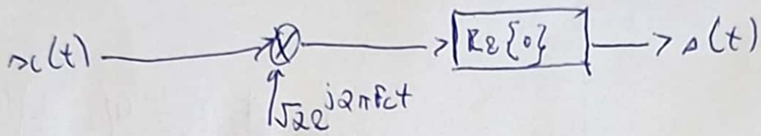
LISTA I - SCD - 2024.2

ALUNO: JOÃO VITOR DE O. ARAGÃO

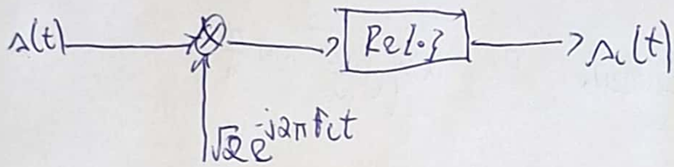
MATRÍCULA: 537377

1. a) Para que seja possível fazer a transmissão de um sinal, eu uso a banda passante para definir a frequência que irei trabalhar, para assim eu conseguir ter um certo controle. Já a transformação em banda base pode ser explicada pela amostragem, pois se a minha frequência for menor, irei ter uma menor taxa de amostragem, facilitando o trabalho.

b) Para transmissão temos $s(t) = Re\{s_i(t)\sqrt{2}e^{j2\pi f_c t}\}$, onde f_c é a frequência da portadora:



Para recepção temos $s_i(t) = Re\{s(t)\sqrt{2}e^{-j2\pi f_c t}\}$.



---

2. Considerando que $s(t) = Re\{s_i(t)\sqrt{2}e^{j2\pi f_c t}\}$, onde $s_i(t)$ é o equivalente passa baixa que está sendo transladado para $f = f_c$ e $h(t) = Re\{h_i(t)\sqrt{2}e^{j2\pi f_c t}\}$, onde vale a mesma coisa dita para $s(t)$, temos:

$r(t) = s(t) * h(t) = Re\{s_i(t)e^{j2\pi f_c t}\} * Re\{h_i(t)e^{j2\pi f_c t}\}$ ∴

∴ $r(t) = Re\{(s_i(t) * h_i(t))e^{j2\pi f_c t}\}$, provando que é possível obter $r(t)$ a partir dos equivalentes passa-baixa seguido da sua modulação para f_c.

3. $x(t) = x_L \cos(2\pi F_c t) \therefore |x(t)|^2 = |x_L(t)|^2 \cos^2(2\pi F_c t)$, $\cos^2(2\pi F_c t) = \frac{1}{2}(1+\cos(4\pi F_c t))$

$\therefore |x(t)|^2 = \underbrace{\frac{|x_L(t)|^2}{2}}\,(1+\cos(4\pi F_c t))$

$\therefore \mathcal{E}_x = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |x_L(t)|^2 + \underbrace{|x_L(t)|^2 \cos(4\pi F_c t)}_{\to 0}\, dt \therefore \mathcal{E}_x = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |x_L(t)|^2 dt$ e $\mathcal{E}_{x_L} = \int_{-\infty}^{\infty} |x_L(t)|^2 dt$

$\therefore \mathcal{E}_x = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{E}_{x_L}$

---

4. a) Para 4-QAM definimos $A = \{1+j, 1-j, -1+j, -1-j\}$, $M=4$ e $\mathcal{E}m = \frac{1}{M}\sum |A|^2$

$\therefore \mathcal{E}m = \frac{1}{4}(2+2+2+2) = 2$,,

Para o 4-PSK definimos $A = \{1, -1, j, -j\}$, $M = 4$ e $\mathcal{E}m = \frac{1}{M}\sum |A|^2$

$\therefore \mathcal{E}m = \frac{1}{4}(1+1+1+1) = 1$,,

b) A probabilidade de erro para M-QAM é aproximadamente $P_e \cong 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3\mathcal{E}/N_0}{M-1}}\right)$

$\therefore P_{e_{QAM}} \cong 2\, Q\left(\sqrt{\frac{2}{N_0}}\right)$

Já para M-PSK é aproximadamente $P_e \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{N_0}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{M}\right)$

$\therefore P_{e_{PSK}} \cong 2Q\left(\sqrt{\frac{2}{N_0}} \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$

c) A eficiência energética é $EE = \frac{1}{\log_2(M)}$, como ambas tem $M=4$, elas apresentam a mesma eficiência energética de $\frac{1}{2}$,,

Scanné avec CamScanner

5. a) $|s_m(t)|^2 = A_m^2 |g(t)|^2 \cos^2(4\pi f_c t) = \frac{A_m^2 |g(t)|^2}{2} (1 + \cos(4\pi f_c t))$

