

Tabela 4.2 Sumário de Parâmetros Importantes e Números de Fórmulas e Equações Associadas para um Dipolo na Região de Campo Distante

Parâmetro	Fórmula	Número da Equação
	Dipolo Infinitesimal $(l \leq \lambda/50)$	
Diagrama normalizado de potência	$U = (E_{\theta n})^2 = C_0 \sin^2 \theta$	(4-29)
Resistência de radiação R_r	$R_r = \eta \left(\frac{2\pi}{3} \right) \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$	(4-19)
Resistência de entrada R_{in}	$R_{in} = R_r = \eta \left(\frac{2\pi}{3} \right) \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$	(4-19)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = \frac{E_{\theta}}{H_{\phi}} \simeq \eta = 377 \text{ ohms}$	
Diretividade D_0	$D_0 = \frac{3}{2} = 1,761 \text{ dB}$	(4-31)
Máxima área efetiva A_{em}	$A_{em} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$	(4-32)
Comprimento vetorial efetivo l_e	$l_e = -\hat{a}_\theta l \sin \theta$ $ l_e _{\max} = l$	(2-91) Exemplo 4.2
Largura de feixe de meia potência	LFMP = 90°	(4-65)
Resistência de perda R_L	$R_L = \frac{l}{P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = \frac{l}{2\pi b} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$	(2-90b)
	Dipolo Curto $(\lambda/50 < l \leq \lambda/10)$	
Diagrama normalizado de potência	$U = (E_{\theta n})^2 = C_1 \sin^2 \theta$	(4-36a)
Resistência de radiação R_r	$R_r = 20\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$	(4-37)
Resistência de entrada R_{in}	$R_{in} = R_r = 20\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$	(4-37)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = \frac{E_{\theta}}{H_{\phi}} \simeq \eta = 377 \text{ ohms}$	(4-36a), (4-36c)
Diretividade D_0	$D_0 = \frac{3}{2} = 1,761 \text{ dB}$	
Máxima área efetiva A_{em}	$A_{em} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$	

(continua)

Tabela 4.2 (Continuação)

Parâmetro	Fórmula	Número da Equação
Comprimento vetorial efetivo l_e	$l_e = -\hat{a}_\theta \frac{l}{2} \sin \theta$	(2-91),
	$ l_e _{\max} = \frac{l}{2}$	(4-36a)
Largura de feixe de meia potência	LFMP = 90°	(4-65)
	<i>Dipolo de Meio Comprimento de Onda</i> ($l = \lambda/2$)	
Diagrama normalizado de potência	$U = (E_{\theta n})^2 = C_2 \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right]^2 \simeq C_2 \sin^3 \theta$	(4-87)
Resistência de radiação R_r	$R_r = \frac{\eta}{4\pi} C_{in}(2\pi) \simeq 73 \text{ ohms}$	(4-93)
Resistência de entrada R_{in}	$R_{in} = R_r = \frac{\eta}{4\pi} C_{in}(2\pi) \simeq 73 \text{ ohms}$	(4-79), (4-93)
Impedância de entrada Z_{in}	$Z_{in} = 73 + j42,5$	(4-93a)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = \frac{E_\theta}{H_\phi} \simeq \eta = 377 \text{ ohms}$	
Diretividade D_0	$D_0 = \frac{4}{C_{in}(2\pi)} \simeq 1,643 = 2,156 \text{ dB}$	(4-91)
Comprimento vetorial efetivo l_e	$l_e = -\hat{a}_\theta \frac{\lambda}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta}$	(2-91),
	$ l_e _{\max} = \frac{\lambda}{\pi} = 0,3183\lambda$	(4-84)
Largura de feixe de meia potência	LFMP = 78°	(4-65)
Resistência de perda R_L	$R_L = \frac{l}{2P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = \frac{l}{4\pi b} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$	Exemplo (2-13)
	<i>Dipolo de um Quarto de Comprimento de Onda</i> ($l = \lambda/4$)	
Diagrama normalizado de potência	$U = (E_{\theta n})^2 = C_2 \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \right]^2 \simeq C_2 \sin^3 \theta$	(4-87)
Resistência de radiação R_r	$R_r = \frac{\eta}{8\pi} C_{in}(2\pi) \simeq 36,5 \text{ ohms}$	(4-106)

(continua)

Tabela 4.2 (Continuação)

Parâmetro	Fórmula	Número da Equação
Resistência de entrada R_{in}	$R_{in} = R_r = \frac{\eta}{8\pi} C_{in}(2\pi) \simeq 36,5 \text{ ohms}$	(4-106)
Impedância de entrada Z_{in}	$Z_{in} = 36,5 + j21,25$	(4-106)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = \frac{E_\theta}{H_\phi} \simeq \eta = 377 \text{ ohms}$	
Diretividade D_0	$D_0 = 3,286 = 5,167 \text{ dB}$	
Comprimento vetorial efetivo l_e	$l_e = -\hat{a}_\theta \frac{\lambda}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)$	(2-91)
	$ l_e _{\max} = \frac{\lambda}{\pi} = 0,3183\lambda$	(4-84)

[31]. Trata-se de um programa baseado no Método dos Momentos (MM) para analisar a interação entre ondas eletromagnéticas e estruturas arbitrárias constituídas de fios e superfícies. Este é, provavelmente, o código numérico para eletromagnetismo mais largamente distribuído e usado. O pacote de *software* inclui programas gráficos para gerar figuras da estrutura, diagramas e impedância das antenas. Há, ainda, pacotes comerciais de *software* baseados no NEC. Uma versão compacta do NEC é o MININEC (*Mini-Numerical Electromagnetic Code*) [31]-[33]. O MININEC é mais conveniente para a análise de antenas do tipo filamento. Mais informações podem ser obtidas de:

G. J. Burke, L-156
Lawrence Livermore National Laboratory
P.O. Box 5504
Livermore, CA 94550
USA

4.10 MULTIMÍDIA

Para auxiliar a revisão, o entendimento e a visualização do material deste capítulo, os seguintes recursos multimídia são incluídos no CD que acompanha este livro:

- Questionário interativo**, baseado em **Java**, com respostas.
- Applet** baseado em **Java** para calcular e exibir graficamente as características de radiação de um dipolo.
- Applet** baseado em **Java** de **animação/visualização** para exibir graficamente as características de radiação de dipolos com diferentes comprimentos.
- Programa de computador para **Matlab** e em **Fortran**, chamado de **Dipole**, para o cálculo das características de radiação de um dipolo. Uma descrição deste programa encontra-se no correspondente arquivo **LEIA-ME** incluído no CD.
- Slides** coloridos de **Power Point (PPT)**.

REFERÊNCIAS

- W. A. Wheeler, "The Spherical Coil as an Inductor, Shield, or Antenna," *Proc. IRE*, Vol. 46, pp. 1595-1602, September 1958 (correction, Vol. 48, p. 328, March 1960).
- W. A. Wheeler, "The Radiansphere Around a Small Antenna," *Proc. IRE*, Vol. 47, pp. 1325-1331, August 1959.
- W. A. Wheeler, "Small Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-23, No. 4, pp. 462-469, July 1975.
- C. H. Walter, *Traveling Wave Antennas*, McGraw-Hill, 1965, pp. 32-44.
- W. R. Scott, Jr., "A General Program for Plotting Three-Dimensional Antenna Patterns," *IEEE Antennas Propagat. Soc. Newsletter*, pp. 6-11, December 1989.
- S. K. Schelkunoff and H. T. Friis, *Antennas: Theory and Practice*, Wiley, New York, 1952, pp. 229-244, 351-353.
- C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1989.
- R. F. Harrington, "Matrix Methods for Field Problems," *Proc. IEEE*, Vol. 55, No. 2, pp. 136-149, February 1967.
- R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, New York, 1968.
- R. Mittra (Ed.), *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon, New York, 1973.
- J. Moore and P. Pizer (Eds.), *Moment Methods in Electromagnetics: Techniques and Applications*, Research Studies Press, Letchworth, UK, 1984.
- J. J. Wang, *Generalized Moment Methods in Electromagnetics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.
- R. F. Schwartz, "Input Impedance of a Dipole or Monopole," *Microwave J.*, Vol. 15, No. 12, p. 22, December 1972.
- K. Fujimoto and J. R. James, *Mobile Antenna Systems Handbook*, Artech House, Norwood, MA, 1994.
- M. A. Jensen and Y. Rahmat-Samii, "Performance Analysis of Antennas for Hand-Held Transceivers Using FDTD," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 42, No. 8, pp. 1106-1113, August 1994.
- M. A. Jensen and Y. Rahmat-Samii, "EM Interaction of Handset Antennas and a Human in Personal Communications," *Proc. IEEE*, Vol. 83, No. 1, pp. 7-17, January 1995.

