Universidade Federal do Ceará

Centro de Tecnologia

Departamento de Engenharia de Teleinformática

Disciplina de Guias e Ondas

Semestre 2023.1

TRABALHO 03 - GUIAS DE ONDA

Aluno: Francisco Lucas Ferreira Martins

Matrícula: 472495

2023

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **2**
CONCEITOS INICIAIS **2**
Ondas Eletromagnéticas 2
Equações de Maxwell 3
Princípio da Superposição 4
Reflexão e Refração 4
Impedância Característica 5
GUIAS DE ONDAS **6**
SOLUÇÕES GERAIS PARA OS MODOS DE PROPAGAÇÃO **9**
TEM 9
TE 10
TM 10
GUIA DE ONDA RETANGULAR **10**
ONDA *TE* 11
ONDA *TM* 13
PROJETO DE FILTRO MAIOR BANDA PASSANTE EM GUIA RETANGULAR **13**
CÓDIGO 14
EXEMPLO 15
GUIA DE ONDA CIRCULAR **16**
ONDA *TE* 17
ONDA *TM* 18
PROJETO DE FILTRO MAIOR BANDA PASSANTE EM GUIA CIRCULAR **19**
CÓDIGO 19
EXEMPLO 20
COMPARAÇÃO ENTRE GUIAS RETANGULARES E CIRCULARES **20**
REFERÊNCIAS **21**

INTRODUÇÃO

Guias de ondas é um ramo da física que estuda a propagação de ondas eletromagnéticas em estruturas confinadas. Essas estruturas são amplamente utilizadas em diversos dispositivos e sistemas. A partir dos estudos é possível realizar análises teóricas, simulações computacionais e projetar guias de ondas para diversos propósitos, como telecomunicações, micro-ondas, óptica e muito mais.

CONCEITOS INICIAIS

Para entender a teoria de guias de ondas, é fundamental ter conhecimento dos conceitos do eletromagnetismo. Alguns dos principais são citados abaixo:

Ondas Eletromagnéticas: As ondas eletromagnéticas são oscilações de campos elétricos e magnéticos que se propagam no espaço. Elas são descritas pela equação de onda eletromagnética, que relaciona a velocidade de propagação, a frequência e o comprimento de onda.

A equação da onda eletromagnética, que descreve a propagação dessas ondas no vácuo ou em meios dielétricos e condutores lineares, é dada por:

$$\nabla^2 E - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla^2 B - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

E representa o vetor campo elétrico;

B representa o vetor campo magnético;

μ representa a permeabilidade magnética do meio;

ε representa a permissividade elétrica do meio;

∇^2 é o laplaciano e é possível ver uma derivada de segunda ordem nas equações também.

Essas equações descrevem como os campos elétricos e magnéticos se propagam no espaço, obedecendo às leis da conservação da carga elétrica e da conservação do fluxo magnético. A solução dessas equações resulta em ondas que se propagam com uma velocidade determinada pela relação entre a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica do meio.

Equações de Maxwell: As equações de Maxwell descrevem o comportamento dos campos elétricos e magnéticos em presença de cargas elétricas e correntes. Essas equações são essenciais para entender a propagação e interação das ondas eletromagnéticas.

As Equações de Maxwell podem ser dadas na forma diferencial da seguinte forma:

Lei de Gauss para o campo elétrico:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

Essa equação relaciona o divergente do campo elétrico ($\nabla \cdot E$) com densidade de carga elétrica (ρ) e à permissividade elétrica do meio (ε_0);

Lei de Gauss para o campo magnético:

$$\nabla \cdot B = 0$$

Essa equação afirma que o fluxo magnético total através de qualquer superfície fechada é zero;

Lei de Faraday:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

Essa equação descreve a indução eletromagnética, onde a circulação do campo elétrico ($\nabla \times E$) é proporcional à taxa de variação do campo magnético, que fica do lado direito da igualdade;

Lei de Ampere – Maxwell:

$$\nabla \times B = \mu_0 J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

Essa equação relaciona a circulação do campo magnético ($\nabla \times B$) com a densidade de corrente elétrica (J) e às variações do campo elétrico, representados pela derivada, levando em consideração a permissividade elétrica (ε_0) e a permeabilidade magnética do meio (μ_0).

As equações são fundamentais para a compreensão da propagação das ondas eletromagnéticas em guias de ondas. Ao analisar a propagação de uma onda em um guia de ondas, as equações podem ser usadas para determinar os modos de propagação, calcular a distribuição dos campos elétricos e magnéticos, considerar a interação com as fronteiras do guia de ondas e analisar a transferência de energia.

