

Estruturas de Dados 2

Prof. Silvia Brandão

2024.1



Momento N2 – 25 pts

- ▶ Avaliação contínua de aprendizagem (todas as aulas) – 5pts
- ▶ Atividade avaliativa – 20pts
 - Implementação e avaliação comparativa dos métodos complexos de ordenação (15pts):
 - Quick Sort
 - Merge Sort
 - Heap Sort
 - Shell Sort
 - **Apresentação** (5pts): códigos e gráfico comparativo das curvas de desempenho dos n dados x tempo de ordenação
 - **Data de entrega e apresentação:** 22/05, postagem dos arquivos e gráfico no diário de bordo (basta um aluno postar, com o nome dos integrantes da equipe)

Momento N3 – 25 pts

► Projeto Prático

- Ver arquivo com descrição do projeto (tema, avaliação e apresentação)

Algoritmo Heap Sort

- ▶ Possui o mesmo princípio de funcionamento da **ordenação por seleção**.
- ▶ **Funcionamento:**
 - 1. Selecione o menor item do vetor.
 - 2. Troque-o com o item da primeira posição do vetor.
 - 3. Repita estas operações com os $n - 1$ itens restantes, depois com os $n - 2$ itens, e assim sucessivamente.
- ▶ O custo para encontrar o menor (ou o maior) item entre n itens é $n - 1$ comparações.
 - Isso pode ser reduzido utilizando uma **fila de prioridades**.

Fila de Prioridades

É uma estrutura de dados onde a chave de cada item reflete sua habilidade relativa de abandonar o conjunto de elementos rapidamente.

Aplicações:

- Sistemas Operacionais usam filas de prioridades, nas quais as chaves representam o tempo em que eventos devem ocorrer.
- Alguns métodos numéricos iterativos são baseados na seleção repetida de um item com maior (menor) valor.
- Sistemas de gerência de memória usam a técnica de substituir a página menos utilizada na memória principal por uma nova página.

Fila de Prioridades

Tipo Abstrato de Dados

▶ Operações:

1. Constrói uma fila de prioridades a partir de um conjunto com n itens.
2. Retira o item com maior prioridade.
3. Restaura a filas de prioridades em uma única.

➤ Forma de implementação

- Árvore binária

Árvore Binária

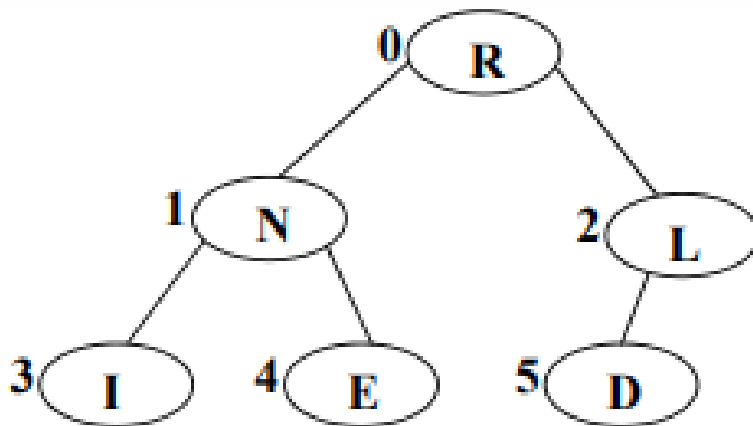
- Considerando as características de uma árvore binária de busca, poderíamos entender que:
 - As chaves poderiam ser inseridas, uma a uma, em uma árvore binária de busca;
 - Após a inserção de todas as chaves a árvore poderia ser percorrida, por exemplo, em **in-ordem** e as chaves seriam obtidas em ordem crescente.
- **Desvantagens da utilização de uma árvore binária de busca:**
 - Necessidade de área de memória adicional para o armazenamento da árvore;
 - O que aconteceria se as chaves já se encontrarem em ordem ou em ordem inversa?
 - Seria gerada um árvore degenerada. O que significa que para a inserção do **i-ésimo** elemento seriam requeridas **i-1** comparações, o que, praticamente, elimina a vantagem de se utilizar uma árvore no processo.