17. K. D. Katsibas, "Analysis and Design of Mobile Antennas for Handheld Units," Master's Thesis, Arizona State University, Tempe, AZ, August 1996.
18. K. D. Katsibas, C. A. Balanis, P. A. Tirkas, and C. R. Birtcher, "Folded Loop Antenna for Mobile Handheld Units," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 46, No. 2, pp. 260-266, February 1998.
19. R. E. Collin and F. J. Zucker (Eds.), *Antenna Theory Part 2*, Chapters 23 and 24 (by J. R. Wait), McGraw-Hill, New York, 1969.
20. P. R. Bannister, "Image Theory Results for the Mutual Impedance of Crossing Earth Return Circuits," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, Vol. 15, No. 4, pp. 158-160, 1973.
21. D. E. Kerr, *Propagation of Short Radio Waves*, MIT Radiation Laboratory Series, McGraw-Hill, New York, 1951, Vol. 13, pp. 98-109, 112-122, 396-444.
22. L. E. Vogler and J. L. Noble, "Curves of Input Impedance Change due to Ground for Dipole Antennas," U.S. National Bureau of Standards, Monograph 72, January 31, 1964.
23. H. R. Reed and C. M. Russell, *Ultra High Frequency Propagation*, Boston Technical Publishers, Inc., Lexington, Mass., 1964, Chapter 4, pp. 102-116.
24. C. A. Balanis, R. Hartenstein, and D. DeCarlo, "Multipath Interference for In-Flight Antenna Measurements," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-32, No. 1, pp. 100-104, January 1984.
25. J. R. Wait and A. M. Conda, "Pattern of an Antenna on a Curved Lossy Surface," *IRE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-6, No. 4, pp. 348-359, October 1958.
26. P. Bechmann and A. Spizzichino, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*, Macmillan, New York, 1963.
27. G. May, "Determining the Point of Reflection on MW Radio Links," *Microwave J.*, Vol. 20, No. 9, pp. 74, 76, September 1977.
28. D. T. Paris and F. K. Hurd, *Basic Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill Book Co., pp. 385-386, 1969.
29. C. A. Balanis, "Multipath Interference in Airborne Antenna Measurements," Final Report, prepared for Naval Air Station, Patuxent River, MD, May 28, 1982.
30. D. DeCarlo, "Automation of In-Flight Antenna Measurements," MSEE Problem Report, Dept. of Electrical Engineering, West Virginia University, July 1980.
31. G. J. Burke and A. J. Poggio, "Numerical Electromagnetics Code (NEC)-Method of Moments," Technical Document 116, Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA, January 1981.
32. A. J. Julian, J. M. Logan, and J. W. Rockway, "MININEC: A Mini-Numerical Electromagnetics Code," Technical Document 516, Naval Ocean Systems Center, San Diego, CA, September 6, 1982.
33. J. Rockway, J. Logan, D. Tam, and S. Li, *The MININEC SYSTEM: Microcomputer Analysis of Wire Antennas*, Artech House, Inc., Norwood, MA, 1988.

EXERCÍCIOS

- 4.1. Um dipolo elétrico infinitesimal horizontal de corrente constante I_0 é posicionado simetricamente em relação à origem do sistema de coordenadas retangulares e orientado ao longo do eixo x . Deduza
 - (a) os campos distantes radiados pelo dipolo
 - (b) a diretividade da antena
- 4.2. Repita o Exercício 4.1 para um dipolo elétrico infinitesimal horizontal direcionado ao longo do eixo y .
- 4.3. Repita o Exercício 4.1 usando o procedimento do Exemplo 4.5.
- 4.4. Para o Exemplo 4.5,
 - (a) formule uma expressão para a diretividade
 - (b) determine a potência radiada
 - (c) determine a máxima diretividade integrando a potência radiada. Compare o resultado com o do Exercício 4.2 ou com o resultado para qualquer outro dipolo infinitesimal.
 - (d) determine a máxima diretividade usando o programa de computador **Dipole**; compare o resultado com o do item (c).
- 4.5. Para o Exercício 4.1, determine, na região de campo distante, a polarização dos campos elétricos (E_θ , E_ϕ) e o diagrama normalizado de amplitude nos seguintes planos:
 - (a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = 90^\circ$ (c) $\theta = 90^\circ$
- 4.6. Repita o Exercício 4.5 para o dipolo elétrico infinitesimal horizontal do Exercício 4.2, que é direcionado ao longo do eixo y .
- 4.7. Para o Exercício 4.3, determine, na região de campo distante, a polarização dos campos elétricos (E_θ , E_ϕ) nos seguintes planos:
 - (a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = 90^\circ$ (c) $\theta = 90^\circ$
 Compare os resultados com os do Exercício 4.5.
- 4.8. Para o Exemplo 4.5, determine, na região de campo distante, a polarização dos campos radiados (E_θ , E_ϕ) nos seguintes planos:
 - (a) $\phi = 0^\circ$ (b) $\phi = 90^\circ$ (c) $\theta = 90^\circ$
 Compare os resultados com os do Exercício 4.6.
- 4.9. Um dipolo magnético infinitesimal de corrente constante I_m e comprimento l é posicionado simetricamente em relação à origem do sistema de coordenadas retangulares, ao longo do eixo z . Determine
 - (a) as componentes esféricas dos campos E e H radiados pelo dipolo em todo o espaço
 - (b) a diretividade da antena
- 4.10. Para o dipolo magnético infinitesimal do Exercício 4.9, determine os campos distantes quando o elemento é posicionado ao longo do
 - (a) eixo x , (b) eixo y
- 4.11. Um dipolo elétrico infinitesimal é centrado na origem e posicionado no plano x - y ao longo de uma linha reta que faz um ângulo de 45° com o eixo x . Determine os campos elétrico e magnético distantes radiados. A resposta deve ser uma função das coordenadas esféricas.
- 4.12. Repita o Exercício 4.11 para um dipolo magnético infinitesimal.
- 4.13. Deduza (4-10a)-(4-10c) usando (4-8a)-(4-9).
- 4.14. Calcule a potência radiada de (4-16) escrevendo a densidade média de potência, usando (4-26a)-(4-26c), e integrando-a ao longo da superfície de uma esfera de raio r .
- 4.15. Determine os campos distantes de um dipolo elétrico infinitesimal, de comprimento l e corrente constante I_0 , usando (4-4) e o procedimento apresentado na Seção 3.6. Compare os resultados com (4-26a)-(4-26c).
- 4.16. Calcule o quinto termo de (4-41).

4.17. Para uma antena de máxima dimensão linear D , determine as fronteiras interna e externa da região de Fresnel, de modo que o máximo erro de fase não exceda

- (a) $\pi/16$ rad (b) $\pi/4$ rad (c) 18° (d) 15°

4.18. As fronteiras das regiões de campo distante (região de Fraunhofer) e de Fresnel foram selecionadas com base em um máximo erro de fase de $22,5^\circ$, que ocorre, respectivamente, nas direções de 90° e $54,74^\circ$ em relação ao eixo ao longo da maior dimensão da antena. Para uma antena com comprimento de máximo 5λ , que valores terão estes erros máximos de fase na direção que faz um ângulo de 30° em relação ao eixo ao longo do comprimento da antena? Admita que, em cada caso, o erro de fase é totalmente devido ao termo de maior ordem, sendo desprezado na expansão da distância entre a fonte e o ponto de observação em uma série infinita.

4.19. A distribuição de corrente em uma longa antena filamental terminada e casada (antena de onda viajante), de comprimento l , posicionada ao longo do eixo z e alimentada por uma extremidade, é dada por

$$I = \hat{a}_z I_0 e^{-jkz'}, \quad 0 \leq z' \leq l$$

onde I_0 é uma constante. Deduza expressões para

- (a) as componentes esféricas dos campos elétrico e magnético distantes
(b) a densidade de potência radiada.

4.20. Uma fonte filamental de comprimento infinito e corrente constante I_0 é posicionada ao longo do eixo z . Determine

- (a) o potencial vetorial A
(b) as componentes cilíndricas dos campos E e H radiados

$$\text{Sugestão: } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j\beta\sqrt{b^2+t^2}}}{\sqrt{b^2+t^2}} dt = -j\pi H_0^{(2)}(\beta b)$$

onde $H_0^{(2)}(\alpha x)$ é a função de Hankel de segunda espécie e ordem zero.

4.21. Mostre que (4-67) se reduz a (4-68) e (4-88) a (4-89).

4.22. Um dipolo filamental fino de comprimento l é posicionado simetricamente em relação ao eixo z . Determine as componentes dos campos elétrico e magnético distantes radiados pelo dipolo cuja distribuição de corrente pode ser aproximada por

$$(a) I_z(z') = \begin{cases} I_0 \left(1 + \frac{2}{l} z'\right), & -l/2 \leq z' \leq 0 \\ I_0 \left(1 - \frac{2}{l} z'\right), & 0 \leq z' \leq l/2 \end{cases}$$

$$(b) I_z(z') = I_0 \cos\left(\frac{\pi}{l} z'\right), \quad -l/2 \leq z' \leq l/2$$

$$(c) I_z(z') = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{l} z'\right), \quad -l/2 \leq z' \leq l/2$$

4.23. Um dipolo elétrico de comprimento l alimentado pelo centro é conectado a uma linha de transmissão balanceada e sem perdas, cuja impedância característica é 50 ohms. Presumindo que o dipolo seja ressonante no comprimento dado, determine a TOE de entrada quando

- (a) $l = \lambda/4$ (b) $l = \lambda/2$ (c) $l = 3\lambda/4$ (d) $l = \lambda$.

4.24. Use as equações deste livro ou o programa de computador deste capítulo para determinar a eficiência de radiação de dipolos elétricos filamentosos, ressonantes, de comprimento

- (a) $l = \lambda/50$ (b) $l = \lambda/4$ (c) $l = \lambda/2$ (d) $l = \lambda$.

Suponha que cada dipolo seja feito de cobre [$\sigma = 5,7 \times 10^7$ S/m], tenha um raio de $10^{-4}\lambda$ e opere em $f = 10$ MHz. Use o programa de computador deste capítulo para determinar as resistências de radiação.

4.25. Escreva os campos elétrico e magnético distantes radiados por um dipolo magnético de comprimento $l = \lambda/2$ alinhado ao longo do eixo z . Admita uma corrente magnética senoidal de valor máximo I_m .

4.26. Um dipolo ressonante alimentado pelo centro é conectado a uma linha de transmissão de 50 ohms. Deseja-se que a TOE de entrada seja mantida igual a 2.

