UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

SEMESTRE 2023.2

Métodos Numéricos para Eletromagnetismo Tarefa de Exercícios Nº1

ALUNO: João Vitor de Oliveira Fraga

MATRÍCULA: 537377

CURSO: Engenharia de Telecomunicações

PROFESSOR: Sergio Antenor de Carvalho

QUESTÃO Nº 1

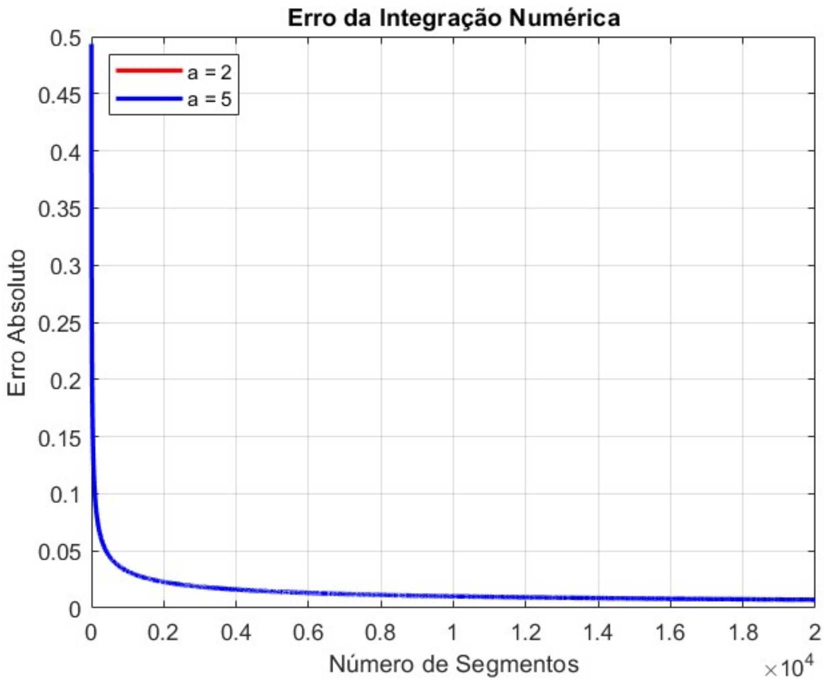
Avalie a integral definida usando as regras de Euler e $\frac{1}{3}$ de Simpson.

$$\int_0^a \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{\pi}{2}. \tag{1}$$

Faça um gráfico mostrando o erro em função do nível de discretização, isto é, número de segmentos usados para efetuar a integração numérica. Considere a integral para $a = 2$ e $a = 5$.

Resposta: Quando usamos as regras de Euler e de $\frac{1}{3}$ de Simpson, conseguimos obter um valor aproximado sem a necessidade da utilização da integral. Através do código em MatLab é possivel observar os erros usando os dois metódos empregados. Para esse caso, utilizamos o valor de $N = 20000$. O erro de $\frac{1}{3}$ de Simpson é aproximadamente 1,13% e o erro usando as regras de Euler é de aproximadamente 0,73%. Valores esses que se aproximam cada vez mais do valor real a medida que o N (que representa a quantidade de subintervalos) aumenta, conseguimos mostrar isso com o seguinte gráfico

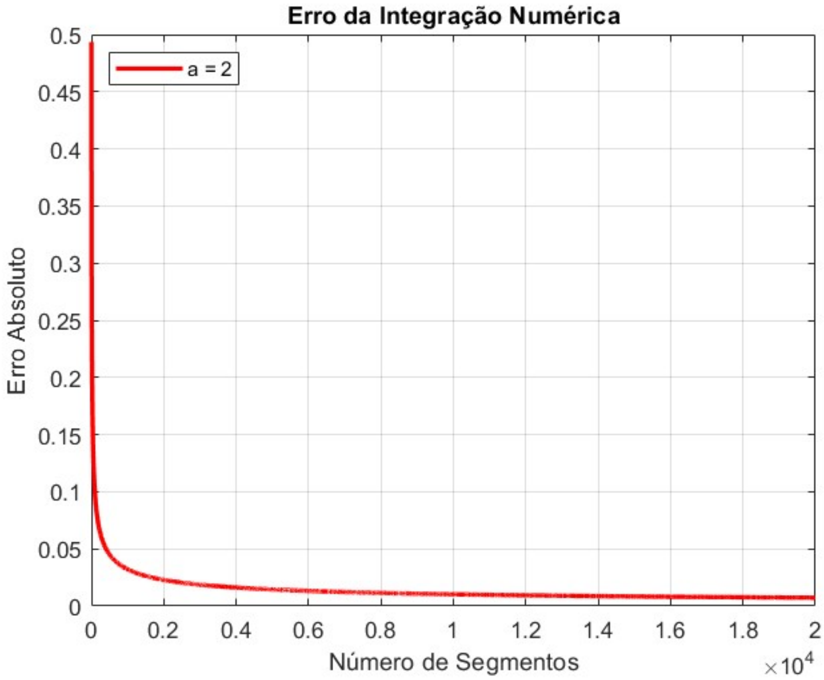
Figura 1: Erro de Integração Numérica



Fonte: Elaborado pelo autor.