Princípio da Superposição: O princípio da superposição afirma que, em um meio linear, a resposta a um conjunto de fontes de ondas é a soma das respostas individuais a cada fonte. As equações de superposição específicas para guias de ondas dependem da natureza do guia e dos modos de propagação.

No caso de guias de ondas lineares e invariantes no tempo, as equações de superposição podem ser escritas de forma geral como:

$$E_{total} = \sum E_i$$

$$B_{total} = \sum B_i$$

E_{total} e B_{total} representam os campos elétricos e magnéticos totais na guia de ondas, respectivamente, e E_i e B_i representam as contribuições individuais de cada fonte de onda.

O princípio da superposição permite que as ondas se propaguem independentemente umas das outras e se combinem dentro da estrutura do guia. Isso significa que, se tivermos múltiplas fontes gerando ondas dentro do guia de ondas, a onda resultante será a soma das contribuições de cada fonte. As equações de superposição permitem calcular os campos resultantes no guia de ondas a partir das contribuições individuais, o que é especialmente útil quando há múltiplas fontes de ondas ou quando se deseja analisar a interação entre diferentes modos de propagação.

Reflexão e Refração: Quando uma onda eletromagnética incide em uma interface entre dois meios diferentes, parte da energia é refletida e parte é transmitida, sofrendo uma mudança de direção. O estudo da reflexão e refração é importante para compreender a propagação das ondas em guias de ondas.

Reflexão: A reflexão ocorre quando uma onda encontra uma interface entre dois meios com propriedades diferentes, resultando em uma mudança de direção da onda. A lei da reflexão estabelece que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão em relação à normal à superfície de interface:

$$\theta_i = \theta_r$$

onde θ_i é o ângulo de incidência e θ_r é o ângulo de reflexão.

Refração: A refração ocorre quando uma onda atravessa uma interface entre dois meios com diferentes índices de refração. A lei da refração, também conhecida como $lei\ de\ Snell$, estabelece a relação entre os ângulos de incidência (θ_i) e refração (θ_t) e os índices de refração (n) dos meios envolvidos:

$$n_i\, sin(\theta_i) \; = \; n_t\, sin(\theta_t)$$

onde n_i e n_t são os índices de refração dos meios de incidência e de transmissão, respectivamente.

As equações são usadas para determinar as direções e as amplitudes das ondas refletidas e refratadas em interfaces dentro do guia. A análise desses fenômenos é essencial para projetar guias de ondas eficientes e garantir o controle adequado da propagação das ondas dentro da estrutura.

Impedância Característica: A impedância característica é uma propriedade das guias de ondas que descreve a relação entre as componentes elétrica e magnética das ondas. Ela é importante para garantir a transferência eficiente de energia nas interfaces das guias de ondas. Ela é denotada por Z_0 e é expressa em ohms (Ω).

A impedância característica determina a forma como as ondas se propagam na guia de ondas e interagem com as interfaces e terminações. Ela pode ser calculada usando as propriedades do guia de ondas, já citadas anteriormente, além disso as dimensões geométricas da guia também são importantes. No caso de uma guia de ondas retangular, a impedância característica Z_0 é dada pela seguinte equação:

$$Z^0 = \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}} * \left(\frac{b}{a}\right)$$

onde μ é a permeabilidade magnética do meio do guia, ε é a permissividade elétrica do meio do guia, a é a largura do guia de ondas e b é a altura do guia de ondas.

A impedância característica também está relacionada à Relação de Onda Estacionária (ROE) ou coeficiente de reflexão (Γ). A ROE é uma medida da quantidade de energia refletida em uma interface e é calculada pela razão entre a diferença das impedâncias e a soma das impedâncias. Ela pode ser expressa como:

$$ROE = \frac{Z - Z^0}{Z + Z_0}$$

onde Z é a impedância de carga conectada ao guia de ondas.

GUIAS DE ONDAS

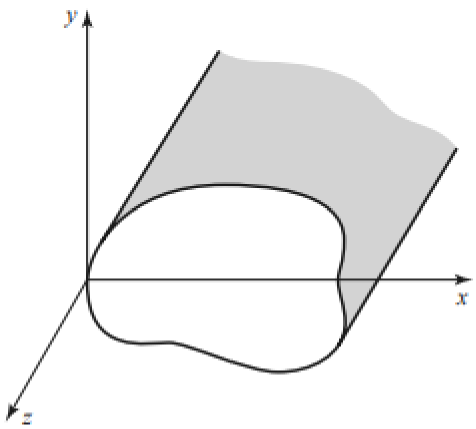

Figura 1.0 – Guias de ondas.

