



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA
SEMESTRE 2024.1

Guias de Onda - AP 4

ALUNO: João Vitor de Oliveira Fraga

MATRÍCULA: 537377

CURSO: Engenharia de Telecomunicações

PROFESSOR: Sergio Antenor de Carvalho

DISCIPLINA: Guias e Ondas

Conteúdo

1	Introdução aos Guias de Onda	4
1.1	Equações de Maxwell e a Propagação em Guias de Onda	4
1.2	Condições de Contorno e Modos de Propagação	5
1.3	Soluções das Equações de Maxwell em Guias de Onda	5
1.4	Impedância Característica	6
1.5	Funções de Bessel	6
1.5.1	Aplicação em Guias de Onda Cilíndricos	7
1.5.2	Propriedades das Funções de Bessel	7
2	Guias de Ondas Retangulares	9
2.1	Modos TE e TM	9
2.2	Modos TE (Transverso Elétrico)	10
2.2.1	Equações dos Campos	10
2.2.2	Frequência de Corte	11
2.2.3	Impedância Característica	11
2.3	Modos TM (Transverso Magnético)	11
2.3.1	Equações dos Campos	12
2.3.2	Frequência de Corte	12
2.3.3	Impedância Característica	12
2.4	Exemplo de Cálculo	12
2.4.1	Modo TE_{10}	13
2.4.2	Modo TE_{01}	13
3	Guias de Ondas Cilíndricos	14
3.1	Modos TE e TM em Guias de Onda Cilíndricos	14
3.1.1	Campos no Modo TE	14
3.1.2	Campos no Modo TM	15
3.2	Frequência de Corte	16
3.3	Impedância Característica	16
3.4	Comparação com Guias de Ondas Retangulares	16

3.5	Exemplo de Cálculo	17
4	Exemplos Guias de Ondas Retangulares	18
4.1	Exemplo 1	18
4.2	Exemplo 2	19
5	Exemplos Guias de Ondas Cilíndricos	21
5.1	Exemplo 1	21
5.2	Exemplo 2	22
6	Códigos	24
6.1	Guias de Ondas Retangulares - Exemplo 1	24
6.2	Guias de Ondas Retangulares - Exemplo 2	25
6.3	Guias de Ondas Cilíndricos - Exemplo 1	26
6.4	Guias de Ondas Cilíndricos - Exemplo 2	27

1 Introdução aos Guias de Onda

Os **guias de onda** são estruturas físicas projetadas para guiar a propagação de ondas eletromagnéticas de alta frequência de um ponto a outro, minimizando as perdas de energia e distorções. São amplamente utilizados em sistemas de telecomunicações, radar, micro-ondas e em muitas outras aplicações de alta frequência. A forma de um guia de onda pode variar, mas os mais comuns são retangulares e cilíndricos. A principal função de um guia de onda é confinar as ondas eletromagnéticas dentro de uma estrutura condutora, de modo que elas se propaguem ao longo de um caminho específico.

1.1 Equações de Maxwell e a Propagação em Guias de Onda

A análise do comportamento das ondas eletromagnéticas dentro de um guia de onda baseia-se nas **equações de Maxwell**, que descrevem como os campos elétrico (**E**) e magnético (**H**) interagem e se propagam no espaço. As equações de Maxwell são:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Lei de Gauss para o campo elétrico}) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss para o campo magnético}) \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Faraday}) \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Ampère-Maxwell}) \quad (4)$$

Onde:

- **E** é o campo elétrico,
- **H** é o campo magnético,
- ρ é a densidade de carga,
- **J** é a densidade de corrente,
- ϵ_0 é a permissividade do vácuo,

- μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo.

Essas equações podem ser usadas para descrever como os campos eletromagnéticos se comportam em diferentes meios e sob diferentes condições de contorno.

1.2 Condições de Contorno e Modos de Propagação

Nos guias de onda, as condições de contorno são impostas pelas paredes condutoras, que impedem a propagação dos campos na direção perpendicular às paredes. Isso leva à formação de **modos de propagação**, onde os campos elétricos e magnéticos assumem padrões de distribuição específicos dentro do guia de onda.

Os modos mais comuns são:

- **Modos TE (Transverso Elétrico):** O campo elétrico não tem componente na direção de propagação, ou seja, $E_z = 0$. Os modos TE são caracterizados pela presença de um campo magnético longitudinal ($H_z \neq 0$) e componentes transversais de campo elétrico (E_x, E_y).
- **Modos TM (Transverso Magnético):** O campo magnético não tem componente na direção de propagação, ou seja, $H_z = 0$. Nesse caso, há uma componente longitudinal do campo elétrico ($E_z \neq 0$) e componentes transversais do campo magnético (H_x, H_y).

Para guias de onda, as soluções das equações de Maxwell são obtidas impondo-se essas condições de contorno e resolvendo as equações diferenciais resultantes para cada modo de propagação. A frequência mínima na qual um modo específico pode se propagar é chamada de **frequência de corte** (f_c). Acima dessa frequência, o modo pode se propagar; abaixo dela, ocorre a atenuação da onda.

