

Relatório de Implementação — Solvers do Puzzle

Vítor Hugo Magnus Oliveira (00341650) e Marcelo Gross Borges (00344298)

September 23, 2025

1 Resultados

O hardware usado para os testes foi um notebook Dell Inspiron 14 5440, com o processador Intel Core 7 150U \times 12, com 32gb de memória ram e rodando o sistema operacional Ubuntu 24.04.3 LTS.

Table 1: Resultados Médios dos Algoritmos de Busca no Puzzle

Algoritmo	Média de Nós Expandidos	Média de Comprimento da Solução	Tempo Médio (s)	Média da Heurística	Média da Heurística Inicial	Taxa de Sucesso
bfs8	81,459.54	22.16	0.022	0.00	13.88	100%
idfs8	2,578,290.56	22.16	0.186	0.00	13.88	100%
gbfs8	392.42	140.52	0.0004	6.89	13.88	100%
astar8	895.00	22.16	0.0002	10.03	13.88	100%
astar15	5,643,956.59	52.14	3.572	25.63	36.70	90%
idastar8	2,373.03	22.16	0.0006	10.43	13.88	100%
idastar15	46,561,394.96	51.89	4.691	15.11	36.58	85%

O algoritmo A* falhou em 10 instâncias do 15-Puzzle. As instâncias não solucionadas têm os seguintes índices: 17, 49, 53, 56, 59, 60, 66, 82, 88 e 92. Já o algoritmo IDA* não conseguiu resolver 15 instâncias do 15-Puzzle, que incluem os seguintes índices: 14, 17, 22, 32, 49, 56, 59, 60, 63, 66, 72, 82, 88, 91 e 92. Todas as falhas de ambos os algoritmos ocorreram devido ao limite de tempo de execução.

2 Representação e Estrutura Base dos Estados

Os estados do puzzle foram representados por um número inteiro de 64 bits (`u_int_64`), onde cada peça ocupa 4 bits. Essa escolha foi feita pois é mais otimizada que estruturas mais complexas como structs e vetores a nível de acesso à memória, permitindo rapidez nas operações de expansão e comparação. A manipulação dos bits exige operações de deslocamento e máscaras, mas elimina overhead de ponteiros e acessos indiretos.

3 Função Heurística e Estruturas Auxiliares

A heurística de distância de Manhattan foi otimizada com o uso de uma tabela pré-computada (`std::vector<std::vector<int>>>`), reduzindo o cálculo em tempo de execução a simples acessos indexados. Essa escolha representa um trade-off: maior consumo de memória, mas ganhos de desempenho durante a expansão.

4 Algoritmos

4.1 Busca em Largura (BFS)

A BFS foi implementada com uma fila (`std::queue`) para gerenciar a fronteira de estados e uma tabela hash (`std::unordered_map`) para registrar os estados visitados junto com suas profundidades.

4.2 Busca em Profundidade Iterativa (IDFS)

Para a IDFS, foi utilizada uma abordagem recursiva por meio da função `recursive_dfs`. Cada chamada representa a expansão de um estado até o limite de profundidade.

4.3 A*

O A* combina custo acumulado e heurística, exigindo uma fronteira ordenada. A estrutura escolhida para representar a fronteira foi uma fila de prioridade customizada (`BucketQueue`), projetada para reduzir o custo de inserção e remoção de $O(\log n)$, se usada uma `std::priority_queue`, para $O(1)$. O conjunto de estados expandidos foi armazenado em uma tabela hash (`std::unordered_set`). A decisão de usar `BucketQueue` é baseada na principal debilidade do A* que é o grande número de acessos à memória.

4.4 Greedy Best-First Search (GBFS)

No GBFS, a fronteira foi mantida em uma (`std::priority_queue`), que avalia o próximo estado a ser expandido de forma gulosa, olhando apenas para o menor valor da heurística. Foi utilizado um conjunto hash (`std::unordered_set`) para `visited`.

4.5 Iterative Deepening A* (IDA*)

O IDA* foi implementado de forma recursiva, similar ao IDFS, mas com a diferença de que o limite de profundidade é definido pela soma do custo g e da heurística h . Essa escolha elimina a necessidade de filas de prioridade, mantendo o consumo de memória extremamente baixo. O desafio principal está na lógica de retorno da recursão, que precisa sinalizar cortes de busca e ajustar dinamicamente o limite para a próxima iteração.

