



Introduction to control systems

TI0118

HOMEWORK 2 - PROJECT WORK (TASK 2)

CONTENTS

INSTRUÇÕES E PRAZOS	1
HOMEWORK - EXERCISES	3
EXERCISE 1	3
EXERCISE 2	4
EXERCISE 3	4
EXERCISE 4	5
PROJECT WORK	6
TASK 2 - SYSTEM ANALYSIS	6

INSTRUÇÕES E PRAZOS

O objetivo do HW2 e da segunda tarefa de trabalho do projeto (PW) é revisar e se familiarizar com os conceitos de análise de sistemas dinâmicos e testá-los na linguagem de programação de sua escolha. Você pode se referir aos slides das aulas (de L11 a L19) e os capítulos 4 e 7 do Nise para o embasamento teórico [The purpose of HW2 and the second project work task \(PW\) is to review and become familiar with the concepts of dynamic systems analysis and test it in the programming language of your choice. You might refer to the lecture slides \(from L11 to L19\) and Nise's chapter 4 and 7 for the theoretical background](#)].

GUIDELINES: Resolver cada exercício usando cálculos teóricos e relatando as principais etapas de sua resolução. Compare, em seguida, os resultados no ambiente de programação de sua preferência. O máximo de cada questão é de 25 pontos. O resolução tem que ser enviada em um único documento e tem que deve incluir [\[You must solve each exercise using theoretical calculations and reporting the main steps of your resolution. Then, you compare the results on the programming environment of your choice. Each exercise pays max 25 points. The resolution must be sent in a single document and it must include\]](#):

- o **REPORT:** O relatório tem que conter (i) uma breve explicação da base teórica associada a cada exercício; (ii) os passos relevantes dos cálculos, os resultados, os gráficos (quando necessário) e, principalmente, seus comentários sobre os resultados e/ou gráficos [\[The](#)

report must include (i) a brief explanation of the theoretical background associated to each exercise; (ii) the relevant steps of your calculations, the results, the graphs (when required) and especially, your comments on the results and/or graphs].

- o **CODE LISTING:** O código que você usou para resolver os exercícios. Independentemente da linguagem escolhida, seu código deve ser executável/funcionante. O código (e as funções relevantes, quando necessário) pode ser colado na parte final do relatório (por exemplo, como um apêndice) ou arquivado junto com o relatório em uma pasta .zip. [The code you used to solve the exercises. Regardless of your programming choice, your code must be executable/functioning. The code (and the relevant functions, when needed) can be either pasted at the end of the report (for instance as an appendix) or packaged together with the report as a zip file].

Observe que os recursos encontrados na internet devem ser referenciados adequadamente e que o uso de ferramentas de IA generativa, como o ChatGPT, apenas para copiar as respostas da tarefa não é permitido. Em vez disso, você pode usá-lo como fonte de informação, avaliando criticamente as saídas e o conteúdo que ele produz. Você deve reconhecê-lo citando-o corretamente e, por exemplo, pode considerar incluir a saída da IA generativa em um apêndice do relatório da tarefa¹ [You can base your resolution on the resources you might find on the web but you must adequately reference to them. Note that the use of generative AI tools, as such as ChatGPT, merely for copying the answers of the assignment is not permitted. Instead, you might like use it as a source of information, critically evaluating the outputs and contents that it produces. You must acknowledge it by citing it correctly and, for instance, you may like to consider including the generative AI output in an appendix of the HW report].

TEAM WORK: Os trabalhos podem ser feitos individualmente ou em dupla [The works can be done individually or in pairs].

DEADLINES: Os prazos de entrega são definidos no SIGAA e podem ser diferentes para o “homework” e o projeto de trabalho [The deadlines for submissions are set in SIGAA and they can differ for the homework and project work].