- (a) Qual deve ser a maior resistência de entrada do dipolo para manter a TOE = 2?
(b) Qual deve ser o comprimento do dipolo (em comprimentos de onda) para atender a especificação?
(c) Qual é a resistência de radiação do dipolo?

4.27. O campo radiado por uma determinada antena é dado por

$$E = \hat{a}_\theta j\omega\mu k \sin\theta \frac{I_0 A_1 e^{-jkr}}{4\pi r} + \hat{a}_\phi \omega\mu \sin\theta \frac{I_0 A_2 e^{-jkr}}{2\pi r}$$

Os valores de A_1 e A_2 dependem da geometria da antena. Obtenha uma expressão para a resistência de radiação. Qual é a polarização da antena?

4.28. Para um dipolo de $\lambda/2$ posicionado simetricamente ao longo do eixo z , determine

- (a) o comprimento vetorial equivalente
(b) o valor máximo (magnitude) do comprimento vetorial equivalente
(c) a razão (em porcentagem) entre o valor máximo (magnitude) do comprimento vetorial equivalente e seu comprimento total
(d) a tensão máxima de circuito aberto quando uma onda plana uniforme de campo elétrico igual a

$$E^i|_{\theta=90^\circ} = -\hat{a}_\theta 10^{-3} \text{ volts/comprimento de onda}$$

incide no dipolo, perpendicularmente a seu comprimento.

4.29. Uma estação-base de um sistema de comunicação celular utiliza conjuntos de dipolos de $\lambda/2$ como antenas de transmissão e recepção. Presumindo que nenhum elemento tem perdas e que a potência de entrada de cada um dos dipolos de $\lambda/2$ é de 1 watt, determine, na frequência de 1.900 MHz e a uma distância de 5 km, o valor máximo da

- (a) intensidade de radiação – especifique as unidades
(b) densidade de radiação (em watts/m²)

para cada dipolo de $\lambda/2$. Isto determina o nível de segurança para a exposição de pessoas à radiação eletromagnética.

4.30. Um dipolo de $\lambda/2$, situado com seu ponto médio na origem do sistema de coordenadas, radia uma potência média temporal de 600 W a uma frequência de 300 MHz. Um segundo dipolo de

$\lambda/2$ é posicionado com seu centro no ponto $P(r, \theta, \phi)$, onde $r = 200$ m, $\theta = 90^\circ$, $\phi = 40^\circ$. Este dipolo é orientado de modo que seu eixo seja paralelo ao da antena transmissora. Qual é a potência disponível nos terminais do segundo dipolo (receptor)?

4.31. Um dipolo de meia onda radia no espaço livre. O sistema de coordenadas é definido de modo que sua origem coincida com o ponto médio do dipolo e o eixo z seja alinhado com o dipolo. A potência de entrada no dipolo é de 100 W. Assumindo uma eficiência total de 50%, determine a densidade de potência (em W/m^2) em $r = 500$ m, $\theta = 60^\circ$, $\phi = 0^\circ$.

4.32. Um dipolo curto, com comprimento de $l = \lambda/20$ e raio $a = \lambda/400$, é alimentado simetricamente e usado como antena de comunicação na parte inferior da faixa VHF ($f = 30$ MHz). A antena é feita de condutor elétrico perfeito (CEP). A reatância de entrada do dipolo é dada por

$$X_{in} = -j120 \frac{[\ln(l/2a) - 1]}{\tan\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)}$$

Determine o seguinte:

- A impedância de entrada da antena. *Especifique se a impedância é indutiva ou capacitiva.*
- A eficiência de radiação (em porcentagem).
- O capacitor (em farads) ou indutor (em henrys) que deve ser conectado em série com o dipolo no ponto de alimentação de modo que o elemento seja ressonante. *Especifique que elemento deve ser usado e o seu valor.*

4.33. Um dipolo de meio comprimento de onda ($l = \lambda/2$) é conectado a uma linha de transmissão com impedância característica de 75 ohms. Determine o seguinte:

- Coefficiente de reflexão. Magnitude e fase (em graus).
- TOE.

Agora, é desejado ressonar o dipolo usando, em série, um indutor ou capacitor. Em uma frequência de 100 MHz, determine:

- Que tipo de elemento, indutor ou capacitor, é necessário para ressonar o dipolo?
- Qual o valor da indutância ou capacitância?
- A nova TOE do dipolo ressonante.

4.34. Um dipolo de $\lambda/2$ é usado como elemento radiante quando conectado a uma linha de transmissão de 50 ohms sem perdas. Deseja-se ressonar o dipolo em 1,9 GHz usando indutor(es) ou capacitor(es) em série (o que for necessário) com seus terminais de entrada. Determine o seguinte:

- A TOE na linha de transmissão antes de ressonar o dipolo [antes da conexão de indutor(es) ou capacitor(es) em série].

(b) A capacitância total C_T (em farads) ou indutância total L_T (em henrys) que deve ser conectada em série com o elemento, em seus terminais de entrada, para ressoná-lo (veja o diagrama a abaixo).

(c) As duas capacitâncias C_0 (em farads) ou indutâncias L_0 (em henrys) individuais que devem ser conectadas em série com o elemento, em seus terminais de entrada, para ressoná-lo. São necessários dois capacitores ou indutores para manter o sistema balanceado, conectando um em série com cada braço do dipolo (veja o diagrama b abaixo).

(d) A TOE após o elemento ser ressonado com capacitor(es) ou indutor(es).

4.35. A impedância de entrada de um dipolo de $\lambda/2$, quando os terminais de entrada (de alimentação) são posicionados no ponto médio do dipolo, é igual a $73 + j42,5$ ohms. Admitindo que o dipolo não tem perdas, determine

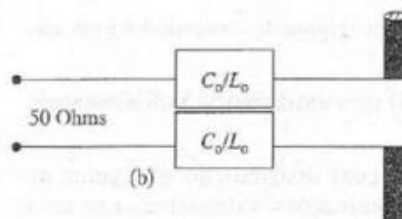
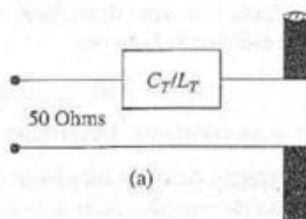
- a impedância de entrada (partes real e imaginária) quando os terminais de entrada (de alimentação) são deslocados para pontos do dipolo que distam $\lambda/8$ de cada extremidade do mesmo
- a reatância capacitiva ou indutiva que deve ser conectada através dos novos terminais de entrada da parte (a) de modo que o dipolo seja auto-ressonante
- a TOE nos novos terminais de entrada quando o dipolo auto-ressonante da parte (b) é conectado a uma linha de transmissão de "dois fios" de 300 ohms

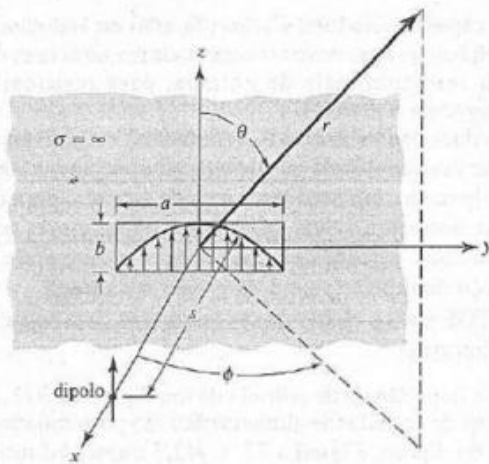
4.36. Um dipolo filamento de meio comprimento de onda opera em uma frequência de 1 GHz; determine a capacitância ou indutância que deve ser conectada através (em paralelo) dos terminais de entrada do dipolo de modo que a antena se torne ressonante (torne a impedância de entrada real). Qual é a TOE do dipolo ressonante de meio comprimento de onda quando conectado a uma linha de transmissão de 50 ohms?

4.37. O campo radiado por um dipolo elétrico infinitesimal, posicionado paralelo ao eixo z , a uma distância s ao longo do eixo x , incide sobre uma antena de abertura de guia de onda, de dimensões a e b , montada em um plano de terra infinito, como mostrado na figura no início da página seguinte. O campo elétrico normalizado radiado pela abertura no plano E (plano $x-z$; $\phi = 0^\circ$) é dado por

$$E = -\hat{a}_\theta j \frac{\omega \mu b I_0 e^{-jkr} \sin\left(\frac{kb}{2} \cos \theta\right)}{4\pi r \frac{kb}{2} \cos \theta}$$

Supondo que o dipolo esteja na região de campo distante da antena de abertura e vice-versa, determine a perda de polarização (dB) entre as duas antenas.





4.38. Temos a seguinte informação sobre uma antena A:

- (a) Quando A está transmitindo, seu campo E radiado distante é expresso por

$$E_a(z) = E_0 \frac{e^{-jkz}}{4\pi z} \left(\frac{\hat{a}_x + j\hat{a}_y}{\sqrt{2}} \right) \quad V/m$$

- (b) Quando A está recebendo uma onda plana incidente dada por

$$E_1(z) = \hat{a}_y e^{jkz} \quad V/m$$

sua tensão de circuito aberto é $V_1 = 4e^{j20^\circ} V$.

Se usarmos a mesma antena para receber uma segunda onda plana incidente dada por

$$E_2(z) = 10(2\hat{a}_x + \hat{a}_y e^{j30^\circ}) e^{jkz} \quad V/m$$

determine sua tensão de circuito aberto recebida V_2 .

4.39. Um dipolo com 3 cm de comprimento conduz um fasor de corrente $I_0 = 10e^{j60^\circ} A$. Admitindo que $\lambda = 5$ cm, determine os campos E e H a uma distância de 10 cm do dipolo e a um ângulo $\theta = 45^\circ$.

