Seja f uma função diferenciável em todos os pontos da reta real satisfazendo em todos os pontos a relação $\int_0^x f(t)dt = x\ sen(x\pi)$. A equação da reta tangente ao gráfico da função no ponto de abscissa 4 e ordenada $f(4)$ é igual a:

Escolha uma opção:

- a. Nenhuma das outras alternativas.
- b. $2x + 4y\pi = \pi$.
- c. $2x\pi - y = 0$.
- d. $2x\pi - y = 4\pi$. ✔
- e. $2x\pi + y = 4\pi$.

A resposta correta é: $2x\pi - y = 4\pi$.

Hipátia estava estudando Cálculo II e notou algo surpreendente. Seja f uma função contínua em $\mathbb{R}$ tal que que $f(c \cdot d) = f(c) \cdot d^3$ para todo $c, d \in \mathbb{R}$. Seja F sua primitiva em todo intervalo $[a, b]$, com $a, b \in \mathbb{R}$. Se para cada natural n não nulo consideramos o número

$$S_n = \left(e^{f(1)}e^{f(2)}e^{f(3)} \ldots e^{f(n-1)}e^{f(n)}\right)^{\frac{1}{n^4}}$$

então S_n fica cada vez mais próximo de um certo número ao se tomar n cada vez maior. Que número é esse?

Escolha uma opção:

- a. $e^{F(1)}/e^{F(0)}$. ✔
- b. e^2.
- c. e^3.
- d. $F(1) - F(0)$.
- e. $e^{F(1)} - e^{F(0)}$.
- f. $\lim_{n\to+\infty} e^{F(n)}$.

A resposta correta é: $e^{F(1)}/e^{F(0)}$.

Considere a curva $\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^3$ dada por $\gamma(t) = (\frac{1}{2}sen\, t, \frac{1}{2}\cos t, \frac{\sqrt{3}}{2})$. É FALSO afirmar que:

Escolha uma opção:

- a. $\gamma(t).\gamma'(t) = 0$ (produto escalar) para todo $t \in [0, 2\pi]$.
- b. A curva $\tilde{\gamma}(t) = (-\frac{1}{2}sen\, t, \frac{1}{2}\cos t, \frac{\sqrt{3}}{2})$, $t \in [0, 2\pi]$ tem a mesma imagem que a curva γ. ✖
- c. A imagem de γ está na esfera de raio 1 e centro $(0, 0, 0)$.
- d. A imagem da curva γ está no cilindro cuja a base é um disco de centro $(0, 0)$ e raio $\frac{1}{2}$ no plano xy.
- e. $(x, y, z) = (0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}) + \lambda(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, é a equação da reta tangente a curva γ no ponto $\gamma(0)$.

A resposta correta é: $(x, y, z) = (0, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}) + \lambda(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, é a equação da reta tangente a curva γ no ponto $\gamma(0)$.

Assinale, dentre as alternativas abaixo, aquela que NÃO representa uma interpretação do Teorema do Valor Médio para integrais:

Escolha uma opção:

- a. Se uma partícula se move em movimento retilíneo e F: $[t_0, t_1] \to \mathbb{R}$ representa a força que atua na partícula no intervalo de tempo entre $t = t_0$ e $t = t_1$, então o impulso $\int_{t_0}^{t_1} F(t)\, dt$ da força F nesse intervalo de tempo coincide com o impulso de uma força com valor constante igual ao valor de F em algum instante entre t_0 e t_1.
- b. Se f: $[a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função contínua tal que $f(x) \geq 0$ para todo $x \in [a, b]$, a área da região compreendida entre o gráfico de f, o eixo-x e as retas $x = a$ e $x = b$ coincide com a área de um retângulo cuja base é o segmento do eixo-x compreendido entre $x = a$ e $x = b$ e cuja altura é o valor $f(c)$ de f em algum ponto $c \in (a, b)$.
- c. Se uma partícula se move em movimento retilíneo, o valor médio de suas velocidades instantâneas em um certo intervalo de tempo coincide com sua velocidade instantânea em algum instante desse intervalo.
- d. Se uma partícula se move em movimento retilíneo, o valor médio de suas velocidades instantâneas em um certo intervalo de tempo coincide com sua velocidade média durante esse intervalo. ✔

A resposta correta é: Se uma partícula se move em movimento retilíneo, o valor médio de suas velocidades instantâneas em um certo intervalo de tempo coincide com sua velocidade média durante esse intervalo.

Se $\int_{-1}^{1} e^{-x^2}dx = k$, então qual das alternativas é a correta sobre o valor de $I = \int_{-1}^{0} e^{-x^2}dx$?