- o **HOMEWORK:** A resolução do trabalho de casa deve ser enviada através do SIGAA até o dia especificado no SIGAA. Note que os atrasos serão penalizados (<24h: 20% de penalização; <48h: 40% de penalização; etc.) [The solution of the homework must be sent through SIGAA by the deadline provided in SIGAA. Note that delays will be penalised (<24h: 20% penalty; <48h: 40% penalty; etc.)].
- o **PROJECT WORK:** O trabalho de projeto está dividido em três exercícios fornecidos juntamente com os “homework” passados durante o semestre. Podem optar por entregar a resolução dos exercícios no mesmo momento do relativo HW ou no prazo fixado para o último no final do semestre. Em ambos os casos, você deve seguir as instruções

¹ Texto traduzido por meio do OpenAI ChatGPT (comunicação pessoal, 27 de março de 2023) [Text translated by means of OpenAI ChatGPT (personal communication, March 27, 2023)].

fornecidas acima. O relatório final deverá incluir a solução de cada exercício [The project work is divided into three exercises provided along with the “homework” assigned during the semester. They can choose to submit the resolution of the exercises at the same time of the relative HW or within the deadline set for the latter one at the end of the semester. In both cases, you must follow the instructions provided above. The final report must include the solution for each exercise].

HOMEWORK - EXERCISES

EXERCISE 1

As respostas ao degrau unitário de dois sistemas A e B foram gravadas e dadas nos arquivos anexados à tarefa. Em cada arquivo, a primeira coluna apresenta o vetor de tempo, t , e a segunda coluna fornece a resposta da saída, $y(t)$, para os sistemas A (no arquivo `HW2_ex1_dataA.csv`) e B (no arquivo `HW2_ex1_dataB.csv`). Faça o seguinte [The unit steps responses of two systems A and B are recorded and reported in the files attached to the homework assignment. In each file, the first column gives the time vector, t , and the second column provides the output response, $y(t)$, for the systems A (in `HW2_ex1_dataA.txt`) and B (in `HW2_ex1_dataB.txt`). Do the following:

1. Carregue os dados² e faça os gráficos das respostas para os sistemas A e B [Load the data² and plot the responses for systems A and B].
2. Identifique a ordem dos sistemas. Com base nos gráficos, estime as características de resposta transitória, tais como constante de tempo, tempo de acomodação, tempo de subida, tempo de pico e porcentagem de overshoot. Escreva as respectivas funções de transferência $T_A(s)$ e $T_B(s)$ para os sistemas A e B , respectivamente [Identify the order of the systems. Based on the plots, estimate the transient response characteristics, such as time constant, settling time, rise time, peak time and percentage of overshoot. Write the corresponding transfer functions $T_A(s)$ and $T_B(s)$ for the systems A and B].
3. No gráfico obtido no item (1) deste exercício, adicione e compare a resposta ao degrau unitário dos sistemas $T_A(s)$ com os dados fornecidos em `HW2_ex1_dataA.csv`. Faça o mesmo com a resposta ao degrau unitário de $T_B(s)$ com os dados fornecidos em `HW2_ex1_dataB.csv`. Comente seus resultados [In the plot obtained in item (1) of this exercise, add and compare the unit step response of the systems $T_A(s)$ with the data provided in `HW2_ex1_dataA.csv`. Do the same with the unit step response of $T_B(s)$ with the data provided in `HW2_ex1_dataB.csv`. Comment on your results].

² Para importar os dados .csv, pode usar a função `readtable` no Matlab ou `read_csv` na biblioteca Panda do Python [To import the .csv data, you might use the function `readtable` in Matlab or `read_csv` in Python's Panda's library]

EXERCISE 2

Considere um sistema com a função de transferência em [Consider a system with the transfer function in] (1):

$$G(s) = \frac{\tau s + 1}{(0.1s + 1)(0.002s^2 + 0.02s + 1)(s^2 + 0.1s + 1)} \quad (1)$$

Considere dois casos diferentes com (i) $\tau = 0.5$ e (ii) $\tau = 20$. Para ambos os casos separadamente, faça o seguinte [Consider two different cases with (i) $\tau = 0.5$ and (ii) $\tau = 20$. For each case separately, do the following]:

1. Encontre os polos e zeros do sistema. Represente-os em um mapa de polos e zeros e tire as suas conclusões [Find the poles and zeros of the system. Plot them in a zero-pole map and draw your conclusions].
2. Use o argumento dos polos dominantes para encontrar uma função de transferência de segunda ordem equivalente. O zero pode ser negligenciado neste caso [Use the dominant-poles argument to find an equivalent second-order transfer function. Can the zero be neglected in this case]?
3. Trace e compare as respostas de degrau para o sistema na equação (1) e o equivalente de segunda ordem. Explique e justifique as diferenças entre as respostas [Plot and compare the step responses for system in equation (1) and the second order equivalent one. Explain and justify the differences between the responses].