As guias de ondas são estruturas projetadas para confinar e direcionar a propagação de ondas eletromagnéticas, como já dito anteriormente. Existem diferentes tipos de guias de ondas, cada um com características específicas e adequada para diferentes faixas de frequência e modos de propagação. Os principais são listados abaixo:

Fibras Ópticas: As fibras ópticas são guias de ondas que usam o princípio da reflexão total interna para propagar a luz ao longo de um núcleo de vidro ou plástico. Elas são amplamente utilizadas em telecomunicações para transmitir dados em alta velocidade e com baixa perda de sinal.

Cabos Coaxiais: Os cabos coaxiais consistem em um condutor central cercado por um condutor externo separados por um material dielétrico. Eles são usados em sistemas de transmissão de sinais de rádio frequência (RF) e micro-ondas.

Waveguides: Os *waveguides* são estruturas metálicas ou dielétricas que permitem a propagação de ondas eletromagnéticas. Eles são usados em sistemas de micro-ondas e antenas, permitindo o controle preciso da propagação das ondas.

Guia de Ondas Ópticas Planares: São guias de ondas baseados em uma estrutura plana, como silício ou materiais poliméricos. Eles são utilizados em dispositivos ópticos integrados, como circuitos fotônicos em chips, moduladores e acopladores.

Os guias de ondas permitem que as ondas eletromagnéticas se propaguem de maneira controlada, evitando a dispersão e a perda de energia. Eles possuem propriedades específicas, como a capacidade de suportar modos de propagação distintos, como os modos *TE* (transversal elétrico) e *TM* (transversal magnético), dependendo da configuração da estrutura.

O foco desse trabalho é estudar as *waveguides* do tipo retangular e circular e fazer uma comparação entre as duas, mas antes é preciso entender como os modos propagantes afetam e ajudam no entendimento do funcionamento de uma *waveguide*, por isso, a seguir está uma explanação de forma geral sobre os modos propagantes das *waveguides*.

As guias de ondas podem possuir diferentes modos de propagação, que de forma resumida são configurações espaciais de como as ondas ficam dentro das guias. Os modos mais comuns são o *TEM* (*Transverse Electro-Magnetic*), *TE* (*Transverse Electric*) e *TM* (*Transverse Magnetic*), que já foram citados anteriormente. Para *waveguides* retangulares e circulares existem características especificas e matemáticas própria, porém, uma solução geral para cada uma é encontrada a partir das Leis de Maxwell:

Assumindo que temos campos harmônicos no tempo com $e^{j\omega t}$ de dependência e uma propagação ao longo do eixo z, podemos definir os campos elétricos e magnéticos, respectivamente, como:

$$\bar{E}(x,y,z) = [\bar{e}(x,y) + \hat{z}e_z(x,y)]e^{-j\beta z}$$

$$\bar{H}(x,y,z) = \left[\bar{h}(x,y) + \hat{z}h_z(x,y)\right]e^{-j\beta z}$$

em que $\bar{e}(x, y)$ e $\bar{h}(x, y)$ representam as componentes dos campos elétricos e magnéticos transversais $(\hat{x}, \hat{y})$ e e_z e h_z representam as componentes longitudinais dos campos elétricos e magnéticos.

Assumindo agora que as *waveguides* estão livres de fontes, podemos escrever as equações de Maxwell na seguinte forma:

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu\bar{H}$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\epsilon\bar{E}$$

Observando a dependência em $e^{-j\beta z}z$, podemos reduzir as componentes das equações anteriores por outras equações:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} + j\beta E_y = -j\omega\mu H_x$$

$$-j\beta E_x - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu H_y$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu H_z$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} + j\beta H_y = j\omega\epsilon E_x$$

$$-j\beta H_x - \frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\epsilon E_y$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega z\epsilon E_z$$

Com essas seis equações é possível encontrar os quatro componentes transversais do campo para E_z e H_z, dessa forma, temos:

$$H_x = \frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial y} - \beta\frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

$$H_y = \frac{-j}{k^2 - \beta^2}\left(\omega\epsilon\frac{\partial E_z}{\partial x} + \beta\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)$$

$$E_x = \frac{-j}{k^2 - \beta^2}\left(\beta\frac{\partial E_z}{\partial x} + \omega\mu\frac{\partial H_z}{\partial y}\right)$$

$$E_y = \frac{j}{k^2 - \beta^2}\left(-\beta \frac{\partial E_z}{\partial y} + \omega\mu \frac{\partial H_z}{\partial x}\right)$$