5 Dificuldades

As principais dificuldades enfrentadas foram em relação à encontrar estruturas de dados que se encaixassem bem com cada problema específico, formas de representar os nodos de maneira performática e de calcular o valor da heurística de maneira otimizada.

Também houve muita dificuldade em fazer os valores de saída baterem com os esperados, principalmente o valor de heurística médio, pois para que ele ficasse correto era essencial que exatamente o mesmo número de nodos fosse gerado, portanto qualquer corte prematuro ou diferença na implementação acabava gerando valores diferentes.

Table 2: Resultados A* por Instância (Parte 1: Instâncias 1-70)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
1	835	22	0.000306	9.082440	12
2	1024	23	0.000398	10.066710	15
3	72	17	0.000025	9.150790	13
4	953	25	0.000200	11.678320	17
5	91	16	0.000027	6.725610	10
6	652	22	0.000138	9.371820	12
7	350	22	0.000082	10.439520	14
8	612	21	0.000131	9.811360	11
9	232	17	0.000052	7.862500	7
10	177	21	0.000046	10.827120	13
11	511	23	0.000109	9.976550	15
12	1037	23	0.000233	10.386350	11
13	197	19	0.000085	8.389380	13
14	697	22	0.000289	9.280960	14
15	239	19	0.000056	7.905710	13
16	1622	22	0.000327	9.725910	10
17	315	20	0.000077	8.873390	10
18	30	21	0.000013	10.326920	19
19	373	22	0.000080	10.561800	18
20	550	22	0.000127	10.553030	16
21	34	16	0.000014	8.229510	14
22	118	16	0.000033	8.475490	10
23	1449	25	0.000299	10.864540	15
24	873	22	0.000179	10.083900	14
25	808	23	0.000178	9.784360	13
26	1167	25	0.000250	10.505650	15
27	308	21	0.000078	9.424760	15
28	41	13	0.000015	6.080000	7
29	533	23	0.000117	11.037080	13
30	346	24	0.000094	11.500000	16
31	929	24	0.000195	10.288540	14
32	117	16	0.000031	8.699510	12
33	26	18	0.000024	9.020830	16
34	666	23	0.000157	10.135990	13
35	1734	26	0.000604	10.785140	14
36	1824	27	0.000558	12.141570	17
37	231	22	0.000107	11.418180	14
38	1807	26	0.000357	10.707730	14
39	655	22	0.000193	9.455450	12
40	2298	25	0.000539	10.224360	13
41	76	14	0.000042	7.451850	8
42	786	25	0.000268	11.269620	19
43	609	21	0.000274	9.228040	11
44	2231	26	0.000471	10.650430	16
45	1757	24	0.000542	9.851370	14
46	299	24	0.000068	11.503010	20
47	41	18	0.000016	9.959460	14
48	543	23	0.000119	10.689500	15
49	438	21	0.000094	10.062080	11
50	2864	28	0.000567	12.255920	16
51	221	20	0.000054	9.784970	12
52	2849	27	0.000562	11.071410	15
53	179	19	0.000046	8.827920	11
54	1075	26	0.000211	11.579870	16
55	177	18	0.000044	8.581170	12
56	752	24	0.000160	10.091700	16
57	182	18	0.000044	8.186500	8
58	1355	24	0.000356	10.085320	12
59	205	23	0.000109	11.060340	17
60	712	24	0.000159	10.585830	16
61	1421	27	0.000289	12.022790	19
62	2186	25	0.000429	9.916120	13
63	168	21	0.000042	10.681820	15
64	39	22	0.000013	12.014710	18
65	4038	28	0.000794	11.154130	14
66	90	20	0.000027	9.616880	16
67	2905	27	0.000584	10.862560	17
68	2301	27	0.000851	11.877160	15
69	698	25	0.000148	10.871050	19
70	2190	24	0.000704	9.485270	10