4.40. A resistência de radiação de um dipolo elétrico filamento fino e sem perdas, com comprimento $l = 0,60\lambda$, é 120 ohms. Qual é a resistência de entrada?

4.41. Um dipolo de $3\lambda/4$, sem perdas e alimentado pelo centro e radiando no espaço livre, é conectado a uma linha de transmissão balanceada e sem perdas cuja impedância característica é de 300 ohms. Calcule

- a resistência de radiação (referida ao máximo de corrente)
- a impedância de entrada (referida aos terminais de entrada)
- a TOE na linha de transmissão.

Para as partes (a) e (b), use o programa de computador indicado no fim do capítulo.

4.42. Repita o Exercício 4.41 para um dipolo de $5\lambda/8$ alimentado pelo centro.

4.43. Uma antena dipolo, com distribuição triangular de corrente, é usada em comunicações submarinas em uma

frequência de 150 kHz. O comprimento total do dipolo é de 200 m e seu raio é de 1 m. Assuma uma resistência de perda de 2 ohms em série com a resistência de radiação da antena.

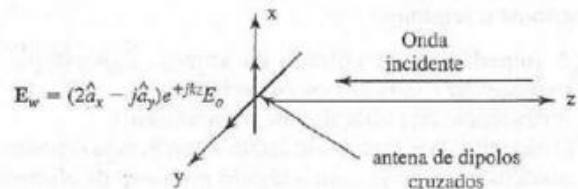
- (a) Calcule a impedância de entrada da antena, incluindo a resistência de perda.

A reatância de entrada pode ser aproximada por

$$X_{in} = -120 \frac{[\ln(l/2a) - 1]}{\tan(\pi l/\lambda)}$$

- Calcule a eficiência de radiação da antena.
- Calcule o fator de potência de radiação da antena.
- Projete um circuito de casamento conjugado para prover um perfeito casamento entre a antena e uma linha de transmissão de 50 ohms. Forneça os valores da reatância série X e da razão de voltas n do transformador ideal.
- Admitindo casamento conjugado, calcule a largura de banda instantânea da antena para TOE 2:1.

4.44. Uma onda plana uniforme viajando ao longo do eixo z negativo dada por



incide sobre uma antena de dipolos cruzados que consiste em dois dipolos idênticos, um direcionado ao longo do eixo x e o outro ao longo do eixo y, ambos alimentados com a mesma amplitude. O dipolo direcionado ao longo do eixo y é alimentado com um avanço de fase de 90° em relação ao dipolo direcionado ao longo do eixo x.

- Escreva uma expressão para o vetor unitário de polarização da onda incidente.
- Escreva uma expressão para o vetor unitário de polarização da antena receptora ao longo do eixo +z.
- Para a onda incidente, determine o seguinte:
 - Polarização (linear, circular, elíptica) e razão axial.
 - Sentido de rotação do vetor de polarização (CW, CCW).
- Para a antena receptora, determine o seguinte:
 - Polarização (linear, circular, elíptica) e razão axial.
 - Sentido de rotação do vetor de polarização (CW, CCW).
- Determine o fator de perda de polarização (adimensional e em dB) entre a onda incidente e a antena receptora.

4.45. Um dipolo de meio comprimento de onda ($l = \lambda/2$), posicionado simetricamente em relação à origem do sistema de coordenadas e ao longo do eixo z, é usado como antena receptora. Uma onda plana uniforme de 300 MHz, viajando ao longo do eixo x no sentido negativo, incide sobre o dipolo de $\lambda/2$. A onda plana incidente tem uma densidade de potência de $2 \mu W/m^2$ e seu campo elétrico é dado por

$$E_w^i = (3\hat{a}_z + j\hat{a}_y) E_0 e^{+jkx}$$

onde E_0 é uma constante. Determine o seguinte:

- (a) A polarização da onda incidente (incluindo a razão axial e o sentido de rotação, caso aplicável).

- (b) A polarização da antena em direção ao eixo x (incluindo a razão axial e o sentido de rotação, caso aplicável).
 (c) As perdas de polarização (em dB) entre a antena e a onda incidente (admita campos distantes para a antena).
 (d) Máxima potência (em watts) que pode ser entregue a uma carga casada conectada ao dipolo de $\lambda/2$ (suponha que não há outras perdas).

4.46. Deduza (4-102) usando (4-99).

4.47. Determine a menor altura a que um dipolo elétrico infinitesimal vertical de $l = \lambda/50$ deve ser posicionado acima de um plano de terra elétrico de modo que seu diagrama tenha somente um nulo (além do nulo na direção vertical) e que este ocorra a 30° da vertical. Para esta altura, determine a diretividade e a resistência de radiação.

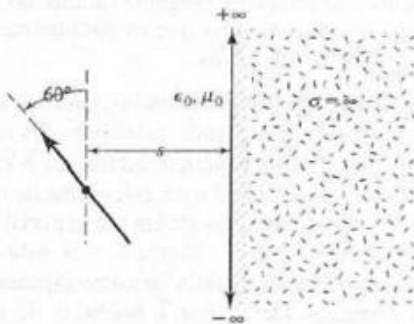
4.48. Um dipolo filamental de $\lambda/50$ é posicionado verticalmente a uma altura $h = \lambda/2$ acima de um plano de terra elétrico infinito. Determine os ângulos (em graus) em que ocorrem todos os nulos do diagrama.

4.49. Um dipolo filamental infinitesimal de comprimento l e corrente constante é posicionado verticalmente a uma distância h acima de um plano de terra elétrico infinito. Determine as cinco menores alturas (em ordem crescente) de modo que um nulo (para cada altura) seja formado no diagrama de campo distante a um ângulo de 60° da vertical.

4.50. Um dipolo filamental infinitesimal vertical é posicionado a uma distância $h = 3\lambda/2$ acima de um plano de terra condutor perfeito infinito. Determine

- o ângulo (em graus, em relação à vertical) em que o fator de conjunto do sistema atinge seu valor máximo
- o ângulo (em graus, em relação à vertical) em que o valor máximo do campo total ocorrerá
- a intensidade relativa (comparada a seu valor máximo) de campo (em dB) nos ângulos em que o fator de conjunto do sistema atinge seu valor máximo (como obtido na parte a).

4.51. Um dipolo infinitesimal de comprimento l é posicionado a uma distância s de uma interface ar-condutor e a um ângulo $\theta = 60^\circ$ em relação à vertical, como mostrado na figura. Determine a localização e a direção da fonte-imagem que pode ser usada para representar os efeitos das reflexões. Seja bastante claro ao indicar a localização e a direção da imagem. Sua resposta pode ser dada na forma de um desenho bem claro.



4.52. Deseja-se projetar um sistema de antena que utilize um dipolo infinitesimal vertical de comprimento l posicionado a uma altura h acima de um plano condutor elétrico perfeito

infinito. As especificações de projeto exigem que o diagrama do fator de conjunto da fonte e sua imagem tenham somente um máximo e que este aponte na direção de um ângulo de 60° da vertical. Determine (em comprimentos de onda) a altura da fonte para atender as especificações de projeto desejadas.

4.53. Um dipolo elétrico vertical muito curto ($l \leq \lambda/50$) é montado em um poste, a uma altura h acima do solo, admitido como plano, condutor perfeito e de extensão infinita. O dipolo é usado como uma antena transmissora em um sistema de comunicação terra-ar na faixa de VHF ($f = 50$ MHz). Para que o sinal da antena transmissora do sistema de comunicação não interfira com uma estação de rádio próxima, é necessário que um nulo ocorra no diagrama de radiação do sistema de dipolo vertical em um ângulo de 80° da vertical. Qual deve ser a altura mínima do dipolo (em metros) para atender as especificações desejadas?

4.54. Um dipolo de meia onda é posicionado verticalmente em um plano de terra elétrico infinito. Presumindo que o dipolo é alimentado pela base, determine

- a impedância de radiação (referida ao máximo de corrente)
- a impedância de entrada (referida aos terminais de entrada)
- a TOE quando a antena está conectada a uma linha de transmissão de 50 ohms sem perdas.

4.55. Um dipolo vertical de $\lambda/2$ é o elemento radiante em um conjunto circular usado em um sistema de comunicação acima do horizonte que opera em 1 GHz. O conjunto circular (centro dos dipolos) é posicionado a uma altura h acima do solo, admitido como sendo plano, condutor elétrico perfeito e de extensão infinita.

- Para que o conjunto não sofra interferência de outro sistema de comunicação que opera na mesma frequência, deseja-se que o diagrama do fator de conjunto, no plano de elevação, de um único dipolo vertical de $\lambda/2$ exiba somente um nulo a um ângulo $\theta = 30^\circ$ em relação ao zênite (eixo do dipolo). Determine a menor altura não-nula h (em metros) acima do solo em que o centro do dipolo deve ser posicionado para alcançar este objetivo.
- Se a altura do dipolo vertical (de seu ponto médio) for de 0,3 m acima do solo, determine todos os ângulos θ em relação ao zênite (em graus) em cujas direções todo(s)
 - o(s) nulo(s) do fator de conjunto, no plano de elevação, de um único dipolo será(ão) direcionado(s).
 - o(s) máximo(s) principal(is) do fator de conjunto, no plano de elevação, de um único dipolo será(ão) direcionado(s).

4.56. Uma antena dipolo vertical de $\lambda/2$ é usada em um sistema de comunicação terra-ar, acima do horizonte na faixa de VHF ($f = 200$ MHz). A antena é elevada a uma altura h (medida a partir de seu ponto médio/de alimentação) acima do solo (suponha que o solo é plano, liso e condutor elétrico perfeito de extensão infinita). De modo a evitar interferência com outros sistemas de comunicação operando simultaneamente, deseja-se que o diagrama de amplitude de campo distante da antena exiba um nulo a um ângulo de 60° da vertical.