1.3 Soluções das Equações de Maxwell em Guias de Onda

As soluções para os campos eletromagnéticos em um guia de onda dependem da geometria do guia e são normalmente encontradas resolvendo as equações de Maxwell para

cada configuração específica. Em guias de onda retangulares, por exemplo, as soluções são funções senoidais e cossenoidais, enquanto em guias de onda cilíndricos, as soluções envolvem funções de Bessel.

As soluções resultantes descrevem como as componentes dos campos E e H variam em função das coordenadas espaciais dentro do guia. Uma vez obtidas essas soluções, é possível determinar parâmetros importantes do guia de onda, como a frequência de corte, a constante de propagação e a impedância característica.

1.4 Impedância Característica

A **impedância característica** de um guia de onda define a relação entre o campo elétrico e o campo magnético para um determinado modo de propagação. Ela varia com a frequência e o tipo de modo (TE ou TM). Para modos TE, a impedância característica é dada por:

$$Z_{TE} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (5)$$

Enquanto que para modos TM, a impedância característica é:

$$Z_{TM} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (6)$$

Aqui, Z_0 é a impedância do vácuo (aproximadamente 377Ω) e f_c é a frequência de corte do modo específico.

Essa base teórica permite a análise dos guias de onda em diversas formas e configurações, como veremos mais à frente para os guias de onda retangulares e cilíndricos.

1.5 Funções de Bessel

As **funções de Bessel** são soluções de equações diferenciais que surgem em problemas com simetria cilíndrica, tais como aqueles encontrados em guias de onda cilíndricos,

cavidades ressonantes, propagação de ondas acústicas e eletromagnéticas. Essas funções desempenham um papel essencial em problemas envolvendo geometria cilíndrica.

A equação diferencial de Bessel é dada por:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2)y = 0$$

onde n é a ordem da função de Bessel, e $y(x)$ representa as soluções da equação. As duas soluções independentes dessa equação são conhecidas como **funções de Bessel de primeira espécie**, $J_n(x)$, e **funções de Bessel de segunda espécie**, $Y_n(x)$. Em aplicações físicas, como guias de onda cilíndricos, as funções de Bessel de primeira espécie são utilizadas, pois garantem campos finitos no centro do guia ($r = 0$).

1.5.1 Aplicação em Guias de Onda Cilíndricos

Nos modos de propagação em guias de onda cilíndricos, as funções de Bessel descrevem a variação dos campos eletromagnéticos em função da coordenada radial r . Por exemplo, no modo TM_{01} , o campo elétrico longitudinal E_z é descrito pela função de Bessel de primeira espécie de ordem zero, J_0 , como mostrado na equação abaixo:

$$E_z(r, \phi) = E_0 J_0 \left(\frac{x_{01} r}{a} \right)$$

onde a é o raio do guia de onda e x_{01} é o primeiro zero da função de Bessel $J_0(x)$. Esses zeros são valores específicos de x onde a função de Bessel se anula, e são fundamentais para determinar as frequências de corte dos modos de propagação.

1.5.2 Propriedades das Funções de Bessel

Algumas propriedades importantes das funções de Bessel incluem:

- **Oscilações:** As funções de Bessel oscilam de forma semelhante às funções senoidais, mas com amplitude decrescente à medida que x aumenta.

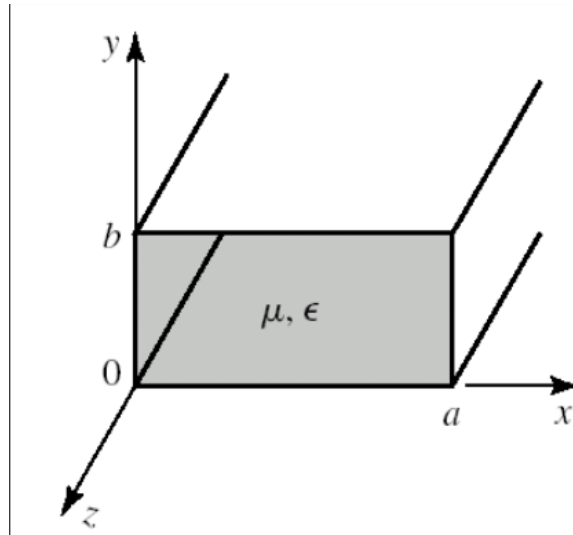
- **Zeragem:** As frequências de corte dos guias de onda cilíndricos estão diretamente relacionadas aos zeros das funções de Bessel. No modo TM_{01} , por exemplo, o primeiro zero de $J_0(x)$ define a frequência de corte.
- **Ordem n :** A ordem da função de Bessel determina o comportamento angular do campo. No modo TE_{11} , por exemplo, a função de Bessel de primeira ordem $J_1(x)$ descreve o comportamento radial do campo.

Em resumo, as funções de Bessel são indispensáveis para a análise de guias de onda cilíndricos, pois descrevem a variação radial dos campos e auxiliam no cálculo de frequências de corte e modos de propagação.

2 Guias de Ondas Retangulares

Os **guias de onda retangulares** são estruturas que servem para guiar ondas eletromagnéticas de alta frequência, usadas principalmente em sistemas de micro-ondas e telecomunicações. Essas estruturas metálicas são capazes de conter e controlar a propagação das ondas ao longo de seu eixo principal, refletindo-as nas paredes metálicas, resultando em um comportamento complexo que depende da geometria e das condições de contorno. É possível ver na Fig. 1 um exemplo geral de um guia de onda retangular.