Table 3: Resultados A* por Instância (Parte 2: Instâncias 71-100)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
71	936	24	0.000189	11.838400	16
72	238	22	0.000058	9.926290	16
73	3038	27	0.000598	10.956960	15
74	1632	26	0.000329	10.818420	18
75	4306	25	0.001549	10.300280	11
76	739	26	0.000315	11.903620	20
77	382	20	0.000147	9.364350	14
78	2084	26	0.000416	10.702230	16
79	99	16	0.000029	7.528410	10
80	2764	27	0.000557	11.431720	17
81	428	19	0.000094	8.660710	11
82	715	25	0.000151	13.085200	21
83	68	15	0.000021	7.352460	11
84	34	17	0.000014	9.274190	13
85	121	15	0.000030	7.377990	7
86	993	25	0.000203	10.744870	17
87	163	17	0.000041	8.925530	11
88	2389	27	0.000484	11.712010	17
89	369	20	0.000087	8.338120	8
90	356	20	0.000079	8.593020	12
91	1461	27	0.000297	11.142620	21
92	854	26	0.000177	11.481380	18
93	730	22	0.000157	9.600160	12
94	257	22	0.000062	11.321760	14
95	414	22	0.000092	9.852480	12
96	181	19	0.000047	9.896440	17
97	336	20	0.000077	9.109000	8
98	707	21	0.000156	8.577590	9
99	1467	24	0.000304	11.038820	14
100	1319	25	0.000270	10.782810	13

Table 4: Resultados BFS por Instância (Parte 1: Instâncias 1-70)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
1	70436	22	0.032493	0.000000	12
2	98412	23	0.034825	0.000000	15
3	11718	17	0.004989	0.000000	13
4	134664	25	0.042733	0.000000	17
5	5209	16	0.002163	0.000000	10
6	59830	22	0.015844	0.000000	12
7	71614	22	0.017043	0.000000	14
8	42704	21	0.014394	0.000000	11
9	10486	17	0.002883	0.000000	7
10	55230	21	0.012977	0.000000	13
11	86288	23	0.021245	0.000000	15
12	87902	23	0.023025	0.000000	11
13	24271	19	0.005184	0.000000	13
14	67445	22	0.017104	0.000000	14
15	21294	19	0.007303	0.000000	13
16	67976	22	0.018666	0.000000	10
17	30932	20	0.008536	0.000000	10
18	51926	21	0.015751	0.000000	19
19	74010	22	0.027766	0.000000	18
20	57200	22	0.012550	0.000000	16
21	6175	16	0.001319	0.000000	14
22	4890	16	0.001992	0.000000	10
23	128087	25	0.037386	0.000000	15
24	59140	22	0.013025	0.000000	14
25	86044	23	0.027321	0.000000	13
26	124428	25	0.032877	0.000000	15
27	55828	21	0.013267	0.000000	15
28	1904	13	0.000422	0.000000	7
29	89286	23	0.023829	0.000000	13
30	96167	24	0.031683	0.000000	16
31	108997	24	0.036681	0.000000	14
32	6800	16	0.001508	0.000000	12
33	12237	18	0.004569	0.000000	16
34	91221	23	0.021641	0.000000	13
35	146642	26	0.037321	0.000000	14
36	166169	27	0.042905	0.000000	17
37	61999	22	0.021005	0.000000	14
38	149038	26	0.035468	0.000000	14
39	66394	22	0.020849	0.000000	12
40	134964	25	0.036200	0.000000	13
41	3528	14	0.000777	0.000000	8
42	141058	25	0.031984	0.000000	19
43	51334	21	0.014710	0.000000	11
44	147235	26	0.032002	0.000000	16
45	96629	24	0.024472	0.000000	14
46	117820	24	0.029197	0.000000	20
47	12721	18	0.002723	0.000000	14
48	82402	23	0.025093	0.000000	15
49	55950	21	0.012425	0.000000	11
50	170358	28	0.038974	0.000000	16
51	41346	20	0.010668	0.000000	12
52	163708	27	0.039042	0.000000	15
53	25948	19	0.010065	0.000000	11
54	146431	26	0.039147	0.000000	16
55	16644	18	0.003689	0.000000	12
56	113398	24	0.028217	0.000000	16
57	12763	18	0.002614	0.000000	8
58	102477	24	0.026176	0.000000	12
59	91593	23	0.024330	0.000000	17
60	116022	24	0.026261	0.000000	16
61	170975	27	0.049630	0.000000	19
62	132375	25	0.039400	0.000000	13
63	43631	21	0.009484	0.000000	15
64	61343	22	0.013726	0.000000	18
65	173107	28	0.040085	0.000000	14
66	37323	20	0.011887	0.000000	16
67	166627	27	0.039569	0.000000	17
68	165544	27	0.042966	0.000000	15
69	136365	25	0.029203	0.000000	19
70	101428	24	0.024676	0.000000	10