Heap Sort

- As deficiências da classificação utilizando árvore binária ordenada são eliminadas no método heap sort.
- O heap sort é um método *in situ* (no local) de complexidade constante, independente da ordem da entrada.
- O Heap é uma estrutura de dados implementada como uma árvore binária.
 - No caso, é uma árvore binária, onde cada nó tem no máximo dois nós filhos e cada novo item é sempre adicionado de cima para baixo, e da esquerda para a direita. Mas não são árvores binárias de pesquisa.
 - Duas propriedades definem o Heap:
 1. O valor de um nó é maior ou igual ao valor de seus filhos;
 2. O Heap é uma árvore binária completa ou quase-completa da esquerda para a direita.

Heap Sort

- **Árvore Binária quase completa** é uma árvore binária onde:
 1. Cada folha na árvore está no nível d ou no nível $d-1$;
 2. Para todo nó nd que possui um descendente direito no nível d , todo descendente esquerdo de nd é folha no nível d ou tem 2 filhos.
- **Exemplo:** Árvore binária quase completa



Índices	0	1	2	3	4	5
Valores	R	N	L	I	E	D

Relação: $\text{info}[j] \leq \text{info}[(j-1)/2]$
para $0 \leq (j-1)/2 < j \leq n-1$

Algoritmo Heap Sort

Construção do heap binário:

```
def heapSort(vetor):  
    for i in range(1, len(vetor)):  
        e = vetor[i]  
        s = i  
        f = int((s-1)/2)  
        while s>0 and vetor[f]<e:  
            vetor[s] = vetor[f]  
            s = f  
            f = int((s-1)/2)  
        vetor[s] = e;
```

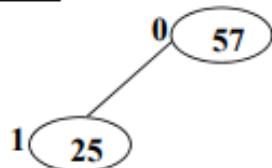
Heap Sort – passo a passo

- Exemplo: construção de um heap partindo de um conjunto de n elementos (chaves). **Vetor** = {25, 57, 48, 37, 12, 92, 86, 33}