Determine as três menores alturas físicas/não-triviais (em metros, a 200 MHz) acima do solo em que a antena pode ser posicionada para atender as especificações desejadas.

4.57. Uma antena sem perdas de uma estação-base de um sistema de comunicação celular, posicionada em uma área residencial da cidade, tem ganho máximo de 16 dB (em relação a uma fonte isotrópica) em direção à área residencial em 1.900 MHz. Assumindo que a potência de entrada da antena é de 8 watts, qual é

- a máxima densidade de potência radiada (em watts/cm²) em um ponto da área residencial a uma distância de 100 m (em visada direta) da estação-base? Isto determinará o nível de segurança para exposição de pessoas à radiação eletromagnética.
- a potência (em watts) recebida em um ponto da área residencial por um telefone celular cuja antena é um monopolo vertical de $\lambda/4$ sem perdas e cujo valor máximo do diagrama de amplitude está orientado na direção da máxima densidade de potência incidente? Admita que o monopolo vertical de $\lambda/4$ está montado sobre um plano de terra infinito.

4.58. Um monopolo vertical de $\lambda/4$ é usado como antena de um telefone celular que opera em 1,9 GHz. Mesmo que o monopolo seja montado em um telefone celular do tipo de uma caixa, admita, para fins de simplificação, que seja montado em um plano de terra condutor elétrico perfeito (CEP). Assumindo uma máxima densidade de potência incidente de 10^{-6} watts/m², especifique ou determine, para o diagrama omnidirecional do monopolo,

- a diretividade máxima (adimensional e em dB). Você deve especificar o raciocínio ou método usado para determinar a diretividade.
- a máxima potência que pode ser entregue ao receptor do telefone celular. Suponha que não há perdas.

4.59. Um radioamador usa uma antena CB montada no telhado de sua casa. Suponhamos que a frequência de operação é de 900 MHz e que a potência radiada é de 1.000 watts. Para que uma pessoa não fique longos períodos exposta à radiação de microondas, alguns padrões, mesmo que sejam controversos, foram desenvolvidos para limitar a máxima densidade de potência de segurança a que as pessoas podem ficar expostas sem sofrerem qualquer efeito danoso. Admitamos que a máxima densidade de potência de radiação de RF a que as pessoas podem ficar expostas com segurança por longos períodos é de 10^{-3} watts/cm² ou 10 watts/m². Presumindo que não há perdas, determine a menor distância (em metros) que você deve manter da antena CB para não exceder o nível seguro de densidade de potência de exposição. Suponha que a antena CB radia no espaço livre e que é

- um radiador isotrópico.
- um monopolo de $\lambda/4$ montado sobre um CEP infinito e radiando na direção de seu máximo.

4.60. Deduza (4-118) usando (4-116).

4.61. Um dipolo elétrico infinitesimal horizontal de comprimento $l = \lambda/50$ é posicionado paralelamente ao eixo y a uma altura h acima de um plano de terra elétrico infinito.

- Determine a menor distância h (excluindo $h = 0$) a que a antena deve ser elevada para que um nulo seja formado no plano $\phi = 90^\circ$ a um ângulo $\theta = 45^\circ$ do eixo vertical.
- Para a altura da parte (a), determine (1) a resistência de radiação e (2) a diretividade (para $\theta = 0^\circ$) do sistema de antena.

4.62. Um dipolo infinitesimal horizontal de corrente constante e de comprimento $l = \lambda/50$ é posicionado paralelamente ao eixo y a uma altura $h = 0,707\lambda$ acima de um plano de terra elétrico infinito. Determine todos os nulos formados pelo sistema de antena no plano $\phi = 90^\circ$.

4.63. Um dipolo elétrico infinitesimal de comprimento $l = \lambda/50$ é posicionado horizontalmente a uma altura $h = 2\lambda$ acima de um plano de terra condutor elétrico perfeito, liso e que se estende ao infinito. Suas características de radiação na região de campo distante (p. ex., diagrama de amplitude, diagrama de fase, diagrama de polarização etc.) devem ser medidas. O sistema opera em 300 MHz. Qual o menor raio (em metros) do círculo onde as medidas devem ser efetuadas? O raio deve ser medido a partir da origem do sistema de coordenadas, tomada na interface entre a fonte real e sua imagem.

4.64. Um dipolo magnético infinitesimal é posicionado verticalmente a uma altura h acima de um plano de terra condutor elétrico perfeito de extensão infinita. Deduza os campos distantes radiados acima do plano de terra pelo elemento.

4.65. Repita o Exercício 4.64 para um dipolo elétrico acima de um plano de terra condutor magnético perfeito de extensão infinita.

4.66. Repita o Exercício 4.64 para um dipolo magnético acima de um plano de terra condutor magnético perfeito de extensão infinita.

4.67. Um dipolo elétrico infinitesimal vertical é posicionado a uma altura h acima de um plano de terra infinito CMP (condutor magnético perfeito).

- Determine a menor altura h (excluindo $h = 0$) a que a antena deve ser elevada de modo que um nulo seja formado em seu diagrama a um ângulo $\theta = 60^\circ$ em relação ao eixo vertical.
- Para o valor de h encontrado na parte (a), determine
 - o ganho direcional da antena na direção $\theta = 45^\circ$
 - a resistência de radiação da antena normalizada em relação à impedância intrínseca do meio acima do plano de terra.

Admita que o comprimento da antena é $l = \lambda/100$.

4.68. Um dipolo vertical de $\lambda/2$, operando em 1 GHz, é posicionado a uma distância de 5 m (em relação à tangente ao ponto de reflexão) acima do solo. Determine o campo total em um ponto distante 20 km da fonte ($d = 20 \times 10^3$ m), a uma altura de 1.000 m (em relação à tangente) acima do solo. Use um raio da Terra de $4/3$ e assuma que os parâmetros elétricos da terra são $\epsilon_r = 5$, $\sigma = 10^{-2}$ S/m.

4.69. Dois astronautas equipados com rádios portáteis aterrissam em diferentes partes de um grande asteróide. Os rádios são idênticos e transmitem uma potência média de 5 W em 300 MHz. Suponha que o asteróide é uma esfera lisa de raio físico de 1.000 km, sem atmosfera e consiste em um material dielétrico sem perdas, com permissividade relativa $\epsilon_r = 9$. Admita que as antenas dos rádios podem ser modeladas como dipolos elétricos infinitesimais verticais. Determine a potência de sinal (em microwatts) que cada rádio recebe do outro, caso os astronautas estejam separados por uma distância (ao longo da superfície do asteróide) de 2 km e segurem seus rádios verticalmente à altura de 1,5 m acima da superfície do asteróide.

Informação Adicional Necessária para Resolver este Exercício: antes de aterrissar no asteróide os astronautas calibraram seus rádios. Estando separados por uma distância de 10 km no espaço exterior, os astronautas verificaram que o sinal que cada rádio recebia do outro era de 10 microwatts, quando as duas antenas estavam orientadas na mesma direção:

4.70. Um satélite *S* transmite uma onda eletromagnética, em 10 GHz, através de sua antena transmissora. As características do transmissor do satélite são:

- (a) A potência radiada pela antena do satélite é de 10 W.
- (b) A distância entre a antena do satélite e um ponto A na superfície da Terra é $3,7 \times 10^7$ m, e
- (c) A diretividade da antena transmissora do satélite na direção SA é de 50 dB. Ignorando os efeitos do solo,
 1. Determine a magnitude do campo *E* em A.
 2. Se o receptor no ponto A for um dipolo de $\lambda/2$, qual será a tensão lida nos terminais da antena?

4.71. Deduza (4-133) com base na óptica geométrica, como feito na Seção 13.2 de [7].

práticas. Para frequências abaixo da primeira ressonância a impedância é indutiva (parte imaginária positiva), como é típico em antenas de quadros pequenos (veja a Figura 5.13); acima da primeira ressonância a impedância é capacitiva (parte imaginária negativa). A segunda ressonância, nas proximidades de 2.100 MHz, é do tipo *série*, com valores de impedância que variam lentamente e de magnitude adequada para implementações práticas. A forma da ressonância (*paralela* versus *série*) pode ser intercambiada se a extremidade de terminação do quadro dobrado não for aterrada. Assim, o elemento passa a operar como

um monopolo L [38]–[40], com características de ressonância iguais às de um monopolo montado no dispositivo (veja o Capítulo 4, Seção 4.7.4, Figura 4.21). Mesmo que o elemento radiante seja um quadro cujo plano é vertical à caixa, o diagrama de amplitude, nos dois casos (quadro e L), é aproximadamente omnidirecional e similar ao do monopolo da Figura 4.21, pois a caixa também faz parte do sistema radiante.