Table 5: Resultados BFS por Instância (Parte 2: Instâncias 71-100)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
71	99337	24	0.033167	0.000000	16
72	69657	22	0.026466	0.000000	16
73	169153	27	0.046135	0.000000	15
74	146614	26	0.041468	0.000000	18
75	136769	25	0.030321	0.000000	11
76	144168	26	0.033823	0.000000	20
77	32178	20	0.007673	0.000000	14
78	149505	26	0.032730	0.000000	16
79	6810	16	0.003187	0.000000	10
80	165286	27	0.041112	0.000000	17
81	20088	19	0.007802	0.000000	11
82	134133	25	0.034548	0.000000	21
83	3471	15	0.000809	0.000000	11
84	9452	17	0.003775	0.000000	13
85	4001	15	0.001746	0.000000	7
86	134421	25	0.041198	0.000000	17
87	10951	17	0.003069	0.000000	11
88	165164	27	0.045264	0.000000	17
89	32194	20	0.012102	0.000000	8
90	37083	20	0.011381	0.000000	12
91	163614	27	0.039012	0.000000	21
92	145000	26	0.033109	0.000000	18
93	68791	22	0.016483	0.000000	12
94	69185	22	0.026974	0.000000	14
95	66051	22	0.017988	0.000000	12
96	25603	19	0.010435	0.000000	17
97	30499	20	0.012465	0.000000	8
98	45472	21	0.013159	0.000000	9
99	106698	24	0.036262	0.000000	14
100	130566	25	0.034679	0.000000	13

Table 6: Resultados IDFS por Instância (Parte 1: Instâncias 1-70)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Custo Acumulado	Heurística Primeiro nó
1	809224	22	0.071905	0.000000	12
2	1659716	23	0.120280	0.000000	15
3	56332	17	0.008524	0.000000	13
4	3832745	25	0.275905	0.000000	17
5	20305	16	0.001530	0.000000	10
6	572929	22	0.041813	0.000000	12
7	840836	22	0.060129	0.000000	14
8	336804	21	0.023788	0.000000	11
9	48030	17	0.006915	0.000000	7
10	523656	21	0.037857	0.000000	13
11	1183127	23	0.084055	0.000000	15
12	1229083	23	0.087305	0.000000	11
13	144153	19	0.014192	0.000000	13
14	726908	22	0.059263	0.000000	14
15	119854	19	0.008534	0.000000	13
16	746437	22	0.053590	0.000000	10
17	201422	20	0.014264	0.000000	10
18	463439	21	0.033052	0.000000	19
19	880730	22	0.063246	0.000000	18
20	529433	22	0.037964	0.000000	16
21	25389	16	0.004154	0.000000	14
22	18803	16	0.002806	0.000000	10
23	3233556	25	0.234576	0.000000	15
24	559966	22	0.039745	0.000000	14
25	1161412	23	0.087670	0.000000	13
26	3012022	25	0.210788	0.000000	15
27	533665	21	0.038580	0.000000	15
28	6472	13	0.000495	0.000000	7
29	1258485	23	0.099549	0.000000	13
30	1506581	24	0.106602	0.000000	16
31	2082556	24	0.153296	0.000000	14
32	28816	16	0.002115	0.000000	12
33	57963	18	0.007344	0.000000	16
34	1339032	23	0.101872	0.000000	13
35	5227219	26	0.380341	0.000000	14
36	10582097	27	0.762116	0.000000	17
37	618550	22	0.056862	0.000000	14
38	5647709	26	0.415751	0.000000	14
39	707091	22	0.050579	0.000000	12
40	3906491	25	0.281312	0.000000	13
41	13166	14	0.002014	0.000000	8
42	4826279	25	0.345056	0.000000	19
43	445186	21	0.037541	0.000000	11
44	5301125	26	0.383584	0.000000	16
45	1521264	24	0.130610	0.000000	14
46	2550556	24	0.183037	0.000000	20
47	60744	18	0.009004	0.000000	14
48	1071876	23	0.083047	0.000000	15
49	542261	21	0.038920	0.000000	11
50	13426501	28	0.941727	0.000000	16
51	323493	20	0.023372	0.000000	12
52	9617303	27	0.681791	0.000000	15
53	160297	19	0.020587	0.000000	11
54	5150682	26	0.363396	0.000000	16
55	86884	18	0.011243	0.000000	12
56	2296791	24	0.174538	0.000000	16
57	60654	18	0.004535	0.000000	8
58	1715624	24	0.127273	0.000000	12
59	1336827	23	0.099163	0.000000	17
60	2536222	24	0.180535	0.000000	16
61	15171649	27	1.080821	0.000000	19
62	3587527	25	0.279181	0.000000	13
63	344582	21	0.024417	0.000000	15
64	599226	22	0.042588	0.000000	18
65	15073854	28	1.066176	0.000000	14
66	277227	20	0.030938	0.000000	16
67	10843669	27	0.765231	0.000000	17
68	10295974	27	0.725633	0.000000	15
69	4095213	25	0.293956	0.000000	19
70	1665813	24	0.117838	0.000000	10