Figura 1



Fonte: PSI3483 - Ondas Eletromagnéticas em Meios Guiados - Profa. Fatima Salete Correra - 2023.

2.1 Modos TE e TM

Um guia de ondas retangular conduz ondas eletromagnéticas confinadas por superfícies condutoras. Os modos de propagação dentro de um guia de onda são descritos por dois principais tipos: modos Transversos Elétricos (TE) e Transversos Magnéticos (TM). A diferença entre esses modos se dá pela ausência de componente longitudinal de campo elétrico (E_z) ou magnético (H_z).

2.2 Modos TE (Transverso Elétrico)

Nos modos TE, o campo elétrico não possui componente ao longo do eixo de propagação ($E_z = 0$). Somente o campo magnético tem componente ao longo da direção de propagação ($H_z \neq 0$). A solução para os campos elétrico e magnético no guia de ondas retangular se baseia nas equações de Maxwell e nas condições de contorno impostas pelas paredes condutoras.

2.2.1 Equações dos Campos

A solução para o campo magnético no modo TE_{mn} é dada por:

$$H_z(x, y) = H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (7)$$

Onde:

- H_0 é a amplitude do campo magnético,
- m e n são números inteiros que indicam os modos,
- a e b são as dimensões do guia de onda retangular.

As componentes transversais do campo elétrico podem ser obtidas a partir das equações de Maxwell:

$$E_x = -j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (8)$$

Onde:

- β é a constante de propagação,
- k_c é o número de onda de corte.

O número de onda de corte é dado por:

$$k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad (9)$$

A constante de propagação β é relacionada à frequência angular ω e ao número de onda de corte k_c por:

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} \quad (10)$$

2.2.2 Frequência de Corte

Para que um modo TE_{mn} se propague no guia de onda, a frequência da onda deve ser maior que a frequência de corte, dada por:

$$f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (11)$$

Onde c é a velocidade da luz no vácuo.

2.2.3 Impedância Característica

A impedância característica para o modo TE_{mn} é dada por:

$$Z_{TE} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (12)$$

Onde Z_0 é a impedância do vácuo, aproximadamente 377Ω . A impedância é definida para $f > f_c$.

2.3 Modos TM (Transverso Magnético)

Nos modos TM, o campo magnético não possui componente ao longo da direção de propagação ($H_z = 0$), mas o campo elétrico tem uma componente longitudinal ($E_z \neq 0$).

2.3.1 Equações dos Campos

Para os modos TM_{mn} , o campo elétrico longitudinal E_z é dado por:

$$E_z(x, y) = E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (13)$$

As componentes transversais do campo magnético podem ser obtidas como:

$$H_x = j \frac{\omega \epsilon_0}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad H_y = -j \frac{\omega \epsilon_0}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (14)$$

Aqui, ϵ_0 é a permissividade elétrica no vácuo.

2.3.2 Frequência de Corte

A frequência de corte para o modo TM_{mn} é idêntica à do modo TE e é dada por:

$$f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (15)$$

2.3.3 Impedância Característica

A impedância característica no modo TM_{mn} é dada por:

$$Z_{TM} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (16)$$

Diferente do modo TE, a impedância no modo TM aumenta com a frequência.

2.4 Exemplo de Cálculo

Considere um guia de onda retangular com dimensões $a = 2.5\text{cm}$ e $b = 1.0\text{cm}$, operando a 10 GHz. Vamos calcular a frequência de corte para os primeiros modos e determinar se eles são propagantes.

2.4.1 Modo TE_{10}

Para o modo TE_{10} , temos $m = 1$ e $n = 0$:

$$f_c = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{a} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 0.025} = 6 \text{ GHz} \quad (17)$$

Como a frequência de operação é 10 GHz, temos $f > f_c$, logo o modo TE_{10} é propagante.

2.4.2 Modo TE_{01}

Para o modo TE_{01} , temos $m = 0$ e $n = 1$:

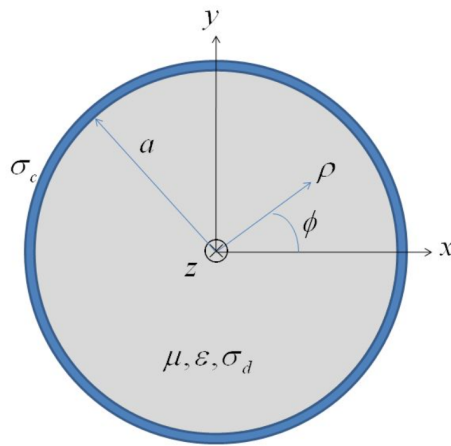
$$f_c = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{b} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 0.01} = 15 \text{ GHz} \quad (18)$$

Neste caso, como $f = 10 \text{ GHz} < f_c = 15 \text{ GHz}$, o modo TE_{01} não se propaga.

