ATIVIDADE 4 DE DISCRETA
VÍTOR AMORIM FRÓIS - 12543440

Atividade 4 de discreta

01) Combinações possíveis de incógnitos $x_1 \dots x_7 \in \mathbb{Z}$ satisfazendo:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{7} x_j = 40 \\ x_j \geq j \end{cases}$$

Assim, $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 40$

Como $x_1 \geq 1$, efetuamos uma troca de variáveis

$x_1 = y_1 + 1$, onde $y_1 \in \mathbb{Z}$. Logo,

$$y_1 + 1 + y_2 + 2 + y_3 + 3 + y_4 + 4 + y_5 + 5 + y_6 + 6 + y_7 + 7 = 40$$

ou, $\sum_{j=1}^{7} y_j = 40 - 28$

$\sum_{j=1}^{7} y_j = 12$. A partir dessa expressão é possível montar o seguinte sistema:

$\underbrace{||||||||||||++++++}$ = 12 (note que o número de "+" é $j-1$)

De quantas maneiras é possível organizar?

É uma combinação com repetição, portanto,

$$\frac{(12+6)!}{12!\,6!} = 18564 \text{ formas}$$

02) a) Para dois elementos de $\mathbb{Z}_{15}$ a e b, caso $(a\cdot b)M_{15} = 0$, a e b são não invertíveis.

Assim, 3 e 5 são não invertíveis, além do 0, é claro

$3 \times 5 = 15$ $15 \bmod 15 = 0$

b) $(xy)Md = (xz)Md$

$x = 5$; $y = 1$; $z = 7$

$(5\cdot 1)M_{15} = (5\cdot 7)M_{15}$

$5 = 35M_{15}$

$5 = 5$

c) $a \cdot_{15} x = b$ para não haver soluções, não pode haver classe de equivalência

$(a\cdot x)M_{15} = b$

$(0\cdot x)M_{15} = 0$ sempre. Basta que a seja 0 e b difira de 0. $a = 0$; $b = 3$.

02)d) Para haver mais de uma soluçaõ deve haver equivalência para $a = 6$, $b = 3$, quando $xM_{15} = 3$, a equaçaõ se satisfaz

$$\exists x \in \mathbb{Z}_{15} \text{ tal que } 6 \cdot_{15} x = 3$$

Ex.: $6 \cdot 3 = 18 = 3$

$6 \cdot 8 = 48 = 3$

$6 \cdot 13 = 78 = 3$

e)a) Elementos naõ invertíveis de $\mathbb{Z}_{13}$?

Como 13 é primo, não existem elementos naõ nulos naõ invertíveis no conjunto além de 0.

e)b) $(xy)M_{13} = (xz)M_{13}$

Não existem soluções, dado que para resolver x deve ser não invertível, e não existem naõ invertíveis em $\mathbb{Z}_{13}$ além de 0. Porém $x \neq 0$.

e)c) $a \cdot_{13} x = b$

Novamente, não há soluçaõ possível quando a é nulo e b naõ nulo. Assim, para $a = 0$ e $b = 7$, naõ existem soluções em $\mathbb{Z}_{13}$.

e)d) $a \cdot_{13} x = b$

Para haver mais de uma solução, um dos coeficientes, seja a ou b deve ser não invertível. No conjunto $\mathbb{Z}_{13}$, o único naõ invertível é o elemento nulo, 0. Assim, para $a = b = 0$, existem soluções infinitas