Um sumário dos parâmetros relevantes, das fórmulas associadas e dos números das equações deste capítulo é mostrado na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 Sumário de Parâmetros Importantes e Números de Fórmulas e Equações Associadas para Quadros na Região de Campo Distante

Parâmetro	Fórmula	Número da Equação
	<i>Quadro Circular Pequeno</i> ($a < \lambda/6\pi$, $C < \lambda/3$) Corrente Uniforme	
Diagrama normalizado de potência	$U = E_{\phi} ^2 = C_0 \sin^2 \theta$	(5-27b)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = -\frac{E_{\phi}}{H_{\phi}} = \eta = 377 \text{ ohms}$	(5-28)
Diretividade D_0	$D_0 = \frac{3}{2} = 1,761 \text{ dB}$	(5-31)
Máxima área efetiva A_{em}	$A_{em} = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$	(5-32)
Resistência de radiação R_r (uma espira)	$R_r = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4$	(5-24)
Resistência de radiação R_r (N espiras)	$R_r = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4 N^2$	(5-24a)
Resistência de entrada R_{in}	$R_{in} = R_r = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4$	(5-24)
Resistência de perdas R_L (uma espira)	$R_L = \frac{l}{P} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = \frac{C}{2\pi b} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$	(2-90b)
Resistência de perdas R_L (N espiras)	$R_L = \frac{Na}{b} R_s \left(\frac{R_p}{R_0} + 1\right)$	(5-25)
Indutância externa do quadro L_A	$L_A = \mu_0 a \left[\ln \left(\frac{8a}{b} \right) - 2 \right]$	(5-37a)
Indutância interna do quadro L_i	$L_i = \frac{a}{\omega b} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$	(5-38)
Comprimento vetorial efetivo ℓ_e	$\ell_e = \hat{a}_{\phi} j k_0 \pi a^2 \cos \psi_i \sin \theta_i$	(5-40)
Largura de feixe de meia potência	LFMP = 90°	(4-65)

(continua)

Tabela 5.1 (Continuação)

Parâmetro	Fórmula	Número da Equação
	Quadro Circular Grande ($a \geq \lambda/2$, $C \geq 3,14\lambda$) Corrente Uniforme	
Diagrama normalizado de potência	$U = E_{\phi} ^2 = C_1 J_1^2(ka \sin \theta)$	(5-57)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = -\frac{E_\theta}{H_\theta} \approx \eta = 377 \text{ ohms}$	(5-28)
Diretividade D_0 ($a > \lambda/2$)	$D_0 = 0,677 \left(\frac{C}{\lambda} \right)$	(5-63b)
Máxima área efetiva A_{em} ($a > \lambda/2$)	$A_{em} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \left[0,677 \left(\frac{C}{\lambda} \right) \right]$	(5-63c)
Resistência de radiação R_r ($a > \lambda/2$) (uma espira)	$R_r = 60\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda} \right)$	(5-63a)
Resistência de entrada R_{in} ($a > \lambda/2$) (uma espira)	$R_{in} = R_r = 60\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda} \right)$	(5-63a)
Resistência de perdas R_L (uma espira)	$R_L = \frac{l}{P} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} = \frac{C}{2\pi b} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$	(2-90b)
Resistência de perdas R_L (N espiras)	$R_L = \frac{Na}{b} R_r \left(\frac{R_p}{R_0} + 1 \right)$	(5-25)
Indutância externa L_A	$L_A = \mu_0 a \left[\ln \left(\frac{8a}{b} \right) - 2 \right]$	(5-37a)
Indutância interna L_i	$L_i = \frac{a}{\omega b} \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}$	(5-38)
Comprimento vetorial efetivo ℓ_e	$\ell_e = \hat{a}_\phi j k_0 \pi a^2 \cos \psi_i \sin \theta_i$	(5-40)
	Quadro Quadrado Pequeno (Figura 5.17) Corrente Uniforme, a em Cada Lado	
Diagrama normalizado de potência (plano principal)	$U = E_{\phi} ^2 = C_2 \sin^2 \theta$	(5-70)
Impedância de onda Z_w	$Z_w = -\frac{E_\theta}{H_\theta} \approx \eta = 377 \text{ ohms}$	(5-28)
Resistência de radiação R_r	$R_r = 20 \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \right)^4 = 20 \left(\frac{C}{\lambda} \right)^4$	
Resistência de entrada R_{in}	$R_{in} = R_r = 20 \left(\frac{4a}{\lambda} \right)^4 = 20 \left(\frac{P}{\lambda} \right)^4$	

(continua)

Tabela 5.1 (Continuação)

Parâmetro	Fórmula	Número da Equação
Resistência de perdas R_l	$R_l = \frac{4a}{P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = \frac{4a}{2\pi b} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$	(2-90b)
Indutância externa L_A	$L_A = 2\mu_0 \frac{a}{\pi} \left[\ln\left(\frac{a}{b}\right) - 0,774 \right]$	(5-37b)
Indutância interna L_i	$L_i = \frac{4a}{\omega P} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} = \frac{4a}{2\pi b \omega} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$	(5-38)
	Quadro Circular de Ferrita ($a < \lambda/6\pi$, $C < \lambda/3$) Corrente Uniforme	
Resistência de radiação R_f (uma espira)	$R_f = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4 \mu_{cer}^2$	(5-73)
	$\mu_{cer} = \frac{\mu_p}{1 + D(\mu_p - 1)}$	(5-75)
Resistência de radiação R_f (N espiras)	$R_f = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda}\right)^4 \mu_{cer}^2 N^2$	(5-74)
Fator de desmagnetização D	Elipsóide: $D = \left(\frac{a}{l}\right)^2 \left[\ln\left(\frac{2l}{a}\right) - 1 \right]$ $l \gg a$ Esfera $D = \frac{1}{3}$	(5-75a)

5.9 MULTIMÍDIA

Para auxiliar a revisão, o entendimento e a visualização do material deste capítulo, os seguintes recursos multimídia estão incluídos no CD que acompanha este livro:

- Questionário interativo**, baseado em **Java**, com respostas.
- Applet** baseado em **Java** para calcular e exibir graficamente as características de radiação de um quadro.
- Applet** baseado em **Java** para animação do diagrama de amplitude de quadros.
- Programa de computador para **Matlab** e em **Fortran**, denominado **Loop**, para o cálculo das características de radiação de um quadro. Uma descrição desse programa encontra-se no arquivo **LEIA-ME** incluído no CD.
- Slides** coloridos de **Power Point (PPT)**.

REFERÊNCIAS

- P. L. Overfelt, "Near Fields of the Constant Current Thin Circular Loop Antenna of Arbitrary Radius," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 44, No. 2, February 1996, pp. 166–171.
- D. H. Werner, "An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 44, No. 2, February 1996, pp. 157–165.
- D. H. Werner, "Lommel Expansions in Electromagnetics," Chapter in *Frontiers in Electromagnetics*, (D. H. Werner and R. Mittra, eds.), IEEE Press/John Wiley, New York, 2000.
- E. H. Newman, P. Bohley, and C. H. Walter, "Two Methods for Measurement of Antenna Efficiency," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-23, No. 4, July 1975, pp. 457–461.
- G. S. Smith, "Radiation Efficiency of Electrically Small Multiturn Loop Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-20, No. 5, September 1972, pp. 656–657.
- G. S. Smith, "The Proximity Effect in Systems of Parallel Conductors," *J. Appl. Phys.*, Vol. 43, No. 5, May 1972, pp. 2196–2203.
- J. D. Kraus, *Electromagnetics*, 4th ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1992.
- G. S. Smith, "Loop Antennas," Chapter 5 in *Antenna Engineering Handbook*, 2nd ed., McGraw-Hill Book Co., New York, 1984.
- J. E. Storer, "Impedance of Thin-Wire Loop Antennas," *AIEE Trans.*, (Part I. Communication and Electronics), Vol. 75, Nov. 1956, pp. 606–619.
- S. Adachi and Y. Mushiaki, "Studies of Large Circular Loop Antenna," *Sci. Rep. Research Institute of Tohoku University (RITU)*, B, Vol. 9, No. 2, 1957, pp. 79–103.

