Trabalho 6 de Discreta

01) Usando o pequeno teorema de fermat, prove que $5^{146} + 3^{82}$ é divisível por 17.

$\hookrightarrow (5^{146} + 3^{82}) M_{17} = 0$ se o resto é 0, é possível dividir

Sabe-se que $(a+b) Md = [(aMd + bMd)] Md$,

$[(5^{146}) M_{17} + (3^{82}) M_{17}] M_{17} \equiv 0$

$\hookrightarrow (5^{146}) M_{17}$ $\hookrightarrow (3^{82}) M_{17}$

$146 \div 16$: $146 - 144 = 2$, quociente 9 $82 \div 16$: $82 - 80 = 2$, quociente 5

$146 = 9 \cdot 16 + 2$ $82 = 5 \cdot 16 + 2$

O ptF diz que $(a^{m-1}) M_m \equiv 1$. Assim,

$5^{146} = (5^{16})^9 \cdot 5^2$ e $3^{82} = (3^{16})^5 \cdot 3^2$

$5^{16} \equiv 1$ $3^{16} \equiv 1$

$5^{146} = 1^9 \cdot 5^2 = 5^2$ $3^{82} = 1^5 \cdot 3^2 = 3^2$

A equação inicial pode ser reescrita como:

$[(5^2) M_{17} + (3^2) M_{17}] M_{17} \equiv 0$

$(8 + 9) M_{17} \equiv 0$

$17 M_{17} \equiv 0$. A equação é verdadeira, logo $5^{146} + 3^{82}$ é divisível por 17

02) Prove que $MCD(n, 2n+1) = 1$

Qualquer número pode ser reescrito como

$2n+1 = n \cdot q + r$, onde q e $r \in \mathbb{N}$

Os únicos valores $q, r \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ são $q = 2$ e $r = 1$

Para os casos que $m = n \cdot q + r$, tem-se:

$MCD(m, n) = MCD(n, r)$.

Logo, $MCD(n, 2n+1) = MCD(n, 1)$.

O mdc de qualquer número com 1 é 1.

Então, $MCD(n, 2n+1) = 1$