3 Guias de Ondas Cilíndricos

Os **guias de ondas cilíndricos** são utilizados para guiar ondas eletromagnéticas em uma estrutura cilíndrica, na qual as componentes dos campos eletromagnéticos variam conforme as coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) . Eles têm ampla aplicação em sistemas de micro-ondas, antenas de radar e em comunicações. É possível ver na Fig. 2 um exemplo geral de um guia de onda cilíndrico, onde o componente ρ é só uma outra maneira de representar o r das coordenadas cilíndricas.

Figura 2



Fonte: Guias de Ondas Circulares/Cilíndricos Prof. Dr. Vitaly F. Rodríguez-Esquerre ENG C34

3.1 Modos TE e TM em Guias de Onda Cilíndricos

Semelhante aos guias de onda retangulares, os guias de ondas cilíndricos suportam modos Transverso Elétrico (TE) e Transverso Magnético (TM). Nos modos TE, o campo elétrico longitudinal E_z é zero, enquanto no modo TM, o campo magnético longitudinal H_z é zero.

3.1.1 Campos no Modo TE

Para os modos TE no guia de ondas cilíndrico, o campo magnético longitudinal H_z é dado por:

$$H_z(r, \phi) = H_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) \quad (19)$$

Onde:

- H_0 é a amplitude do campo magnético,
- $J_n(k_c r)$ é a função de Bessel de primeira espécie,
- k_c é o número de onda de corte,
- n é um número inteiro que define o modo.

As componentes transversais do campo elétrico e do campo magnético podem ser obtidas a partir das equações de Maxwell, assim como nos guias retangulares.

$$E_r = -j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial \phi}, \quad E_\phi = j \frac{\beta}{k_c^2} \frac{\partial H_z}{\partial r} \quad (20)$$

3.1.2 Campos no Modo TM

Nos modos TM, o campo elétrico longitudinal E_z é diferente de zero, enquanto o campo magnético longitudinal H_z é zero. O campo E_z é dado por:

$$E_z(r, \phi) = E_0 J_n(k_c r) \cos(n\phi) \quad (21)$$

As componentes transversais do campo magnético são:

$$H_r = j \frac{\omega \epsilon_0}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial \phi}, \quad H_\phi = -j \frac{\omega \epsilon_0}{k_c^2} \frac{\partial E_z}{\partial r} \quad (22)$$

Onde $J_n(k_c r)$ é a função de Bessel de primeira espécie, e ϵ_0 é a permissividade elétrica no vácuo.

3.2 Frequência de Corte

A frequência de corte em guias de onda cilíndricos é definida pelo valor de k_c que satisfaz a equação para o modo específico. Para o modo fundamental ($n = 1$) e $m = 1$ (primeiro zero da função de Bessel), temos:

$$f_c = \frac{v_p}{2\pi a} \cdot x_{n,m} \quad (23)$$

Onde:

- v_p é a velocidade de propagação,
- a é o raio do guia cilíndrico,
- $x_{n,m}$ é o m-ésimo zero da função de Bessel $J_n(x)$.

3.3 Impedância Característica

A impedância característica para modos TE em guias cilíndricos é dada por:

$$Z_{TE} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad (24)$$

Enquanto para os modos TM temos:

$$Z_{TM} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \quad (25)$$

3.4 Comparação com Guias de Ondas Retangulares

Os guias de ondas retangulares e cilíndricos compartilham várias características, como a existência de modos TE e TM, mas diferem em suas geometrias e soluções matemáticas. Nos guias cilíndricos, as funções de Bessel desempenham um papel fundamental na determinação dos campos, em contraste com as funções senoidais usadas nos guias retangulares.

Além disso, as frequências de corte em guias cilíndricos dependem dos zeros das funções de Bessel.

3.5 Exemplo de Cálculo

Considere um guia cilíndrico com raio $a = 2.5\text{ cm}$, operando na frequência de 10 GHz . A frequência de corte para o modo fundamental (TE_{11}) é dada por:

$$f_c = \frac{v_p}{2\pi a} \cdot x_{1,1} \approx \frac{3 \times 10^8}{2\pi \times 0.025} \times 2.405 = 9.6\text{ GHz} \quad (26)$$

Como $f = 10\text{ GHz} > f_c = 9.6\text{ GHz}$, o modo TE_{11} é propagante.

4 Exemplos Guias de Ondas Retangulares

4.1 Exemplo 1

Para o primeiro exemplo, iremos simular e visualizar o campo elétrico dentro de um guia de onda retangular, operando no modo TE_{01} .

Para fazer isso, primeiro definimos os parâmetros do guia de onda. Como ele é retangular, usaremos suas altura $h = 0,01m$ e largura $l = 0.025m$. Depois é escolhido uma frequência de operação, como o guia de onda funciona como um filtro passa-alta, iremos utilizar uma frequência alta, para que não tenha perigo de que ela seja cortada, então, iremos definir a frequência $f = 10$ GHz.

Agora é necessário calcular a frequência de corte desse guia de onda, usamos a Eq. 15, onde $a = l$ e $b = h$, como para esse caso o valor de $n = 0$, ficamos então com:

$$f_c = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} \therefore f_c = \frac{c}{2a} = \frac{3 \times 10^8}{2} \therefore f_c = 6 \times 10^9 \text{ ou } 6\text{GHz}$$

Dessa maneira, temos que o guia é propagante.