EXERCISE 3

É dado o modelo de espaço de estados em [It is given the state-space model in] (2).

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

1. Calcule e explique a função de transferência correspondente ao sistema em [Compute and explain the transfer function corresponding to the system in] (2).
2. Explique brevemente o conceito de estabilidade *bounded-input, bounded-output* (BIBO). Avalie a estabilidade BIBO para o sistema dado [Briefly explain the concept of *bounded-input, bounded-output* (BIBO) stability. Evaluate BIBO stability for the given system].
3. Explique brevemente o conceito de estabilidade de Lyapunov. Avalie a estabilidade de Lyapunov para o sistema dado. [Briefly explain the concept of Lyapunov stability. Evaluate Lyapunov stability for the given system].

4. Discuta como a teoria da estabilidade BIBO e a estabilidade de Lyapunov diferem para sistemas LTI. Compare e explique os resultados do item (2) e (3) deste exercício [Discuss how BIBO stability theory and Lyapunov stability differ for LTI systems. Compare and explain the results of item (2) and (3) of this exercise].

EXERCISE 4

O sistema de feedback unitário tem a função de transferência direta dada por [The unity feedback system has the forward transfer function given by] (3):

$$G(s) = \frac{K(s+7)}{s(s^3 + 25s^2 + 196s + 480)} \quad (3)$$

1. Avalie o tipo de sistema [Evaluate the system type].
2. Encontre o valor de K para produzir um erro de 1% em estado estacionário para uma entrada de $0,1t$ [Find the value of K to yield a 1% error in steady-state for an input of $0.1t$].
3. Encontre as constantes de erro estáticas para o valor de K encontrado no item (2) deste exercício [Find the static error constants for the value of K found in item (2) of this exercise].
4. Verifique a estabilidade do seu sistema e trace sua resposta ao degrau [Verify the stability of your system and plot its step response].

PROJECT WORK

TASK 2 - SYSTEM ANALYSIS

O objetivo da segunda tarefa do projeto trabalho é analisar o sistema dinâmico de dois tanques desenvolvido na primeira tarefa [The objective of the second task of the project work is to analyse the dynamic two-tank system developed in the first task].

Neste caso, você deve [In this case, you must]:

1. Considerando a função de transferência que descreve o sistema, plote a resposta do sistema de uma entrada degrau de amplitude A , definida com base no seu sistema [Considering the transfer function that describes the input-output system, plot the response of the system of a step input of amplitude A , defined based on your system].
2. Por meio do gráfico da resposta no tempo, encontre, se possível [By means of the time-response plot, find if possible]:
 - ↪ o valor de estado estacionário [the steady-state value].
 - ↪ a porcentagem de sobressinal do valor final [the % overshoot of the final value].
 - ↪ o tempo de subida [the rise time].
 - ↪ o tempo de estabilização [the settling time].
3. Identifique os polos e zeros do modelo linearizado (na configuração de malha aberta). Trace o mapa polo-zero. Analise a estabilidade do sistema estudando o mapa. Discuta o efeito dos polos e zeros na resposta do processo e as informações importantes que você obtém do mapa [Identify the poles and zeros of the linearized model (in the open-loop configuration). Plot the pole-zero map. Analyze the stability of the system by studying the map. Discuss the effect of poles and zeros on the process response and the important information you obtain from the map].
4. Defina as possíveis variáveis manipuladas (entrada) e controladas (saída) e as correspondentes propriedades de controlabilidade e observabilidade do sistema [Define the possible manipulated (input) and controlled (output) variables and the corresponding properties of controllability and observability of the system]³.

³ Consulte o Capítulo 12 do Nise para os conceitos de controlabilidade e observabilidade [Refer to Nise's Chapter 12 for the concepts of controllability and observability].