



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA**  
**SEMESTRE 2024.1**

**Trabalho 01 - Guias e Ondas**

**ALUNO: João Vitor de Oliveira Fraga**

**MATRÍCULA: 537377**

**CURSO: Engenharia de Telecomunicações**

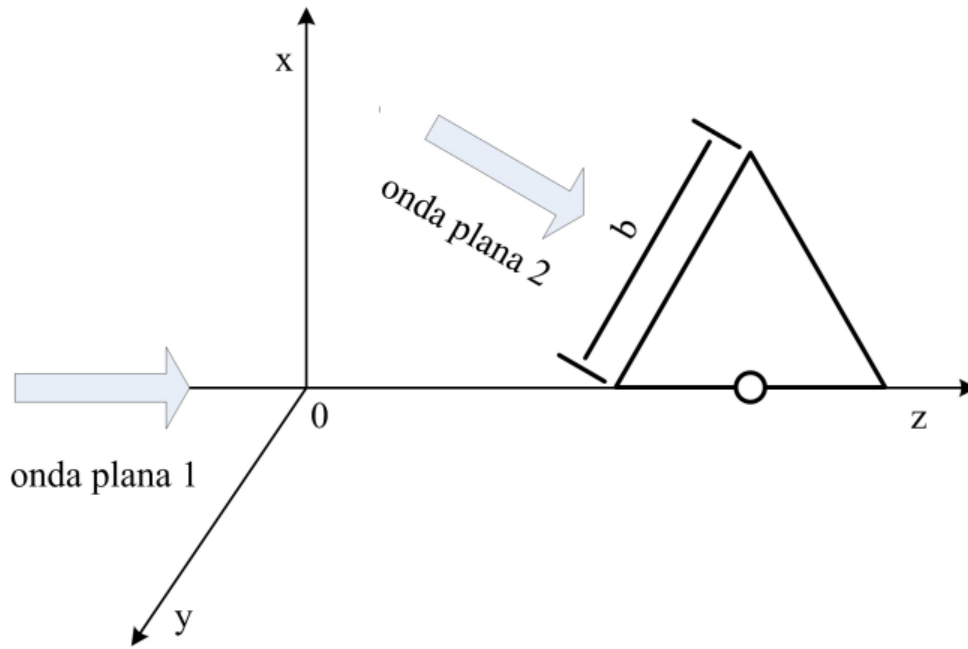
**PROFESSOR: Sergio Antenor de Carvalho**

**DISCIPLINA: Guias e Ondas**

### QUESTÃO Nº 1

Projete a antena triangular equilátera mostrada na figura para a recepção ótima de uma onda plana  $E = E_0 \hat{a}_x e^{-jk_0 z} V/m$  na frequência  $f$ . Faça um gráfico da  $fem$  induzida em função da frequência mostrando a faixa em que a  $fem$  cai para  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  de seu valor máximo. Repita a análise considerando que a onda propaga na direção perpendicular ao lado assinalado  $b$  e polarização paralela ao lado. Calcule a razão perímetro/ $\lambda$ .

Figura 1: Antena triangular equilátera



Fonte: Sergio Antenor.

**Resposta:** Considerando que o valor dada para mim da frequência foi  $f = 850 MHz$ , referente ao dado para o décimo segundo aluno, temos que:

$$fem = \int_0^{\frac{\sqrt{3}b}{2}} |E_0| \cos(\omega t - kz_1) dx + \int_{\frac{\sqrt{3}b}{2}}^0 |E_0| \cos(\omega t - kz_2) dx$$

Conseguimos ver que nessa integral nenhum valor depende de  $x$ , então temos que:

$$fem = \frac{\sqrt{3}b}{2} |E_0| [\cos(\omega t - kz_1) - \cos(\omega t - kz_2)]$$

