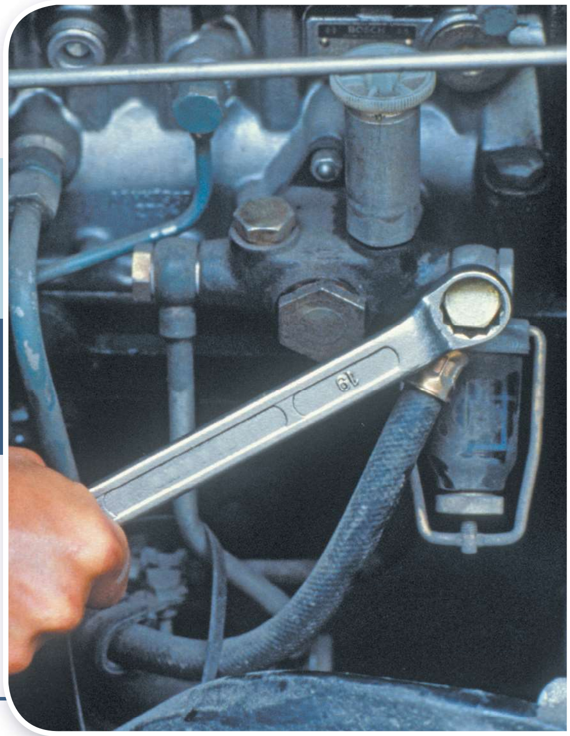
CAPÍTULO 4

Resultantes de um sistema de forças



A força aplicada a esta chave produzirá rotação ou uma tendência de rotação. Esse efeito é chamado de momento, e neste capítulo estudaremos como determinar o momento de um sistema de forças e calcular suas resultantes.

(© Rolf Adlercreutz/Alamy)

Objetivos

- Discutir o conceito do momento de uma força e mostrar como calculá-lo em duas e três dimensões.
- Fornecer um método para a determinação do momento de uma força em relação a um eixo específico.
- Definir o momento de um binário.
- Mostrar como determinar o efeito resultante de um sistema de forças não concorrentes.
- Indicar como reduzir um carregamento distribuído simples a uma força resultante atuando em um local especificado.

4.1 Momento de uma força — formulação escalar

Quando uma força é aplicada a um corpo, ela produzirá uma tendência de rotação do corpo em torno de um ponto que não está na linha de ação da força. Essa tendência de rotação algumas vezes é chamada de ***torque***, mas normalmente é denominada momento de uma força, ou simplesmente ***momento***. Por exemplo, considere uma chave usada para desatarrachar o parafuso na Figura 4.1*a*. Se uma força é aplicada no cabo da chave, ela tenderá a girar o parafuso em torno do ponto O (ou do eixo z). A intensidade do momento é diretamente proporcional à intensidade de $\mathbf{F}$ e à distância perpendicular ou *braço do momento d*. Quanto maior a força ou quanto mais longo o braço do momento, maior será o momento ou o efeito de rotação. Note que, se a força $\mathbf{F}$ for aplicada em um ângulo $\theta \neq 90°$ (Figura 4.1*b*), então será mais difícil girar o parafuso, uma vez que o braço do momento $d' = d \text{ sen } \theta$ será menor do que d. Se $\mathbf{F}$ for aplicado ao longo da chave (Figura 4.1*c*), seu braço do momento será zero, uma vez que a linha de ação de $\mathbf{F}$ interceptará o ponto O (o eixo z). Como resultado, o momento de $\mathbf{F}$ em relação a O também será zero e nenhuma rotação poderá ocorrer.

Podemos generalizar a discussão anterior e considerar a força $\mathbf{F}$ e o ponto O, que estão situados no plano sombreado, como mostra a Figura 4.2*a*. O momento $\mathbf{M}_O$ em relação ao ponto O, ou ainda em relação a um eixo que passa por O e perpendicularmente ao plano, é uma *quantidade vetorial*, uma vez que ele tem intensidade e direção específicas.

