UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

SEMESTRE 2024.1

Exercício Computacional II

ALUNO: João Vitor de Oliveira Fraga

MATRÍCULA: 537377

CURSO: Engenharia de Telecomunicações

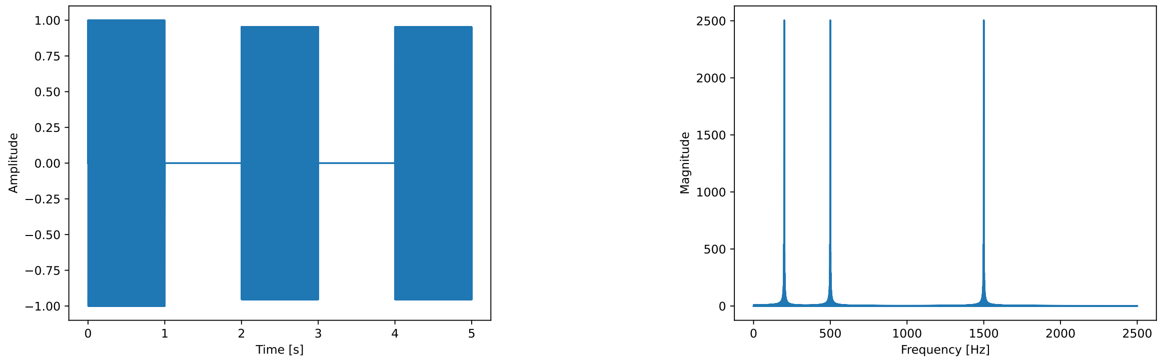
PROFESSOR: André Lima Ferrer de Almeida

DISCIPLINA: Processamento Digital de Sinais

QUESTÃO Nº 1

Carregue o arquivo "bipsIN.wav" no Matlab. Plote o sinal no domínio do tempo e da frequência. Conclua sobre o sinal você está analisando. Detalhe sua resposta. Forneça a expressão para o sinal $x[n]$ em questão, bem como a expressão para sua transformada de Fourier $X(e^{j\omega})$.

Resposta:



(a) bipsIN.wav no tempo.

(b) bipsIN.wav no domínio da frequência.

Figura 1: Análise do arquivo bipsIN.wav.

A fórmula padrão para amostragem de um sinal é dada por $x[n] = x_c(nT)$

Podemos também representar por um trem de impulsos, ficando então:

$x_s(t) = x[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT)$

Consideramos que $T = \frac{1}{F_s} \therefore T = \frac{1}{5000} = 0.0002s$

Podemos então inferir que a equação que iremos obter é:

$x[n] = \sum_{n=0}^{25000} x_c(0.0002n)\delta(t - 0.0002n)$

Já para a equação na frequência, temos que:

$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$

Podemos reescrever essa equação da seguinte maneira:

$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c[j(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi k}{T})]$

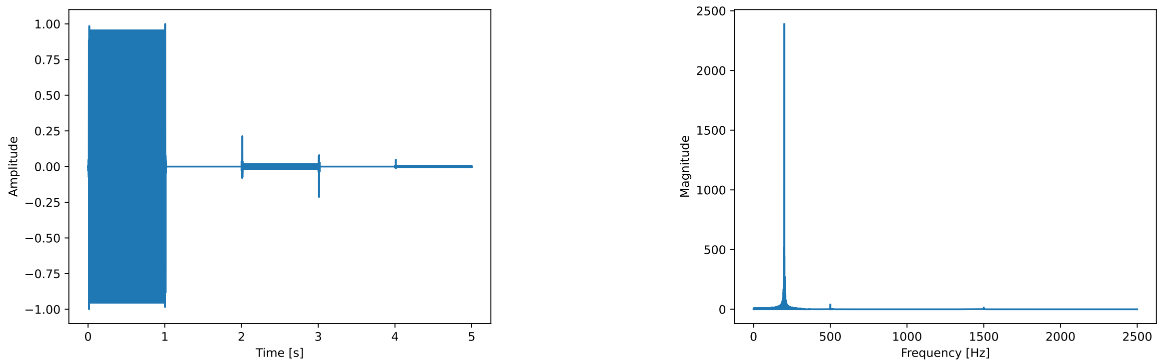
Dessa maneira, a representação desse sinal é:

$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{0.0002}\sum_{k=0}^{2500} X_c[j(\frac{\omega}{0.0002} - \frac{2\pi k}{0.0002})] \therefore X(e^{j\omega}) = 5000\sum_{k=0}^{2500} X_c[j(\frac{\omega}{0.0002} - \frac{2\pi k}{0.0002})]$