Pela geometria dada na questão é possível observar que  $z_2 = z_1 + b$ , além disso as váriaveis dentro do cosseno podem ser substituídas por  $\phi = \omega t - kz_1$ . Após essas alterações chegamos

ao seguinte resultado:

$$f_{em} = \frac{\sqrt{3}b}{2} |E_0| [\cos(\phi) - \cos(\phi - kb)]$$

Após realizar substituições trigonométricas obtemos então:

$$f_{em} = \frac{\sqrt{3}b}{2} |E_0| \left[ -\text{sen}\left(\phi - k\frac{b}{2}\right) \text{sen}\left(k\frac{b}{2}\right) \right]$$

De acordo com a equação apresentada, o primeiro termo senoidal determina as flutuações temporais do sinal, enquanto o segundo termo senoidal é crucial para atingir a amplitude máxima do sinal. No modelo discutido, a amplitude máxima é obtida quando o valor do segundo seno atinge +1. Logo:  $\text{sen}\left(k\frac{b}{2}\right) = +1$ . Isso só ocorre quando:

$$k\frac{b}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Após considerar uma série de etapas arbitrárias e partindo do pressuposto que  $n = 0$ , e considerando que a onda se propaga à mesma velocidade que no vácuo, usando ainda o valor de  $f$  fornecido na questão, chegamos ao seguinte resultado:

$$b = \frac{c}{2f} \approx \frac{3 \times 10^8}{2 \times 850 \text{ MHz}} \approx 0.17647058823$$

Então, o tamanho ideal da lateral da antena para m'aximo aproveitamento da Fem seria cerca de 0.17647058823m.

O perímetro sendo igual  $\Delta = 3b$ , sendo assim:

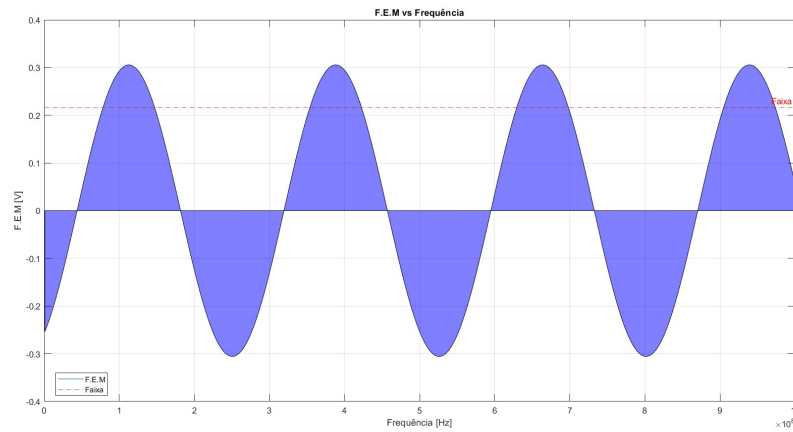
$$3b = (2n+1)\frac{3\lambda}{2}$$

Logo, o que a questão pede é a relação perímetro/ $\lambda$ , que quando ajeitamos a equação anterior conseguimos obter a partir de:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = (2n+1)\frac{3}{2}$$

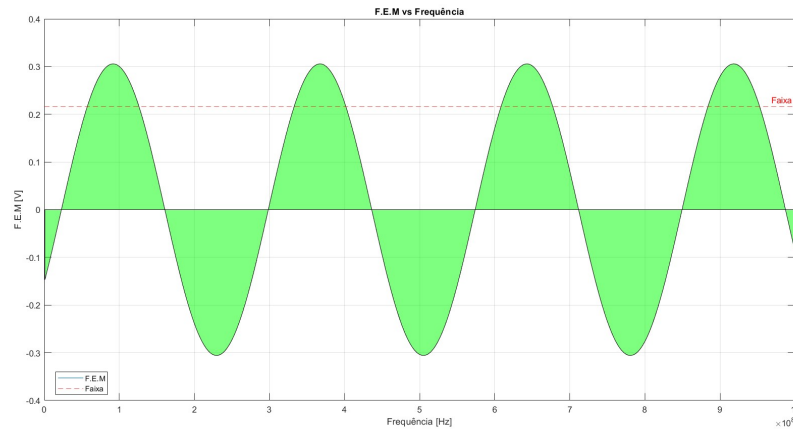
A partir dessa análise e fazendo o código disponibilizado no final do relatório, conseguimos:

Figura 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3



Fonte: Elaborado pelo autor.