Table 7: Resultados IDFS por Instância (Parte 2: Instâncias 71-100)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Custo Acumulado	Heurística Primeiro nó
71	1583030	24	0.112949	0.000000	16
72	792904	22	0.056707	0.000000	16
73	12496979	27	0.878208	0.000000	15
74	5225955	26	0.369039	0.000000	18
75	4088312	25	0.291768	0.000000	11
76	4873453	26	0.345417	0.000000	20
77	214527	20	0.015331	0.000000	14
78	5735592	26	0.409407	0.000000	16
79	28881	16	0.002103	0.000000	10
80	10128430	27	0.717387	0.000000	17
81	110829	19	0.009783	0.000000	11
82	3745531	25	0.267453	0.000000	21
83	12608	15	0.000926	0.000000	11
84	42323	17	0.003770	0.000000	13
85	15054	15	0.002365	0.000000	7
86	3814064	25	0.277631	0.000000	17
87	51080	17	0.007753	0.000000	11
88	10083429	27	0.711669	0.000000	17
89	216000	20	0.017692	0.000000	8
90	269408	20	0.024312	0.000000	12
91	9608157	27	0.673345	0.000000	21
92	4963354	26	0.357454	0.000000	18
93	761900	22	0.054410	0.000000	12
94	779904	22	0.065241	0.000000	14
95	713444	22	0.051295	0.000000	12
96	156601	19	0.012000	0.000000	17
97	197513	20	0.014227	0.000000	8
98	365116	21	0.025966	0.000000	9
99	1905883	24	0.140932	0.000000	14
100	3411288	25	0.246499	0.000000	13

Table 8: Resultados GBFS por Instância (Parte 1: Instâncias 1-70)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
1	579	156	0.000863	7.008770	12
2	437	187	0.000539	6.869510	15
3	430	189	0.000446	6.610750	13
4	466	207	0.000486	6.945450	17
5	16	16	0.000019	5.500000	10
6	407	152	0.000414	6.590850	12
7	422	168	0.000391	6.612600	14
8	96	27	0.000095	8.054220	11
9	576	87	0.000589	6.730020	7
10	634	119	0.000632	7.052540	13
11	90	57	0.000095	6.809820	15
12	560	141	0.000608	6.932390	11
13	83	47	0.000092	5.891160	13
14	502	146	0.000588	6.734300	14
15	66	39	0.000073	6.134450	13
16	501	146	0.000524	6.698770	10
17	81	44	0.000084	6.510640	10
18	46	37	0.000056	7.869050	19
19	386	160	0.000531	6.806400	18
20	429	190	0.000497	6.808200	16
21	540	132	0.000676	6.774430	14
22	453	166	0.000569	6.643750	10
23	464	181	0.000592	6.876070	15
24	651	198	0.000848	7.221930	14
25	406	189	0.000449	6.628450	13
26	423	187	0.000526	6.837370	15
27	453	203	0.000793	6.817160	15
28	17	15	0.000029	5.382350	7
29	405	165	0.000441	6.697770	13
30	542	140	0.000584	6.953270	16
31	135	38	0.000152	8.691300	14
32	67	34	0.000080	7.914530	12
33	452	194	0.000481	6.759050	16
34	432	195	0.000452	6.809210	13
35	521	162	0.000603	6.914500	14
36	111	79	0.000139	7.827410	17
37	590	98	0.000701	6.833490	14
38	549	148	0.000497	6.898770	14
39	447	184	0.000472	6.728190	12
40	460	211	0.000464	6.956790	13
41	394	140	0.000498	6.472100	8
42	65	45	0.000069	7.798320	19
43	510	155	0.000531	6.728980	11
44	525	222	0.000593	6.770650	16
45	533	130	0.000658	6.888770	14
46	416	184	0.000440	6.963460	20
47	19	18	0.000020	7.472220	14
48	428	181	0.000440	6.787600	15
49	552	149	0.000587	6.852340	11
50	461	198	0.000463	7.300370	16
51	496	174	0.000529	7.079130	12
52	88	49	0.000083	7.538960	15
53	601	101	0.000656	6.789920	11
54	452	206	0.000487	7.279040	16
55	560	132	0.000649	6.863910	12
56	43	36	0.000044	7.333330	16
57	480	180	0.000583	6.946750	8
58	459	216	0.000457	7.028290	12
59	80	55	0.000079	7.758870	17
60	68	46	0.000082	6.628100	16
61	525	219	0.000551	6.796520	19
62	401	153	0.000359	6.597480	13
63	632	195	0.000715	7.222920	15
64	416	188	0.000388	6.955220	18
65	496	210	0.000552	7.478860	14
66	20	20	0.000018	7.916670	16
67	659	129	0.000678	7.118800	17
68	474	197	0.000495	6.955850	15
69	62	41	0.000063	7.633930	19
70	423	170	0.000515	6.562250	10

