TI0116 - Sinais e Sistemas - 2023.2
ALUNO: JOÃO VITOR DE O. FRAGA
MAT: 537377

1)

a- Temos que $y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$, devido ao $u[n]$ o limite inferior será $k \geq 0$ ficamos então com $y[n] = \sum_{k=0}^{n} \alpha^k \cdot \beta^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \alpha^k \cdot \frac{\beta^n}{\beta^k} = \beta^n \sum_{k=0}^{n} \frac{\alpha^k}{\beta^k}$ → Temos então a seguinte propriedade: $\sum_{k=0}^{n} \alpha^k = \frac{1-\alpha^{n-1}}{1-\alpha}$, se o α dessa propriedade for $\left(\frac{\alpha^k}{\beta^k}\right)$, ficamos com $\beta^n \frac{\left(1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{n+1}\right)}{1-\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)}$, temos então que $y[n] = \left(\frac{\beta^{n+1} - \alpha^{n+1}}{\beta - \alpha}\right) \cdot u[n]$

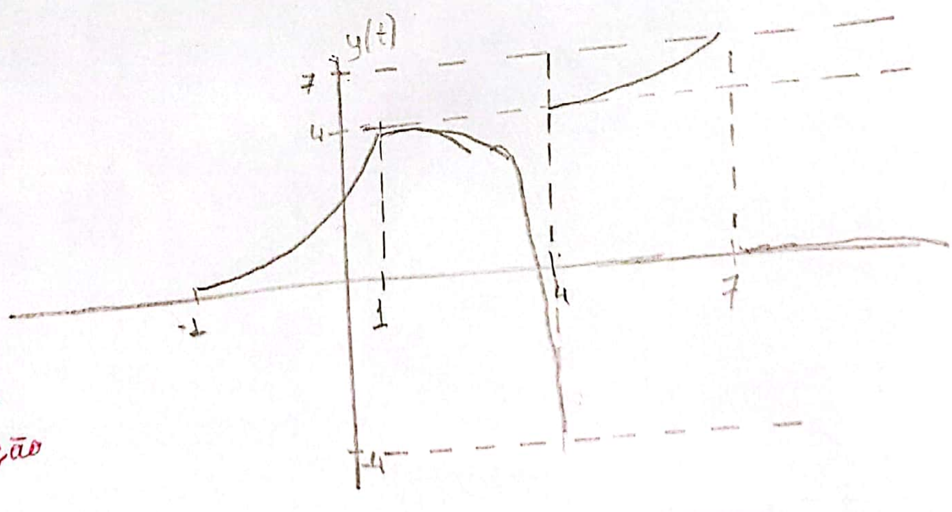
b- Para esse caso $\alpha = \beta$, logo ficamos com a seguinte equação: $x[n] = h[n] \rightarrow y[n] = x[n] * h[n]$ $= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]x[n-k]$ ⇒ Devido ao impulso $k \geq 0 \rightarrow \sum_{k=0}^{n} \alpha^k \cdot \alpha^{n-k} = \sum_{k=0}^{n} \alpha^n \Rightarrow y[n] = (n+1) \cdot \alpha^n \cdot u[n]$

2) Sabemos que $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$, devido ao valor de $h(t)$, temos $h(t) = e^{2t}$, $1 > t$ → $h(t-\tau) = e^{2(t-\tau)}$, $1 > t - \tau$, quando fazemos a convolução ficamos: $\int_{-\infty}^{t-1} 0 \cdot \cancel{0} d\tau + \int_{t-1}^{0} 0 \cdot e^{2(t-\tau)} d\tau + \int_{0}^{3} 1 \cdot e^{2(t-\tau)} d\tau + \int_{3}^{6} (-1) e^{2(t-\tau)} d\tau$, Logo $y(t)$ é definido por $\int_{0}^{3} e^{2(t-\tau)} d\tau - \int_{3}^{6} e^{2(t-\tau)} d\tau$, contudo, temos diferentes valores de $y(t)$ para $t \leq 1$, $1 \leq t \leq 4$, $4 \leq t \leq 7$, $7 < t$, calculamos para cada momento.