Observamos que a medida que o número de seguimentos aumenta, o erro absoluto diminui, mostrando uma relação direta. Isso ocorre tanto para $a = 2$ como para $a = 5$, como será mostrado na seguinte figura. No caso de $a = 2$:

Figura 2: Erro de Integração a = 2

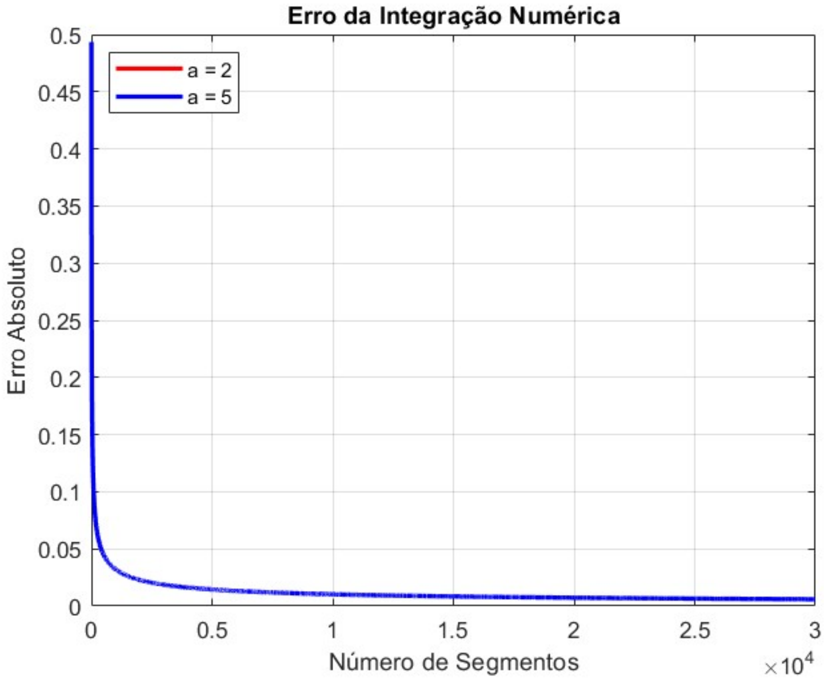


Fonte: Elaborado pelo autor.

Com isso, observamos agora para $N = 30000$, em que o erro para o método de $\frac{1}{3}$ de Simpson é aproximadamente 0,92% e o erro da regra de Euler é de 0,59%.

Logo, quanto maior a discretização mais aproximado é do valor real, conseguimos com isso provar que, se N se aproximar de infinito, iremos ter um valor absoluto. Contudo, não é possivel mostrar isso computacionalmente.

Figura 3: Erro de Integração a = 2



Fonte: Elaborado pelo autor.

QUESTÃO Nº 2

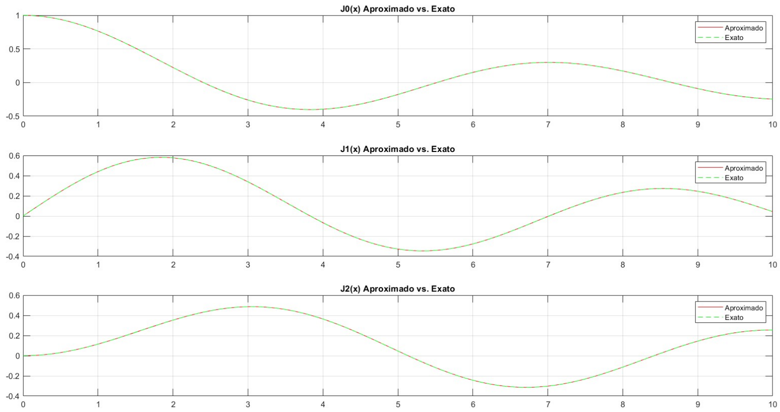
Escreva um programa que usa o método de $\frac{1}{3}$ de Simpson para avaliar a função de Bessel de primeira espécie e ordem m definida pela integral

$$J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \sin(\theta) - m\theta)\, d\theta \qquad (2)$$

Plote o resultado no intervalo $0 \leq x \leq 10$ comparando com a função do MatLab que avalia $J_m(x)$. Os dados são: $m = 0$; $m = 1$; $m = 2$, isto é, as três primeiras funções de Bessel de primeira ordem. Plote também o erro para a discretização utilizada, considere a função do MatLab como exata.

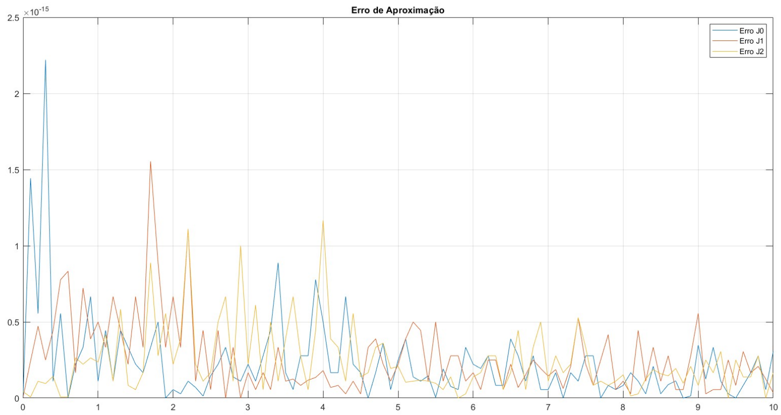
Resposta: Conseguimos inferir a partir da primeira imagem o sucesso do uso do método de $\frac{1}{3}$ de Simpson, pois de forma visual não é possivel detectar alguma diferença entre a função do MatLab e do método usado. Logo é necessário visualizar um gráfico de erro para cada função.

Figura 4: Funções de Bessel



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 5: Funções de Bessel



Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao examinar o gráfico, além de notar a diferença de fase entre as funções, observamos um erro extremamente pequeno, da ordem de femto (f = 10^{-15}). Por esse mótivo que o plot da Figura 4 não apresenta visualmente diferença alguma entre a função do MatLab e do método de $\frac{1}{3}$ de Simpson. Mostrando então a eficácia que tal método tem para a resolução de questões.