QUESTÃO Nº 2

Carregue agora o arquivo “bipsOUT.wav” no Matlab. Plote o sinal no domínio do tempo e da frequência. O que é possível concluir sobre este sinal, em comparação com o sinal do problema anterior? Sabendo que o sinal de saída “bipsOUT.wav”foi produzido a partir do sinal de entrada “bipsIN.wav” através de uma transformação por um sistema LIT, o que é possível concluir sobre este sistema, em particular sobre sua resposta em frequência? Implemente um possível sistema LIT que seja capaz de gerar o mesmo sinal “bipsOUT.wav” (ou uma aproximação deste sinal) a partir do sinal “bipsIN.wav”. Plote a resposta ao impulso e a resposta em frequência do sistema que você escolheu.

Resposta:



(a) bipsOUT.wav no domínio do tempo.

(b) bipsOUT.wav no domínio da frequência.

Figura 2: Análise do arquivo bipsOUT.wav.

Conseguimos perceber que o sinal do arquivo bipsOUT.wav é o mesmo sinal do arquivo bipsIN.wav, no entanto é feito uma filtragem passa-baixa com frequência de corte (ω_c) valendo aproximadamente 300Hz.

Com base nessa análise, o sistema LIT a ser utilizando foi a função $h[n] = \frac{\sin(300n)}{\pi n}$, em outras palavras, uma função sinc com frequência de corte igual a 300Hz. Usamos essa função pois sabemos de duas coisas.

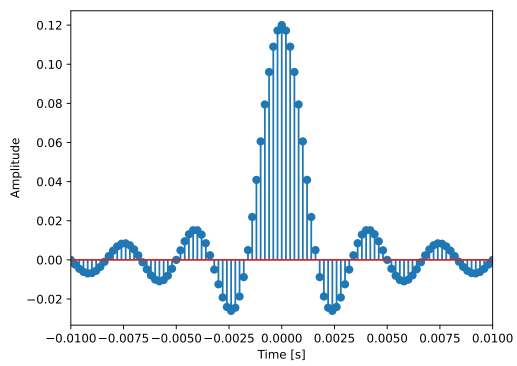
- Quando fazemos a convolução de dois sinais no domínio do tempo, no domínio da frequência iremos estar fazendo uma multiplicação, em outras palavras:

$$y[n] = x[n] * h[n] \xrightarrow{\mathscr{F}} Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})H(e^{j\omega})$$

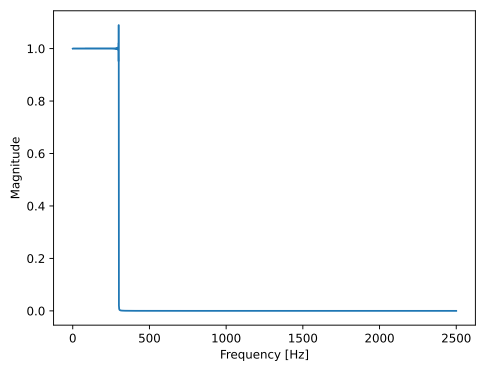
- Quando temos um sinal $h[n]$ igual a uma sinc normalizada com frequência de corte ω_c, ao aplicar a transformada de Fourrier iremos obter:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & \text{se } |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \text{c. c} \end{cases}$$

Gerando assim a a sinc e deixando-a normalizada, para que no domínio da frequência tenha ganho unitário, obtemos o sinal a seguir.



(a) $h[n]$ no tempo.

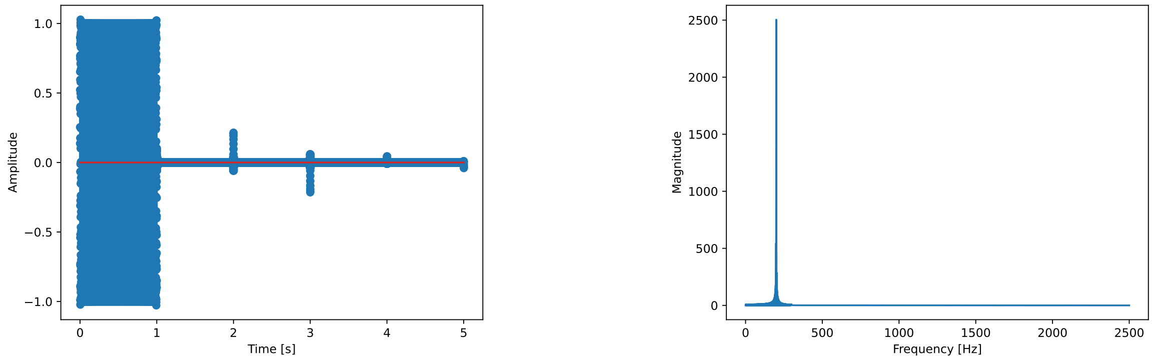


(b) $h[n]$ na frequência.

