Universidade de São Paulo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Departamento de Ciências de Computação

Exercícios sobre Álgebra Relacional

Prof. Dr. Caetano Traina Júnior

1 Conceitos da Álgebra Relacional

Exercício 1) Identifique três motivações oriundas de necessidades de implementação que justificam que as implementações do Modelo Relacional não atendam completamente aos critérios do modelo. Identifique três características em que tais implementações consistentemente fogem do modelo.

Exercício 2) Caracterize e compare os três conjuntos de operadores da álgebra relacional.

Exercício 3) O que pode ser dito sobre o conceito de "Compatibilidade de Domínios" entre duas relações e o conceito de "Tipo de relações"?

Exercício 4) Sejam R e S relações. Sob um ponto de vista estrito, $S \cup R \Leftrightarrow R \cup S$? Porque? Explique porque o modelo relacional assume que $S \cup R \Leftrightarrow R \cup S$.

Exercício 5) Qual a diferença entre os operadores "Complemento" de R e "Complemento ativo" de R ? Dê um exemplo de utilidade prática de cada um deles (distinto dos apresentados em aula).

Exercício 6) Explique porque a frase "O domínio ativo do atributo `Sala de Aula` é um número inteiro" não tem sentido algum.

Exercício 7) Mostre uma característica fundamental que faz o operador de Produto Cartesiano ser diferente na álgebra relacional e na teoria dos conjuntos. Sugestão de explicação: seria possível definir o operador de divisão na teoria dos conjuntos?

Exercício 8) Suponha que uma relação R é instanciada do esquema $\mathbb{R}$ tal que $|R| = 10$ e $|\mathbb{R}| = 1$, e que uma relação S é instanciada do esquema $\mathbb{S}$ tal que $|S| = 1$ e $|\mathbb{S}| = 10$. O que pode ser dito de $R \times S$, $R \times R$ e $S \times S$?

Exercício 9) Mostre que $R - S \neq S - R$, onde R e S são duas relações.

Exercício 10) O operador σ pode mudar a cardinalidade da relação mas preserva a dimensionalidade da relação. O operador π pode mudar a dimensionalidade da relação mas não garante que se preserva a cardinalidade da relação. Porque?

Exercício 11) Porque o predicado de um operador σ pode comparar um atributo tanto com uma constante quanto com outro atributo? Dê um exemplo de cada caso em uma aplicação real.

Exercício 12) O operação de seleção $\sigma_{(Atr_i \theta cte)} R$ requer que o operador de comparação θ seja válido no domínio do atributo Atr_i. Você ve alguma inconsistência nessa afirmação e uma expressão como $\sigma_{(\mathtt{Sala}=315)} R$ quando o atributo `Sala` for definido como um tipo alfanumérico'em R?

Exercício 13) Mostre exemplos de operadores de comparação de atributos que não aqueles do "*the big six*" $(=, \neq, <, \leq, >, \geq)$ que são associados a dados usualmente tratados em implementações do modelo relacional.

Exercício 14) Qual o único tipo de dados que precisa ser definido no modelo relacional?

Exercício 15) Qual o único operador de comparação de atributos que o modelo relacional obriga ser definido para atributos de qualquer tipo de dados?

Exercício 16) Qual seria a complexidade computacional esperada de um algoritmo ingênuo para executar o operação de seleção tal como definido na Álgebra Relacional?

Exercício 17) Qual seria a complexidade computacional esperada de um algoritmo ingênuo para executar o operação de projeção tal como definido na Álgebra Relacional?

Exercício 18) O resultado de uma operação de projeção é uma relação. Sabendo-se que $|R| = 1$, o que é o resultado da operação $\pi_{\{A_1\}}R$?.

Exercício 19) Sabendo-se que $\mathbb{R} = \{\texttt{Nome, Idade}\}$ sendo que `Idade sempre tem valor positivo`, o que é o resultado da operação $\pi_{\{\texttt{Idade}\}}\sigma_{(\texttt{Idade}<0)}R$?.

Exercício 20) Pela Teoria da Álgebra Relacional, se estiverem definidas apenas as operações $\bigcup, -, \times, \pi$ e σ então todas as demais podem ser definidas a partir delas. Mostre como definir os operadores $\bigcap, \bowtie, \div$

Exercício 21) Como você definiria o operador Complemento Ativo $\neg^*$?

Exercício 22) Compare os operadores de Junção-θ, Equi-Junção e Junção Natural. De exemplos de uso de cada um deles.

Exercício 23) Porque é importante que os atributos usados no predicado de comparação da Junção-θ devem ser preservados no resultado? e da Equi-Junção?

Exercício 24) O Modelo Relacional indica que dois atributos podem participar de uma Junção Natural quando eles têm o mesmo nome. É possível relaxar essa regra? Como ela ficaria? Porque você acha que ela foi definida assim?

Exercício 25) Compare os operadores de Junção Interna e Junção Externa. De exemplos de uso de ambos.