11. S. Ito, N. Inagaki, and T. Sekiguchi, "An Investigation of the Array of Circular-Loop Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-19, No. 4, July 1971, pp. 469–476.
12. A. Shoamanesh and L. Shafai, "Properties of Coaxial Yagi Loop Arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-26, No. 4, July 1978, pp. 547–550.
13. A. Shoamanesh and L. Shafai, "Design Data for Coaxial Yagi Array of Circular Loops," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-27, September 1979, pp. 711–713.
14. D. DeMaw (ed.), *The Radio Amateur's Handbook*, American Radio Relay League, 56th ed., 1979, pp. 20–18.
15. G. N. Watson, *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, Cambridge University Press, London, 1922.
16. S. V. Savov, "An Efficient Solution of a Class of Integrals Arising in Antenna Theory," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, Vol. 44, No. 5, October 2002, pp. 98–101.
17. J. D. Mahony, "Circular Microstrip-Patch Directivity Revisited: An Easily Computable Exact Expression," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, Vol. 45, No. 1, February 2003, pp. 120–122.
18. J. D. Mahony, "A Comment on Q -Type Integrals and Their Use in Expressions for Radiated Power," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, Vol. 45, No. 3, June 2003, pp. 127–138.
19. S. V. Savov, "A Comment on the Radiation Resistance," *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, Vol. 45, No. 3, June 2003, p. 129.
20. I. Gradshteyn and I. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products*, Academic Press, New York, 1965.
21. J. E. Lindsay, Jr., "A Circular Loop Antenna with Non-Uniform Current Distribution," *IRE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-8, No. 4, July 1960, pp. 438–441.
22. E. A. Wolff, *Antenna Analysis*, Wiley, New York, 1966.
23. H. C. Pocklington, "Electrical Oscillations in Wire," Cambridge Philosophical Society Proceedings, London, England, Vol. 9, 1897, p. 324.
24. R. King, "Theory of Antennas Driven from Two-Wire Line," *J. Appl. Phys.*, Vol. 20, 1949, p. 832.
25. D. G. Fink (ed.), *Electronics Engineers' Handbook*, Section 18, "Antennas" (by W. F. Croswell), McGraw-Hill, New York, pp. 18–22.
26. K. Iizuka, R. W. P. King, and C. W. Harrison, Jr., "Self- and Mutual Admittances of Two Identical Circular Loop Antennas in a Conducting Medium and in Air," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-14, No. 4, July 1966, pp. 440–450.
27. R. E. Collin and F. J. Zucher (eds.), *Antenna Theory Part 2*, Chapter 23 (by J. R. Wait), McGraw-Hill, New York, 1969.
28. J. R. Wait, "Possible Influence of the Ionosphere on the Impedance of a Ground-Based Antenna," *J. Res. Natl. Bur. Std. (U.S.)*, Vol. 66D, September–October 1962, pp. 563–569.
29. L. E. Vogler and J. L. Noble, "Curves of Input Impedance Change Due to Ground for Dipole Antennas," U.S. National Bureau of Standards, Monograph 72, January 31, 1964.
30. D. C. Chang, "Characteristics of a Horizontal Circular Loop Antenna over a Multilayered, Dissipative Half-Space," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-21, No. 6, November 1973, pp. 871–874.
31. R. W. P. King, "Theory of the Center-Driven Square Loop Antenna," *IRE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-4, No. 4, July 1956, p. 393.
32. T. Tsukiji and S. Tou, "On Polygonal Loop Antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-28, No. 4, July 1980, pp. 571–575.
33. M. A. Islam, "A Theoretical Treatment of Low-Frequency Loop Antennas with Permeable Cores," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. AP-11, No. 2, March 1963, pp. 162–169.
34. V. H. Rumsey and W. L. Weeks, "Electrically Small Ferrite Loaded Loop Antennas," *IRE Convention Rec.*, Vol. 4, Part 1, 1956, pp. 165–170.
35. K. Fujimoto and J. R. James, *Mobile Antenna Systems Handbook*, Artech House, Norwood, MA, 1994.
36. M. A. Jensen and Y. Rahmat-Samii, "Performance Analysis of Antennas for Hand-Held Transceivers Using FDTD," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 42, No. 8, August 1994, pp. 1106–1113.
37. M. A. Jensen and Y. Rahmat-Samii, "EM Interaction of Handset Antennas and a Human in Personal Communications," *Proc. IEEE*, Vol. 83, No. 1, January 1995, pp. 7–17.
38. K. D. Katsibas, C. A. Balanis, P. A. Tirkas, and C. R. Birtcher, "Folded Loop Antenna for Mobile Communication Systems," 1996 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, Baltimore, MD, July 21–26, 1996, pp. 1582–1585.
39. C. A. Balanis, K. D. Katsibas, P. A. Tirkas, and C. R. Birtcher, "Loop Antenna for Mobile and Personal Communication Systems," IEEE International Vehicular Technology Conference (IEEE VTC '97), Phoenix, AZ, May 5–7, 1997.
40. K. D. Katsibas, C. A. Balanis, P. A. Tirkas, and C. R. Birtcher, "Folded Loop Antenna for Mobile Handheld Units," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 46, No. 2, February 1998, pp. 260–266.

EXERCÍCIOS

5.1 Deduza

- (a) (5-18a)–(5-18c) usando (5-17) e (3-2a)
- (b) (5-19a)–(5-19b) usando (5-18a) e (5-18c)

5.2 Escreva os campos de um dipolo magnético filamental infinitesimal de corrente constante I_m , comprimento l , posicionado ao longo do eixo z . Use os campos de um dipolo elétrico filamental infinitesimal, (4-8a)–(4-10c), e aplique o princípio da dualidade. Compare as expressões com (5-20a)–(5-20d).

5.3 Um quadro circular, com raio de quadro $\lambda/30$ e raio do fio $\lambda/1000$, é usado como antena transmissora/receptora em um sistema de radiocomunicação portátil em 10 MHz. O fio do quadro é de cobre, com uma condutividade de $5,7 \times 10^7$ S/m. Admitindo que a antena radia no espaço livre, determine

- (a) a resistência de radiação do quadro;
- (b) a resistência de perda do quadro (suponha que seu valor seria o mesmo se o fio fosse reto);
- (c) a resistência de entrada;
- (d) a impedância de entrada;
- (e) eficiência de radiação.

5.4 Um quadro circular pequeno com distribuição uniforme de corrente, com diagrama omnidirecional clássico, é usado como antena receptora. Determine a máxima diretividade (adimensional e em dB) usando:

- (a) O método exato.
- (b) Um método aproximado que seja apropriado para se obter este diagrama. Especifique o método usado.
- (c) Um outro método aproximado que seja apropriado para se obter este diagrama. Especifique o método usado.

Sugestão: Para os métodos aproximados, a palavra omnidirecional é uma pista.

5.5 Um quadro circular ressonante de N espiras, com distribuição uniforme de corrente e uma circunferência de $\lambda/4$, é alimentado

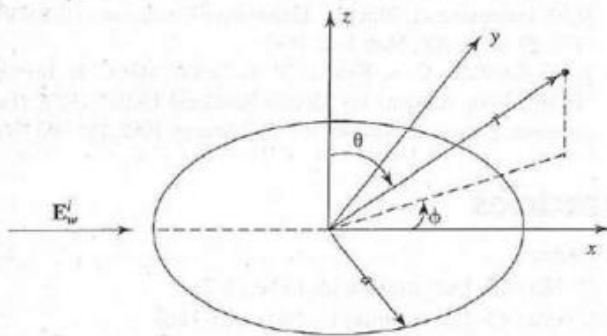
por uma linha de transmissão balanceada de dois fios, sem perdas, com impedância característica de 300 ohms. Desprezando-se efeitos de proximidade, calcule

- o número inteiro mais próximo de espiras, de modo que a impedância de entrada seja aproximadamente de 300 ohms;
- a impedância de entrada da antena;
- o coeficiente de reflexão;
- a TOE no interior da linha de transmissão.

5.6 Um pequeno quadro circular de circunferência $C < \lambda/20$ é usado como antena receptora. Uma onda plana uniforme se propagando ao longo do eixo x , no sentido positivo (+) (como mostrado na figura), cujo campo elétrico é dado por

$$\mathbf{E}_w^i = (\hat{\mathbf{a}}_y + 2\hat{\mathbf{a}}_z)e^{-jkx}$$

incide sobre a antena. Determine



- a polarização da onda incidente. Justifique sua resposta.
- a razão axial da elipse de polarização da onda incidente.
- a polarização da antena de quadro na direção do eixo x .
- o fator de perda de polarização (adimensional e em dB).
- a máxima potência, em 1 GHz, que pode ser entregue a uma carga conectada à antena, se a densidade de potência da onda incidente for de 5 mwatts/cm². Presuma que não há outras perdas.

Sugestão: $\hat{\mathbf{a}}_\phi = -\hat{\mathbf{a}}_x \sin \phi + \hat{\mathbf{a}}_y \cos \phi$

5.7 Determine a eficiência de radiação de um quadro de uma única espira e de outro com quatro espiras, cada um com raio igual a $\lambda/(10\pi)$ e operando em 10 MHz. O raio do fio é de $10^{-3}\lambda$ e as espiras são espaçadas de $3 \times 10^{-3}\lambda$. Assuma que o fio é de cobre, com uma condutividade de $5,7 \times 10^7$ S/m, e que a antena radia no espaço livre.

5.8 Determine a potência radiada por um quadro pequeno, escrevendo a densidade de potência média, usando (5-27a)–(5-27c), e integrando-a ao longo da superfície fechada de uma esfera de raio r . Compare a resposta com (5-23b).

5.9 Para um quadro pequeno de corrente constante, deduza o campo distante usando (5-17) e o procedimento e as relações descritos na Seção 3.6. Compare as respostas com (5-27a)–(5-17c).

5.10 Um quadro circular ressonante de uma única espira, de raio $\lambda/8\pi$, é feito de cobre, com um fio de raio $10^{-4}\lambda/2\pi$ e condutividade de $5,7 \times 10^7$ S/m. Para uma frequência de 100 MHz, determine, admitindo corrente uniforme,

- a eficiência de radiação (presuma que o fio é reto);
- o ganho máximo da antena (adimensional e em dB).

5.11 Projete um quadro circular ressonante sem perdas, operando em 10 MHz, de modo que sua resistência de radiação de uma única espira seja de 0,73 ohms. O quadro ressonante deve ser conectado a uma carga casada através de um linha de transmissão balanceada “de dois fios” de 300 ohms.

- Determine o raio do quadro (em metros e em comprimentos de onda).
- Para minimizar as reflexões por descasamento entre o quadro ressonante e a linha de transmissão de 300 ohms, determine o número inteiro mais próximo de espiras que o quadro deve ter.
- Para o quadro da parte b, determine a máxima potência que pode ser entregue à carga casada de um receptor caso haja casamento de polarização entre a onda incidente e o quadro ressonante sem perdas. A densidade de potência da onda incidente é de 10^{-6} watts/m².

5.12 Um quadro ressonante de seis espiras com pequeno espaçamento opera em 50 MHz. O quadro, de raio $\lambda/30$, é conectado a uma linha de transmissão de 50 ohms. O fio tem raio $\lambda/300$ e condutividade $\sigma = 5,7 \times 10^7$ S/m; o espaçamento entre espiras é $\lambda/100$. Determine

- a diretividade da antena (em dB)
- a eficiência de radiação levando em consideração efeitos da proximidade das espiras
- a eficiência de reflexão
- o ganho da antena (em dB)

5.13 Determine a eficiência de radiação (em porcentagem) de uma antena de quadro circular de oito espiras operando em 30 MHz. O raio de cada espira é $a = 15$ cm, o raio do fio é $b = 1$ mm e o espaçamento entre espiras é $2c = 3,6$ mm. Assuma que o fio é de cobre ($\sigma = 5,7 \times 10^7$ S/m) e que a antena radia no espaço livre. Leve os efeitos de proximidade em consideração.