Figura 3: Análise do sinal $h[n]$.

Conseguimos assim um filtro passa-baixa com frequência de corte 300Hz, com isso obtemos o nosso sistema LIT. Fazendo então a convolução desse sistema com o arquivo bipsIN.wav, conseguimos ter o seguinte sinal:

Quando comparamos o sinal bipsIN filtrado com o sinal bipsOUT conseguimos ver que a filtragem foi um sucesso, pois apesar de não utilizarmos de um filtro ideal, o resultado obtido foi satisfatório.



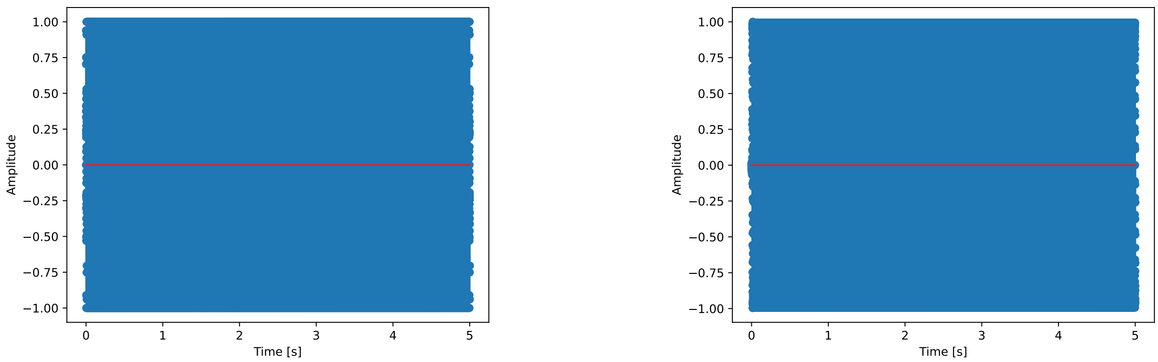
(a) Sinal filtrado no tempo. (b) Sinal filtrado na frequência.

Figura 4: Sinal bipsIN após filtragem.

QUESTÃO Nº 3

Repita os passos dos problemas 1 e 2, utilizando agora os sinais de áudio "bipsIN-mixed.wav" e "bipsOUT-mixed.wav'. O que é possível concluir comparando os novos resultados com os anteriores?

Resposta: Plotando ambos os sinais nos domínios do tempo conseguimos o seguinte:

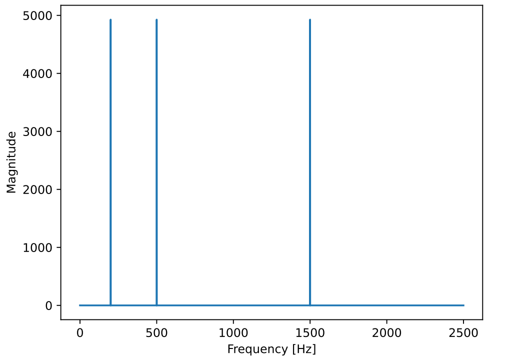


(a) bipsIN-mixed no Tempo. (b) bipsOUT-mixed no Tempo.

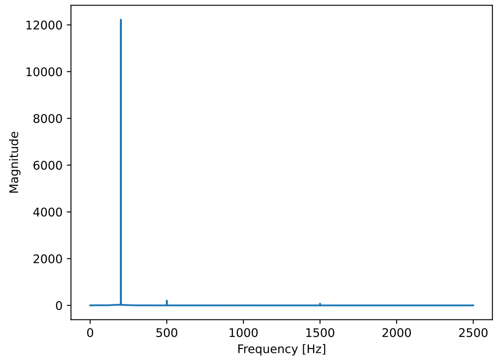
Figura 5: Sinais bipsIN-mixed e bipsOUT-mixed no Tempo.

A primeira vista os sinais são iguais, contudo quando ouvimos isso não se mostra verdadeiro. Somente após termos os sinais no domínio da frequência é que conseguimos achar uma diferença entre eles.

Chegamos então a mesma conclusão da questão anterior, em que será necessário aplicar



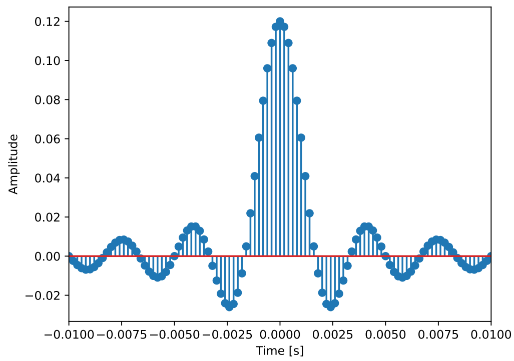
(a) bipsIN-mixed na Frequência.



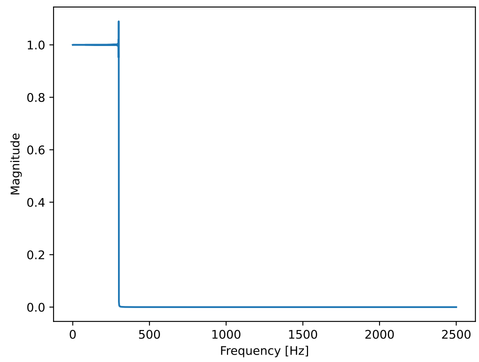
(b) bipsOUT-mixed na Frequência.

Figura 6: Sinais bipsIN-mixed e bipsOUT-mixed na frequência.

uma filtragem passa-baixa no sinal bipsIN-mixed com $\omega_c = 300$Hz, repetindo então os mesmos passos da questão anterior, obtemos o seguinte sistema que irá fazer a filtragem:



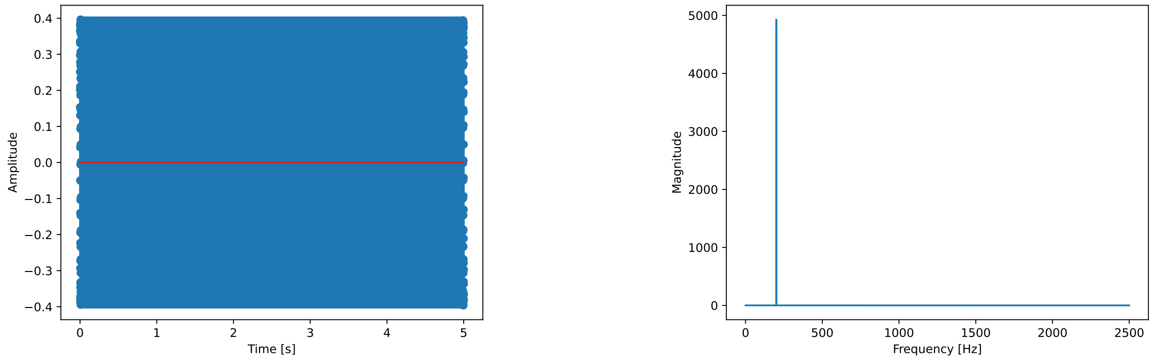
(a) $h[n]$ no tempo.



(b) $h[n]$ na frequência.

Figura 7: Análise do sinal $h[n]$.

Após isso, fazemos a convolução de $h[n]$ com o sinal bipIN-mixed e conseguimos obter: Mostrando que independente do tipo de sinal, conseguimos aplicar uma filtragem nele.



(a) Sinal filtrado no tempo.

(b) Sinal filtrado na frequência.

Figura 8: Sinal bipsIN-mixed após filtragem.

QUESTÃO Nº 4

Carregue o arquivo “bomdia.wav” e “bomdia-reverb.wav” no Matlab. Plote ambos os sinais no domínio do tempo e da frequência. Escute os áudios dos dois sinais. O que você pode concluir através da comparação dos gráficos tempo/frequência de ambos os sinais, bem como sobre a qualidade de áudio dos mesmos?