Exercício 26) Compare os operadores $⟗$, $⟕$ e $⟖$. De exemplos de uso de cada um deles.

Exercício 27) Explique em suas próprias palavras, o que faz o operador $\div$.

Exercício 28) Porque do ponto de vista da Álgebra Relacional o operador produto cartesiano é comutativo e do ponto de vista da teoria dos conjuntos não?

Exercício 29) Porque o o operador produto cartesiano não é idempotente?

Exercício 30) Que propriedades devem ser atendidas pelos predicados A e B para que a propriedade seguinte seja satisfeita pelas relações R, S e T?

$$\left(R \overset{A}{\bowtie} S\right) \overset{B}{\bowtie} T = R \overset{A}{\bowtie} \left(S \overset{B}{\bowtie} T\right)$$

2 Chaves e nulos

Exercício 31) Como o conceito de chave de relação é tratado pelos operadores sobre conjuntos?

Exercício 32) Seja R uma relação e b_x e b_y dois predicados lógicos. Então a seguinte propriedade vale:

$$\sigma_{(b_x)} R \bigcup \sigma_{(b_y)} R \Leftrightarrow \sigma_{(b_x \vee b_y)} R.$$

Se R não for um conjunto, mas uma tabela com tuplas duplicadas, essa propriedade continua valendo? Dê um exemplo.

Exercício 33) Sejam a, b e c conjuntos. Então, a propriedade da distributividade da intersecção sobre a união diz que

$$a \cap (b \cup c) \Leftrightarrow (a \cap b) \cup (a \cap c).$$

Caso a, b e c sejam *bags*, essa lei continua valendo? Dê um exemplo.

3 Construção de expressões de consulta

Exercício 34) Considere o seguinte esquema de dados:

```
Aluno = {Nome, No.USP , Idade, Curso, Cidade}

Matricula = { No.USP , Sigla , Ano, Semestre, Sala, HoraInicio, HoraFim, Nota}

Disciplina = { Sigla , Nome, Créditos, No.USPMonitor }
```

Escreva expressões em Álgebra Relacional que respondem às seguintes consultas:

1. Selecione o nome e o número USP de todos os alunos de `‘Araras‘` que cursam `‘Fisica‘`.
2. Liste o nome das disciplinas que têm menos de duas horas de duração.
3. Para cada aluno, indicado por seu nome, liste todos os anos em que ele cursou ao menos uma disciplina.
4. Para cada disciplina que têm monitor, indicada por seu nome, liste o nome do monitor.
5. Para todas as disciplina, indicada por seu nome, liste o nome do monitor. Deixe em branco o nome do monitor se a disciplina não tem monitor.
6. Liste o nome de todas as disciplinas em que cada aluno (indicado por seu nome) se matriculou, junto com a nota que ele tirou.
7. Liste o nome de todas as disciplinas em que cada aluno (indicado por seu nome) foi aprovado (`nota>5`) no segundo semestre de 2018, junto com a nota que ele tirou.
8. Para cada aluno, indicado por seu nome, liste todas as disciplinas em que ele foi inicialmente reprovado mas posteriormente aprovado, junto com as notas obtidas.
9. Liste o nome de todas as disciplinas em que cada aluno (indicado por seu nome) foi reprovado no segundo semestre de 2017 e na qual ele ainda não aprovado, junto com a nota que ele tirou.
10. Liste as disciplinas que são oferecidas apenas no primeiro semestre.
11. Liste as disciplinas que são oferecidas em ambos os semestres.

12. Liste os conflitos de horário que possam existir nas disciplinas que compartilharam a mesma sala no primeiro semestre de 2019.

13. Liste os nomes dos alunos que possam ter sido monitores de disciplinas que eles não cursaram.

14. Liste os nomes dos alunos que foram monitores de alguma disciplina, junto com o ano e semestre que eles cursaram e ano e semestre em que foram monitores.

Exercício 35) Para cada expressão obtida no exercício anterior, escreva mais duas expressões equivalentes, procurando fazer com que elas sejam significativamente diferentes. Em cada consulta, qual das três expressões você espera que seja a mais lenta e qual a mais rápida para ser executada? Porque?

4 Lógica de três valores

Exercício 36) Seja b_x um predicado booleano. Então a expressão lógica $b_x \vee \bar{b_x}$ tem valor sempre `verdade` (é o que em lógica se chama *tautologia*.) Essa expressão é uma tautologia em Lógica de três valores? Mostre porque.

Exercício 37) Seja b_x um predicado booleano. Então a expressão lógica $b_x \wedge \bar{b_x}$ tem valor sempre `falso` (é o que em lógica se chama *contradição*.) Essa expressão é uma contradição em Lógica de três valores? Mostre porque.

Exercício 38) As expressões `x IS NOT NULL` e `NOT (x IS NULL)` são equivalentes em SQL? Mostre porque.

[Ultima atualização desta lista: 19 de março de 2024]