Agora calculando a constante de propagação β de acordo com a Eq. 10, onde podemos escrever $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ e $k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$, onde λ é o comprimento de onda da frequência de operação e λ_c é o comprimento de onda de corte. Rearranjando a equação, ficamos com

$$\beta = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_c^2}} \quad (27)$$

Ficamos então com:

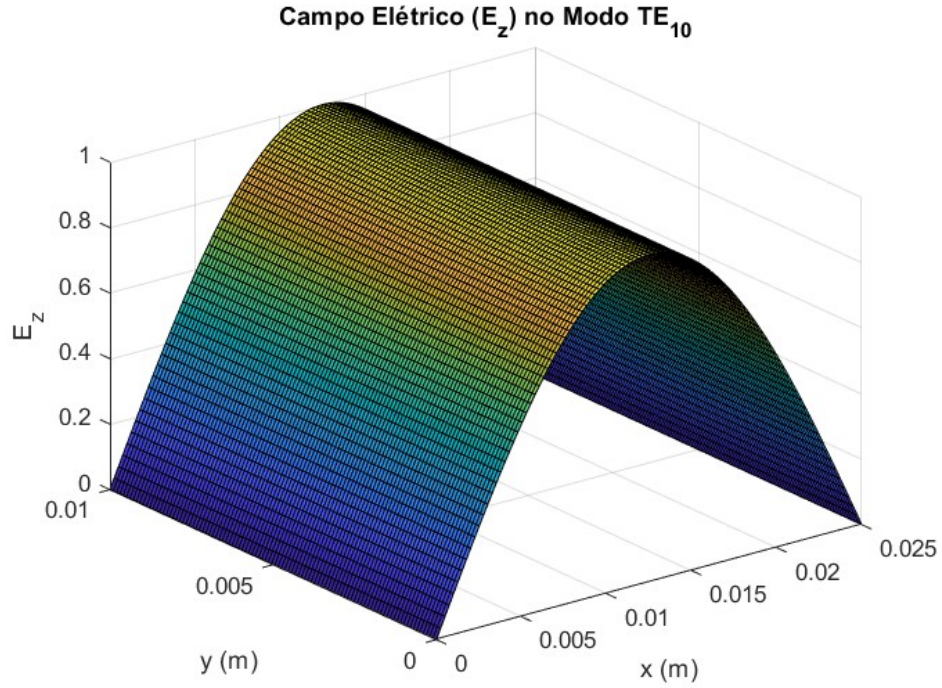
$$\beta = 2\pi \sqrt{\frac{1}{0.03^2} - \frac{1}{0.05^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{6400}{9}} \therefore \beta = 167,55\text{rad/s}$$

Após isso, plotamos o gráfico do campo elétrico. Para calcular utilizamos a equação:

$$E_y(x) = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \quad (28)$$

Com isso, rodando o código do MatLab, ficamos com a figura:

Figura 3



Fonte: Autor

4.2 Exemplo 2

Esse projeto simula a modulação AM de um sinal e sua propagação por um guia de onda retangular operando no modo TE_{01} , levando em conta a atenuação exponencial.

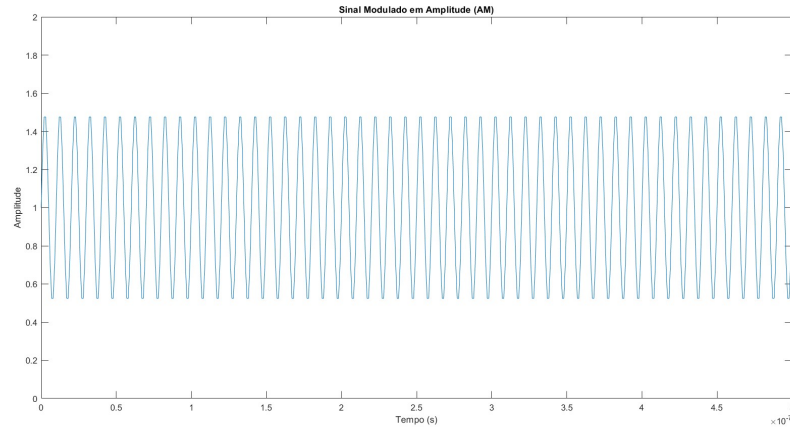
Para isso, primeiro criamos o sinal modulado em AM, a partir da equação

$$s(t) = A_c[1 + km(t)]\cos(2\pi f_c t) \quad (29)$$

Onde:

- A_c é referente a amplitude do sinal, para esse caso, definimos $A_c = 1$;
- $m(t)$ é o sinal da mensagem, fizemos $m(t) = \sin(2\pi f_m t)$, onde f_m é a frequência da mensagem, sendo igual a 100 MHz;
- Além disso, a frequência da portadora (f_c) escolhida foi 10 GHz.