Obtendo esses resultados conseguimos então inferir que os gráficos mostram como a força eletromotriz (fem) induzida muda com a frequência. O gráfico verde representa uma condição de propagação diferente da do gráfico azul. A linha pontilhada vermelha nos gráficos marca o ponto onde a fem é reduzida para  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  do seu pico, indicando a largura de banda efetiva da antena. Uma largura de banda mais ampla é melhor, pois significa que a antena pode lidar com uma variedade maior de frequências. As diferenças entre os gráficos sugerem que o design da

antena pode precisar de ajustes para melhorar sua eficiência. A relação perímetro/comprimento de onda ( $\lambda$ ) é importante para o design, influenciando como a antena interage com as ondas de diferentes frequências.

## Código

Segue código em MatLab feito para resolver a questão:

```
1 % Primeira parte
2 % Definindo os parametros a ser usado
3 discretization = 1000;
4 c = physconst('lightspeed'); %Váriavel da Velocidade da Luz
5
6 f = linspace(1e6, 1e9, discretization); % Intervalo de frequência
7 e0 = 1; % Amplitude
8 b = 0.17647058823; % Comprimento da antena a partir da relação  $b=c/2f$ 
9 z1 = 1;
10 t_seconds = 200;
11
12 % Cálculos necessários para encontrar a f.e.m induzida
13 lamb = c ./ f; % Comprimento de onda
14 k = 2*pi ./ lamb; % Número de onda
15 frequencia_ang = 2*pi*f; %Frequência Angular
16 phi = (frequencia_ang .* t_seconds) - (k - z1);
17
18 % Cálculo da f.e.m induzida
19 fem = (sqrt(3) * b) * e0 * (-sin(phi - (k .* b) / 2));
20
21 % Cálculo do valor máximo que a f.e.m atinge
22 max_fem = max(abs(fem));
23
24 % Cálculo do valor de limiar para  $1/\sqrt{2}$  do valor máximo
25 threshold = max_fem / sqrt(2);
26
27 % Gráfico
28 plot(f, fem);
29 hold on;
30 yline(threshold, 'r--', 'Faixa');
31 fill([f, fliplr(f)], [fem, zeros(size(fem))], 'b', 'FaceAlpha', 0.5);
32 hold off;
33 xlabel('Frequência [Hz]');
34 ylabel('F.E.M [V]');
```

```

35 title('F.E.M vs Frequência');
36 legend('F.E.M', 'Faixa', 'Location', 'best');
37 grid on
38 %%
39 % Atualização a fase
40 phi = frequencia_ang .* t_seconds - (k .* z1) + pi/6;
41
42 % Recalculando todos os valores necessários
43 fem = (sqrt(3) * b) * e0 * (-sin(phi - (k .* b) / 2));
44 max_fem = max(abs(fem));
45 threshold = max_fem / sqrt(2);
46
47 % Achando a banda de frequência onde a f.e.m fica inferior ao limiar
48 below_threshold = f(fem < threshold);
49
50 % Gráfico
51 plot(f, fem);
52 hold on;
53 yline(threshold, 'r--', 'Faixa');
54 fill([f, fliplr(f)], [fem, zeros(size(fem))], 'g', 'FaceAlpha', 0.5);
55 hold off;
56 xlabel('Frequência [Hz]');
57 ylabel('F.E.M [V]');
58 title('F.E.M vs Frequência');
59 legend('F.E.M', 'Faixa', 'Location', 'best');
60 grid on

```