Table 9: Resultados GBFS por Instância (Parte 2: Instâncias 71-100)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
71	514	158	0.000605	6.832970	16
72	394	166	0.000411	6.625000	16
73	420	181	0.000507	6.912630	15
74	410	178	0.000716	6.706210	18
75	386	175	0.000438	6.514580	11
76	448	176	0.000471	6.877530	20
77	389	164	0.000440	6.535460	14
78	466	194	0.000572	6.904130	16
79	453	194	0.000523	6.616150	10
80	442	193	0.000473	6.836550	17
81	590	129	0.000612	6.828820	11
82	454	197	0.000593	7.008700	21
83	57	39	0.000062	5.575470	11
84	18	17	0.000023	7.257140	13
85	387	149	0.000399	6.435860	7
86	572	175	0.000564	7.080360	17
87	417	179	0.000460	6.644900	11
88	596	175	0.000711	7.102930	17
89	382	168	0.000364	6.388810	8
90	522	150	0.000527	6.742730	12
91	580	151	0.000637	7.113590	21
92	458	208	0.000859	6.909990	18
93	485	176	0.000554	6.989450	12
94	580	152	0.000580	6.989280	14
95	409	152	0.000606	6.717240	12
96	403	161	0.000494	6.648950	17
97	636	186	0.000690	7.133750	8
98	48	29	0.000151	5.715910	9
99	613	104	0.000664	6.960510	14
100	450	203	0.000467	6.843750	13