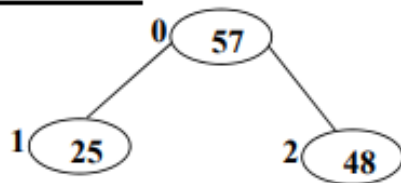
25 57 48 37 12 92 86 33



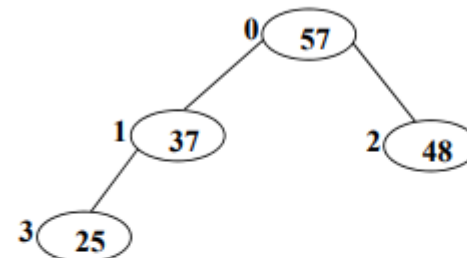
57 25 48 37 12 92 86 33



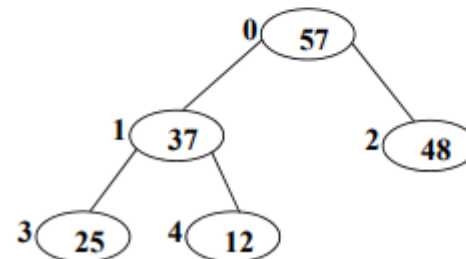
57 25 48 37 12 92 86 33



57 37 48 25 12 92 86 33

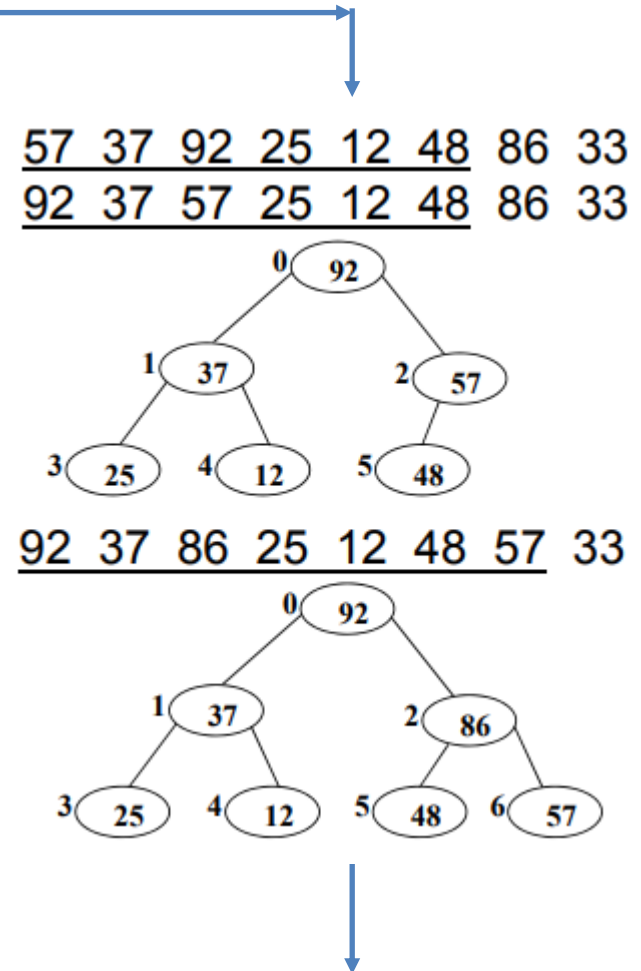
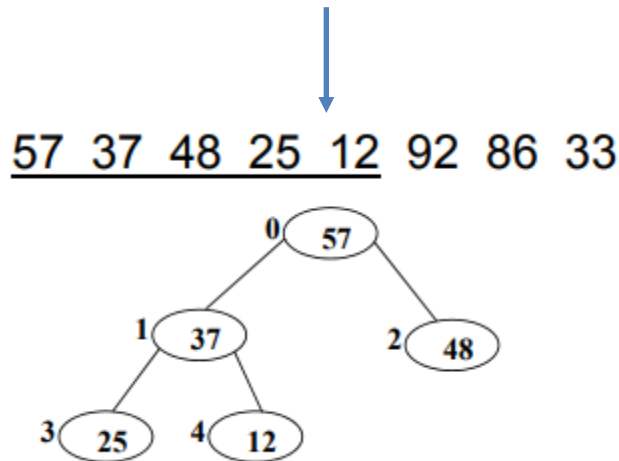


57 37 48 25 12 92 86 33



Heap Sort – passo a passo

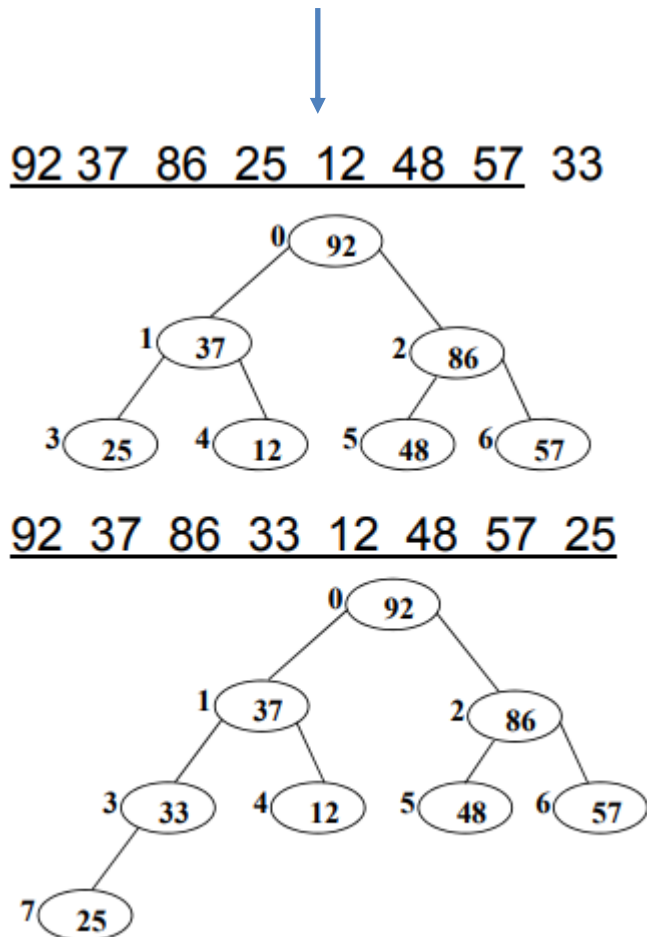
- **Exemplo:** construção de um heap partindo de um conjunto de n elementos (chaves). Vetor = {25, 57, 48, 37, 12, 92, 86, 33}



Heap Sort – passo a passo

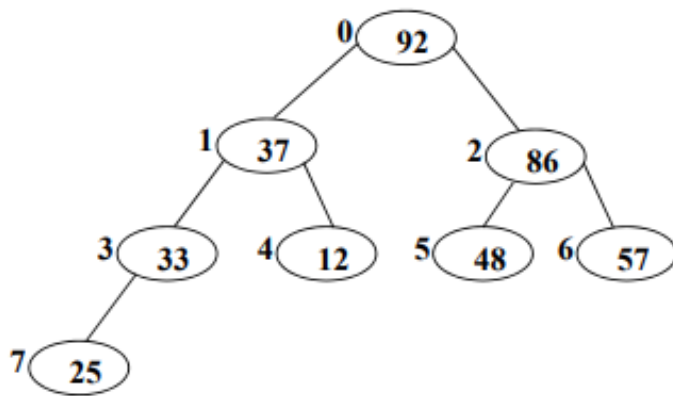
OBS.:

1. Recebemos um conjunto de chaves (elementos) e o transformamos em um heap binário.
2. Observamos no heap binário que a **raiz contém o elemento de maior valor** do conjunto de chaves.
3. Agora, podemos removê-lo e posicioná-lo no final do vetor que armazena o heap. Contudo, para isso temos que **reorganizar o heap**, mantendo sua propriedade e liberando espaço no final do vetor para colocar o elemento mencionado.



Heap Sort – passo a passo

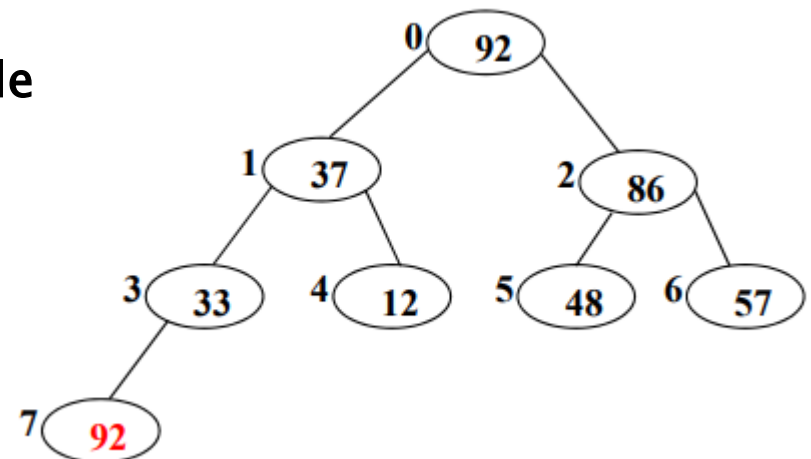
Temos o vetor = [92, 37, 86, 33, 12, 48, 57, 25]
representado no heap a seguir:



Armazenaremos o último elemento do
nosso vetor em uma **variável auxiliar**.

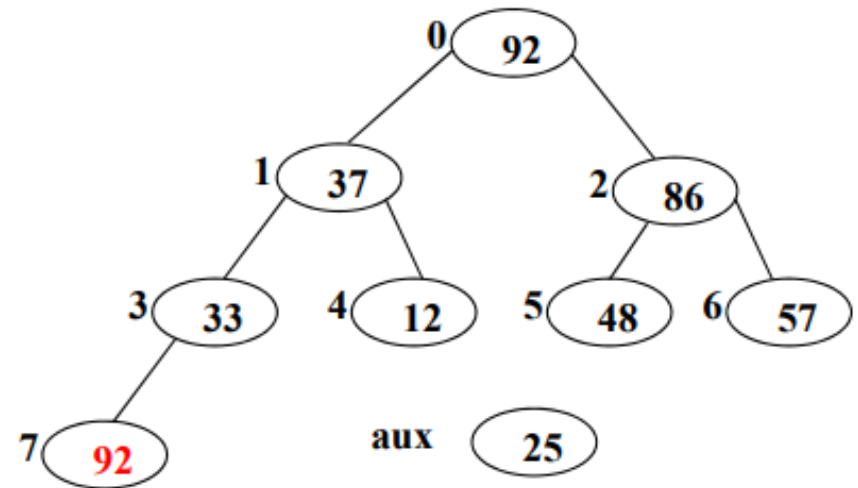
aux (25)

Agora podemos copiar o elemento de
maior valor para a posição final do
vetor.

