Universidade Federal do Ceará

Centro de Tecnologia

Departamento de Engenharia de Teleinformática

Disciplina de Guias e Ondas

Semestre 2023.1

Avaliação Parcial 02

Aluno: Francisco Lucas Ferreira Martins

Matrícula: 472495

2023

Questão 01.

Uma linha de transmissão sem perdas com $C = C_1 \text{ x } 10^{-11} F/m$ e com $L = L_1 \text{ x } 10^{-7} H/m$, tem dm de comprimento e uma carga Z_L. Se uma fonte ideal de tensão fornece $100\ V$ na entrada da linha e opera numa frequência de $f_1\ MHz$ a $f_2\ MHz$, determine as curvas da corrente de entrada da linha e a corrente na carga em função da frequência (intensidade e fase).

Solução

Para encontrar as curvas de Corrente de Entrada de Linha (I_s) e a Corrente de Carga (I_s) antes precisamos encontrar alguns dados que serão essenciais, são eles: Impedância (Z_0), Coeficiente de Reflexão (Γ_L), Constante de Fase (β) e Coeficiente de Reflexão da Fonte (Γ_S).

Para a questão, temos que: $\mathrm{C}_1 = 6;\ \mathrm{L}_1 = 1; d = 32;\ \mathrm{Z}_L = 35\Omega;\ f_1 = 8\ MHz;\ f_2 = 10\ MHz;$

Agora podemos calcular cada um dos valores que serão usados:

A impedância pode ser calculada usando os valores de C_1 e L_1, sendo assim:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{1 \text{ x } 10^{-7}}{6 \text{ x } 10^{-11}}}$$

$$Z_0 = 40{,}82\ \Omega$$

Agora que temos o valor de Z_0 e Z_L podemos calcular o Coeficiente de Reflexão:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{35 - 40{,}82}{35 + 40{,}82}$$

$$\Gamma_L = -0{,}0768$$

Agora, considerando $\omega = 2\pi$ e com os valores de C_1 e L_1 podemos encontrar o valor da Constante de Fase:

$$\beta = \omega\sqrt{C_1 L_1} = 2\pi f\sqrt{(6 \text{ x } 10^{-11})(1 \text{ x } 10^{-7})}$$

$$\beta \approx 1{,}54 \text{ x } 10^{-8} f\ \ rad/m$$

Com os valores de β e de Γ_L podemos calcular o Coeficiente de Reflexão da Fonte a partir da função exponencial:

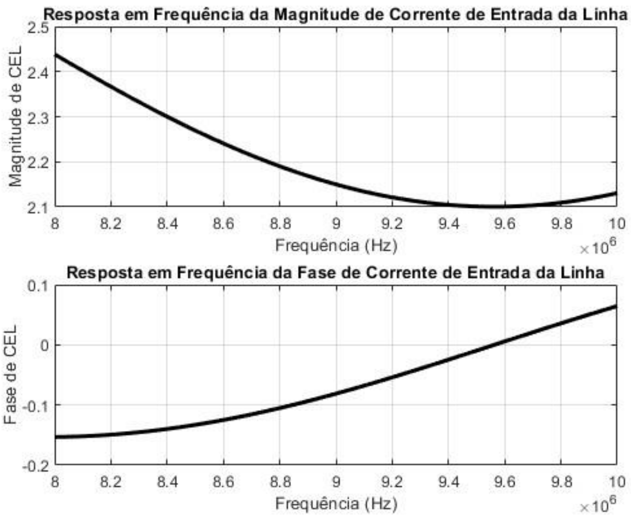
$$\Gamma_S = \Gamma_L e^{-j2d\beta} = (-0{,}0768)e^{-j2*32*(1{,}54 \text{ x } 10^{-8})f}$$

$$\Gamma_S \approx -0{,}0768 e^{-j9{,}856\text{x}10^{-7} f}$$

Agora que todos os valores foram encontrados podemos substituir os valores nas fórmulas da Corrente de Entrada de Linha e da Corrente de Carga, que foram encontradas assumindo que existe uma tensão ideal e relacionando com as outras equações usadas:

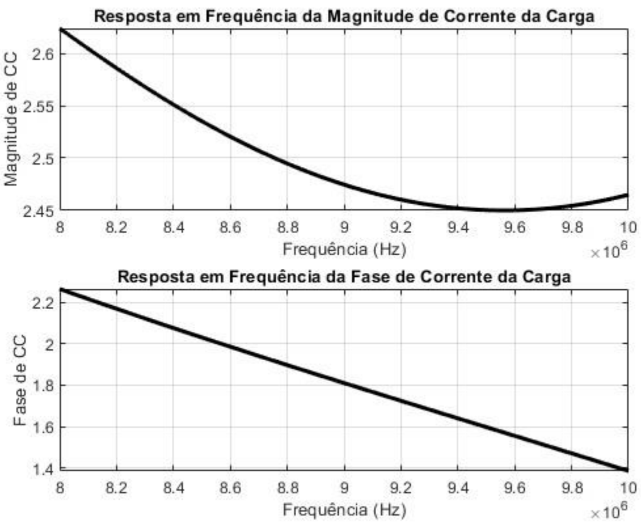
Corrente de Entrada de Linha (I_S):

$$I_S = \frac{V(1-\Gamma_S)}{Z_0(1+\Gamma_S)} \approx \frac{100(1+0{,}0768e^{-j9{,}856\text{x}10^{-7}f})}{40{,}82(1-0{,}0768e^{-j9{,}856\text{x}10^{-7}f})}$$



Corrente de Carga (I_L):

$$I_L = \frac{Ve^{-jd\beta}(1-\Gamma_L)}{Z_0(1+\Gamma_S)} \approx \frac{100e^{-j32*(1{,}54\text{ x }10^{-8})f}(1{,}0768)}{40{,}82(1-0{,}0768e^{-j9{,}856\text{x}10^{-7}f})}$$



Questão 02

Uma carga Z_L está conectada a uma linha de transmissão sem perdas com Z_0. Usando a carta de Smith determine: a) Γ; b) TOE; c) a admitância da carga Y_L; d) a impedância a $x_1\lambda$ da carga; e) a localização de V_{max} e V_{min} em relação à carga, se a linha tiver um comprimento de $d\lambda$; f) a impedância de entrada da linha.

Solução

Para a questão, temos que: $Z_L = (60 - j75)\ \Omega;\ Z_0 = 75\ \Omega;\ x_1 = 0{,}5; d = 0{,}75;$

Com esses dados podemos resolver todos os itens a partir de cálculos simples e da Carta de Smith:

Item a.

Para encontrar o Coeficiente de Reflexão (Γ), precisamos encontrar o valor da Impedância Normalizada (z_L), o Módulo do Coeficiente de Reflexão ($|\Gamma|$) e a Fase do Coeficiente de Reflexão (θ), os dois últimos podem ser visualizados na Carta de Smith:

A Impedância Normalizada pode ser encontrada fazendo a razão entre a Impedância de Linha e a Impedância Característica:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{60 - j75}{75}$$

$$z_L = 0{,}8 - j$$

A partir da Carta de Smith é possível encontrar o Módulo e a Fase do Coeficiente de Reflexão:

$$|\Gamma| \approx 0{,}49$$

$$\theta \approx -72{,}2°$$

Agora que temos os valores podemos encontrar o Coeficiente de Reflexão com a equação:

$$\Gamma = |\Gamma| e^{j\theta} \approx 0{,}49 e^{-j72{,}2°}$$

Item b.

A Taxa de Onda Estacionária pode ser encontrada olhando a escala da Carta de Smith:

$$TOE = 2{,}9$$

item c.

Para encontrar a Admitância de Carga traçamos uma circunferência na Carta de Smith e vemos qual ponto atravessa o mesmo ponto a 180° da Impedância Normalizada, esse ponto é a Admitância Normalizada, então basta multiplicar ela pela Impedância Característica e encontramos o que se pede no item:

$$y_L \approx 0{,}5 + j0{,}6$$

$$Y_L = y_L Z_0 = (0{,}5 + j0{,}6)\text{x}75$$

$$Y_L = 37{,}5 + j45$$

Item d.

Podemos observar na Carta de Smith o ponto de início equivalente a z_L e a partir disso traçar o caminho percorrido por $0{,}5\lambda$ para encontrar a Impedância da Carga Normalizada correspondente ao valor de l_{in}:

$$l_0 = 0{,}351\lambda$$

$$l_{in} = 0{,}351\lambda + 0{,}5\lambda = 0{,}851\lambda$$

Com esse valor podemos observar que a Impedância de Entrada tem o mesmo valor da Impedância de Linha:

$$z_{in} = 0{,}8 - j$$

$$Z_{in} = z_{in}Z_0 = (0{,}8 - j)\text{x}75$$

$$Z_{in} = 60 - j75\ \Omega$$

Item e.

