UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
DEP. DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
TI0060 - MATERIAIS ELETRÔNICOS E OPTOELETRÔNICOS

Lista 1

1. Geralmente buscamos funções de onda que resolvam a equação de Schrödinger para um dado potencial. No entanto, isso também funciona de forma inversa. Considere uma partícula unidimensional que está confinada dentro da região $0 \leq x \leq a$ cuja função de onda é dada por
$$\Psi(x,t) = A\text{sen}(\pi x/a)\exp(-i\omega t).$$
   a) Use a equação de Schrödinger para encontrar o potencial $V(x)$.
   b) Calcule a probabilidade de encontrar a partícula no intervalo $a/4 \leq x \leq 3a/4$.

2. O poço quadrado infinito tem o potencial
$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq L, \\ \infty & \text{qualquer outro valor,} \end{cases}$$
e os estados estacionários (normalizados) foram encontrados como sendo
$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\text{sen}\left(\frac{n\pi x}{L}\right),$$
com energias
$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}.$$
   a) Se a função de onda em $t = 0$ é $\Psi(x,0) = \psi_n(x)$, escreva $\Psi(x,t)$ para todo e qualquer t.
   b) Calcule os valores esperados $\langle x\rangle$, $\langle x^2\rangle$, $\langle p\rangle$ e $\langle p^2\rangle$ para o n-ésimo estado estacionário. Descreva brevemente o significado físico dos resultados $\langle x\rangle$ e $\langle p\rangle$.

3. O estado de uma partícula de massa m é dado pela função de onda
$$\Psi(x,t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_2(x) + \psi_3(x)),$$
onde $\psi_n(x)$ são os estados estacionários do problema anterior (poço quadrado infinito). Se você medir a energia dessa partícula no tempo t, quais seriam os valores que você poderia obter e quais seriam as probabilidades de cada um deles? Encontre o valor esperado $\langle E\rangle$ em termos de m e L.

4. Encontre uma expressão para os operadores $\hat{x}$ e $\hat{p}$ em termos dos operadores escada $\hat{a}$ e $\hat{a}^\dagger$, bem como constantes.

5. Em um oscilador harmônico, um estado coerente $\psi_\alpha(x)$ é definido como segue: Quando atuado pelo operador de abaixamento $\hat{a}$, obtemos a função de onda multiplicada por uma constante:

$$\hat{a}\,\psi_\alpha(x) = \alpha\,\psi_\alpha(x),$$

ou em linguagem de álgebra linear, $\psi_\alpha(x)$ é um autovetor de $\hat{a}$ com autovalor α. Diferentes estados coerentes têm diferentes valores de α. Em geral, não considere que a constante α é real. (Estados coerentes têm muitas aplicações em física atômica, molecular e óptica. Por exemplo, lasers e condensados de Bose-Einstein são exemplos de estados coerentes.

a) Calcule $\langle x\rangle$ e $\langle p\rangle$ para a função de onda do estado coerente $\psi_\alpha(x)$ em termos de α e constantes. Você pode considerar que $\psi_\alpha(x)$ é normalizado. (Dica: use os resultados do problema anterior.)

b) Qualquer função de onda do oscilador harmônico pode ser expressa como uma combinação linear de estados estacionários $\chi_n(x)$ do oscilador harmônico. Assuma, portanto, que

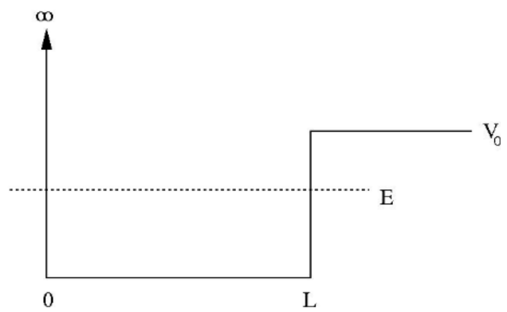
$$\psi_\alpha(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \chi_n(x),$$

e mostre que os c_n são dados por

$$c_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}\,c_0.$$

(Dica: Atue $\hat{a}$ em $\psi_\alpha(x)$ logo acima.)

6. Considere um poço quadrado consistindo de um poço infinito em $x = 0$ e um potencial de altura V_0 em $x = L$, como indicado na figura. Obtenha soluções para a equação de Schrödinger para o caso $E < V_0$ tanto dentro do poço (ou seja, $0 < x < L$) quanto além do poço (ou seja, $x > L$). Aplique as condições de contorno em $x = L$ para determinar uma relação descrevendo os valores permitidos de kL no sistema.



7. Calcule o comutador dos operadores $\hat{a}$ e $\hat{a}^\dagger$.

8. Calcule $\langle r\rangle$ e $\langle r^2\rangle$ para um elétron no estado fundamental do hidrogênio. Expresse sua resposta em termos do raio de Bohr.

9. Quantos estados quânticos do átomo de hidrogênio tem energia total $E = -1,51$ eV?