Figura 4

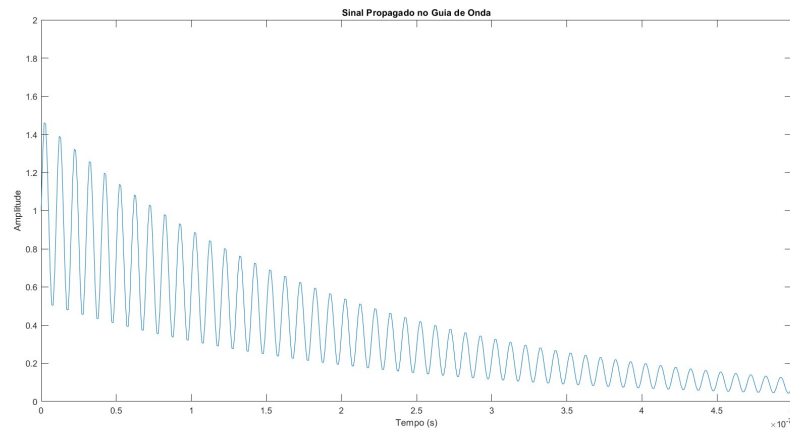


Fonte: Autor

Ficamos então com o seguinte sinal de entrada no guia de onda:

Após isso, iremos utilizar os mesmos parâmetros do guia de onda anterior. No entanto, nesse caso iremos calcular a atenuação do sinal, que é dado quando eu multiplico o sinal de entrada, $s(t)$, pelo fator de atenuação, $e^{-5 \times 10^6 t}$. Quando rodamos o código, ficamos com o seguinte sinal: O valor -5×10^6 foi escolhido para garantir que a atenuação seja

Figura 5



Fonte: Autor

perceptível dentro do curto intervalo de tempo da simulação. Esse valor específico pode ser ajustado dependendo das características reais do guia de ondas, mas, no caso da simulação, ele assegura que a amplitude do sinal se degrade progressivamente, como pode

ser observado na Figura 5.

A atenuação segue uma função exponencial, que é um modelo comum em várias áreas da física e engenharia para descrever perdas de energia ao longo do tempo ou da distância. Essa escolha é justificada porque a energia transportada pelo campo eletromagnético diminui de forma exponencial quando há perdas no meio de propagação, como a absorção de energia pelas paredes metálicas do guia ou pelo próprio material dielétrico que preenche o guia.

Na Figura 5, observamos que a amplitude do sinal decai rapidamente com o tempo, começando em um valor mais elevado e diminuindo até quase desaparecer. Isso reflete o impacto significativo da atenuação no sinal, mostrando que, após um certo tempo, a amplitude do sinal se torna pequena demais para ser significativa, ilustrando a perda de eficiência de propagação devido ao fator de atenuação.

5 Exemplos Guias de Ondas Cilíndricos

5.1 Exemplo 1

Para esse exemplo, iremos simular e visualizar o campo magnético H_z , dentro de um guia de onda cilíndrico, operando no modo TE_{11} .

Inicialmente, definimos os parâmetros principais do guia de onda. Como ele é cilíndrico, usamos o raio $a = 0.025\text{m}$. Em seguida, escolhemos a frequência de operação do guia. A escolha foi feita para uma frequência de $f = 10\text{ GHz}$, valor suficiente para garantir que estamos acima da frequência de corte, garantindo a propagação da onda eletromagnética.

A frequência de corte para um guia de onda cilíndrico de modo TE_{11} é determinado usando o primeiro zero da função de Bessel J_1 , onde o valor do primeiro zero para o modo utilizado é $x_{11} = 2.405$, sendo esse o primeiro ponto onde a função de Bessel se anula.

A fórmula para calcular a frequência de corte é definido na Eq. 23, onde v_p será igual a velocidade da luz (c).

Substituindo os valores, temos:

$$f_c = \frac{2.405 \times 3 \times 10^8}{2\pi \times 0.025} \approx 4.59 \text{ GHz}$$

Como a frequência de operação é 10 GHz, então podemos afirmar que a guia é propagante.

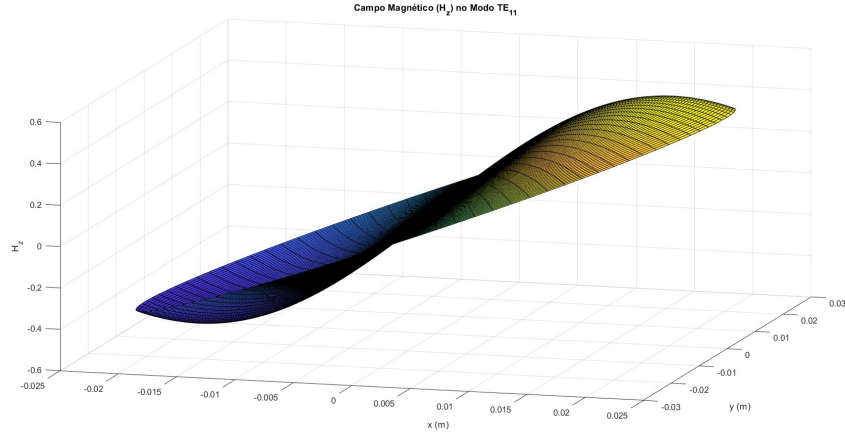
Após isso calculamos a constante de propagação β , que é obtida usando a mesma equação para guias de ondas retangulares. Temos então:

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^9} = 0.03\text{m} , \lambda_c = \frac{3 \times 10^8}{4.59 \times 10^9} = 0.0654\text{m}$$

$$\beta = 2\pi \sqrt{\frac{1}{0.03^2} - \frac{1}{0.0654^2}} \approx 186 \text{ rad/m}$$

Após isso, fazemos o plot do campo magnético H_z , que é descrito pela Eq. 19.