Table 10: Resultados IDA* por Instância (Parte 1: Instâncias 1-70)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
1	2631	22	0.000768	9.777980	12
2	3276	23	0.001136	10.598320	15
3	145	17	0.000049	9.987800	13
4	2720	25	0.000683	11.781370	17
5	165	16	0.000049	7.137810	10
6	1734	22	0.000346	9.245460	12
7	1741	22	0.000448	10.437290	14
8	439	21	0.000127	10.750000	11
9	464	17	0.000135	7.579950	7
10	611	21	0.000178	11.501490	13
11	724	23	0.000175	11.724140	15
12	1659	23	0.000370	10.909420	11
13	372	19	0.000099	9.075080	13
14	1420	22	0.000357	9.659370	14
15	465	19	0.000136	8.212310	13
16	2130	22	0.000473	9.635010	10
17	794	20	0.000232	9.229230	10
18	71	21	0.000023	12.972970	19
19	456	22	0.000104	11.548650	18
20	368	22	0.000091	10.911180	16
21	27	16	0.000014	9.636360	14
22	76	16	0.000026	8.563490	10
23	2805	25	0.000690	11.128690	15
24	805	22	0.000215	10.211960	14
25	1666	23	0.000438	10.285560	13
26	2470	25	0.000768	10.345440	15
27	1294	21	0.000317	9.684140	15
28	100	13	0.000030	6.928180	7
29	1609	23	0.000505	11.262020	13
30	225	24	0.000070	14.002780	16
31	1820	24	0.000379	11.523000	14
32	129	16	0.000038	9.481650	12
33	37	18	0.000013	10.245900	16
34	1500	23	0.000391	10.929970	13
35	4075	26	0.000897	11.365990	14
36	5873	27	0.001393	12.113550	17
37	487	22	0.000122	11.715170	14
38	5296	26	0.001111	11.096190	14
39	2349	22	0.000484	9.770910	12
40	5296	25	0.001591	10.857710	13
41	125	14	0.000033	7.921660	8
42	3436	25	0.000700	11.446200	19
43	1193	21	0.000313	9.671310	11
44	9239	26	0.002097	10.244680	16
45	2256	24	0.000369	10.434660	14
46	626	24	0.000149	13.157210	20
47	92	18	0.000031	10.118420	14
48	1145	23	0.000234	11.042930	15
49	1201	21	0.000298	10.725060	11
50	5557	28	0.001265	12.401420	16
51	730	20	0.000176	9.972020	12
52	9355	27	0.002252	10.635500	15
53	661	19	0.000192	8.786610	11
54	2195	26	0.000449	12.091820	16
55	257	18	0.000067	9.306260	12
56	2440	24	0.000682	10.669040	16
57	339	18	0.000127	8.484480	8
58	2316	24	0.000492	10.876100	12
59	272	23	0.000073	13.210160	17
60	3401	24	0.000777	10.829940	16
61	9544	27	0.002330	11.501880	19
62	8845	25	0.002260	9.669590	13
63	360	21	0.000093	10.371860	15
64	103	22	0.000030	13.398770	18
65	11359	28	0.003091	11.551140	14
66	406	20	0.000107	9.686850	16
67	8302	27	0.001857	11.225800	17
68	6762	27	0.001695	11.858740	15
69	2421	25	0.000520	11.361040	19
70	3944	24	0.000961	9.623690	10

Table 11: Resultados IDA* por Instância (Parte 2: Instâncias 71-100)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
71	899	24	0.000228	11.516890	16
72	868	22	0.000244	10.504490	16
73	14476	27	0.003382	10.902900	15
74	3141	26	0.000769	11.723930	18
75	8979	25	0.002157	9.914990	11
76	1631	26	0.000479	11.602260	20
77	413	20	0.000151	9.506590	14
78	8936	26	0.002186	10.443040	16
79	166	16	0.000049	8.810340	10
80	7986	27	0.002249	11.354100	17
81	490	19	0.000152	8.291410	11
82	324	25	0.000086	14.170630	21
83	56	15	0.000018	8.010870	11
84	83	17	0.000030	9.753620	13
85	186	15	0.000059	7.257860	7
86	2713	25	0.000594	11.475500	17
87	206	17	0.000058	9.260620	11
88	5691	27	0.001303	11.795930	17
89	1408	20	0.000317	8.118490	8
90	573	20	0.000157	9.433020	12
91	2764	27	0.000696	11.330110	21
92	2791	26	0.000669	10.976110	18
93	2006	22	0.000476	9.715940	12
94	1238	22	0.000351	10.963160	14
95	1016	22	0.000238	10.976390	12
96	244	19	0.000088	9.935800	17
97	722	20	0.000176	9.396410	8
98	2213	21	0.000523	8.091270	9
99	2265	24	0.000586	11.277570	14
100	3613	25	0.000714	10.676060	13