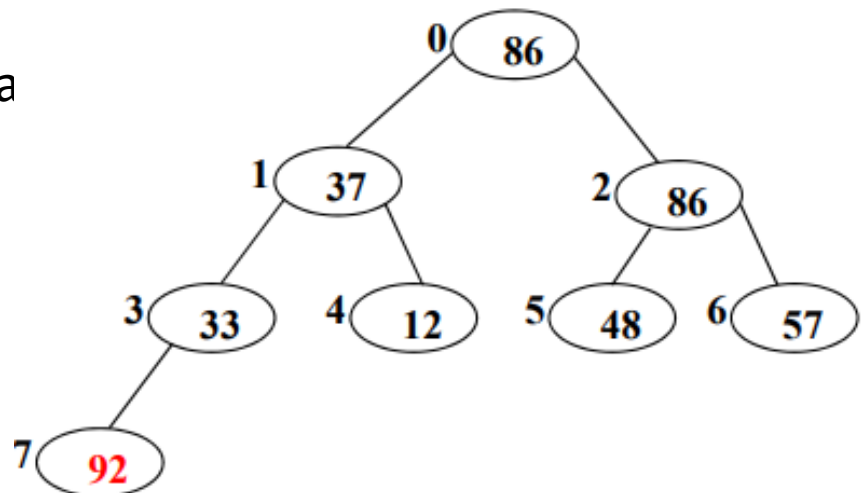


Heap Sort – passo a passo

Podemos considerar a **posição com índice zero como livre no vetor**, reorganizar o heap e posicionar o valor armazenado em **aux** na posição correta.

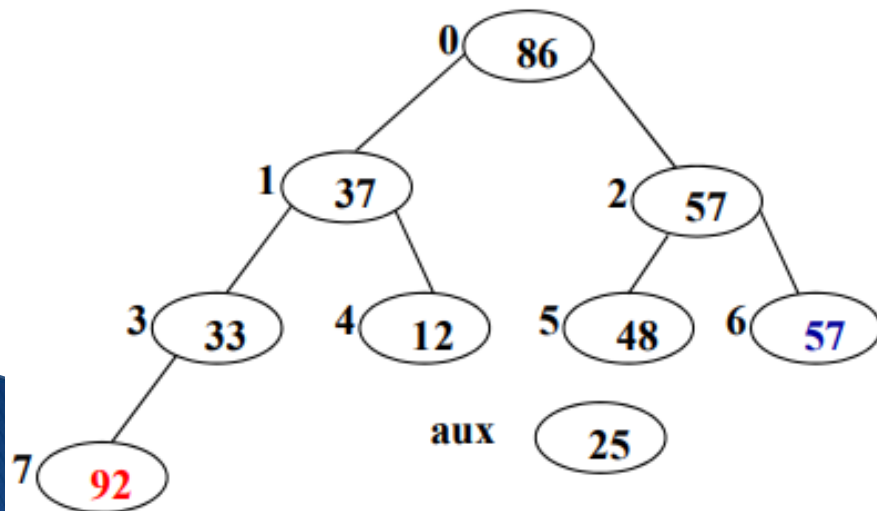
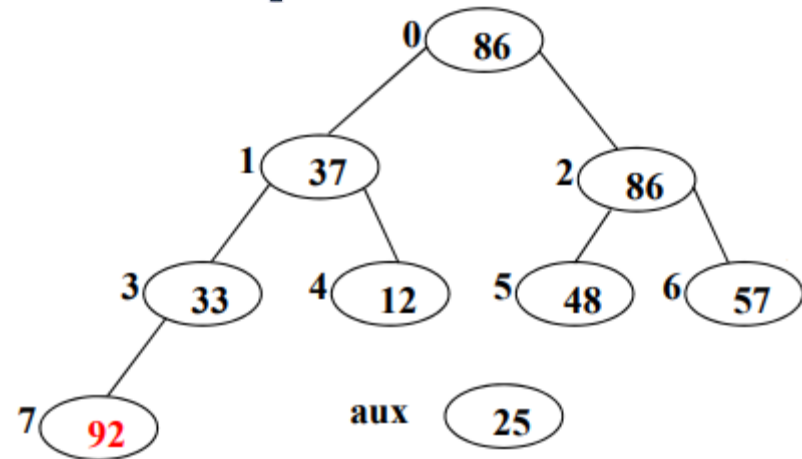


Como fazer isto?
Escolhendo o maior dentre os
filhos da raiz e deslocá-lo para a
posição.



