Variável Complexa

Sétima Lista de Exercícios

01. Determine a expansão de Laurent da função dada em torno de cada uma de suas singularidades.

(a) $f(z) = \dfrac{1}{z^2(z+i)}$

(b) $f(z) = \dfrac{1}{(z-1)(z+i)}$

(c) $f(z) = z^3 e^{1/z}$

(d) $f(z) = \cos(1/z)$

(e) $f(z) = \dfrac{z^5}{(z^2-2)^2}$

(f) $f(z) = \dfrac{z}{(z-1)(z-3)}$

02. Dê exemplo de uma função holomorfa $f : \mathbb{C} \setminus \{2, \sqrt{2}i\} \to \mathbb{C}$ que possui um polo de ordem 1 no ponto 2 e um polo de ordem 7 no ponto $\sqrt{2}i$.

03. Seja $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ uma função inteira. Suponha que $f(z) \neq 0$, para todo $z \in \mathbb{C}$ e que o limite $\lim\limits_{z\to\infty} f(z)$ existe e é não nulo. Mostre que f é constante.

04. Classifique a singularidade 0 de cada uma das funções a seguir.

(a) $f(z) = \operatorname{sen}(1/z)$

(b) $f(z) = \dfrac{\cos(z) - 1}{z^2}$

(c) $\dfrac{\operatorname{sen}^2(z)}{z^3}$

(d) $\exp\left(z + \dfrac{1}{z}\right)$

(e) $f(z) = \dfrac{1}{z^8 - z}$

(f) $f(z) = \dfrac{\cos(z)}{z^4}$

05. Calcule a série de Laurent em torno de 0 da função $f(z) = \dfrac{e^z}{z(z^2+1)}$.