5.14 Um quadro circular muito pequeno de raio a ($a < \lambda/6\pi$) e corrente constante I_0 é posicionado simetricamente em relação à origem do sistema de coordenadas em $x = 0$ e com o plano de sua área paralelo ao plano y - z . Determine

- as componentes esféricas dos campos \mathbf{E} e \mathbf{H} radiados pelo quadro na região de campo distante
- a diretividade da antena

5.15 Repita o Exercício 5.14 quando o plano do quadro é paralelo ao plano x - z em $y = 0$.

5.16 Usando o programa de computador deste capítulo, calcule a resistência de radiação e a diretividade de um quadro circular de corrente constante e raio

- $a = \lambda/50$
- $a = \lambda/10$
- $a = \lambda/4$
- $a = \lambda/2$

5.17 Um quadro circular de corrente constante e raio $a = 5\lambda/4$ é posicionado no plano x - y . Determine os dois menores ângulos (excluindo $\theta = 0^\circ$) em que há um nulo no diagrama de campo distante.

5.18 Projete um quadro circular de corrente constante tal que sua intensidade de campo se anule somente em $\theta = 0^\circ$ ($\theta = 180^\circ$) e 90° . Determine

- o raio do quadro
- a resistência de radiação
- a diretividade

5.19 Projete um quadro circular de corrente constante de modo que o primeiro mínimo de seu diagrama de campo distante, além de $\theta = 0^\circ$, ocorra a 30° da normal ao plano do quadro. Determine

- o menor raio da antena (em comprimentos de onda)
- intensidade de radiação normalizada (em relação ao máximo) (em dB) no plano do quadro

5.20 Projete um quadro circular de corrente constante de modo que seu diagrama tenha um nulo no plano do quadro, dois nulos acima e dois nulos abaixo do plano do quadro. Determine

- o raio do quadro
- os ângulos em que os nulos ocorrem

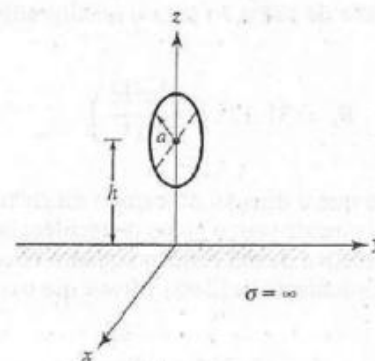
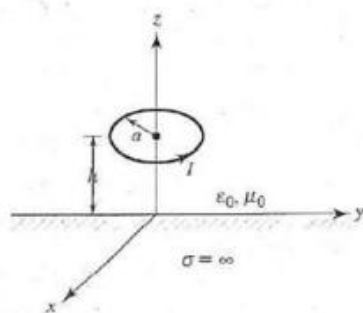
5.21 Um quadro circular de corrente constante é posicionado no plano $x-y$. Determine, na região de campo distante, a posição — em relação à do quadro — que uma antena de prova linearmente polarizada deve ter de modo que o fator de perda de polarização (PLF) seja maximizado.

5.22 Um quadro muito pequeno ($a \ll \lambda$) de corrente constante é posicionado a uma altura h acima de um plano de terra elétrico infinito. Assumindo que z seja perpendicular ao plano de terra, determine o campo distante radiado pelo quadro quando seu plano é paralelo ao

- plano $x-z$
- plano $y-z$

5.23 Uma antena de quadro muito pequena ($a \ll \lambda/30$) de corrente constante é posicionada a uma altura h acima de um plano de terra condutor perfeito de extensão infinita. O plano da área do quadro é paralelo à interface (plano $x-y$). Para observações de campo distante, determine

- o campo elétrico total radiado pelo quadro na presença do plano de terra
- todos os ângulos (em graus), a partir da normal à interface, em que o campo total se anula quando a altura é igual a λ
- a mínima altura não-nula (em λ), tal que o campo distante total tenha um nulo a um ângulo de 60° da normal.



5.25 Um pequeno quadro circular com sua área paralela ao plano $x-z$ é posicionado a uma altura h acima de um plano de terra infinito condutor perfeito, como mostrado na figura do Exercício 5.24. Determine

- o fator de conjunto para o problema equivalente que permita o cálculo do campo total sobre e acima do plano de terra
- as duas menores alturas h (em λ) maiores que $h = 0$ (isto é, $h > 0$) que resultarão em um máximo na intensidade do fator de conjunto na direção $\theta = 0^\circ$.

5.26 Para o quadro do Exercício 5.22(a), determine a menor altura h de modo que um nulo seja formado no plano $y-z$ a um ângulo de 45° acima do plano de terra.

5.27 Um pequeno quadro circular de uma espira de raio $a = 0,05\lambda$ opera em 300 MHz. Assumindo que o raio do fio é $10^{-4}\lambda$, determine a

- resistência de perdas
- resistência de radiação
- indutância do quadro

Mostre que a reatância indutiva do quadro é muito maior que as resistências de perdas e de radiação, indicando que um quadro pequeno funciona principalmente como um indutor.

5.28 Determine a resistência de radiação de um pequeno quadro de uma espira, supondo que a forma geométrica do quadro é

- retangular, com dimensões a e b ($a, b \ll \lambda$)
- elíptica, com eixo maior a e eixo menor b ($a, b \ll \lambda$)

5.29 Um pequeno quadro circular de uma espira é usado como elemento radiante para um sistema de comunicação de VHF ($f = 100$ MHz). O quadro é construído de um fio condutor elétrico perfeito. A circunferência do quadro é $C = \lambda/20$, enquanto o raio do fio é $\lambda/400$. Usando $\sigma = 5,7 \times 10^7$ S/m, determine a

- resistência do fio para uma única espira.
- reatância de entrada do quadro. Esta é indutiva ou capacitiva? Seja específico.

(c) indutância (em henrys) ou capacitância (em farads) que pode ser conectada em série com o quadro no terminal de alimentação para ressoar a antena em $f = 100$ MHz; escolha o elemento que permitirá atingir o objetivo desejado.

5.30 Mostre que a resistência de radiação para o quadro retangular é representada por

$$R_r = 31.171 \left(\frac{a^2 b^2}{\lambda^4} \right)$$

5.24 Um pequeno quadro circular, com área paralela ao plano $x-z$, é posicionado a uma altura h acima de um plano de terra infinito condutor perfeito. Determine

- o fator de conjunto para o problema equivalente que permita o cálculo do campo total sobre e acima do plano de terra
- o(s) ângulo(s) θ (em graus) em que o fator de conjunto se anulará quando o quadro for posicionado a uma altura $\lambda/2$ acima do plano de terra

e que a resistência de radiação para o quadro elíptico é dada por

$$R_r = 31.171 \left(\frac{\pi^2 a^2 b^2}{16 \lambda^4} \right)$$

5.31 Assumindo que a direção do campo magnético da onda plana incidente coincide com o plano de incidência, determine o comprimento efetivo de um pequeno quadro circular de raio a , tendo por base a definição de (2-92). Mostre que o comprimento efetivo é

$$\ell_e = \hat{a}_\phi j k S \sin(\theta)$$

onde $S = \pi a^2$.

5.32 Um quadro circular de distribuição não-uniforme de corrente, com circunferência igual a $1,4\lambda$, é conectado a uma linha de transmissão de 300 ohms. Supondo que o raio do fio é $1,555 \times 10^{-2}\lambda$, determine a

- impedância de entrada do quadro
- TOE do sistema
- indutância ou capacitância que deve ser conectada aos terminais de alimentação de modo que o quadro se torne ressonante em $f = 100$ MHz.

5.33 Uma antena muito popular entre radioamadores é a antena de quadro quadrado (referida como *antena quad*), cuja circunferência é de um comprimento de onda. Admitindo que as características de radiação do quadro quadrado sejam bem representadas pelas do quadro circular:

- Qual é a impedância de entrada (partes real e imaginária) da antena?
- Que elemento (indutor ou capacitor) – e qual seu valor – deve ser conectado em série com o quadro no ponto de alimentação para ressoar a antena em uma frequência de 1 GHz?

- Qual é a TOE na entrada, estando o indutor ou capacitor em seu lugar, se o quadro estiver conectado a um cabo coaxial de 78 ohms?

5.34 Projete quadros circulares, com fio de raio b , que ressoem na primeira ressonância. Determine

- quatro valores de a/b para os quais ocorre a primeira ressonância (a é o raio do quadro)
- as circunferências dos quadros e os raios correspondentes dos fios para a antena da parte (a).

5.35 Usando a forma assintótica de (5-59b) para pequenos argumentos, mostre que a resistência de radiação de (5-64a) para um pequeno quadro de corrente uniforme é dada por

$$R_r = 20\pi^2 (ka)^4 = 20\pi^2 \left(\frac{C}{\lambda} \right)^4$$

5.36 Considere um quadro circular, cujo fio tem raio a , posicionado no plano $x-y$ e centrado em relação à origem. Admita que a corrente no quadro seja dada por

$$I_\phi(\phi') = I_0 \cos(\phi')$$

- Mostre que o campo elétrico distante do quadro é dado por

$$E_\theta = \frac{j\eta ka}{2} I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \cos \theta \sin \phi$$

$$E_\phi = \frac{j\eta ka}{2} I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} J_1'(ka \sin \theta) \cos \phi$$

onde

$$J_1'(x) = \frac{dJ_1(x)}{dx}$$

- Calcule a intensidade de radiação $U(\theta, \phi)$ na direção $\theta = 0$ e $\phi = \pi/2$ em função de ka .