

ALUNO: João Vitor De O. FRAGA

MATRÍCULA: 537347

1- Temos uma modulação OOK, onde $d = \sqrt{2E}$ e ~~onde~~

Para derivarmos a probabilidade de erro em função da SNR ($\frac{E}{N_0}$), precisamos achar a

energia média do sinal: $E_m = \frac{1}{2} \int_0^T |S_1(t)|^2 dt = \frac{1}{2} \int_0^T A^2 dt = \frac{A^2 T}{2}$

~~portanto $\frac{E}{N_0} = \frac{A^2 T}{2N_0}$, agora temos $\frac{d}{2\sigma} = \frac{A\sqrt{2E}}{2\sigma} = \frac{A\sqrt{2 \cdot \frac{A^2 T}{2}}}{2\sigma} = \frac{A^2 T}{2\sigma}$, então $20 = 2 \sqrt{\frac{N_0}{2}} = 1.5 = A^2 T$~~

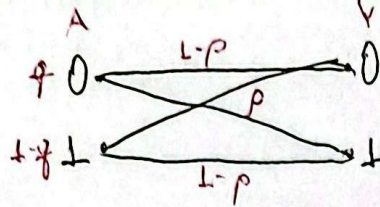
Já a energia média para antipodal seria $A^2 T$, temos que cada SNR seria

$SNR_{OOK} = \frac{A^2 T}{2N_0}$ e $SNR_{anti} = \frac{A^2 T}{N_0}$, logo $SNR_{OOK} = \frac{1}{2} SNR_{anti}$, logo a SNR antipodal é maior em 3dB, logo a sua SNR é maior a probabilidade de erro será menor. //

2-

Caso alguém veja essa lista depois, tem algumas questões erradas, não confiem 100% nessa resolução

3-



$$P(A=0) = q \quad P(A=1) = 1-q$$

$$P(Y=1|A=0) = P(Y=0|A=1) = p$$

$$P(Y=1|A=1) = P(Y=0|A=0) = 1-p$$

a) Se $p < \frac{1}{2}$, então $1-p > p$, trabalhando para cada valor de Y :

$Y=0$: $\bullet P(Y=0|A=0) = 1-p$ $\bullet P(Y=1|A=1) = p$ $\therefore A=0$, pois $1-p > p$ é o valor com a maior probabilidade

$Y=1$: $\bullet P(Y=1|A=1) = 1-p$ $\bullet P(Y=0|A=0) = p$ $\therefore A=1$

Observamos que para todos os casos, $\hat{A} = Y$, portanto: $\hat{A}_{MC} = Y$

b) O detector MAP maximiza $p(\hat{A}|Y)$, logo se $p=0,2$ e $q=0,9$:

Para $Y=0$:

$$P(A=0|Y=0) = \frac{(1-p)q}{P(Y=0)}, \quad P(Y=0) = p(1-q) + (1-p)q = 0,2 \cdot 0,1 + 0,8 \cdot 0,9 = 0,74$$

$$\therefore P(A=0|Y=0) = \frac{0,8 \cdot 0,9}{0,74} = 0,9729$$

$$\therefore A=0$$

$$P(A=1|Y=0) = \frac{p(1-q)}{P(Y=0)} = \frac{0,2 \cdot 0,1}{0,74} = 0,027$$

Para $Y=1$:

$$P(Y=1) = 1 - 0,74 = 0,26 \text{ logo:}$$

$$P(A=0|Y=1) = \frac{p \cdot q}{0,26} = \frac{0,2 \cdot 0,9}{0,26} = 0,692$$

$$\therefore A=0$$

$$P(A=1|Y=1) = \frac{(1-p)(1-q)}{0,26} = \frac{0,8 \cdot 0,1}{0,26} = 0,307$$

Logo sempre será $A=0$ devido ao alto valor de q .

Já a probabilidade de erro é quando $A=1$ mas escolhemos $A=0$

$$P = p(1-q) = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02,$$

4. $P(X=3) = P(X=-3) = 0,1$
 $P(X=1) = P(X=-1) = 0,4$

Assumindo que $P(Y)$ é igual para todas as decisões, ficamos com a necessidade de maximizar $P(Y|X)P(X)$, onde $P(Y|X) = F(Y|X)$

Como vamos trabalhar com região de decisão, temos a seguinte propriedade:

$$F(Y|X_i)P(X_i) \geq F(Y|X_j)P(X_j) \text{ , onde } F(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(Y-X)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Aplicando \ln :

$$\begin{aligned} & \frac{-(Y-X_i)^2}{2\sigma^2} + \ln(P(X_i)) \geq \frac{-(Y-X_j)^2}{2\sigma^2} + \ln(P(X_j)) \rightarrow -(Y-X_i)^2 + (Y-X_j)^2 \geq 2\sigma^2 [\ln(P(X_i)) - \ln(P(X_j))] \\ & -2YX_j + X_j^2 + 2YX_i - X_i^2 \geq 2\sigma^2 [\ln(P(X_i)) - \ln(P(X_j))] \therefore Y(-2X_j + 2X_i) \geq 2\sigma^2 [\ln(P(X_i)) - \ln(P(X_j))] + (X_i^2 - X_j^2) \\ & \therefore Y \geq \frac{X_i^2 - X_j^2}{2(X_i - X_j)} + \frac{\sigma^2 [\ln(P(X_i)) - \ln(P(X_j))]}{X_i - X_j} \end{aligned}$$