Para encontrar o a localização da tensão máxima e tensão mínima basta colocar os valores já encontrados anteriormente nas equações:

$$d_{máx} = 0{,}5\lambda - l_0 + 0{,}25\lambda = 0{,}5\lambda - 0{,}351\lambda + 0{,}25\lambda$$

$$d_{máx} = 0{,}399\lambda$$

$$d_{min} = 0{,}5\lambda - l_0 = 0{,}5\lambda - 0{,}351\lambda$$

$$d_{min} = 0{,}149\lambda$$

Item f.

Para $d = 0{,}75$ temos que percorrer essa distância na Carta de Smith para encontrar o valor de Impedância correspondente que liga a circunferência da z_L:

$$z_{ent} = 0{,}5 + j0{,}6$$

$$Z_{ent} = z_{ent}Z_0 = (0{,}5 + j0{,}6)\text{x}75$$

$$Z_{ent} = 37{,}5 + 45\Omega$$

Questão 03

Uma linha de transmissão sem perdas com Z_0 tem dm de comprimento e opera em $f_1\ MHz$. A velocidade de propagação na linha é de $v_1 \times 10^8\ m/s$. Se a linha está terminada por uma carga Z_L, use as expressões analíticas para obter: a) as posições do 1º máximo e do 1º mínimo; b) a impedância de entrada da linha. Comprove usando a carta de Smith.

Solução

Para a questão, temos que: $Z_0 = 75\ \Omega;\ d = 22;\ f_1 = 18;\ v_1 = 2{,}6; Z_L = (100 - j50)\ \Omega;$

Para encontrar os valores de máximo e mínimo primeiro devemos encontrar o Coeficiente de Reflexão (Γ_L) e a Constante de Fase (β):

O Coeficiente de Reflexão pode ser calculado pela seguinte equação:

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(100 - j50) - 75}{(100 - j50) + 75} = \frac{25 - j50}{175 - j50} \approx \frac{55{,}9e^{-j63{,}4°}}{182{,}0e^{-j15{,}8°}}$$

$$\Gamma_L \approx 0{,}31e^{-j47{,}6°}$$

Para a Constante de Fase temos:

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi(18\text{x}10^6)}{2,6 \text{ x } 10^8}$$

$$\beta \approx 0,435\, rad/m$$

Podemos usar então agora as equações a seguir para encontrar os valores de máximo e mínimo:

$$d_{max} = \frac{\theta_{R_L}}{2\beta}$$

$$d_{min} = \frac{\theta_{R_L} + \pi}{2\beta}$$

Contudo, o ângulo nas equações é dado em radianos e por isso precisamos converter:

$$\theta_{R_L} = \frac{-47,6° * \pi}{180°} = -0,83\, rad$$

Utilizando a relação temos que o máximo e o mínimo é:

$$d_{max} = \frac{-0,83}{2 * 0,435} \approx 0,954\, m$$

$$d_{min} = \frac{-0,83 + \pi}{2 * 0,435} = 2,657\, m$$

Para a Carta de Smith temos:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{100 - j50}{75}$$

$$z_L \approx 1,3 - j0,6$$

$$l_0 = 0,182\lambda$$

Para encontrar os valores de máximo e mínimo usamos:

$$d_n = d\lambda \frac{v}{f}$$

$$d_{max} = (0,25 - 0,182)\frac{(2,6 \text{ x } 10^8)}{(18\text{x}10^6)} = 0,982\, m$$

$$d_{min} = (0,5 - 0,182)\frac{(2,6 \text{ x } 10^8)}{(18 \text{ x } 10^6)} = 2,656\, m$$

É possível perceber que nos dois métodos os valores convergiram para algo parecido.

Item b.