$\therefore \mathcal{E}_m = \int_{-\infty}^{\infty} |s_m(t)|^2 dt = \frac{A_m^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 + \underbrace{|g(t)|^2 \cos(4\pi f_c t)}_{\approx 0} dt$, se $\mathcal{E}_g = \int_{-\infty}^{\infty}|g(t)|^2 dt$

$\therefore \mathcal{E}_m = \frac{A_m^2}{2}\mathcal{E}_g$,,

b) Para $M=4 \therefore P_e = \frac{1}{4}\left(2\cdot Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right) + 2\cdot 2Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right)\right) = \frac{6}{4} Q(d/2\sigma)$

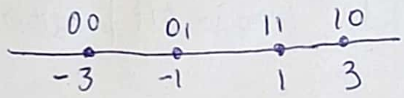
Para $M=8 \therefore P_e = \frac{1}{8}\left(2\cdot Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right) + 6\cdot 2Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right)\right) = \frac{14}{8} Q(d/2\sigma)$

c) $\mathcal{E}_m = \frac{1}{M}\sum \mathcal{E} = \frac{1}{M}\sum \frac{A_m^2}{2}\mathcal{E}_g = \frac{\mathcal{E}_g}{2M}\sum A_m^2$

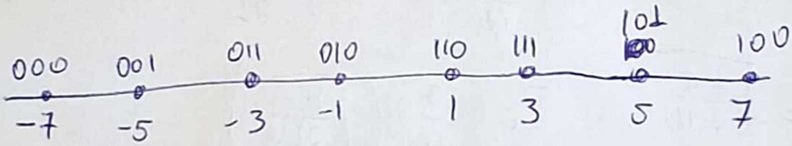
Para $M=4$, $A_m = \{-3,-1,1,3\} \therefore \mathcal{E}_m = \frac{\mathcal{E}_g}{8}(9+1+1+9) \therefore \mathcal{E}_m = 2{,}5\mathcal{E}_g$

Para $M=8$, $A_m = \{-7,-5,-3,-1,1,3,5,7\} \therefore \mathcal{E}_m = \frac{\mathcal{E}_g}{16}(49+25+9+1+1+9+25+49) \therefore \mathcal{E}_m = 10{,}5\mathcal{E}_g$,,

d) Para $M=4$



Para $M=8$



6. a) Quando fizermos a amostragem ~~é necessário que~~ $y(kT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(nT - kT)$, queremos apenas $a_n p(0)$, ou seja: $\sum_{m\neq k} a_n p(nT-kT) = 0$, logo:

$p(kT) = \begin{cases} 1, & kT=0 \\ 0, & c.c \end{cases} \longrightarrow p(f) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} P\left(f - \frac{m}{T}\right) =$ constante

b) Sinc, cosseno levantado, retangular.

7. O receptor de distância mínima decide qual símbolo eu recebi vendo qual a menor distância entre o sinal recebido e o valor de cada símbolo da constelação, minimizando sua interferência.

Já o filtro casado é projetado para aumentar a SNR, casando a forma do pulso recebido, compensando os efeitos do canal e do ruído.

---

8. a) $\mathcal{E}m = \frac{1}{8}\sum |A_k|^2 = \frac{1}{8}\left[(2\cdot 7^2c^2) + (2\cdot 5^2c^2) + (2\cdot 3^2c^2) + (2c^2)\right] = \frac{2}{8}(7^2c^2 + 5^2c^2 + 3^2c^2 + c^2)$

$\therefore \mathcal{E}m = 21c^2$

b) Temos 6 pontos internos que cada um vai ter 2 probabilidades de erro e 2 pontos externos com apenas uma, portanto:

$$Pe = \frac{1}{8}\left(6\cdot 2Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right) + 2\cdot Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right)\right) = \frac{7}{4}Q\left(\frac{d}{2\sigma}\right)$$

c) Não, pois quanto maior for o argumento da função $Q(\cdot)$, menor será o seu valor.

d) Temos que $c = \frac{d}{2}$ e $\mathcal{E}m = 21c^2 \therefore \mathcal{E}m = \frac{21}{4}d^2 \therefore d = \sqrt{\frac{4\mathcal{E}m}{21}}$ e $\sigma = \sqrt{\frac{N_0}{2}}$

$$\frac{d}{2\sigma} = \frac{2\sqrt{\frac{\mathcal{E}m}{21}}}{2\sqrt{\frac{N_0}{2}}} = \sqrt{\frac{\frac{\mathcal{E}m}{21}}{\frac{N_0}{2}}} = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}m}{21N_0}} \quad \therefore Pe = \frac{7}{4}Q\left(\sqrt{\frac{2\mathcal{E}m}{21N_0}}\right)$$