SOLUÇÕES GERAIS PARA OS MODOS DE PROPAGAÇÃO

As quatro equações apresentadas são a forma geral da solução de problemas com *waveguides*, a seguir serão apresentadas as soluções específicas que podem ser encontradas a partir delas:

TEM:

As ondas eletromagnéticas transversais (*TEM*) são caracterizadas por $E_z = H_z = 0$, isso significa que os campos transversais são nulos. Além disso, é preciso também que $k^2 + \beta^2 = 0$. Ondas do tipo *TEM* existem para quando dois ou mais condutores estão presentes. Um exemplo de *TEM* são as ondas planas pois elas não possuem componentes de campo na direção de propagação. As equações de *Helmholtz* são uma forma especial das equações de onda que descrevem a propagação de ondas em um meio, para uma *TEM* temos que as equações são:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + (k^2 + \beta^2)H_z = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (k^2 + \beta^2)E_z = 0$$

A impedância de onda *TEM* pode ser encontrada como a razão entre os campos elétrico e magnético transversais:

$$Z_{TEM} = \frac{E_z}{H_y} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta$$

$$Z_{TEM} = \frac{-E_y}{H_x} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta$$

Podemos combinar as duas equações para encontrar a expressão geral para campos transversais:

$$\bar{h}(x, y) = \frac{1}{Z_{TEM}} \hat{z} \times \bar{e}(x, y)$$

TE:

As ondas transversais elétricas (*TE*), são caracterizadas por $E_z = 0$ e $H_z \neq 0$, isso significa que os campos elétricos são transversais em relação à direção da propagação, enquanto os campos magnéticos possuem componentes transversais e longitudinais. As equações de *Helmholtz*, se reduzem para:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + (k^2 + \beta^2)H_z = 0$$

E a impedância pode ser dada por:

$$Z_{TE} = \frac{E_z}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{k\eta}{\beta}$$

pode se observar que a impedância depende da frequência para esse caso.

As ondas *TE* são normalmente usadas em guias retangulares e possuem características diferentes de ondas *TM*.

TM:

As ondas transversais magnéticas (*TM*) são diferentes das *TE* pois elas possuem campos magnéticos transversais em relação à direção de propagação e os campos elétricos possuem componentes transversais e longitudinais, ou seja, $E_z \neq 0$ e $H_z = 0$. As equações de *Helmholtz* se reduzem apenas para os campos elétricos, sendo assim:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (k^2 + \beta^2)E_z = 0$$

Sua impedância pode ser dada por:

$$Z_{TM} = \frac{E_z}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\epsilon} = \frac{\beta\eta}{k}$$

que é dependente da frequência, assim como a anterior.

As ondas *TE* e *TM* podem ser suportadas em condutores fechados, assim como, entre mais de um condutor.

GUIA DE ONDA RETANGULAR

Os guias de ondas retangulares foram criados há muito tempo, elas são linhas de transmissão que transportam micro-ondas, além de serem usadas em outras aplicações. Elas ainda são muito usadas para sistemas de alta potência, sistemas de satélites, aplicações de ondas milimétricas, dentre outras coisas.

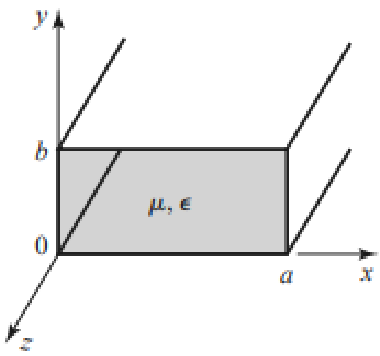

Figura 1.1 – Guia de onda retangular.

Eles são um canal retangular de paredes condutoras paralelas, eles são atualmente muito usados na área de telecomunicações devido suas propriedades de propagação. Essa é a característica mais importante dos guias retangulares, pois eles suportam transportar diversos tipos de ondas eletromagnéticas. As principais são a *TE* e a *TM*, eles não transportam ondas *TEM* pois esses possuem apenas um condutor.