Para resolver o item precisamos encontrar o Coeficiente de Reflexão da Fonte para substituir na equação, dessa forma temos:

$$Z_{ent} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_S}{1 - \Gamma_S}$$

$$\Gamma_S = \Gamma_L e^{-j2d\beta} = \left(0{,}31e^{-j47{,}6}\right)\left(e^{-j2*22*0{,}435}\right) = \left(0{,}31e^{-j47{,}6}\right)\left(e^{-j19{,}14}\right) \approx 0{,}31e^{-j66{,}7}$$

$$\Gamma_S \approx -0{,}232 + j0{,}206$$

$$\mathrm{Z}_{ent} = 75\frac{1 + (-0{,}232 + j0{,}206)}{1 - (-0{,}232 + j0{,}206)}$$

$$\mathrm{Z}_{ent} \approx 43{,}4 + j19{,}8\ \Omega$$

Precisamos agora saber o comprimento em metros da Impedância de Entrada e depois calcular a distância percorrida para 22 m:

$$0{,}5\frac{v}{f} = 0{,}5\frac{(2{,}6 \text{ x } 10^8)}{(18\text{x}10^6)} \approx 7{,}2\ m$$

$$d_{ent} = 22 - 7{,}2 = 14{,}8\ m$$

Agora podemos encontrar o valor do comprimento para a Carta de Smith:

$$\frac{d_{ent}}{v/f}\lambda = 1{,}024\lambda$$

$$l_{ent} = 0{,}182\lambda + 1{,}024\lambda = 1\lambda + 0{,}206\lambda$$

$$l_{ent} = 0{,}042\lambda$$

E a Impedância de Entrada será olhando pela Carta de Smith:

$$z_{ent} = 0{,}55 + j0{,}26$$

$$Z_{ent} = z_{ent}Z_0 = (0{,}55 + j0{,}26)\text{x}75$$

$$Z_{ent} = 41{,}3 + j19{,}5$$

Questão 04

Uma rede de casamento, utilizando um elemento reativo em série com um comprimento d de uma LT, é utilizada para casar uma carga Z_L em uma LT com Z_0 operando a $f_1 GHz$. Determine o comprimento completo de linha d e o valor do elemento reativo se: a) um capacitor série for utilizado; b) um indutor série for utilizado.

Solução

Para a questão, temos que: $\mathrm{Z}_L = (60 - j75)\ \Omega$; $Z_0 = 75\ \Omega$; $f_1 = 1{,}6$;

Primeiro devemos encontrar o valor da Impedância Normalizada para resolver os itens a e b:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{60 - j75}{75}$$

$$z_L = 0{,}8 - j$$

Item a.

Usando a Carta de Smith é possível encontrar o valor de z_K (Impedância Normalizada no sentido anti-horário) e então para entrar z_C basta que a soma das duas Impedâncias Normalizadas seja 1 ($z_K + z_C = 1$). Depois basta multiplicar pela Impedância Característica para encontrar a Impedância do Capacitor:

$$z_K = 1{,}0 - j1{,}2$$

$$z_C = j1{,}2$$

$$Z_C = z_C Z_0 \approx (j1{,}2)(75)$$

$$Z_C \approx j90$$

Com o valor da Impedância podemos encontrar o valor do capacitor:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$C = \frac{1}{j\omega Z_C} = \frac{1}{j2\pi(1{,}6\text{x}10^9)(j90)}$$

$$C \approx 1{,}10\, pF$$

E o comprimento é:

$$d = \; l_C - l_0 = 0{,}139\lambda - 0{,}331\lambda$$

$$d = 0{,}308\, \lambda m$$

Item b.

Para encontrar os valores aqui resolvemos a questão da mesma forma que a anterior, porém encontramos a Impedância Normalizada $z_{K'}$ no sentido horário:

$$z_K = 1{,}0 + j1{,}2$$

$$z_I = -j1{,}2$$

$$Z_I = z_I Z_0 \approx (-j1{,}2)(75)$$

$$Z_I \approx -j90\, \Omega$$

Para encontrar a Indutância temos:

$$Z_I = j\omega L$$

$$L = \frac{Z_I}{j\omega} = \frac{-j90}{j2\pi(1{,}6\text{x}10^9)}$$

$$L \approx 8{,}95\, nH$$

E o comprimento será:

$$d = \; l_L - l_0 = 0{,}361\lambda - 0{,}168\lambda = 0{,}193\lambda$$

Questão 05

Projete duas redes de casamento uma por toco paralelo em aberto e a outra por toco paralelo em curto para casar uma carga Z_L com uma LT com impedância de Z_0. Supondo agora que a carga mudou para $\mathrm{Z}_L = \mathrm{Z}_1$, determine o coeficiente de reflexão visto na rede de casamento. Entregue as cartas de Smith utilizadas.