Figura 6



Fonte: Autor

5.2 Exemplo 2

Para esse último exemplo, iremos simular e visualizar o campo elétrico E_z dentro de um guia de onda cilíndrico, operando no modo TM_{01} .

Definimos como raio do cilindro $a = 0.025\text{m}$, além disso, o valor da frequência de operação f será 12 GHz, Essa frequência foi escolhida para garantir que o modo TM_{01} seja propagante.

Para determinar a frequência de corte, utilizamos a Eq. 23, onde o valor de $x_{01} = 2.405$. Com isso, ficamos com a equação:

$$f_c = \frac{2.405 \times 3 \times 10^8}{2\pi \times 0.025} \approx 4.59 \text{ GHz}$$

Conseguimos ver que essa é a mesma frequência de corte do exemplo anterior, isso ocorre pois os parâmetros que definem a forma do guia de onda (nesse caso, o raio) são os mesmos do Exemplo 1.

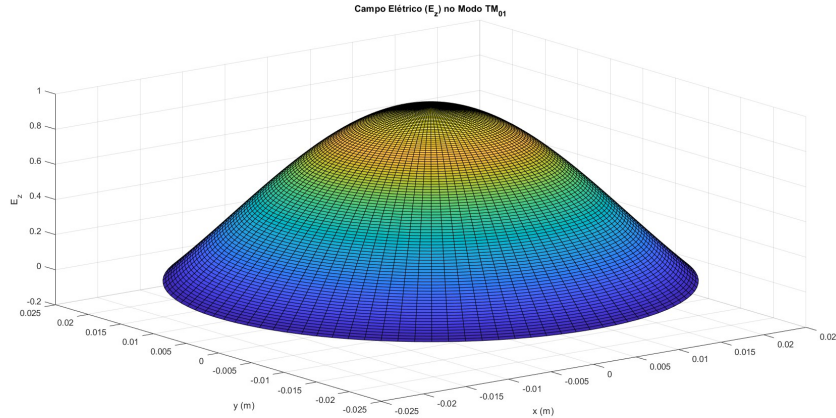
Temos portanto, que o modo TM_{01} é propagante, em outras palavras, o campo elétrico pode propagar pelo guia sem ser “cortado”.

Agora, para calcular o campo elétrico E_z , utilizamos a equação:

$$E_z(r) = J_0\left(\frac{2.405r}{a}\right)$$

Onde J_0 é a função de Bessel de ordem zero, e o valor de r varia de 0 até o valor de a , que é o raio do guia.

Figura 7



Fonte: Autor

O campo elétrico tem um valor máximo no centro do guia ($r = 0$) e diminui conforme se aproxima das bordas dos guias ($r = a$). A forma característica de “cúpula” é esperada para o modo TM_{01} , uma vez que a função de Bessel descreve o comportamento desse modo com uma distribuição simétrica em torno do eixo central.

6 Códigos

6.1 Guias de Ondas Retangulares - Exemplo 1

```
1 % Par metros do guia de onda
2 l = 0.025; % largura (m)
3 h = 0.01; % altura (m)
4 c = 3e8;    % velocidade da luz (m/s)
5
6 % Definir a frequência de operação
7 f = 10e9;    %
8
9 % Cálculo da frequência de corte para modos TE_{10}
10 m = 1; %
11 n = 0;
12
13 % Fórmula da frequência de corte
14 fc = (c / 2) * sqrt((m / l)^2 + (n / h)^2);
15
16 % Constante de propagação
17 lambda_c = c / fc; % comprimento de onda de corte
18 lambda = c / f;    % comprimento de onda de operação
19 beta = 2 * pi * sqrt(1/lambda^2 - 1/lambda_c^2); % constante de propagação
20
21 fprintf('Frequência de corte: %.2f GHz\n', fc / 1e9);
22 fprintf('Constante de propagação : %.2f rad/m\n', beta);
23
24 % Geração de uma malha para plotar os campos
25 x = linspace(0, l, 100);
26 y = linspace(0, h, 100);
27 [X, Y] = meshgrid(x, y);
28
29 % Equação do campo elétrico no modo TE10
30 Ez = sin(pi * X / l);
31
32 % Visualização do campo
```



```

33 figure;
34 surf(X, Y, Ez);
35 title('Campo Elétrico (E_z) no Modo TE_{10}');
36 xlabel('x (m)');
37 ylabel('y (m)');
38 zlabel('E_z');