ONDA *TE:*

Como já dito anteriormente, para ondas transversais elétricas, a componente transversal do campo elétrico (E) é não nula, enquanto a componente transversal do campo magnético (H) é nula. Isso significa que a energia é transportada principalmente pelos campos elétricos transversais, isso pode ser representado pela equação:

$$\frac{\partial^2 h_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_z}{\partial y^2} + (k^2 + \beta^2)\, h_z(x, y) = 0$$

A equação pode ser resolvida a partir do método de separação das variáveis:

$$h_z(x, y) = X(x)Y(y)$$

$$\frac{1}{X}\frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y}\frac{d^2 Y}{dy^2} + (k^2 + \beta^2) = 0$$

$$\frac{d^2X}{dx^2} + (k_x^2 + \beta^2)X = 0$$

$$\frac{d^2Y}{dy^2} + \left(k_y^2 + \beta^2\right)Y = 0$$

A solução geral para a variável h_z é dada por:

$$h_z(x,y) = (Acosk_x x + Bsenk_x x)(Ccosk_y y + Dsenk_y y)$$

Substituindo $B = D = 0$ e $k_y = n\pi/b$ e $k_x = m\pi/a$, para m e n sendo constantes arbitrárias a partir do 0, é possível encontrar a forma final para H_z:

$$H_z(x,y,z) = A_{mn} cos\frac{m\pi x}{a} cos\frac{n\pi x}{b} e^{-j\beta z}$$

onde A_{mn} é uma constante encontrada a partir de A e C;

a constante de propagação β é dada por:

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

A frequência de corte, f_{mn}, de cada modo de propagação é dada pela combinação das variáveis m e n, pode ser encontrada pela equação:

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

O modo dominante é aquele que possui menor frequência de corte, para $a > b$, sendo assim o modo dominante para *TE* ocorre quando $m = 1$ e $n = 0$:

$$f_{10} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}}$$

Além disso, para TE_{10}, o número de onda de corte k_c e a constante de propagação β são:

$$k_c = \frac{\pi}{a}$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

O modo dominante, também conhecido como modo fundamental, podem ter características variáveis de acordo com as dimensões do guia de ondas, a frequência de operação e até mesmo as condições de contorno. Na prática, ele é importante pois concentra a maior parte da energia pelo guia de ondas.

ONDA *TM*:

Em ondas TM, a componente transversal do campo magnético (H) é não nula, e a componente transversal do campo elétrico (E) é nula. Eles são caracterizados pela presença de nós de campo magnético na direção transversal aos guias retangulares. A energia é transportada principalmente pelos campos magnéticos transversais:

$$\frac{\partial^2 e_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e_z}{\partial y^2} + (k^2 + \beta^2)\, e_z(x, y) = 0$$

É possível encontrar as equações e variáveis para E da mesma forma que na onda anterior:

$$e(x, y) = (Acosk_x x + Bsenk_x x)(Ccosk_y y + Dsenk_y y)$$

Essa é a solução geral para e_z, substituindo $A = C = 0$ e $k_y = n\pi/b$ e $k_x = m\pi/a$, para m e n sendo constantes arbitrárias a partir do 0, temos a solução geral para E_z:

$$E_z(x, y, z) = B_{mn} sen \frac{m\pi x}{a} sen \frac{n\pi x}{b} e^{-j\beta z}$$

onde B_{mn} é uma constante encontrada a partir de B e D;

As equações para a frequência e constante de propagação são as mesmas da onda *TE*, sendo assim, ao projetar e analisar sistemas de ondas transversais magnéticas, assim como as elétricas, é preciso considerar as propriedades eletromagnéticas do meio, as dimensões e as condições de contorno aplicadas.

PROJETO DE FILTRO MAIOR BANDA PASSANTE EM GUIA RETANGULAR

No caso de um guia de ondas retangular, um filtro de banda passante pode ser projetado utilizando modos de propagação TE ou TM.

Para projetar um filtro de maior banda passante em um guia de ondas retangular, podemos utilizar uma combinação de diferentes modos de propagação para obter uma resposta de frequência ampla, os modos estudados foram *TE* e *TM.* Um filtro de banda passante é um dispositivo que permite a passagem de sinais em uma faixa específica de frequência, enquanto atenua ou bloqueia sinais fora dessa faixa. A ideia é aproveitar os modos de propagação que possuem frequências de corte diferentes, permitindo assim a passagem de um espectro mais amplo de frequências. O programa foi feito em *Matlab* e o código e a plotagem estão a seguir:

CÓDIGO:

```
%Projeto de filtro maior banda passante em guia retangular

%Parâmetros do filtro e do guia
f = 5e9; % Frequência em Hz
lb = 100e6; % Largura de banda em Hz

cg = 0.67; % Comprimento da guia em metros
lg = 0.12; % Largura da guia em metros

%Variáveis
eps = 8.854e-12;
mu = 4*pi*1e-7;
tt = 1e-9; % Tempo total em segundos
dx = 0.01; % Passo de discretização de x em metros
dy = 0.01; % Passo de discretização de y em metros
dt = 0.25*dx/3e8; % Passo de discretização temporal em segundos

% Estruturação do guia de ondas
x = -cg/2:dx:cg/2;
y = -lg/2:dy:lg/2;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
guia = zeros(size(X));
guia(abs(X) <= cg/2 & abs(Y) <= lg/2) = 1;

Ez = zeros(size(X));
Hy = zeros(size(X));
ts = round(tt/dt);

for n = 1:ts
    % Atualização dos campos elétricos (Ez)
    Ez(:,2:end) = Ez(:,2:end) + (dt/(eps*dx))*(Hy(:,2:end) - Hy(:,1:end-1));

    % Atualização dos campos magnéticos (Hy)
    Hy(:,1:end-1) = Hy(:,1:end-1) + (dt/(mu*dx))*(Ez(:,2:end) - Ez(:,1:end-1));

    % Aplicação da fonte Gaussiana
    Ez((size(X,1)-1)/2,(size(X,2))/2) =exp(-((n-30)^2)/(100));
end

subplot(2,1,1)
% Plotagem da guia retangular
```

```
imagesc(x, y, guia);
colormap("colorcube");
axis equal tight;
xlabel('x em metros');
ylabel('y em metros');
title('Guia de Ondas Retangular');

% Plotagem do Campo Elétrico Ez
subplot(2,1,2)
imagesc(x, y, Ez);
colormap("prism");
axis equal tight;
xlabel('x em metros');
ylabel('y em metros');
title('Campo Elétrico Ez na Guia Retangular');
```

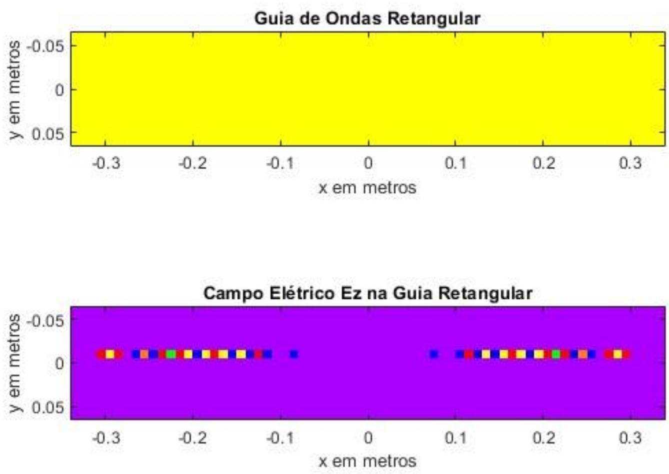

Figura 1.2 – Plot guia de onda retangular.

EXEMPLO

Considere um trecho de guia de ondas retangular preenchido com Teflon e feito de cobre, na faixa de frequência K. As dimensões do guia de ondas são $a = 1{,}07\ cm$ e $b = 0{,}43\ cm$. Encontre as frequências de corte dos primeiros cinco modos propagantes.

Solução:

Para o Teflon temos que $\epsilon_r = 2{,}08$ e δ = 0,0004, substituindo esses valores na fórmula do corte de frequência encontramos os valores para os cinco primeiros modos propagantes:

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

Modos	m	n	Frequência (GHz)
TE	1	0	9,72
TE	2	0	19,44
TE	0	1	24,19
TE, TM	1	1	26,07
TE, TM	2	1	31,03

GUIA DE ONDA CIRCULAR

Um guia de ondas circular é um tipo de estrutura utilizada para guiar e transmitir ondas eletromagnéticas em um meio circular. Ao contrário dos guias de ondas retangulares, que possuem seções retangulares, os guias de ondas circulares têm uma geometria circular. Eles oferecem várias vantagens, como melhor distribuição de campo e menor propagação de modos indesejados em comparação com guias de ondas retangulares. Além disso, eles são menos suscetíveis a perdas devido a curvaturas e têm a capacidade de transportar um maior número de modos de propagação.

