Método Polinomial de Schelkunoff

João Vitor de O. Fraga

Universidade Federal do Ceará - Brasil
vitor.oliveira@gtel.ufc.br

21 de fevereiro de 2025

Sumário

Contexto Histórico:

- Desenvolvido por Sergei Alexander Schelkunoff em 1943 [2], [5].
- Parte fundamental no avanço das tecnologias de radar durante a Segunda Guerra Mundial [2].
- Baseado no uso de polinômios para controlar padrões de radiação em sistemas de antenas [1].

Figura: Sergei Alexander Schelkunoff

Introdução ao Método do Polinômio de Schelkunoff

Problemas e Objetivo:

- Problemas:
  - Interferências e lóbulos laterais reduzem a eficiência dos sistemas.
- Objetivos:
  - Posicionar nulos nos padrões de radiação por meio de raízes polinomiais.
  - Controlar lóbulos principais e laterais para personalizar padrões de radiação.
  - Permitir o ajuste fino para atender requisitos específicos de sistemas de comunicação e radar.

Conceito Fundamental

Representar o fator de array como um polinômio, onde as raízes (z_k) correspondem aos nulos desejados.
Sua fórmula é dada por:

$$\mathrm{AF}(\psi) = \sum_{n=1}^{N} a_n e^{j(n-1)\psi} \tag{1}$$

Onde:

- N é a quantidade de elementos no array.
- AF é o fator de array.
- a_n é o coeficiente de excitação dos elementos.
- $\psi = kd\cos\theta + \beta$ Variável angular que depende do espaçamento (d) e deslocamento de fase β.

Exemplo: Array com $d = \frac{\lambda}{4}$

Para um array linear de 4 elementos com espaçamento $d = \frac{\lambda}{4}$:

$$\mathrm{AF}(\psi) = 1 + z + z^2 + z^3. \tag{2}$$

Podemos fatorar:

$$\mathrm{AF}(\psi) = (z - 1)(z - j)(z + j).$$

Exemplo: Array com $d = \frac{\lambda}{4}$

Gráfico do padrão de radiação:

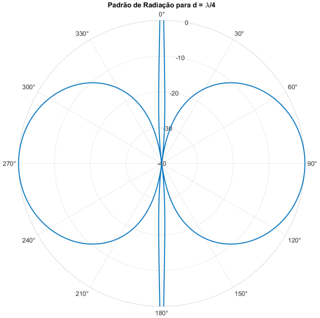

Figura: Padrão de radiação para $d = \frac{\lambda}{4}$.

O método conecta elegantemente teoria polinomial à engenharia de antenas, permitindo o controle preciso de padrões de radiação.

Aplicações do Método de Schelkunoff

Setores de Aplicação:

- **Telecomunicações:** Controle de interferências em redes celulares e Wi-Fi [4], [6].
- **Radares:** Suprime reflexões indesejadas para aumentar a precisão [5].
- **Astronomia:** Redução de interferências externas em radiotelescópios [2].
- **Sistemas de Defesa:** Otimização de antenas para vigilância e comunicações militares [4].

Benefícios do Método de Schelkunoff

Benefícios:

- Alta precisão no controle de lóbulos laterais e posicionamento de nulos.
- Flexibilidade para diferentes configurações de antenas.
- Eficiência energética com concentração no lóbulo principal.

Polinômios e Raízes

O fator de array pode ser representado como um polinômio de acordo com [5] e [6]:

$$AF(z) = \sum_{n=1}^{N} a_n z^{n-1}, \quad z = e^{j\psi}. \tag{3}$$

Ou fatorado como:

$$AF(z) = a_N \prod_{k=1}^{N-1} (z - z_k). \tag{4}$$

Onde z_k são as raízes correspondentes aos nulos do padrão de radiação, como vimos na Eq. 2.