Table 12: Resultados A* 15-PUZZLE por Instância (Parte 1: Instâncias 1-70)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
1	14028344	57	9.550293	27.186900	41
2	4415279	55	2.515545	23.394820	43
3	30003145	59	21.137345	27.751700	41
4	5253685	56	2.953660	26.620790	42
5	2021382	56	1.018871	28.153200	42
6	969356	52	0.416573	27.416490	36
7	7170013	52	4.613594	23.383740	30
8	2618503	50	1.339784	24.424520	32
9	313211	46	0.088022	21.503710	32
10	17805045	59	11.674318	27.734990	43
11	3525006	57	2.034209	28.750540	43
12	32334	45	0.008196	26.236210	35
13	831333	46	0.348750	19.507480	36
14	26088053	59	19.095123	28.499030	41
15	25792756	62	18.670568	31.454640	44
16	909219	42	0.390406	18.651620	24
17	—	—	—	—	—
18	1267588	55	0.525252	27.259430	43
19	154092	46	0.038929	22.987150	36
20	1995813	52	0.991888	24.572980	36
21	5668025	54	3.225142	26.403400	34
22	13338796	59	9.252116	28.247420	41
23	1398857	49	0.626181	24.277050	33
24	4691710	54	2.680584	26.312230	34
25	6227205	52	4.109824	24.700270	32
26	20161235	58	12.928656	27.585270	40
27	11278428	53	7.020697	25.459160	33
28	909442	52	0.402731	27.872710	36
29	3917549	54	2.255423	26.119070	38
30	215990	47	0.058862	24.840170	35
31	192534	50	0.058161	28.164810	38
32	17025056	59	11.044891	29.273740	43
33	18535767	60	11.984262	30.110060	42
34	2063117	52	1.041174	25.982460	36
35	4626661	55	2.599055	26.974810	39
36	2309697	52	1.170786	25.791490	36
37	20889986	58	13.482007	27.636040	40
38	827864	53	0.347142	28.710060	41
39	1118025	49	0.487618	24.280760	35
40	6540243	54	4.294394	26.380560	36
41	5727374	54	3.283760	26.121910	36
42	48447	42	0.011794	23.300040	30
43	7332466	64	4.560084	33.052830	48
44	2731989	50	1.415581	24.607500	32
45	539196	51	0.181675	27.316120	39
46	1430455	49	0.624675	22.917920	35
47	179689	47	0.049879	25.475310	35
48	119535	49	0.030014	25.168520	39
49	—	—	—	—	—
50	4399444	53	2.555659	25.099390	39
51	3031922	56	1.842237	28.074820	44
52	11641228	56	7.216637	26.803440	38
53	—	—	—	—	—
54	7221615	56	4.630365	27.820720	40
55	152123	41	0.040681	20.696140	29
56	—	—	—	—	—
57	484048	50	0.165633	26.117380	36
58	506538	51	0.176808	25.545290	37
59	—	—	—	—	—
60	—	—	—	—	—
61	508957	45	0.172935	21.727100	31
62	1828847	57	0.937720	29.084570	43
63	21862510	56	14.222952	25.547550	40
64	5622335	51	3.245485	23.618300	31
65	920623	47	0.392188	22.622820	31
66	—	—	—	—	—
67	8430894	50	5.267754	23.921400	28
68	5471060	51	3.162371	25.118000	31
69	4579005	53	2.595644	25.342840	37
70	8179227	52	5.180556	24.664400	30

Table 13: Resultados A* 15-PUZZLE por Instância (Parte 2: Instâncias 71-100)

Instância	Nós Expandidos	Comprimento da Solução	Tempo (s)	Média Heurística	Heurística Primeiro nó
71	557862	44	0.190836	20.630120	30
72	34437004	56	23.968038	25.394340	38
73	188717	49	0.064022	23.873070	37
74	1373939	56	0.606849	28.771620	46
75	3440513	48	2.086695	22.060240	30
76	7622602	57	4.832685	27.729740	41
77	2184110	54	1.096725	27.597980	34
78	619299	53	0.214450	27.380700	41
79	68633	42	0.020088	21.781100	28
80	3951356	57	2.282431	26.913580	43
81	744209	53	0.315827	28.051740	39
82	—	—	—	—	—
83	1900358	49	0.984506	24.127770	31
84	10972804	55	6.744144	26.658960	37
85	158355	44	0.039449	20.888590	32
86	195222	45	0.060297	22.290460	35
87	4681483	52	2.676666	25.962040	34
88	—	—	—	—	—
89	3559259	54	2.060548	26.461860	38
90	820923	50	0.347558	26.079190	36
91	18150875	57	11.791504	26.873360	41
92	—	—	—	—	—
93	438960	46	0.153255	20.965220	34
94	276325	53	0.075755	27.766560	45
95	751475	50	0.328187	25.063400	34
96	1263033	49	0.556525	22.922220	35
97	191601	44	0.052618	21.267770	32
98	9499694	54	5.939373	25.127290	34
99	5342754	57	3.023869	28.762480	39
100	4484857	54	2.564465	25.170230	38