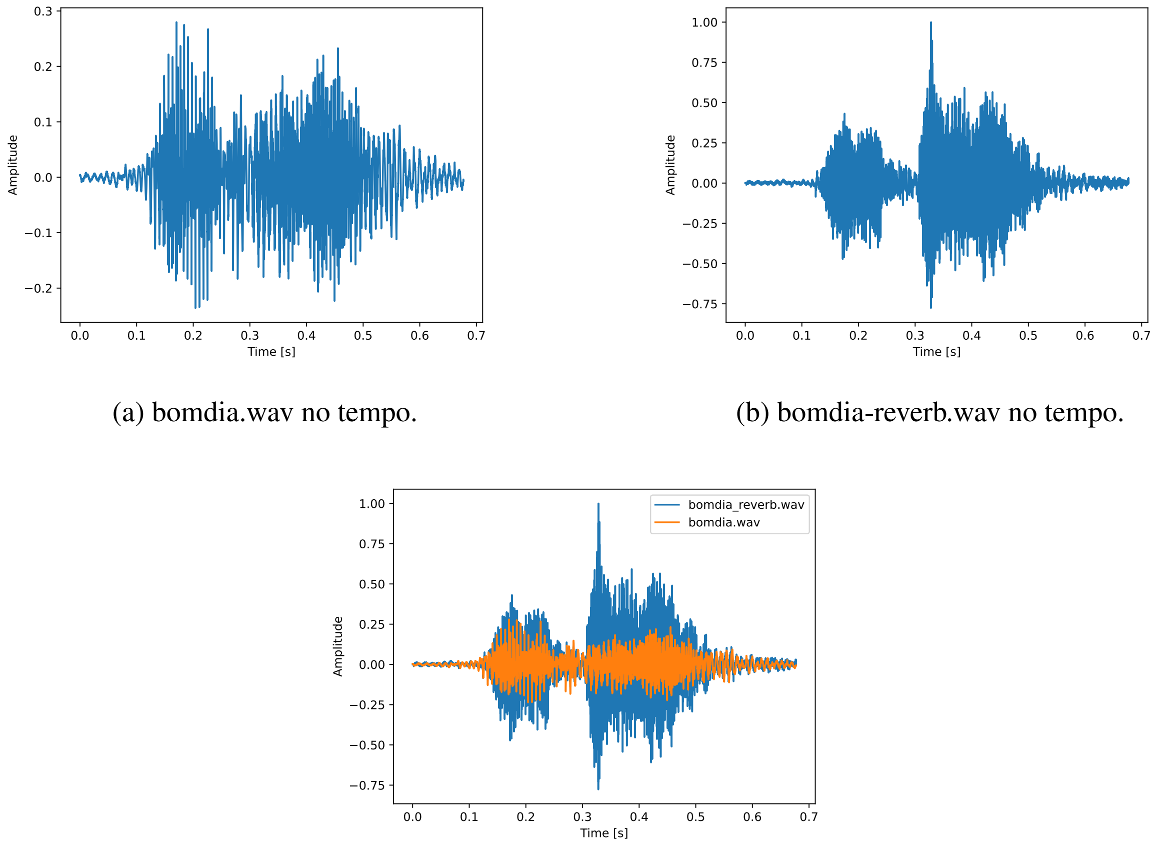
Carregue agora o arquivo “imp-resp.mat” e plote sua resposta ao impulso $h[n]$. Gere o sinal de saída deste sistema assumindo como entrada o sinal “bomdia.wav”. Compare o sinal obtido com sinal “bomdia-reverb.wav”. O que se pode concluir?

Resposta: Quando escutamos os áudios percebemos que bomdia-reverb.wav é uma versão do áudio bomdia.wav mas com um ”ruído”, pois a qualidade do som fica pior que a qualidade de bomdia.wav.

Analisando então os dois áudios no domínio do tempo, conseguimos perceber que o áudio bomdia-reverb.wav teve uma grande atenuação comparado ao sinal bomdia.wav, o que mostra uma maior potência do sinal.

Já olhando os dois sinais no domínio do tempo, é notório o quanto o áudio bomdia-reverb.wav tem um maior ruído em comparação ao áudio original.

Carregando o arquivo “imp-resp.mat” obtemos o gráfico a seguir:



(a) bomdia.wav no tempo.

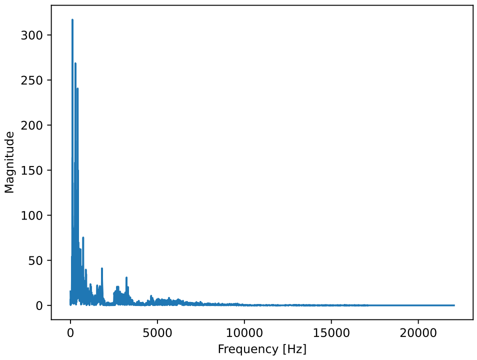
(b) bomdia-reverb.wav no tempo.

(c) Comparação dos sinais.

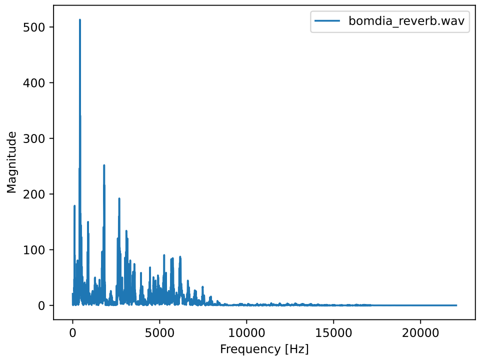
Figura 9: Análise dos dois áudios no domínio do tempo.

