Trabalho 3

Vítor Amorim Fróis - 12543440

1)

Considerando o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e a relação dada por $R = \{(1,1); (1,2); (1,3); (2,2); (2,3)\}$, podemos analisar as seguintes propriedades:

Reflexiva

$\forall x \in \mathbb{X}$ vale xRx

Isto é, para todo x na relação, deve haver uma dupla onde os elementos são iguais. Em A, é possível observar a relação em $(1,1)$ e $(2,2)$. Entretanto, como isso não ocorre em todos os elementos do conjunto, a relação não é válida.

Simétrica

$xRy \iff yRy$

Para todo elemento (x, y) na relação, deve haver (y, x). Essa propriedade não é observada em nenhum dos elementos da relação, e portanto não é válida.

Antissimétrica

$(xRy \wedge yRx) \implies x = y$

Já na notação antissimétrica, a relação existente é de simetria, porém somente em casos onde $x = y$. Para isso ocorrer seriam necessárias duas duplas iguais do tipo (z, z), o que não ocorre na relação, tornando essa propriedade inexistente.

Transitiva

$(xRy \wedge yRz) \implies xRz$

Por último, a relação de transitividade é aquela em que se existem dois sets $(x, y); (y, z)$ é válida a implicação (x, z). Essa propriedade é constatada no conjunto X, visto que

$(1,2) \wedge (2,3) \implies (1,3)$.

Relações

Para haver relação de equivalência deve haver reflexão, simetria e transitividade. Já a relação de ordem deve contar com as propriedades de reflexão, antisimetria e transitividade. Como R segue somente a propriedade de transitividade, não se encaixa em **nenhuma** das relações.

---

2)

A representação do **termo i** da sequência é dada por: $\binom{n}{i}a^{n-1}b^{i}$

Considere então $a = x^{-1}$ e $b = -2y$

$a^{9-i} = x^{-4}$

$x^{(-1)(9-i)} = x^{-4}$

$-9 + i = -4$

$i = 5$

Substituindo em $\binom{n}{i}a^{n-1}b^{i}$

$= \binom{9}{5}x^{(-1)(9-5)}(-2y)^{5}$

$= \binom{9}{5}x^{-4}(-32)y^{5}$

$= \dfrac{9!}{5!4!}(-32)x^{-4}y^{5}$

$= 126 \times (-32)x^{-4}y^{5}$

$= -4032x^{-4}y^{5}$

Portanto, o coeficiente de $x^{-4}y^{5}$ é -4032

---

3)

Para trinômios, vale a relação $(a + b + c)^{n} = \sum_{k=0}^{n}\sum_{p=0}^{k}\dfrac{n!}{(n-k)!(k-p)!p!}$.

O coeficiente de $x^{-2}y^{4}$ para o polinômio $(2x^{-1} - y - 3)^{9}$ será dado por:

Considere

$a = 2x^{-1}; b = -y; c = -3$

$x^{-2} = x^{-1.k_1}, k_1 = 2$

$y^{4} = y^{k_2}, k_2 = 4$

$k_3 = 9 - k_1 - k_2, k_3 = 3$

Agora, basta substituir na fórmula:

$$= \frac{n!}{k_1!k_2!k_3!} a^{k_1} b^{k_2} c^{k_3}$$

$$= \frac{9!}{4!2!3!} 2x^{-1.2} (-y)^4 (-3)^3$$

$$= 1260.4x^{-2}.y^4.(-27)$$

$$= -136080 \times x^{-2} y^4$$

Assim, o coeficiente de $x^{-2}y^4$ é -136080.