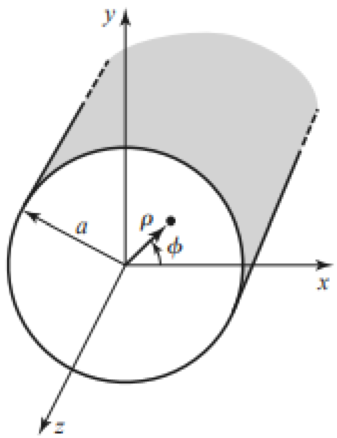

Figura 1.3 – Guia de onda circular.

Os modos de propagação em um guia de ondas circular são categorizados como modos *TE* e *TM*, assim como nos guias de ondas retangulares. A distribuição espacial dos campos elétricos e magnéticos para cada modo é determinada pela ordem do modo e pelo número de zeros nas funções de Bessel modificadas.

ONDA *TE:*

O método de resolução para uma onda circular é o mesmo que para uma onda retangular, então para $E_z = 0$, temos H_z a partir da equação da onda:

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0$$

Para coordenadas cilíndricas temos que:

$$\frac{\partial^2 h_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial h_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 h_z}{\partial \phi^2} + (k^2 + \beta^2)\, h_z(\rho, \phi) = 0$$

Resolvendo por separação das variáveis, encontramos:

$$h_z(\rho, \phi) = R(\rho)P(\phi)$$

$$\frac{1}{R}\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho R}\frac{dR}{d\rho} + \frac{1}{\rho^2 P}\frac{d^2 P}{d\phi^2} + (k^2 + \beta^2) = 0$$

Após algumas manipulações algébricas é possível encontrar a equação:

$$\rho^2 \frac{d^2 R}{d\rho^2} + \rho \frac{dR}{d\rho} + \left(\rho^2 k_c^2 - k_\phi^2\right) R = 0$$

E a solução geral fica:

$$P(\phi) = Asenk_\phi \phi + Bcosk_\phi \phi$$

k_ϕ é periódico e por isso pode ser substituído por um integrador n, sendo assim ficamos com:

$$P(\phi) = Asen\, n\phi + Bcos\, n\phi$$

Podemos ainda reorganizar a equação diferencial de Bessel a partir das equações anteriores e assim obtemos:

$$R(\rho) = CJ_n(k_c \rho) + DY_n(k_c \rho)$$

Mesclando as duas equações principais, nós encontramos a forma geral para h_z e considerando $E_\phi = 0$ para $\rho = a$ encontramos a equação de E_ϕ para H_z, respectivamente:

$$h_z(\rho, \phi) = (Asen\, n\phi + Bcos\, n\phi) J_n(k_c \rho)$$

$$E_{\phi}(\rho,\phi,z) = \frac{j\omega\mu}{k_c}(Asen\, n\phi + Bcos\, n\phi)J_n'(k_c\rho)e^{-j\beta z}$$

para $J_n'(k_c\rho) = 0$ quando $\rho = a$.

As equações para a constante de propagação β_{nm} e da frequência de corte f_{nm} para uma onda *TE*, será:

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p_{nm}'}{a}\right)^2}$$

$$f_{nm} = \frac{p_{nm}'}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}}$$

onde p_{nm}' são valores tabelados para o modo de onda propagante *TE* de um guia circular.

ONDA *TM:*

Assim como já explicado anteriormente, para o modo propagante transversal, a componente transversal elétrica E_z é nula, para os guias circulares não será diferente, dessa forma para coordenadas cilíndricas, temos:

$$\frac{\partial^2 e_z}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial e_z}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 e_z}{\partial\phi^2} + (k^2 + \beta^2)\, e_z = 0$$

E a solução geral para o campo elétrico será a mesma que para o campo magnético:

$$e_z(\rho,\phi) = (Asen\, n\phi + Bcos\, n\phi)J_n(k_c\rho)$$

A frequência de corte e a constante de propagação para *TM* serão:

$$\beta_{nm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2}$$

$$f_{nm} = \frac{p_{nm}}{2\pi a\sqrt{\mu\epsilon}}$$

os valores de p_{nm} também são tabelados para o modo de onda propagante *TM* de um guia circular.

PROJETO DE FILTRO MAIOR BANDA PASSANTE EM GUIA CIRCULAR

Podemos projetar um filtro de maior banda passante em um guia de ondas circular, utilizando uma técnica de criar várias camadas concêntricas de materiais com propriedades diferentes ao longo do guia de ondas. Essas camadas são projetadas para suportar diferentes modos de propagação, permitindo assim uma resposta de frequência ampla.