Quando fazemos a convolução desse sinal (agora será chamado de $h[n]$), com o sinal bomdia.wav obtemos o seguinte sinal:

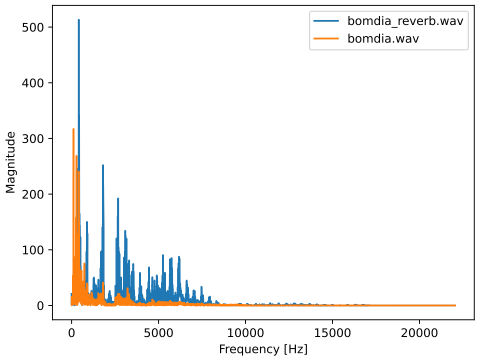
Comparando então o sinal obtido após a convolução com o sinal bomdia-reverb.wav:



(a) bomdia.wav na frequência.



(b) bomdia-reverb.wav na frequência.



(c) Comparação dos sinais

Figura 10: Análise dos dois áudios no domínio da frequência.

Podemos então concluir que o sinal obtido após a convolução com $h[n]$ é um sinal quase que igual com o bomdia-reverb.wav, que quando analisamos visualmente tanto a comparação no domínio do tempo quando no da frequência, a diferença que é vista é quase que desprezível.

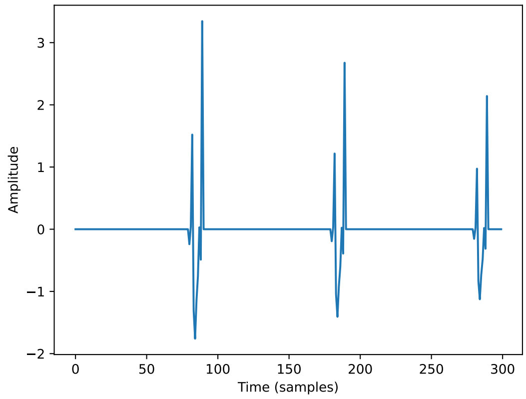
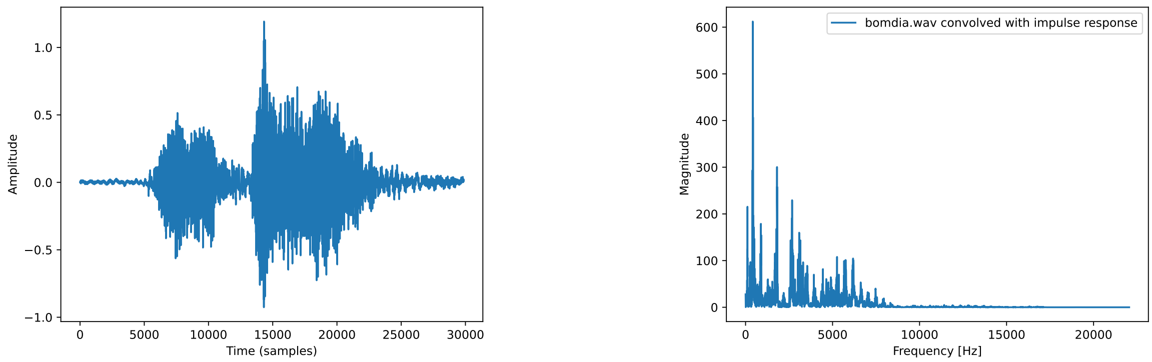


Figura 11: imp-resp.mat no tempo.



(a) Sinal filtrado no tempo.

(b) Sinal filtrado na frequência.

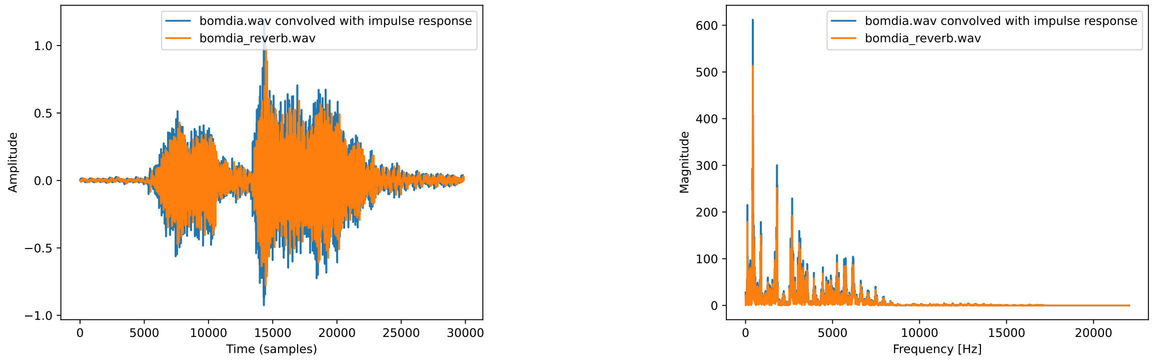
Figura 12: Sinal bomdia.wav após filtragem.