Intensidade

A intensidade de $\mathbf{M}_O$ é

$$\boxed{M_O = Fd} \qquad (4.1)$$

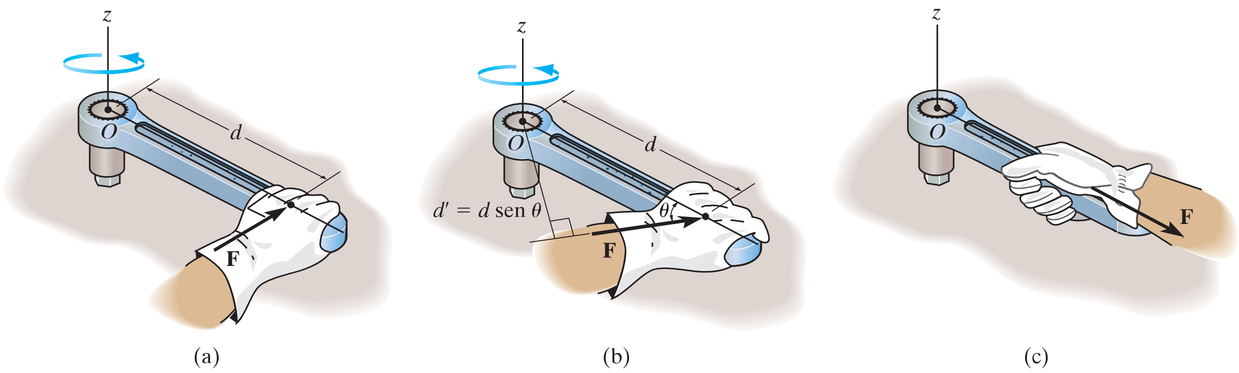


FIGURA 4.1

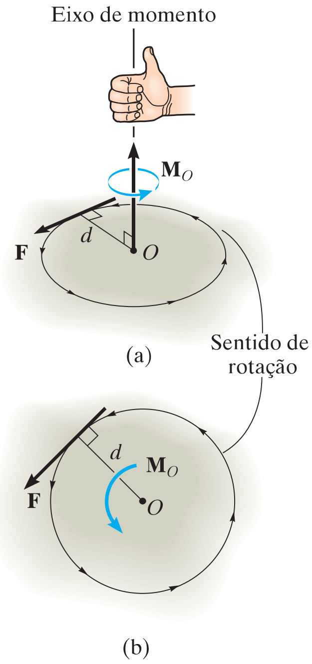


FIGURA 4.2

onde d é o ***braço do momento*** ou a *distância perpendicular* do eixo no ponto O até a linha de ação da força. As unidades da intensidade do momento consistem da força vezes a distância, por exemplo, N · m.

Direção

A direção de $\mathbf{M}_O$ é definida pelo seu ***eixo do momento***, que é perpendicular ao plano que contém a força $\mathbf{F}$ e seu braço do momento d. A regra da mão direita é usada para estabelecer o sentido da direção de $\mathbf{M}_O$. De acordo com essa regra, a curva natural dos dedos da mão direita, quando eles são dobrados em direção à palma, representa a rotação, ou quando esta não é possível, a tendência de rotação causada pelo momento. Quando essa ação é realizada, o polegar da mão direita dará o sentido direcional de $\mathbf{M}_O$ (Figura 4.2*a*). Note que o vetor do momento é representado tridimensionalmente por uma seta acompanhada por outra curvada ao seu redor. Em duas dimensões, esse vetor é representado apenas pela seta curvada, como mostra a Figura 4.2*b*. Como, neste caso, o momento tenderá a produzir uma rotação no sentido anti-horário, o vetor do momento está direcionado para fora da página.

Momento resultante

Para problemas bidimensionais, em que todas as forças estão no plano x–y (Figura 4.3), o momento resultante $(\mathbf{M}_R)_O$ em relação ao ponto O (o eixo z) pode ser determinado pela *adição algébrica* dos momentos causados no sistema por todas as forças. Por convenção, geralmente consideraremos que os *momentos positivos* têm *sentido anti-horário*, uma vez que são direcionados ao longo do eixo positivo z (para fora da página). *Momentos no sentido horário* serão *negativos*. Desse modo, o sentido direcional de cada momento pode ser representado por um sinal de *mais* ou de *menos*. Usando essa convenção de sinais, com uma curvatura simbólica para definir a direção positiva, o momento resultante na Figura 4.3 é:

$$\circlearrowleft\!+ (M_R)_O = \Sigma Fd; \qquad (M_R)_O = F_1 d_1 - F_2 d_2 + F_3 d_3$$

Se o resultado numérico dessa soma for um escalar positivo, $(\mathbf{M}_R)_O$ será um momento no sentido anti-horário (para fora da página); e se o resultado for negativo, $(\mathbf{M}_R)_O$ será um momento no sentido horário (para dentro da página).

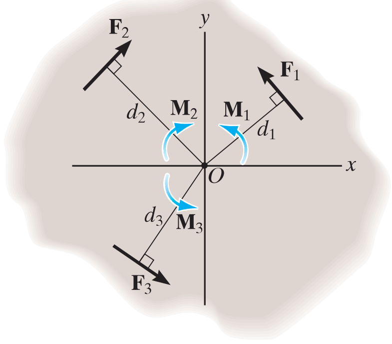


FIGURA 4.3

Exemplo 4.1

Determine o momento da força em relação ao ponto O para cada caso ilustrado na Figura 4.4.