$y(t)$ p/ $t \leq 1$: $\int_{0}^{3} e^{2(t-\tau)} d\tau - \int_{3}^{6} e^{2(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{2}\left(-2e^{2(t-3)} + e^{2t} + e^{2(t-6)}\right)$

$y(t)$ p/ $1 \leq t \leq 4$: $\int_{t-1}^{3} e^{2(t-\tau)} d\tau - \int_{3}^{6} e^{2(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{2}\left(-2e^{2(t-3)} + e^{2} + e^{2(t-6)}\right)$

$y(t)$ p/ $4 \leq t \leq 7$: $-\int_{t-1}^{6} e^{2(t-\tau)} d\tau = \frac{1}{2}\left(e^{2(t-6)} - e^{2}\right)$, e $y(t)$ p/ $7 < t = 0$



Obs: No final do arquivo terá o plot dessa função

3- Pela propriedade associativa, temos que: $y[n] = x[n] * (h_1[n] * h_2[n]) = (x[n] * h_2[n]) * h_1[n] = (x[n] * h_1[n]) * h_2[n]$

Se fizermos primeiro a convolução de $x[n] * h_2[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]$, contudo, x não será 0 apenas para $k=0$ e $k=1$, logo: $x[0]h[n] + x[1]h[n-1] = \frac{1}{\pi^n}.u[n] - \frac{1}{\pi^n}.u[n-1] = x[n] * h_2[n]$, fazendo agora a convolução desse valor com $h_1[n]$, vamos ficar com $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{\pi^n}.u[n] - \frac{1}{\pi^n}.u[n-1]\right).\,sen(10(n-k))$, porém a função será diferente de 0 apenas para $k \geq 0$, então temos que $y[n] = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{\pi^k} - \frac{1}{\pi^k}.u[k-1]\right).\,sen(10(n-k))$//

4- a) Sabemos que $y(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} x(\tau-2)\,d\tau$, se chamarmos $\tau - 2 = \rho \rightarrow \tau = \rho + 2$, ficamos com $\int_{-\infty}^{t-2} e^{-(t-2-\rho)} x(\rho)\,d\rho$
$= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(t-2-\rho)} u(t-2-\rho)\, x(\rho)\,d\rho$, só terá valor para $\rho < t-2$, ficamos então com

$h(t-\rho) = e^{-(t-2-\rho)} u(t-2-\rho) \rightarrow h(t) = e^{-(t-2)}.u(t-2)$//

b) A saída será igual: $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau).e^{-(t-2-\tau)}.u(t-2-\tau)\,d\tau$, temos então que para $\tau < t-2$, ficando com $\int_{-\infty}^{t-2} x(\tau) e^{-(t-2-\tau)}\,d\tau$, agora devido a função $x(t)$, precisamos ver o $y(t)$ para

$t-2 > 2$, $-1 \leq t-2 < 2$ e $t-2 < -1$:

$y(t)$ p/ $t-2>2$: $\int_{-1}^{2} e^{-(t-2-\tau)}\,d\tau = e^{-(t-2)} \int_{-1}^{2} e^{\tau}\,d\tau = e^{-(t-2)}[e^{2} - e^{-1}]$//

$y(t)$ p/ $-1 \leq t-2 < 2$: $e^{-(t-2)} \int_{-1}^{t-2} e^{\tau}\,d\tau = e^{-(t-2)}[e^{t-2} - e^{-1}]$, e caso $t-2<-1$ será 0 devido a $x(t)$, logo

$$y(t) = \begin{cases} e^{-(t-2)}[e^{2} - e^{-1}], & t-2 > 2 \\ e^{-(t-2)}[e^{t-2} - e^{-1}], & -1 \leq t-2 < 2 \\ 0, & t-2 < -1 \end{cases}$$