QUESTÃO Nº 5

A figura abaixo ilustra uma possible soluço para tentar restaurar o original sinal 'bomdia.wav' a partir of sinal 'bomdia-reverb.wav' (which é uma verso distorcida do original sinal) usando um sistema denominado 'equalizador'.

Considerando $a[n]$ como o sinal original ("bomdia.wav") e $y[n]$ como o sinal distorcido ("bomdia-reverb.wav"), determine uma solução para a resposta ao impulso do sistema equalizador $w[n]$. Em seguida, obtenha o sinal "equalizado" $\hat{a}[n]$ e compare-o com o sinal original $a[n]$. O que se pode concluir?

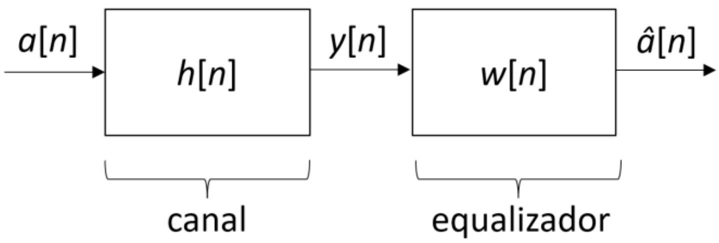
Resposta: Já que $w[n]$ deve recuperar o sinal a[n], devemos considerar que $W(e^{j\omega}) = H^{-1}(e^{j\omega})$, com $H(e^{j\omega})$ sendo a transformada de Fourier da resposta ao impulso $h[n]$, em que



(a) Comparação no tempo.

(b) Comparação na frequência.

Figura 13: Comparação dos dois sinais.



$h[n]$ se refere ao da questão anterior. Já que se fizermos essa consideração, iremos ter a seguinte equação:

$$\hat{A}(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})H(e^{j\omega})\frac{1}{H(e^{j\omega})} \therefore \hat{A}(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})$$

Fazendo então a transformada inversa de Fourrier de $W(e^{j\omega})$ e convoluindo com o sinal bomdia-reverb, obtemos o seguinte sinal:

E aplicando o erro obtido, temos um valor de erro $= 652,187$. De inicio pode parecer um valor grande, mas se considerarmos que esse é o erro somado de todas as amostras, perceberemos que o erro por amostra será quase que insignificante, considerando que temos 29864 amostras, ficando um erro médio de 0.02 por amostra.

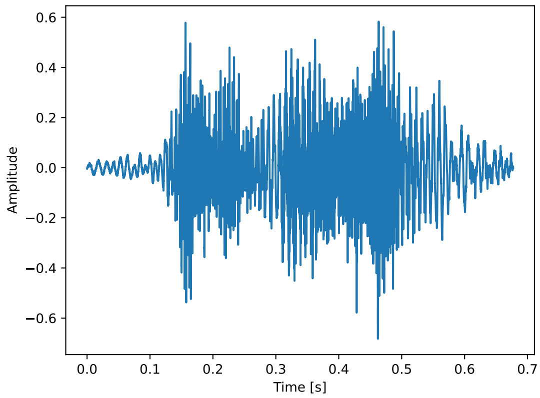
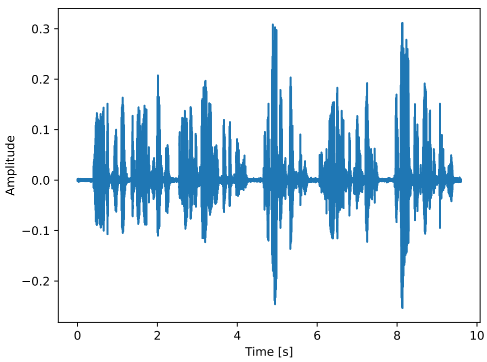


Figura 14: Sinal recuperado.

