Sistemas Lineares - Lista 1

Métodos Diretos

1) a) 4 (elemento a_{11})

b) Também é 4. Pivoteamento parcial só é realizado se o valor do pivô é nulo ou próximo de zero

2) O melhor método para essa multiplicação depende do tamanho dessas matrizes, e, também, de seus componentes. Uma possível abordagem seria aplicar a decomposição de Cholesky se A for SPD. Caso contrário a decomposição LU pode também ser utilizada.

3) $$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{vmatrix}$$

→ 1ª Linha de U: Multiplicar a 1ª linha de L por todas colunas de U e igualamos à primeira linha de A

→ $a_{11} = 5 = (1).(u_{11}) + (0).(0) + (0).(0) \rightarrow u_{11} = 5$

$a_{12} = 2 = (1).(u_{12}) + (0).(u_{22}) + (0).(0) \rightarrow u_{12} = 2$ → $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$

$a_{13} = 1 = (1) \quad . \quad . \quad . \rightarrow u_{13} = 1$

→ 1ª linha de L: Multiplicar as linhas de L (a partir da segunda) pela primeira coluna de U e igualamos à primeira coluna de A

Não tankei

4) Para saber se uma matriz tem fatoração LU ou não, pode-se verificar o determinante de seus menores principais. Se algum deles for 0 A não é fatorável. → $\underline{\det(0) = 0}$, $\det\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = -1$.

5) Não to maluco ainda :)

Métodos Iterativos

1) Vantagens = Eficiência Computacional e Uso eficiente da memória

Desvantagens = Convergência não garantida e Sensibilidade a condições iniciais

Desvantagens: Convergência não garantida e sensibilidade a condições iniciais

2) Alto custo computacional e alta demanda de memória

4) O critério de convergência para o método Gauss-Jacobi é o 'critério da diagonal dominante'.
Para o Gauss-Seidel a matriz deve ser SPD

5) a) Para o método de Gauss-Jacobi as iterações são independentes e a atualização das soluções é feita de forma simultânea ao fim de uma interação.

O método de Gauss-Seidel atualza as variáveis sequencialmente, utilizando as soluções atualizadas imediatamente.

b) Gauss-Seidel.

c) Gauss-Seidel

Métodos dos Gradientes

1) Algoritm iterativo usado para encontrar o mínimo global ou uma aproximação do mínimo de uma função. Usa o gradiente da função para determinar a direção de movimento em cada iteração. O algoritmo atualiza a posição atual, movendo-se um passo na direção oposta ao gradiente até atingir um critério de parada específico. Deve-se lembrar que a convergência global através deste metodo não é em todos os casos.

2) Aprendizado de máquina: Minimizar a função de perda (loss), otimizando seus parâmetros.
Processamento de Imagens: Segmentação de imagens, restauração e detecção de bordas.