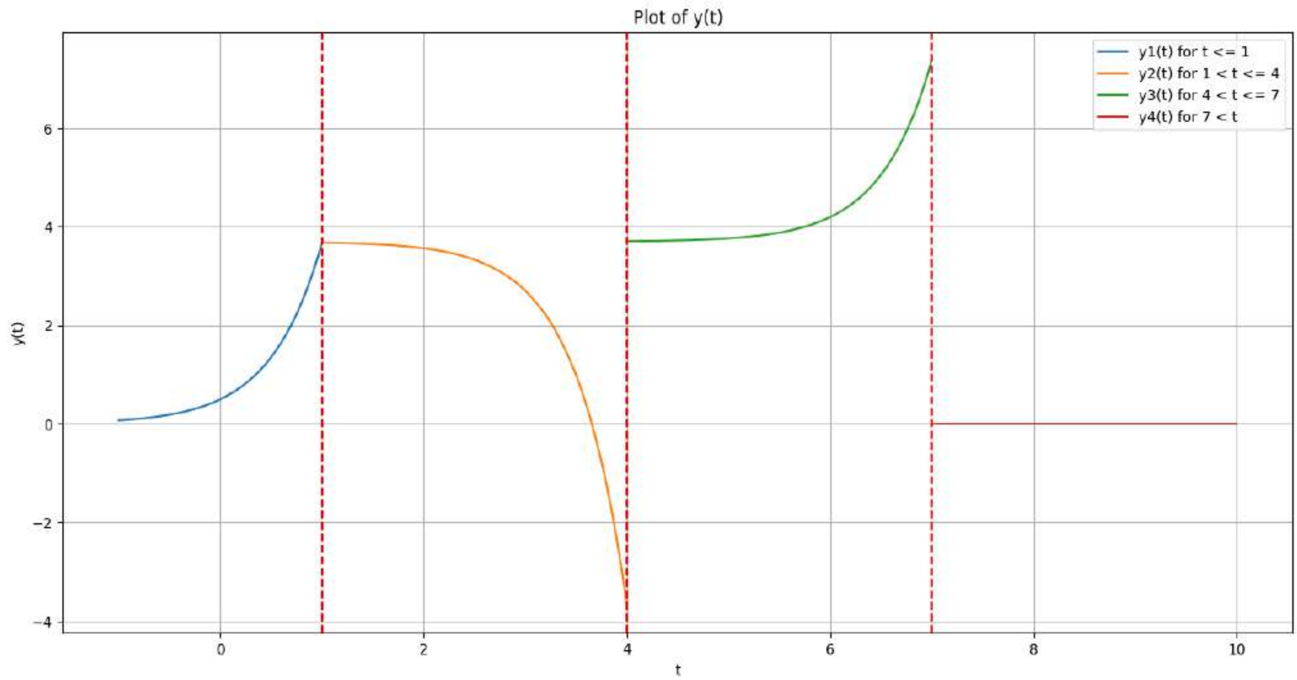
5- Primeiro calculamos $\frac{d}{dt}x(t) = -6e^{-3t}u(t-1) + 2\delta(t-1)$ e sabemos que $x(t) = 2e^{-3t}u(t-1)$, logo

$\frac{dx(t)}{dt} = -3x(t) + 2\delta(t-1) \longrightarrow -3y(t) + 2h(t-1)$, se definirmos $2h(t-1) = e^{-2t}u(t)$, achamos que:

$2h(t-1) = e^{-2t}u(t) \rightarrow h(t-1) = \frac{1}{2}e^{-2t}u(t) \rightarrow h(t) = \frac{1}{2}e^{-2(t+1)}.u(t+1)$//

6) Se considera $x[n] = \delta[n]$, logo $w[n] = h_0[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

Implicando logo: $y[n] = h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] + 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot u[n-1]$


Plot of y(t)
y1(t) for t <= 1
y2(t) for 1 < t <= 4
y3(t) for 4 < t <= 7
y4(t) for 7 < t
y(t)
t
6
4
2
0
−2
−4
0
2
4
6
8
10