

Prop1	Prop2	Conjunção	Disjunção	Negação	Implicação	Equivalência
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim p$	$p \rightarrow q$	
V	V	V	V	F	V	
V	F	F	V	F	F	
F	V	F	V	V	V	
F	F	F	F	V	V	

Aula03: Equivalência



- ☉ Observe a tabela verdade abaixo:
- As colunas das formulas $H: (p \rightarrow q)$ e $G: (\neg p \vee q)$ são idênticas.
 - Ou seja, as formulas H e G são equivalentes.

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V



- Sejam H e G duas fórmulas Proposicional
- H e G são semanticamente equivalentes, se e somente se, para toda interpretação I , $I[H] = I[G]$.
- H equivale a $G \Leftrightarrow \forall \text{ int, } I, I[H] = I[G]$

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

- ◎ É imediato que a relação de equivalência lógica entre as fórmulas da lógica proposicional goza das propriedades reflexivas, simétrica e transitiva.
 - H equivale a H – Reflexiva
 - Se H equivale a G, então G equivale a H – Simétrica
 - Se H equivale a G e G equivale a E, então H equivale a E – Transitiva.



- Consideremos as fórmulas na tabela. Analise a relação de equivalência:

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow p \wedge q$	$p \rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V



- $A: (p \rightarrow p \wedge q)$
- $B: (p \rightarrow q)$
- $I[A] \Leftrightarrow I[B]$
- $(p \rightarrow p \wedge q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q)$



- Consideremos as fórmulas na tabela. Análise as relações de equivalência entre as formulas.

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V



- $A: (p \leftrightarrow q)$
- $B: (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
- $I[A] \Leftrightarrow I[B]$
- $(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

- Dadas duas fórmulas H e G , temos:
 - H equivale a G , se, e somente se, $(H \leftrightarrow G)$ é tautologia.
- H equivale a G
 - \Leftrightarrow para toda linha da tabela verdade associada a H e G , as colunas coincidem,
 - \Leftrightarrow para toda linha da tabela verdade associada a H e G , H e G são interpretadas igualmente.
 - \Leftrightarrow para toda linha da tabela verdade associada a H e G , $H \rightarrow G$ é interpretada como sendo verdadeira.
 - $\Leftrightarrow (H \rightarrow G)$ é tautologia.
- H equivale a G
 - $\Leftrightarrow \forall \text{ int } I, I[H] = I[G]$
 - $\Leftrightarrow \forall \text{ int } I, I[H \leftrightarrow G] = V$
 - $\Leftrightarrow \forall I[H \leftrightarrow G] \text{ é tautologia}$

- ☉ Considere as fórmulas $\alpha: p \rightarrow (q \wedge r)$ e $\beta: (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$. Demonstre que $\alpha \equiv \beta$

- Considere as fórmulas $\alpha: p \rightarrow (q \wedge r)$ e $\beta: (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$. Demonstre que $\alpha \equiv \beta$

	p	q	r	$(p \vee q)$	α	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	β	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \wedge (\neg \beta)$	$\beta \rightarrow \alpha$	$\beta \wedge (\neg \alpha)$	$\alpha \leftrightarrow \beta$
I_1	v	v	v	v	v	v	v	v	v	f	v	f	v
I_2	v	v	f	v	f	f	f	f	v	f	v	f	v
I_3	v	f	v	v	v	v	v	v	v	f	v	f	v
I_4	v	f	f	v	f	f	v	f	v	f	v	f	v
I_5	f	v	v	v	v	v	v	v	v	f	v	f	v
I_6	f	v	f	v	f	v	f	f	v	f	v	f	v
I_7	f	f	v	f	v	v	v	v	v	f	v	f	v
I_8	f	f	f	f	v	v	v	v	v	f	v	f	v

- Dadas as formulas $H = \neg(p \vee q)$ e $G = (\neg p \wedge \neg q)$.
- Mostre que, se H equivale a G , então $H \leftrightarrow G$ é uma tautologia.

- Dadas as formulas $H = \neg(p \vee q)$ e $G = (\neg p \wedge \neg q)$.
- Mostre que, se H equivale a G , então $H \leftrightarrow G$ é uma tautologia.

p	q	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	V	V

$(H \leftrightarrow G)$ é uma tautologia, pois de acordo com a tabela para toda interpretação I , $I[H \leftrightarrow G] = V$.