Solução

Para a questão, temos que: $\mathrm{Z}_L = (60 - j75)\ \Omega;\ Z_0 = 75\ \Omega;\ Z_1 = (60 + j100)\ \Omega;$

Para resolver a questão precisamos encontrar a Impedância Normalizada e seu valor equivalente na escala WTG:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{60 - j75}{75}$$

$$z_L = 0{,}8 - j$$

$$l_0 = 0{,}152\ \lambda m$$

Utilizando o método da questão anterior é possível encontrar os valores da Impedância Normalizada do Capacitor e do Indutor e seus valores equivalentes na escala WTG:

$$z_C = j1{,}1$$

$$l_C = 0{,}132\ \lambda m$$

$$z_I = -j1{,}1$$

$$l_L = 0{,}366\ \lambda$$

Dessa forma podemos encontrar o valor do comprimento do Capacitor d_C:

$$d_C = l_C - l_0 = 0{,}132\lambda - 0{,}330\lambda$$

$$d_C = 0{,}302\ \lambda m$$

Com esses valores podemos encontrar agora os valores para o toco paralelo em aberto e o toco paralelo em curto:

Toco Paralelo em Aberto:

$$d_{S_{aberto}} = l_{toco} = l_L$$

$$d_{S_{aberto}} = 0{,}366\ \lambda m$$

Toco Paralelo em Curto:

$$d_{S_{curto}} = l_{toco} - 0{,}25\lambda =$$

$$d_{S_{curto}} = 0{,}116\ \lambda m$$

Podemos calcular o Coeficiente de Reflexão da Rede de Casamento a partir da Carta de Smith, encontrando sua Impedância Normalizada e o Módulo e Fase do Coeficiente de Reflexão:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{60 - j100}{75}$$

$$z_L = 0{,}8 - j1{,}3$$

$$|\Gamma| \approx 0{,}6$$

$$\theta \approx 63°$$

$$\Gamma = 0{,}6e^{j63°}$$

Apêndice

Questão 01

```
%Define os valores fixos que serão usados na questão;
V = 100;
f1 = 8e6;
f2 = 10e6;
f = f1:2:f2;
Z0 = 40.82;
d = 32;
bt = 1.54e-8*f;

%Coeficiente de Reflexão da Fonte;
CRF = -0.0768*exp(-j*2*d.*bt);

%Corrente de Entrada da Linha;
CEL = (V.*(1-CRF))./(Z0.*(1+CRF));

%Corrente da Carga;
CC = (V.*(exp(-j*d.*bt)).*(1.0768))./(Z0.*(1 + CRF));

%Resposta em Magnitude e Fase para a Corrente de Entrada da Linha;
magCEL = abs(CEL);
argCEL = angle(CEL);

%Resposta em Magnitude e Fase da Corrente da Carga;
magCC = abs(CC);
argCC = angle(CC);

%Plot das Respostas em Magnitude e Fase para a Corrente de Entrada de Linha;
figure
subplot(2,1,1)
plot(f,magCEL,LineWidth=2,Color=[0 0 0])
title("Resposta em Frequência da Magnitude de Corrente de Entrada da Linha")
xlabel("Frequência (Hz)")
ylabel("Magnitude de CEL")
grid on
subplot(2,1,2)
plot(f,argCEL,LineWidth=2,Color=[0 0 0])
title("Resposta em Frequência da Fase de Corrente de Entrada da Linha")
xlabel("Frequência (Hz)")
```

```
ylabel("Fase de CEL")
grid on

%Plot das Respostas em Magnitude e Fase para a Corrente da Carga;
figure
subplot(2,1,1)
plot(f,magCC,LineWidth=2,Color=[0 0 0])
title("Resposta em Frequência da Magnitude de Corrente da Carga")
xlabel("Frequência (Hz)")
ylabel("Magnitude de CC")
grid on
subplot(2,1,2)
plot(f,argCC,LineWidth=2,Color=[0 0 0])
title("Resposta em Frequência da Fase de Corrente da Carga")
xlabel("Frequência (Hz)")
ylabel("Fase de CC")
grid on
```