A simulação desse filtro pode ser realizada utilizando ferramentas de simulação eletromagnética, como o método de elementos finitos ou o método das diferenças finitas.

CÓDIGO

```
% Projeto de filtro maior banda passante em guia circular

% Parâmetros do filtro e do guia
f = 5e9; % Frequência em Hz
lb = 100e6; % Largura de banda em Hz

rg = 0.4; % Raio da guia circular em metros
pnts = 500; % Número de pontos da guia circular

% Estruturação do guia circular
th = linspace(0, 2*pi, pnts);
x = rg*cos(th);
y = rg*sin(th);

%  Resposta em frequência do filtro para guia circular
fq = linspace(f - lb/2, f + lb/2, 1000);
rps = abs(sinc((fq - f) / lb));


subplot(1,2,1)
% Plotagem do guia circular
plot(x, y, 'k', 'LineWidth', 2);
axis equal;
title('Guia de Ondas Circular');
xlabel('X em metros');
ylabel('Y em metros');
grid on;

subplot(1,2,2)
% Plotagem da resposta em frequência
plot(fq, rps, 'k', 'LineWidth', 2);
title('Resposta em Frequência');
xlabel('Frequência em Hz');
```

```
ylabel('Magnitude');
grid on
```

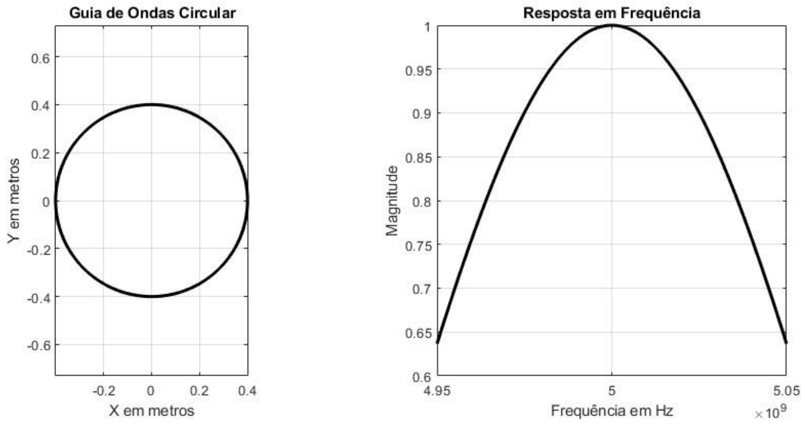

Figura 1.4 - Plotagem guia de onda circular.

EXEMPLO

Encontre as frequências de corte dos dois primeiros modos de propagação de um guia de ondas circular preenchido com Teflon com raio $a = 0{,}5\ cm$.

Sabemos que os primeiros modos propagantes para um guia de onda circular estão em TE_{11} e TM_{01}, sabendo disso, podemos calcular as frequências de corte utilizando as equações que foram apresentadas no trabalho e utilizando os valores tabelados de $p'_{11} = 1{,}841$ e $p_{01} = 2{,}405$, agora basta substituir esses valores nas equações:

$$TE_{11}: \qquad f_c = \frac{p'_{11}c}{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{1{,}841(3 \times 10^8)}{2\pi(0{,}005)\sqrt{2{,}08}} = 12{,}19\ GHz$$

$$TM_{01}: \qquad f_c = \frac{p_{01}c}{2\pi a\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{2{,}405(3 \times 10^8)}{2\pi(0{,}005)\sqrt{2{,}08}} = 15{,}92\ GHz$$

COMPARAÇÃO ENTRE OS GUIAS RETANGULARES E CIRCULARES

	Guia de onda retangular	Guia de onda circular
Vantagens	- Fácil de fabricar; - Usado comumente em sistemas de micro-ondas.	- Menos suscetível a perdas por conta das curvaturas; - Melhor distribuição de campo.

Desvantagens	- Limitado a frequências baixas; - Suscetível a perdas por conta das curvaturas.	- Difícil de fabricar.
Modos de propagação	TM e TE	TM e TE

REFERÊNCIAS

POZAR, David M. Microwave Engineering. 4ª ed. USA: Jonh Wiley & Sons, Inc, 2012;

ORFANIDIS, Sophocles J. Electromagnetic Waves and Antennas. 1ª Ed. USA: Editora Free;

ANTENOR, Sérgio. Notas Guias de Onda. Apresentação de Slides, Universidade Federal do Ceará, 2023;