Região Visível e Invisível

- O número complexo z é representado no círculo unitário [1], [5]:

$$z = e^{j(kd\cos\theta+\beta)}, \quad |z| = 1. \tag{5}$$

  onde:
  - $|z| = 1$: Garante que z está no círculo unitário.
  - $kd\cos\theta$: Define o deslocamento angular para cada direção θ.
  - β: Adiciona um deslocamento de fase global.
- A região visível está no intervalo $-90° \leq \theta \leq 90°$ para espaçamentos $d \leq \lambda/2$ [6], onde:
  - Para $d \leq \lambda/2$: O intervalo é totalmente visível, sem aliasing.
  - Para $d > \lambda/2$: Parte dos lóbulos principais pode cair fora da região visível, gerando ambiguidades.

Algoritmo do Método de Schelkunoff

Algorithm 1 Simulação do Método de Schelkunoff

Entrada: Número de elementos ($\mathcal{N}$), espaçamento (d), ângulos dos nulos θ_{nulos}.
Calcular as raízes dos nulos: $z_{nulos} = e^{j\pi \cos(\theta_{nulos})}$.
Inicializar o fator de array: $AF \leftarrow 1$.
for cada ângulo θ no intervalo $[0°, 180°]$ **do**
    for cada raiz z_k em z_{nulos} **do**
        Atualizar: $AF \leftarrow AF \cdot (e^{j\pi \cos(\theta)} - z_k)$.
    end for
end for
Normalizar AF: $AF \leftarrow \frac{AF}{\max(|AF|)}$.
Plotar o padrão de radiação em escala logarítmica (dB).
Saída: Gráfico do padrão de radiação com nulos posicionados.

Figura: Pseudocódigo da Simulação do Método de Schelkunoff.

Simulação do Método de Schelkunoff - Parâmetros

Objetivo: Demonstrar o posicionamento de nulos no padrão de radiação usando o método de Schelkunoff.

Configuração:

- Número de elementos: $N = 4$.
- Espaçamento entre elementos: $d = \frac{\lambda}{4}$.
- Direções dos nulos: $\theta = [30°, 90°, 150°]$.

Simulação do Método de Schelkunoff - Resultados

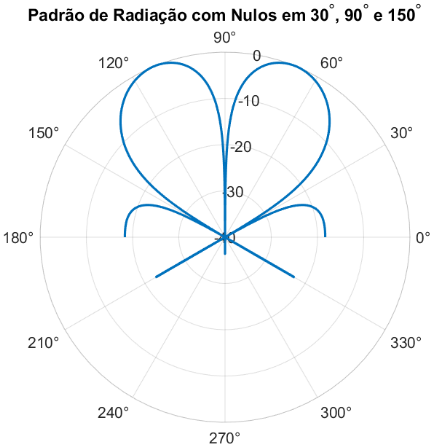

Figura: Padrão de radiação com nulos em 30°, 90° e 150°.

Conclusão

- O Método de Schelkunoff permite controlar padrões de radiação em arrays de antenas com alta precisão.
- Posiciona nulos em direções específicas, reduz lóbulos laterais e otimiza a eficiência do lóbulo principal.
- Aplicações incluem:
  - Redes de telecomunicações.
  - Sistemas de radares.
  - Radiotelescópios.
- Conecta teoria matemática à prática, oferecendo flexibilidade no design de sistemas de antenas.

Referências

- Antenna Theory,“Zeros in the Array Factor,” Available: `https://www.antenna-theory.com/arrays/weights/zeros.php`.
- SlideShare, “Schelkunoff Polynomial Method for Antenna Synthesis,” Available: `https://fr.slideshare.net/slideshow/schelkunoff-polynomial-method-for-antenna-synthesis/59634764`.
- MathWorks, “Schelkunoff Polynomial Method,” Available: `https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/101218-schelkunoff-polynomial-method`.
- P. K. Singhal, A. Pandey, and S. K. Sharma, “Schelkunoff Polynomial Method for Synthesis of Linear Array Antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 3, pp. 1024–1030, 2007.
- C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, 3rd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2005.

Obrigado!