Rightarrow l$:</p> <p style="text-align: center;">$S \Rightarrow lC$</p> <p>3. $C \rightarrow \epsilon$:</p> <p style="text-align: center;">$lC \Rightarrow l$</p>	<p>4. Derivação da Cadeia llllnnn</p> <p>Derivação:</p> <p>1. $S \Rightarrow LC$</p> <p>2. $L \Rightarrow l$ (aplicado 5 vezes para gerar lllll):</p> <p style="text-align: center;">$S \Rightarrow lC \Rightarrow llC \Rightarrow lllC \Rightarrow llllC \Rightarrow lllllC$</p> <p>3. Agora, derivamos C:</p> <ul style="list-style-type: none"> $C \rightarrow nC$ (aplicado 3 vezes para gerar nnn): <p style="text-align: center;">$lllllC \Rightarrow lllllnC \Rightarrow lllllnnC \Rightarrow lllllnnnC$</p> <p>4. $C \rightarrow \epsilon$:</p> <p style="text-align: center;">$lllllnnnC \Rightarrow lllllnnn$</p>

12. Construa uma gramática livre de contexto que gere a linguagem $L = \{0^i 1^j 2^k \mid i, j, k > 0\}$. Em seguida, escreva sua ER (Expressão Regular) equivalente.

GRÁMATICA LIVRE DE CONTEXTO

$$S \rightarrow 0A1B2C$$

$$A \rightarrow 0A \mid 0$$

$B \rightarrow 1B \mid 1$

$C \rightarrow 2C \mid 2$

ER = $0^+1^+2^+$:

0^+ : indica uma ou mais ocorrências do símbolo 0.

1^+ : indica uma ou mais ocorrências do símbolo 1.

2^+ : indica uma ou mais ocorrências do símbolo 2.

13. Escreva a ER equivalente a:

a) Linguagem formada por todas as cadeias de 0's e 1's:

ER = $(0|1)^*$

$(0|1)^*$, significa qualquer número de 0's e 1's, incluindo a cadeia vazia.

b) Qualquer número de 0's seguido por qualquer número de 1's seguido por qualquer número de 2's:

ER = $0^*1^*2^*$

$0^*0^*0^*$ representa qualquer número de 0's (incluindo nenhum), $1^*1^*1^*$ representa qualquer número de 1's e $2^*2^*2^*$ representa qualquer número de 2's.

c) Conjunto de cadeias sobre $\{0, 1\}$ que termine com três 1's consecutivos:

ER = $(0|1)^*111$

$(0|1)^*$ representa qualquer sequência de 0's e 1's, seguida por exatamente três 111's no final.

d) Conjunto de cadeias sobre $\{0, 1\}$ que tenha ao menos um 1:

ER = $(0|1)^*1(0|1)^*$

A expressão força a presença de pelo menos um 1 em qualquer posição, rodeado por 0's e 1's.

e) Todas as cadeias de 0's e 1's com ao menos dois 0's consecutivos:

ER = $(0|1)^*00(0|1)^*$

$(0|1)^*00(0|1)^*$ garante que há pelo menos dois 0's consecutivos em alguma parte da cadeia.

f) Conjunto de cadeias sobre $\{0, 1\}$ que tenha no máximo um 1:

ER = $0^*|0^*10^*$

A cadeia pode consistir apenas de 0's ($0^*0^*0^*$) ou de no máximo um 1 entre qualquer número de 0's, antes ou depois.

14. Dadas as seguintes gramáticas:

$G_1 = (V, T, P, S)$, onde: $V = \{S, A, B\}$ $T = \{a, b\}$ $P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow aB \mid bA \\ A \rightarrow a \mid aS \mid bAA \\ B \rightarrow b \mid bS \mid aBB \end{array} \}$	$G_2 = (V, T, P, S)$, onde: $V = \{S\}$ $T = \{a, b\}$ $P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow aSa \\ S \rightarrow b \end{array} \}$	$G_3 = (V, T, P, S)$, onde: $V = \{S, A, B, C\}$ $T = \{a, b, c\}$ $P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow ASCA \\ S \rightarrow ABCA \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow bBb \\ B \rightarrow \lambda \\ C \rightarrow c \end{array} \}$
--	--	--

a) Descreva qual a linguagem gerada por G_1 .

$L(G_1) = \{\text{cadeias formadas por a e b com várias combinações e repetições}\}$

b) Descreva qual a linguagem gerada por G_2 .

$L(G_2) = \{a^n b a^n \mid n \geq 0\}$

c) Descreva qual a linguagem gerada por G_3 .

$L(G_3) = \{a^n b^{2m} c a^n \mid n \geq 1, m \geq 0\}$

d) Verifique, derivando, se a cadeia abaabb pertence à linguagem $L(G_1)$

$S \rightarrow aB$

$B \rightarrow bS$ (substituindo BBB pelo primeiro bbb de abaabbabaabbabaabb)

$S \rightarrow bA$ (substituindo SSS pelo bbb seguinte)

$A \rightarrow aS$ (substituindo AAA pelo aaa)

$S \rightarrow aB$ (substituindo SSS pelo próximo aaa)

$B \rightarrow b$ (finalizando com bbb)

Logo, temos a derivação: $S \rightarrow a$, $B \rightarrow ab$, $S \rightarrow abb$, $A \rightarrow abba$, $S \rightarrow abbaa$, $B \rightarrow abaabb$.

Portanto, a cadeia abaabb pertence à $L(G_1)$.

e) Verifique, derivando, se a cadeia ababb pertence à linguagem $L(G_1)$

$S \rightarrow aB$

$B \rightarrow bS$ (substituindo BBB pelo primeiro bbb de ababbababbababb)

$S \rightarrow bAS$ (substituindo SSS pelo segundo bbb)

$A \rightarrow aS$ (substituindo AAA pelo próximo aaa)

$S \rightarrow bA$ (tentando derivar o próximo bbb)

Nesse ponto, precisamos derivar bA, mas não conseguimos obter exatamente bbb na sequência correta sem ultrapassar o tamanho da cadeia desejada.

Assim, não é possível derivar ababbababbababb com as regras da gramática G1.

f) Verifique, derivando, se a cadeia aabaa pertence à linguagem L(G2)

$S \rightarrow a\underline{S}a$

$S \rightarrow aa\underline{S}aa$

$S \rightarrow aabaa$

Portanto, a derivação de $S \rightarrow aabaa$ é válida, logo a cadeia aabaa pertence à L(G2).

g) Verifique, derivando, se a cadeia aaba pertence à linguagem L(G2)

$S \rightarrow a\underline{S}a$

$S \rightarrow aba$

Portanto, a derivação de $S \rightarrow aaba$ não é válida, logo a cadeia aaba não pertence à L(G2).

h) Verifique, derivando, se a cadeia acaca pertence à linguagem L(G3)

$S \rightarrow ASCA$ (usamos a primeira produção para ter a forma a_c_a)

$A \rightarrow a$, então

$S \rightarrow aSCA$.

$S \rightarrow A$, aplicando a regra

$C \rightarrow c$, temos acA.

$A \rightarrow a$, então temos acaca.

Portanto, a derivação de $S \rightarrow acaca$ é válida, logo a cadeia acaca pertence à L(G3).

i) Verifique, derivando, se a cadeia aabcaca pertence à linguagem L(G3)

Não há regra na gramática que permita inserir dois a's consecutivos no início, o que significa que não podemos derivar aabcaca. Portanto, a cadeia aabcaca não pertence à L(G3).

Bom trabalho a todos!