

Variável Complexa

Oitava Lista de Exercícios

01. Seja $\alpha \in \mathbb{C}$ tal que $|\alpha| > e$. Mostre que a equação

$$e^z = \alpha z^n$$

possui n raízes no disco $\{z \in \mathbb{C}; |z| < 1\}$.

02. Para cada um dos polinômios a seguir, encontre o número de zeros do mesmo no disco $\{z \in \mathbb{C}; |z| < 1\}$.

(a) $p(z) = z^9 - 2z^6 + z^2 - 8z - 2$

(b) $p(z) = z^4 - 5z + 1$

03. Determine a ordem do polo de f em a e calcule $\text{res}(f, a)$.

(a) $f(z) = \frac{\text{sen}(z)}{z^4}, \quad a = 0$

(d) $f(z) = \frac{1}{z^4 - z^5}, \quad a = 1$

(b) $f(z) = \frac{e^{-z}}{z^{n+1}}, \quad a = 0$

(e) $f(z) = \frac{\text{sen}(1/z)}{z^4 - z^5}, \quad a = 1$

(c) $f(z) = \frac{\cos(z)}{z^3(z-1)}, \quad a = 0.$

(f) $f(z) = \frac{z}{1 - \cos(z)}, \quad a = 0$

04. Utilize resíduos para calcular as integrais.

(a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+5)} dx$

(e) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx$

(b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^4+1)} dx$

(f) $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{1 + \text{sen}^2(t)} dt$

(c) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$

(g) $\int_0^{2\pi} [2\cos^3(t) + 4\text{sen}^5(t)] dt$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ix}}{(x^2+1)} dx$

(h) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+a^2)^3} dx, \text{ onde } a > 0.$