Para $X_i = 3$ e $X_j = 1$:

$$Y \geq \frac{3^2 - 1^2}{2(3-1)} + \frac{0,25 [\ln(0,1) - \ln(0,4)]}{3-1} \rightarrow Y \geq 2 - 0,17 \therefore Y \geq 1,8267$$

Para $X_i = 1$ e $X_j = -1$:

$$Y \geq \frac{1^2 - (-1)^2}{2(1+1)} + \frac{0,25 [\ln(0,4) - \ln(0,1)]}{1+1} \rightarrow Y \geq 0$$

Para $X_i = -1$ e $X_j = -3$:

$$Y \geq \frac{(-1)^2 - (-3)^2}{2(-1+3)} + \frac{0,25 [\ln(0,1) - \ln(0,4)]}{-1+3} \rightarrow Y \geq -2 + 0,173 \therefore Y \geq -1,8267$$

Portanto:

- $X=3, Y > 1,8267$
- $X=1, 1,8267 \leq Y < 0$
- $X=-1, 0 \leq Y \leq -1,8267$
- $X=-3, Y < -1,8267$

Logo, se o valor observado for $Y = 2,1$, temos $X=3$

5. Temos repetição o que foi feito na questão anterior.

Queremos maximizar $P(X_i|Y) = \frac{P(Y|X_i)P(X_i)}{P(Y)}$, como $P(Y)$ é igual para qualquer X_i , temos:

$P(Y|X_i)P(X_i)$, onde devido a adição de ruído gaussiano com variância σ^2 , temos $P(Y|X_i) = f(Y|X_i)$, ~~onde $f(Y|X_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-\frac{(Y-X_i)^2}{2\sigma^2})$~~ , aplicando as equações para criar regiões de decisão temos:

$$f(Y|X_1)P(X_1) \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} f(Y|X_2)P(X_2), \text{ aplicando o operador } \ln: \frac{-(Y-X_1)^2}{2\sigma^2} + \ln(P(X_1)) \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} \frac{-(Y-X_2)^2}{2\sigma^2} + \ln(P(X_2))$$

$$\therefore -(Y-X_1)^2 + (Y-X_2)^2 \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} \frac{2\sigma^2 [\ln(P(X_2)) + \ln(P(X_1))]}{2\sigma^2}, P_{x2} = P(X_2) \text{ e } P_{x1} = P(X_1)$$

$$\therefore -Y^2 + 2YX_1 - X_1^2 + Y^2 - 2YX_2 + X_2^2 \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} \frac{2\sigma^2 [\ln(P_{x2}) + \ln(P_{x1})]}{2\sigma^2}$$

$$\therefore 2YX_1 - 2YX_2 + (X_2^2 - X_1^2) \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} \frac{2\sigma^2 [\ln(P_{x2}) + \ln(P_{x1})]}{2\sigma^2}$$

$$\therefore 2Y(X_1 - X_2) \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} (X_1^2 - X_2^2) + 2\sigma^2 [\ln(P_{x2}) + \ln(P_{x1})]$$

$$\therefore \boxed{Y \stackrel{x_1}{\underset{x_2}{>}} \frac{(X_1^2 - X_2^2)}{2(X_1 - X_2)} + \frac{\sigma^2 [\ln(P_{x2}) + \ln(P_{x1})]}{X_1 - X_2}}, \text{ sendo esse o detector MAP}$$

6-a) Poderíamos definir $h(t) = [g_0(t), g_1(t), g_2(t), g_3(t)] + n$, onde n é o ruído gaussiano de média 0 e variância σ^2 , contudo como só $g_2(t)$ é transmitido, ficamos com:

$$\boxed{h(t) = [n, n, g_2(t) + n, n]}$$

b) Para uma modulação ortogonal, temos $d_{min} = \sqrt{2E}$, onde E é a energia, além disso temos que a probabilidade de erro de um sistema de comunicação pode ser representado por: $P_e \approx K Q(\frac{d}{2\sigma})$, onde K é o coeficiente de erro, que para uma modulação ortogonal seria $K = (M-1)$, substituindo $K = M-1$, $d = \sqrt{2E}$ e $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$, ficamos com: $P_e \approx (M-1) Q(\sqrt{\frac{E}{N_0}})$

c) A equação da probabilidade de erro para M-QAM é $P_e \approx 2(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}) Q(\sqrt{\frac{3\log_2 M}{(M-1)N_0}})$. Logo, a probabilidade de erro de uma modulação ortogonal cresce mais rápido a partir do aumento do M .