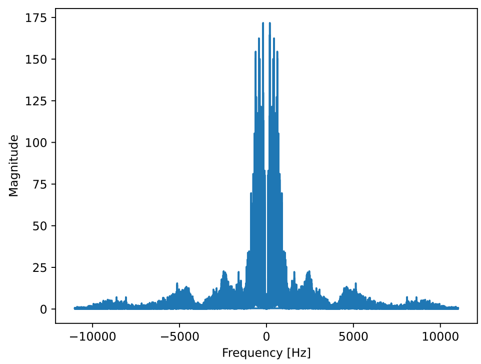
QUESTÃO Nº 6

Carregue o arquivo “preamble.wav” no Matlab. Plote sua resposta ao impulso e sua resposta em frequência. Utilizando a resposta ao impulso “imp-resp.mat” que modela o sistema distorcivo $h[n]$ da figura acima, obtenha o sinal de saída $y[n]$. Grave este sinal como “preamble-reverb.wav”. Em seguida, seguindo os passos da figura, projete o equalizador $w[n]$ e obtenha o sinal equalizado. Plote a resposta em frequência deste sinal e verifique o resultado do áudio resultante. Discuta sobre os resultados obtidos

Resposta:



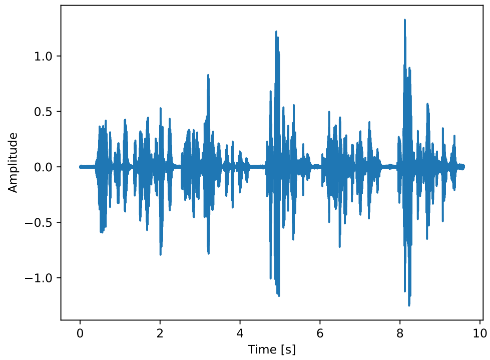
(a) Preamble no tempo.



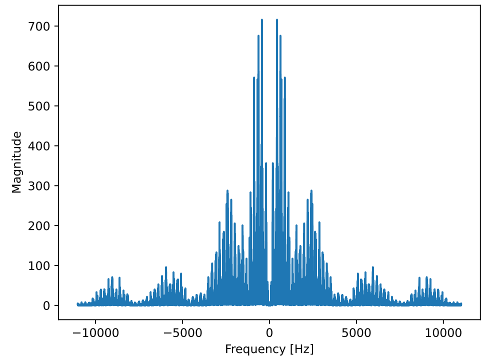
(b) Preamble na frequência.

Figura 15: Análise preamble.wav.

Agora fazendo a convolução do sinal anterior com a respostao ao impulso, obtemos o seguinte sinal:



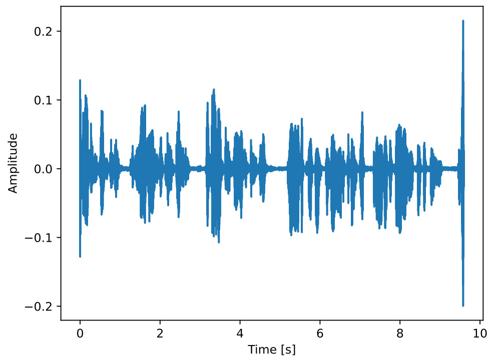
(a) Preamble-reverb no tempo.



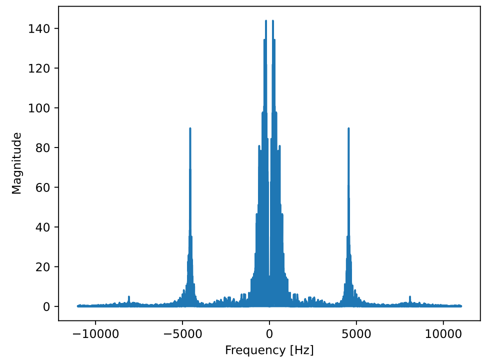
(b) Preamble-reverb na frequência.

Figura 16: Geração de preamble-reverb.

Repetindo agora o processo feito na questão anterior e definindo $W(e^{j\omega}) = H^{-1}(e^{j\omega})$, levando $W(e^{j\omega})$ pro domínio do tempo e fazendo a convolução com o sinal preamble-reverb, obtemos o sinal a seguir:



(a) Sinal filtrado no tempo.



(b) Sinal filtrado na frequência.

Figura 17: Análise do sinal filtrado.

Esse sinal gerado apresenta um erro de $200,46$. Quando dividimos esse erro pelo número de amostras obtemos um erro médio de aproximadamente $0,001$. Apesar de parecer baixo o erro no tempo, quando analisamos o sinal filtrado com o sinal original no domínio da frequência percebemos uma diferença gritante, diferença essa que se mantém quando se ouve o arquivo. Portanto, não foi possível fazer um equalizador ideal.