```

6.2 Guias de Ondas Retangulares - Exemplo 2

```

1  % Par metros do sinal modulado AM
2  A_c = 1; % Amplitude da portadora
3  k = 0.5; % ndice de modulação
4  fs = 1e9; % Frequência de amostragem (Hz)
5  t = 0:1/fs:1e-5; % Tempo (s)
6  f_carr = 10e9; % Frequência da portadora (Hz)
7  f_mod = 100e6; % Frequência de modulação (Hz)
8
9  % Sinal de mensagem m(t)
10 m_t = sin(2 * pi * f_mod * t);
11
12 % Sinal modulado em AM com a equação s(t) = A_c[1 + k m(t)] cos(2 f_c t)
13 s_t = A_c * (1 + k * m_t) .* cos(2 * pi * f_carr * t);
14
15 % Plote o sinal modulado
16 figure;
17 plot(t(1:500), s_t(1:500));
18 title('Sinal Modulado em Amplitude (AM)');
19 ylim([0,2])
20 xlabel('Tempo (s)');
21 ylabel('Amplitude');
22
23 %% Par metros do guia de onda
24 l = 0.025; % Largura do guia de onda (m)
25 h = 0.01; % Altura do guia de onda (m)
26 c = 3e8; % Velocidade da luz (m/s)
27 f_op = 10e9; % Frequência de operação (Hz)
28

```

```

29 % Definir o modo TE10 e calcular a frequência de corte
30 m = 1;
31 n = 0;
32 fc = (c / 2) * sqrt((m / l)^2 + (n / h)^2);
33
34 % Verificar se o modo é propagante
35 if f_op > fc
36     fprintf('O modo TE10 é propagante.\n');
37 else
38     fprintf('O modo TE10 não é propagante.\n');
39 end
40
41 % Simulação da atenuação do sinal ao longo do guia
42 attenuation_factor = exp(-t .* 5e6); % Atenuação mais lenta
43 propagated_signal = s_t .* attenuation_factor;
44
45 % Plotar o sinal propagado
46 figure;
47 plot(t(1:500), propagated_signal(1:500));
48 title('Sinal Propagado no Guia de Onda');
49 ylim([0,2])
50 xlabel('Tempo (s)');
51 ylabel('Amplitude');

```

6.3 Guias de Ondas Cilíndricos - Exemplo 1

```

1 % Parâmetros do guia cilíndrico
2 a = 0.025; % raio (m)
3 c = 3e8;    % velocidade da luz (m/s)
4 f = 10e9;   % Frequência
5
6 % Função de Bessel e zeros
7 n = 1; % ordem do modo TE
8 m = 1; % primeiro zero da função de Bessel J_n
9
10 % Primeiro zero da função de Bessel J_n
11 x_nm = 2.405; % primeiro zero de J_1 (modo TE11)

```

```

12
13 % Frequência de corte
14 fc = (x_nm * c) / (2 * pi * a);
15
16 % Constante de propagação
17 lambda_c = c / fc;
18 lambda = c / f;
19 beta = 2 * pi * sqrt(1/lambda^2 - 1/lambda_c^2);
20
21 fprintf('Frequência de corte: %.2f GHz\n', fc / 1e9);
22 fprintf('Constante de propagação : %.2f rad/m\n', beta);
23
24 % Geração de uma malha de pontos em coordenadas cilíndricas
25 r = linspace(0, a, 100);
26 phi = linspace(0, 2*pi, 100);
27 [R, Phi] = meshgrid(r, phi);
28
29 % Função de Bessel e campo magnético H_z no modo TE11
30 Hz = besselj(n, x_nm * R / a) .* cos(n * Phi);
31
32 % Conversão para coordenadas cartesianas
33 X = R .* cos(Phi);
34 Y = R .* sin(Phi);
35
36 % Visualização do campo magnético
37 figure;
38 surf(X, Y, Hz);
39 title('Campo Magnético (H_z) no Modo TE_{11}');
40 xlabel('x (m)');
41 ylabel('y (m)');
42 zlabel('H_z');

```

6.4 Guias de Ondas Cilíndricos - Exemplo 2

```

1 % Parâmetros do guia de onda cilíndrico
2 a = 0.025; % Raio (m)
3 c = 3e8;    % Velocidade da luz (m/s)

```

```

4 f = 12e9;
5
6 % Primeiro zero da função de Bessel J_0
7 x_01 = 2.405; % Zero da função de Bessel para TM01
8
9 % Frequência de corte
10 fc = (x_01 * c) / (2 * pi * a);
11 fprintf('Frequência de corte (TM01): %.2f GHz\n', fc / 1e9);
12
13 % Verificar se o modo é propagante
14 if f > fc
15     fprintf('O modo TM01 é propagante.\n');
16 else
17     fprintf('O modo TM01 não é propagante.\n');
18 end
19 %%
20 % Geração de uma malha de pontos cilíndricos
21 r = linspace(0, a, 100);
22 phi = linspace(0, 2*pi, 100);
23 [R, Phi] = meshgrid(r, phi);
24
25 % Campo elétrico E_z no modo TM01
26 Ez = besselj(0, x_01 * R / a);
27
28 % Conversão para coordenadas cartesianas
29 X = R .* cos(Phi);
30 Y = R .* sin(Phi);
31
32 % Visualização do campo elétrico
33 figure;
34 surf(X, Y, Ez);
35 title('Campo Elétrico (E_z) no Modo TM_{01}');
36 xlabel('x (m)');
37 ylabel('y (m)');
38 zlabel('E_z');

```