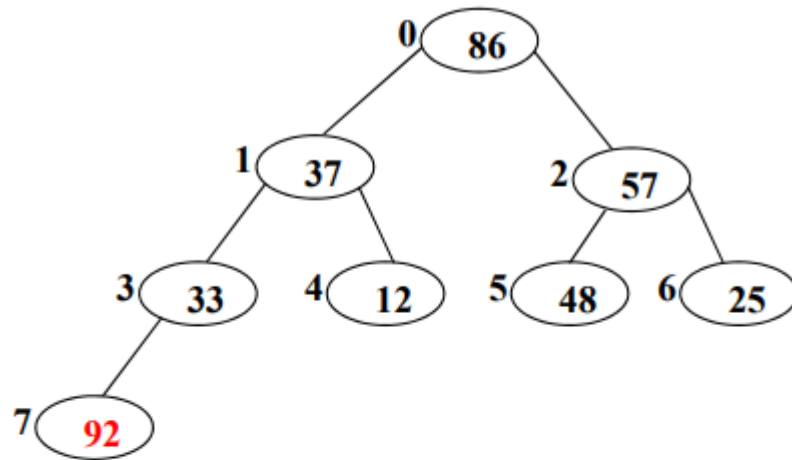
Heap Sort – passo a passo

Mantendo este raciocínio, teremos a **posição com índice 2 livre** e a preencheremos com seu filho de maior valor.

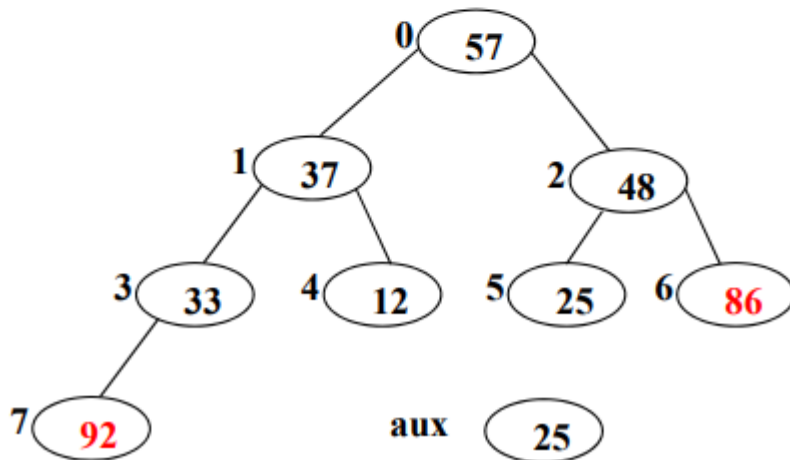


Quando chegarmos ao último filho que foi movido teremos a posição de inserção do valor em aux. Após sua inserção teremos o heap do próximo slide.

Heap Sort – passo a passo

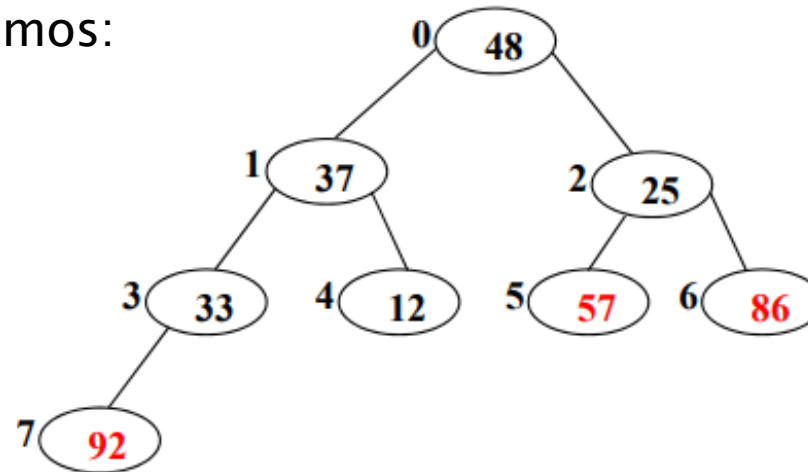


Aplicando este procedimento ao subvetor de $n-1$ teremos:



Heap Sort – passo a passo

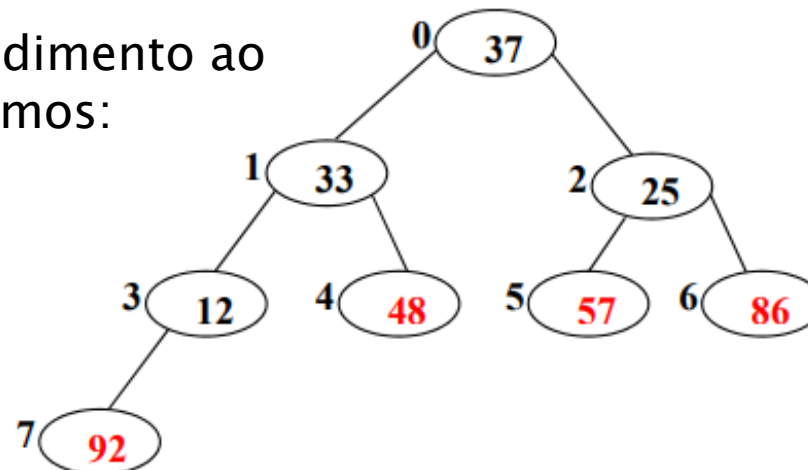
Aplicando este procedimento ao subvetor de $n-2$ termos:



aux

25

Aplicando este procedimento ao subvetor de $n-3$ termos:

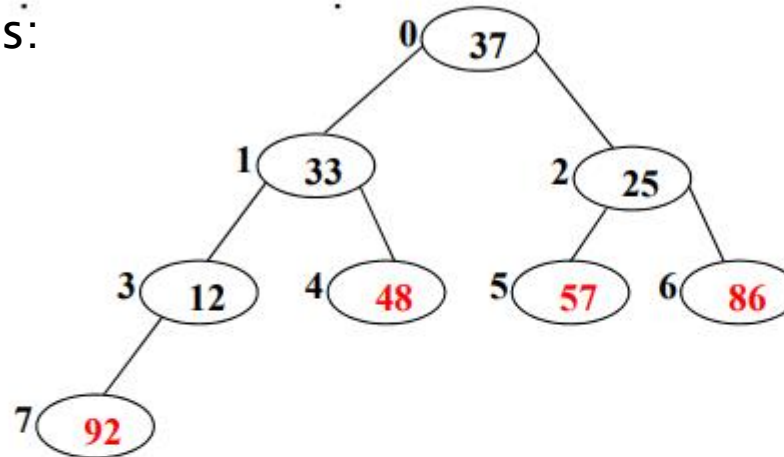


aux

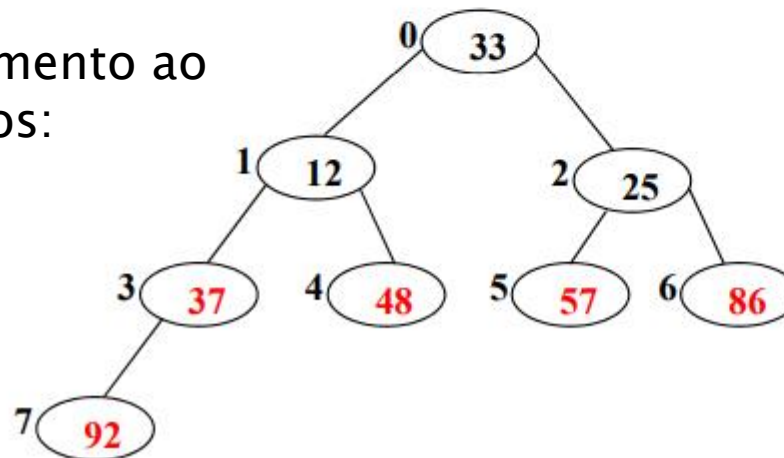
12

Heap Sort – passo a passo

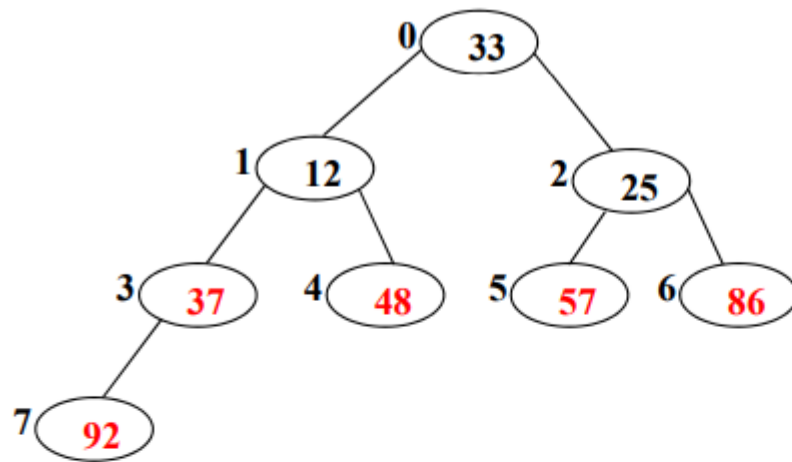
Aplicando este procedimento ao subvetor de $n-3$ teremos:



Aplicando este procedimento ao subvetor de $n-4$ teremos:



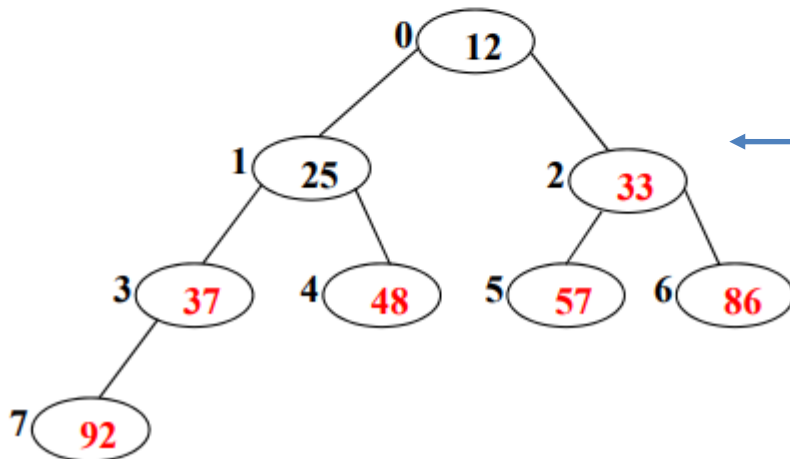
Heap Sort – passo a passo



aux

25

Aplicando este procedimento ao subvetor de $n-5$ teremos:



Na última fase, $n-6$, não movemos diretamente o filho, analisamos seu valor e apenas se este for menor que aux o movemos.

Algoritmo Heap Sort

Com base no que foi apresentado, teremos dois métodos para que o vetor de chaves seja ordenado de forma crescente:

- **heapSort() modificado**– construção do heap binário
- **ordenaHeap()** – ordenação do vetor

```
def heapSort(vetor):  
    d = len(vetor)  
    e = int(d / 2)  
    while e > 0:  
        ordenaHeap(e, d, vetor)  
        e -= 1  
    while d >= 1:  
        x = vetor[0]  
        vetor[0] = vetor[d - 1]  
        vetor[d - 1] = x  
        d -= 1  
        ordenaHeap(1, d, vetor)
```

```
def ordenaHeap(e, d, vetor):  
    i = e  
    j = 2 * i  
    naoachou = 1  
    x = vetor[i - 1]  
    while j <= d and naoachou == 1:  
        if (j < d):  
            if (vetor[j - 1] < vetor[j]):  
                j += 1  
            if (x < vetor[j - 1]):  
                vetor[i - 1] = vetor[j - 1]  
                i = j  
                j = 2 * i  
        else:  
            naoachou = 0  
    vetor[i - 1] = x
```

Algoritmo Heap Sort

➤ Complexidade:

- Para analisar o heap sort, observe que uma árvore binária completa com n nós tem $\log(n+1)$ níveis. Por conseguinte, se cada elemento no vetor fosse uma folha, exigindo que fosse filtrado pela árvore inteira durante a criação e o ajuste do heap, a classificação ainda seria $O(n \log n)$.
- **No caso médio**, o heap sort não é tão eficiente quanto o quick sort. Experimentos indicam que o heap sort exige, aproximadamente, o dobro do tempo do quick sort para a entrada classificada aleatoriamente.
- Entretanto, o heap sort é bem superior ao quick sort **no pior caso**. Na realidade, o heap sort permanece $O(n \log n)$ no pior caso.

Algoritmo Heap Sort

▶ Vantagens:

- O comportamento do Heapsort é sempre $O(n \log n)$, qualquer que seja a entrada.
- Não necessita de nenhuma memória adicional.
- É bom para arquivos com grandes registros.

▶ Desvantagens:

- O Heapsort não é recomendado para vetores de entrada com poucos elementos, devido a complexidade do heap.
- O Heapsort não é estável.
- O anel interno do algoritmo é bastante complexo se comparado com o do Quicksort.

Algoritmo Heap Sort

Tempo de execução no pior caso:

Método	Complexidade
Inserção	$O(n^2)$
Seleção	$O(n^2)$
Bolha	$O(n^2)$
Shell sort	$O(n \lg(n)^2)$ ou $O(n^{3/2})$
Quick sort	$O(n^2)$ ou $O(n \lg(n))$
Merge sort	$O(n \lg(n))$
Heap sort	$O(n \lg(n))$

Referência

- ▶ Viana, Daniel. **Conheça os principais algoritmos de ordenação.**

<https://www.treinaweb.com.br/blog/conheca-os-principais-algoritmos-de-ordenacao>

- ▶ **Sorting.**

<https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/Algorithms.html>