SOLUÇÃO (ANÁLISE ESCALAR)

A linha de ação de cada força é prolongada por uma linha tracejada para estabelecer o braço do momento d. As figuras mostram também a tendência de rotação do membro causada pela força. Além disso, a órbita da força em torno de O é representada por uma seta curvada. Assim,

Fig. 4.4*a* $\quad M_O = (100 \text{ N})(2 \text{ m}) = 200 \text{ N}\cdot\text{m} \curvearrowright$ *Resposta*

Fig. 4.4*b* $\quad M_O = (50 \text{ N})(0{,}75 \text{ m}) = 37{,}5 \text{ N}\cdot\text{m} \curvearrowright$ *Resposta*

Fig. 4.4*c* $\quad M_O = (400 \text{ N})(4 \text{ m} + 2 \cos 30^\circ \text{ m}) = 2292{,}82 \text{ N}\cdot\text{m} = 2{,}29 \text{ kN}\cdot\text{m} \curvearrowright$ *Resposta*

Fig. 4.4*d* $\quad M_O = (600 \text{ N})(1 \text{ sen } 45^\circ \text{ m}) = 424 \text{ N}\cdot\text{m} \curvearrowleft$ *Resposta*

Fig. 4.4*e* $\quad M_O = (7 \text{ kN})(4 \text{ m} - 1 \text{ m}) = 21{,}0 \text{ kN}\cdot\text{m} \curvearrowleft$ *Resposta*

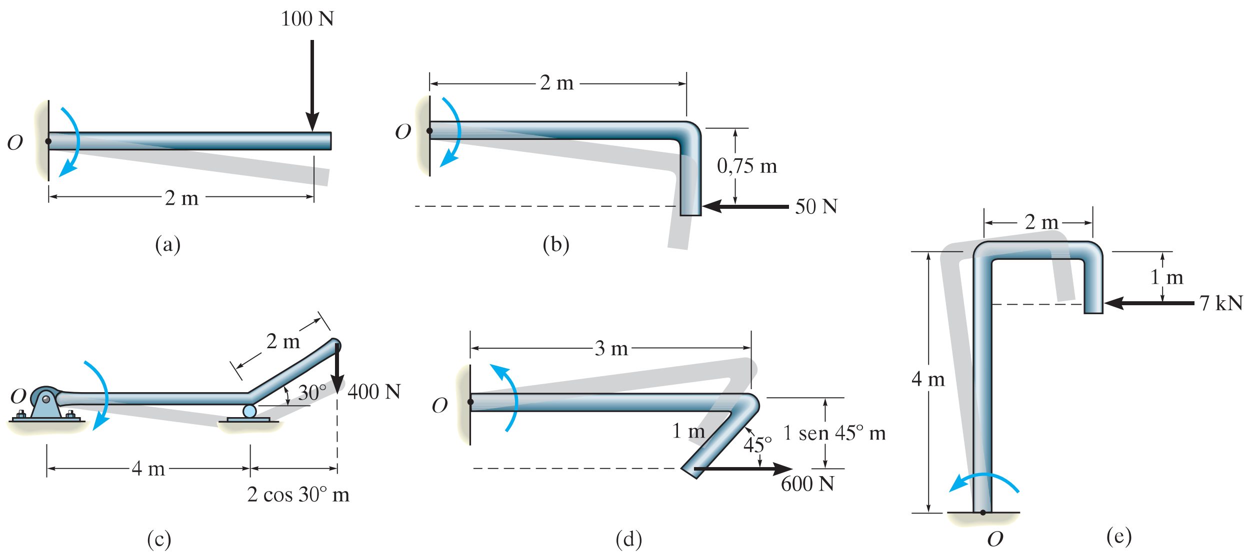


FIGURA 4.4

Exemplo 4.2

Determine o momento resultante das quatro forças que atuam na barra mostrada na Figura 4.5 em relação ao ponto O.

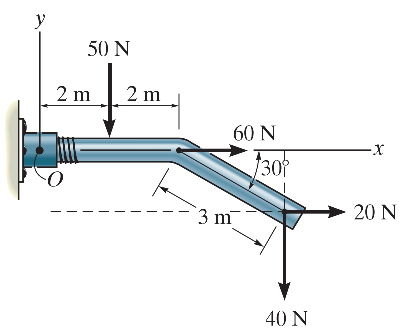


FIGURA 4.5

SOLUÇÃO

Assumindo que momentos positivos atuam na direção $+\mathbf{k}$, ou seja, no sentido anti-horário, temos:

$$\curvearrowleft + \; (M_R)_O = \Sigma Fd;$$

$$(M_R)_O = -50 \text{ N}(2 \text{ m}) + 60 \text{ N}(0) + 20 \text{ N}(3 \text{ sen } 30^\circ \text{ m})$$

$$-40 \text{ N}(4 \text{ m} + 3 \cos 30^\circ \text{ m})$$

$$(M_R)_O = -334 \text{ N}\cdot\text{m} = 334 \text{ N}\cdot\text{m} \curvearrowright$$ *Resposta*

Para esse cálculo, note que as distâncias dos braços dos momentos para as forças de 20 N e 40 N foram estabelecidas pelo prolongamento das linhas de ação (tracejadas) de cada uma dessas forças.