Entre todas as caixas com formato de um paralelepípedo reto cuja diagonal tem um comprimento igual a L dado em metros, a caixa de volume máximo tem uma área A da base retangular em metros quadrados e uma altura H em metros. Os valores de A e H são respectivamente iguais a:

Escolha uma opção:

- a. $A = L^2/12$ e $H = L\sqrt{3}/6$.
- b. $A = L^2/24$ e $H = L\sqrt{3}/4$.
- c. Nenhuma das outras alternativas.
- d. $A = L^2/3$ e $H = L\sqrt{3}/3$. ✔
- e. $A = L^2/6$ e $H = L\sqrt{3}/12$.

A resposta correta é: $A = L^2/3$ e $H = L\sqrt{3}/3$.

Seja

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3-y^2}{x^2+y^2}, & se\ (x,y) \neq (0,0), \\ 0, & se\ (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Calcule, se existir, $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ não existe. ✔
- b. Ambas $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ não existem.
- c. $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = -1$.
- d. $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0) = 0$.

A resposta correta é: $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 1$ e $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ não existe.

Uma função diferenciável $z = f(x,y)$ numa vizinhança de $(1,2) \in \mathbb{R}^2$ satifaz $f(1,2) = 3$, $\frac{\partial f}{\partial x}(1,2) = 2$, $\frac{\partial f}{\partial y}(1,2) = 5$. Calcule uma boa aproximação para $f(\frac{11}{10}, \frac{18}{10})$.

Escolha uma opção:

- a. 0.
- b. $2,6$.
- c. $2,2$. ✔
- d. $-2,2$
- e. $2,4$.

A resposta correta é: $2,2$.

Considere a função $f(x,y) = x^3 + y^2 + 5x$. Seja S o conjunto de todos os pontos (x,y) de $\mathbb{R}^2$ tais que a reta tangente à curva de nível de f no ponto (x,y) é paralela a reta tangente à curva de nível de f no ponto $(1,1)$. Então

Escolha uma opção:

- a. S é um hipérbole.
- b. S é a união de duas retas distintas. ✖
- c. S é uma parábola.
- d. S é um círculo.

A resposta correta é: S é uma parábola.

Seja f uma função definida em $\mathbb{R}^2$ por

$$f(x,y) = \cos(y) + e^{x-y}\sin(x).$$

A linearização L de f no ponto $(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ é dada por:

Escolha uma opção:

- a. $L(x,y) = 1 + x - 2y$.
- b. $L(x,y) = x - 2y + 1 + \frac{\pi}{2}$. ✔
- c. $L(x,y) = 1 + x - 2y - xy + y^2$.
- d. $L(x,y) = 1 + e^{x-y}(\sin(x) + \cos(x))(x - \frac{\pi}{2}) - (\sin(y) + e^{x-y}\sin(x))(y - \frac{\pi}{2})$.

A resposta correta é: $L(x,y) = x - 2y + 1 + \frac{\pi}{2}$.

Seja $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função limitada. Considere a função $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x,y) = \begin{cases} 1, \ se \ (x,y) = (0,0), \\ \frac{f(x,y)(x+y)^2}{|x|+|y|} - f(x,y)(|x| - |y|), \ se \ (x,y) \neq (0,0). \end{cases}$$

Então podemos dizer que

Escolha uma opção:

- a. g nunca é contínua no ponto $(0,0)$. ✔
- b. g é sempre contínua em todo $\mathbb{R}^2$.
- c. A continuidade de g em $(0,0)$ depende de f.
- d. g não é contínua no ponto $(1,1)$.

A resposta correta é: g nunca é contínua no ponto $(0,0)$.

Com respeito aos pontos críticos da função $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y) = x^3 + y^2 - 6xy + 6x + 3y$ podemos afirmar que:

Escolha uma opção:

- a. $(1, 3/2)$ é um ponto de máximo local e $(5, 27/2)$ é um ponto de mínimo local;
- b. f não tem pontos críticos.
- c. $(1, 3/2)$ é um ponto de máximo local, $(5, 27/2)$ é um ponto de máximo local e $(0,0)$ é um ponto de sela;
- d. $(1, 3/2)$ é o único ponto crítico de f, o qual é um ponto de máximo local;
- e. $(1, 3/2)$ é um ponto de sela e $(5, 27/2)$ é um ponto de mínimo local; ✔

A resposta correta é: $(1, 3/2)$ é um ponto de sela e $(5, 27/2)$ é um ponto de mínimo local;

Considere a função temperatura $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, dada por $f(x,y) = (x-1)^2 + y^2$, sobre a região $x^2 + y^2 \leq 4$. Calcule os valores máximos e mínimos absolutos (ou seja, globais) sobre a fronteira da região e sobre a região. A alternativa correta é:

Escolha uma opção:

- a. A temperatura máxima global na fronteira é 9 e na região é 10. A temperatura mínima global na fronteira é 1 e na região é 0.
- b. A temperatura máxima global na fronteira é 9 e na região é 9. A temperatura mínima global na fronteira é 1 e na região é 0. ✔
- c. A temperatura máxima global na fronteira é 10 e na região é 10. A temperatura mínima global na fronteira é 1 e na região é 0.
- d. A temperatura máxima global na fronteira é 4 e na região é 7. A temperatura mínima global na fronteira é -1 e na região é 0.
- e. A temperatura máxima global na fronteira é 8 e na região é 9. A temperatura mínima global na fronteira é 2 e na região é 1.

A resposta correta é: A temperatura máxima global na fronteira é 9 e na região é 9. A temperatura mínima global na fronteira é 1 e na região é 0.

Seja $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função limitada. Então podemos dizer que o limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \left(\frac{f(x,y)(x+y)^2}{|x|+|y|} - f(x,y)(|x| - |y|) \right)$$

Escolha uma opção:

- a. sempre existe mas o valor do limite depende de f.
- b. É sempre zero. ✔
- c. não existe.
- d. É sempre um.

A resposta correta é: É sempre zero.

Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. Considere as seguintes afirmações:

- (1) Se $f_x(0,0)$ e $f_y(0,0)$ existem, então f é diferenciável no ponto $(0,0)$.
- (2) $\nabla f(a,b)$ é perpendicular ao gráfico da função $z = f(x,y)$ no ponto (a,b).
- (3) Se f é uma função tal que $f_x(1,-3) < 0$ e $f_y(1,-3) < 0$, então para todo vetor unitário u temos: $\frac{\partial f}{\partial u}(1,-3) < 0$.

Então é CORRETO dizer que:

Escolha uma opção:

- a. Apenas a afirmação (1) é falsa.
- b. Apenas a afirmação (3) é falsa. ✖
- c. Apenas as afirmações (1) e (2) são falsas.
- d. Todas as afirmações são verdadeiras.
- e. Todas as afirmações são falsas.

A resposta correta é: Todas as afirmações são falsas.