Escolha uma opção:

- a. $I = -\frac{k}{2}$ pois $f(x) = e^{-x^2}$ é função ímpar.
- b. $I = \frac{k}{2}$ e isso independe da função, já que o comprimento do intervalo $[-1, 0]$ é metade do comprimento de $[-1, 1]$.
- c. $I = -\frac{k}{2}$ pela simetria de f no intervalo $[-1, 0]$.
- d. Não existe $\int_{-1}^{0} e^{-x^2}dx$, pois a primitiva de $f(x) = e^{-x^2}$ não é uma função elementar.
- e. $I = \frac{k}{2}$ pois $f(x) = e^{-x^2}$ é função par no intervalo $[-1, 1]$. ✔
- f. O valor de $\int_{-1}^{0} e^{-x^2}dx$ não depende somente dos dados do enunciado.

A resposta correta é: $I = \frac{k}{2}$ pois $f(x) = e^{-x^2}$ é função par no intervalo $[-1, 1]$.

Os volumes A e B dos sólidos de revolução obtidos pela rotação da região plana situada no semiplano fechado dos pontos de abscissas não negativas limitado pela reta pela origem com coeficiente angular quatro e pela curva cúbica $y = x^3$ em torno dos eixos de rotação $x = 6$ e $y = -4$ são respectivamente iguais a:

Escolha uma opção:

- a. $A = \dfrac{1184\pi}{15}$ e $B = \dfrac{592\pi}{21}$.
- b. $A = \dfrac{592\pi}{15}$ e $B = \dfrac{1184\pi}{21}$.
- c. Nenhuma das outras alternativas. ✖
- d. $A = \dfrac{592\pi}{21}$ e $B = \dfrac{1184\pi}{15}$.
- e. $A = \dfrac{296\pi}{15}$ e $B = \dfrac{592\pi}{21}$.

A resposta correta é: $A = \dfrac{592\pi}{15}$ e $B = \dfrac{1184\pi}{21}$.

Qual alternativa é uma afirmação correta sobre $\int_{1}^{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}}dx$?

Escolha uma opção:

- a. Convergente, pois para $1 < x \leq 2$ temos $0 < \frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}} < \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ e que $\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx = \int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{t}}dt$. ✔
- b. Divergente, pois para $1 < x \leq 2$ temos $\frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}} > \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ e que $\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx = \int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{t}}dt$.
- c. Convergente, pois para $1 < x \leq 2$ temos $0 < \frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}} < \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ e que $\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx = \int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{t}}dt$.
- d. Divergente, pois para $1 < x \leq 2$ temos $\frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}} > \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ e que $\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx = \int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{t}}dt$.

A resposta correta é: Convergente, pois para $1 < x \leq 2$ temos $0 < \frac{x^2}{\sqrt{x^5-1}} < \frac{4}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ e que $\int_{1}^{2} \frac{1}{\sqrt{x-1}}dx = \int_{0}^{1} \frac{1}{\sqrt{t}}dt$.

Dada qualquer função f integrável e $\phi(t) = t^2$, considere seguintes afirmações:

- (1) $\int_{-1}^{2} 2tf(\phi(t))dt = \int_{1}^{4} f(t)dt$.
- (2) $\int_{1}^{2} 2tf(\phi(t))dt = \int_{1}^{4} f(t)dt$.
- (3) $\int_{-1}^{2} f(\phi(t))dt = \int_{1}^{4} f(t)dt$.
- (4) $\int_{1}^{2} f(\phi(t))dt = \int_{1}^{4} f(t)dt$.

Então

Escolha uma opção:

- a. apenas (1) e (2) são verdadeiras. ✔
- b. apenas (3) e (4) são verdadeiras.
- c. apenas (1) é verdadeira.
- d. apenas (3) é verdadeira.
- e. apenas (4) é verdadeira.
- f. apenas (2) é verdadeira.

A resposta correta é: apenas (1) e (2) são verdadeiras.

Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 sen(1/x)$ se $x \neq 0$ e $f(0) = 0$ e considere a função $F : [-1, 2] \to \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_{-1}^{x} f(x)dx$. Então a alternativa correta é:

Escolha uma opção:

- a. F é derivável em $[-1, 2]$ e $F'(x) = f(x)$ se e somente se $x \in [-1, 0)$.
- b. Nenhuma das outras respostas é correta.
- c. F é bem definida somente em $[-1, 0)$.
- d. F é derivável em $[-1, 2]$ e vale $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [-1, 2]$. ✔
- e. F não é derivável em nenhum ponto do domínio.
- f. F é derivável em $[0, 2]$ exceto em $x = 0$.

A resposta correta é: F é derivável em $[-1, 2]$ e vale $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [-1, 2]$.

Seja R a região do plano-x, y compreendida entre o gráfico de $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(x)$, e o eixo-x para $3\pi/2 \leq x \leq 5\pi/2$. Marque a alternativa que dá o volume do sólido obtido quando R gira em torno do eixo- y.

Escolha uma opção:

- a. $8\pi^2$.
- b. $2\pi^2$. ✖
- c. $4\pi^2$.
- d. $\pi^2/2$.
- e. π^2.

A resposta correta é: $8\pi^2$.