Q-01: Deslocamento de Frequência da Portadora (CFO) e Deslocamento de Fase da Portadora (CPO)

Deslocamento de Frequência da Portadora (CFO):

Causa: Acontece quando os osciladores do transmissor e do receptor não estão perfeitamente alinhados em frequência, seja por falhas no hardware ou pelo efeito Doppler em sistemas móveis.

Efeito: Isso faz com que os símbolos recebidos "girem" no plano complexo, o que pode distorcer os dados e comprometer a comunicação.

Soluções:

Estimar e corrigir o CFO no receptor usando técnicas como loops de sincronização em frequência (FLL).

Aplicar algoritmos de correção que utilizam preâmbulos ou símbolos pilotos para ajustar a frequência.

Deslocamento de Fase da Portadora (CPO):

Causa: Ocorre quando há uma diferença de fase entre os osciladores do transmissor e do receptor, ou devido a ruídos de fase e variações no canal de comunicação.

Efeito: Pode causar uma rotação fixa nos símbolos, aumentando a taxa de erros na transmissão.

Soluções:

Utilizar loops de trancamento de fase (PLL) para corrigir a defasagem.

Empregar técnicas que estimam a fase com base em símbolos pilotos.

Q-02: Técnicas de Recuperação de Portadora

(a) Recuperação por Decisão Direcionada:

Vantagem: É simples de implementar e funciona bem em canais com pouco ruído.

Desvantagem: Pode falhar em ambientes com muito ruído, já que erros de decisão podem se propagar.

(b) Potência de N (N-th Power):

Vantagem: Funciona bem em modulações como PSK, que têm simetria rotacional.

Desvantagem: Não é tão eficaz em ambientes ruidosos e não se adapta a todos os tipos de modulação.

Q-03: Técnicas de Múltiplo Acesso

(a) TDMA (Acesso Múltiplo por Divisão de Tempo):

Funcionamento: O tempo é dividido em intervalos (slots), e cada usuário transmite em um slot específico.

Vantagem: Simples e eficiente em sistemas com boa sincronização.

Desvantagem: Pode ser pouco eficiente quando o tráfego é irregular.

(b) FDMA (Acesso Múltiplo por Divisão de Frequência):

Funcionamento: O espectro de frequência é dividido em faixas, e cada usuário ocupa uma delas.

Vantagem: Fácil de implementar.

Desvantagem: Pode haver desperdício de banda se nem todas as faixas forem usadas.

(c) CDMA (Acesso Múltiplo por Divisão de Código):

Funcionamento: Todos os usuários compartilham a mesma banda, mas são diferenciados por códigos únicos.

Vantagem: Alta eficiência espectral e boa resistência a interferências.

Desvantagem: Complexo de implementar e exige sincronização precisa.

(d) SDMA (Acesso Múltiplo por Divisão de Espaço):

Funcionamento: Usuários são diferenciados por sua localização espacial, usando técnicas como beamforming.

Vantagem: Aumenta a capacidade do sistema em áreas densas.

Desvantagem: Requer hardware avançado, como antenas inteligentes.

Q-04: Protocolos de Acesso Aleatório

(a) ALOHA:

Funcionamento: Transmite os dados assim que estão disponíveis; se houver colisão, tenta novamente após um tempo aleatório.

Desvantagem: Baixa eficiência (apenas 18% no máximo).

(b) Slotted ALOHA:

Funcionamento: O tempo é dividido em slots, e as transmissões só ocorrem no início de cada slot.

Vantagem: Mais eficiente que o ALOHA simples (até 36%).

(c) CSMA p-persistente:

Funcionamento: Quando o canal está livre, transmite com uma probabilidade p .

Vantagem: Reduz a chance de colisões.

Desvantagem: Pode deixar o canal ocioso por mais tempo.

(d) CSMA não persistente:

Funcionamento: Escuta o canal e, se estiver ocupado, espera um tempo aleatório antes de tentar novamente.

Vantagem: Diminui a probabilidade de colisões.

Desvantagem: Pode causar atrasos desnecessários.

Q-05: Comparação de Protocolos

(a) ALOHA vs. Slotted ALOHA:

O Slotted ALOHA é mais eficiente porque limita as transmissões ao início de cada slot, reduzindo a janela de colisão.

(b) CSMA p-persistente vs. CSMA não persistente:

O CSMA p-persistente oferece um controle mais preciso sobre o acesso ao canal, minimizando colisões, enquanto o não persistente evita atrasos desnecessários.

(c) Slotted ALOHA vs. CSMA p-persistente:

O CSMA p-persistente geralmente tem um desempenho melhor, pois verifica o canal antes de transmitir, ao contrário do Slotted ALOHA, que é mais propenso a colisões.