Trabalho 01 – Guias e Ondas

Francisco Lucas Ferreira Martins, 472495

1. Projete a antena triangular equilátera mostrada na figura para a recepção ótima de uma onda plana $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0\,\vec{a}_x\,e^{-jk_0 z}V/m$ na frequência f. Faça um gráfico da fem induzida em função da frequência mostrando a faixa em que a fem cai para $1/\sqrt{2}$ de seu valor máximo. Repita a análise considerando que a onda propaga na direção perpendicular ao lado assinalado b e polarização paralela ao lado. Calcule a razão perímetro$/\lambda$.

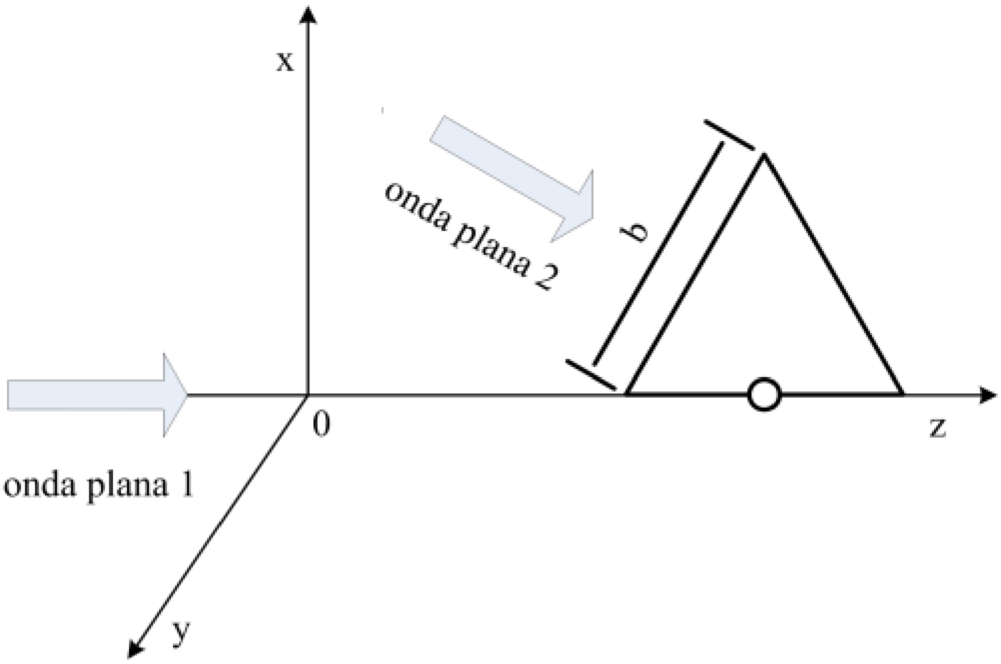

Figure 1: Antena triangular equilátera

Solução:

Para o valor de frequência $f = 450\ MHz$:

$$Fem = \int_0^{\frac{\sqrt{3}b}{2}} |E_0| \cos(\omega t - kz_1)\, dx + \int_{\frac{\sqrt{3}b}{2}}^{0} |E_0| \cos(\omega t - kz_2)\, dx$$

Após algumas manipulações e resolvendo a integral, temos:

$$fem = \frac{\sqrt{3}b}{2} |E_0| [\cos(\omega t - kz_1) - \cos(\omega t - kz_2)]$$

A partir da geometria da antena é notado que $z_2 = z_1 + b$. Além disso é possível substituir as variáveis dentro dos cossenos por $\phi = \omega t - kz_1$, sendo assim, ficamos com:

$$fem = \frac{\sqrt{3}b}{2}|E_0|[\cos(\phi) - \cos(\phi - kb)]$$

Com algumas manipulações trigonométricas, temos que a equação da **fem induzida** é:

$$fem = \sqrt{3}b|E_0|\left[-sen\left(\phi - k\frac{b}{2}\right)sen\left(k\frac{b}{2}\right)\right]$$

De acordo com a equação, o primeiro seno é responsável pela variação no tempo e o segundo é responsável por alcançar a máxima amplitude do sinal, para o modelo em questão esse valor será alcançado quando o segundo seno for igual a +1.

$$sen\left(k\frac{b}{2}\right) = +1$$

Isso acontece quando:

$$k\frac{b}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

Depois de alguns passos arbitrários e levando em consideração que $n = 0$, e que a onda se propaga com a mesma velocidade no vácuo e utilizando o valor de f dado na questão, temos que:

$$b = \frac{c}{2f} \approx \frac{3\ x\ 10^8}{2(450\ x\ 10^6)} \approx 0{,}33\ m$$

Logo, para o máximo aproveitamento da **fem induzida**, é preciso que o lado da antena tenha $b \approx 0{,}33\ m$.

O perímetro é tal que $\Delta = 3b$, sendo assim:

$$3b = (2n+1)\frac{3\lambda}{2}$$

E a razão entre perímetro e λ é:

$$\frac{\Delta}{\lambda} = (2n+1)\frac{3}{2}$$

Códigos em Matlab:

```
%Os valores usados para os cálculos e para a plotagem dos gráficos

c = physconst('lightspeed'); %velocidade da luz
f = 100e6:10e6:600e6; %intervalo de frequência
Eo = 1; % amplitude
z1 = 1; % distância da antena no plano z
t = 200; % tempo em segundos
b = 0.33; % comprimento lateral da antena em metros

% Cálculos intermediários para encontrar a fem induzida

lbd = c ./ f; % Comprimento de onda
k = 2 * pi ./ lbd; % Número de onda
freq_ang = 2 * pi * f; % Frequência angular
phi = (freq_ang  .* t) - (k * z1);

%Cálculo da fem induzida e do valor em que ele atinge 1/sqrt(2) do valor
máximo

fem = (sqrt(3) * b) * Eo * (-sin(phi - ((k * b) / 2))); % Equação integrada
da fem induzido
F = max(fem); % fem máxima
x = (1 / sqrt(2)) * F; % banda de corte (F / sqrt(2))
y = zeros(size(f));

for i = 1:size(f,2)
    y(i) = x;
end

%plot da onda plana 1

plot(f,fem,LineWidth=2);
hold on
plot(f,y, 'Color', 'red');
title('ONDA PLANA 1')
xlabel('FREQUÊNCIA')
ylabel('FEM INDUZIDA')
legend('Onda plana','Faixa')
hold off

figure;

%Cálculo da fem induzida e do valor em que ele atinge 1/sqrt(2) do valor
%máximo para a onda plana 2

phi = (freq_ang  .* t) - (k * z1) + pi/6;

fem = (sqrt(3) * b) * Eo * (-sin(phi - ((k * b) / 2))); % Equação integrada
da fem induzido
F = max(fem); % fem máxima
x = (1 / sqrt(2)) * F; % banda de corte (F / sqrt(2))
y = zeros(size(f));

for i = 1:size(f,2)
    y(i) = x;
end
```

```
%plot da onda plana 2

plot(f,fem,LineWidth=2);
hold on
plot(f,y, 'Color', 'red');
title('ONDA PLANA 2')
xlabel('FREQUÊNCIA')
ylabel('FEM INDUZIDA')
legend('Onda plana','Faixa')
hold off
```

Gráficos: