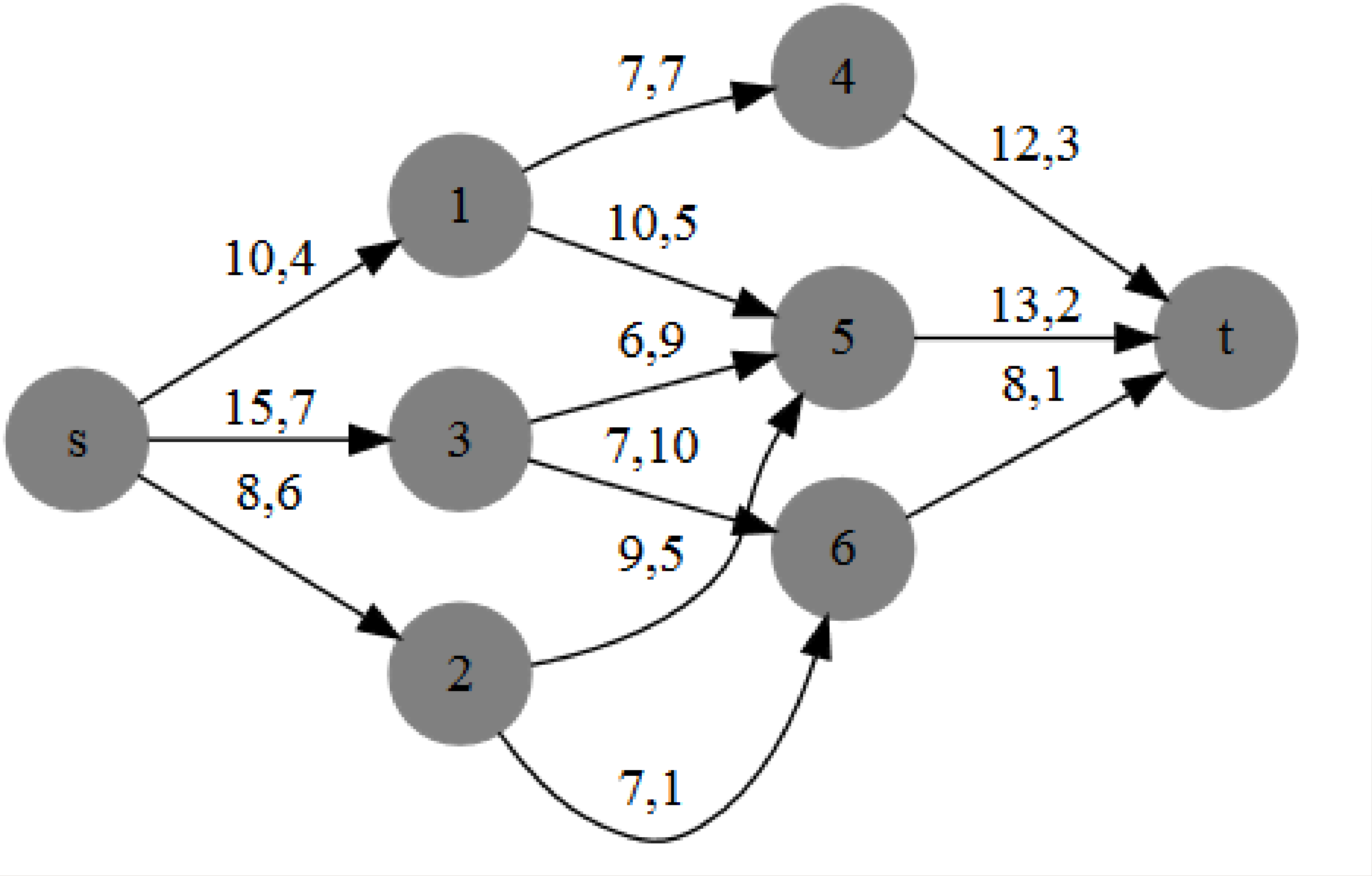
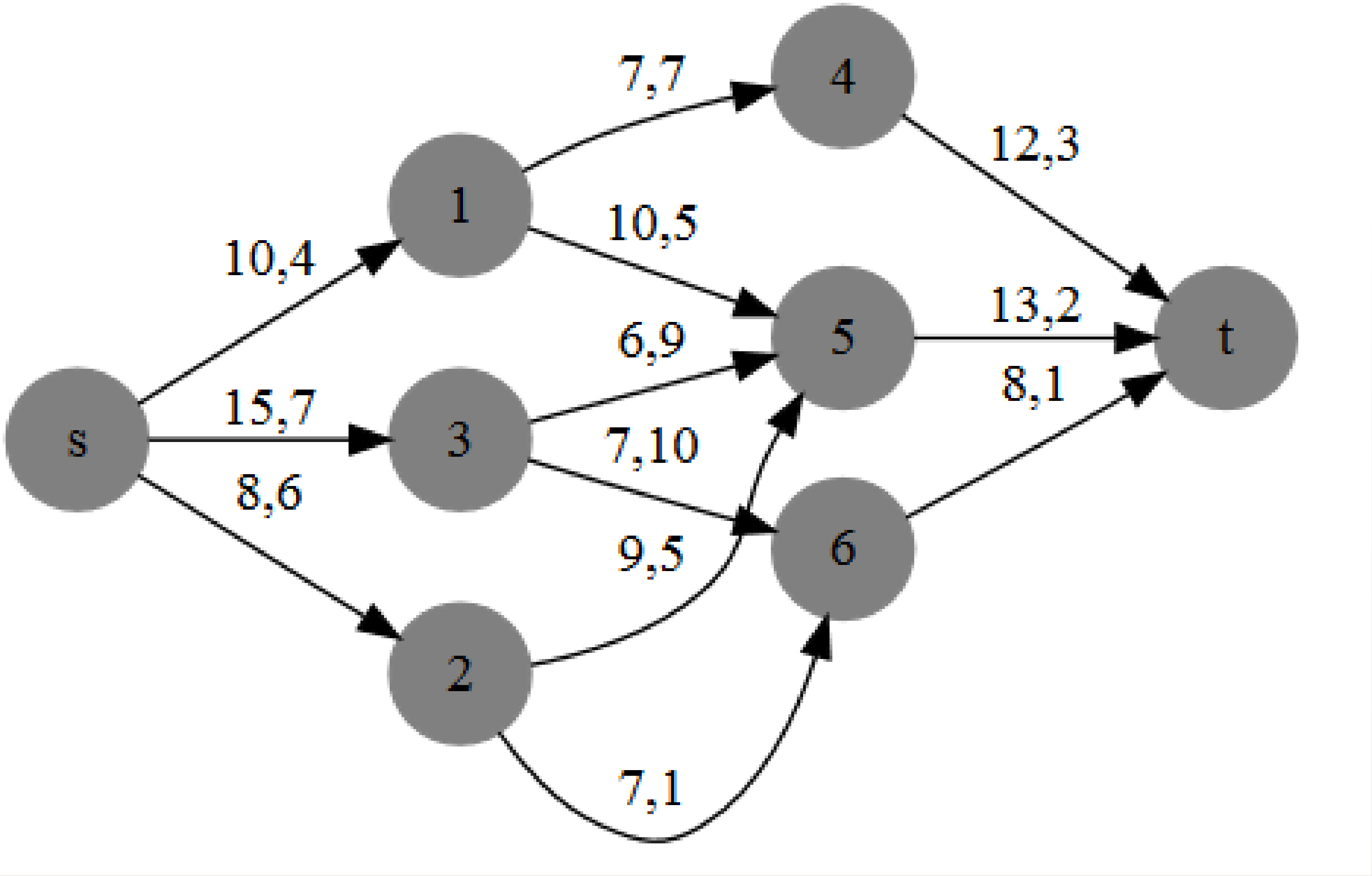
PROBLEMA DE FLUXO A CUSTO MÍNIMO

- O problema corresponde a necessidade de circular um fluxo em rede s-t pagando o mínimo possível pelo tráfego.



- s: origem da produção
- t: consumidor
- Valores arestas: Capacidade Fluxo da aresta, custo na aresta



PROBLEMA PROPOSTO:

- O objetivo desse trabalho é encontrar dentre os fluxos máximos o de menor custo final.

- Obs:
- Se o limite de capacidade for removido, o problema é reduzido ao problema de caminho mínimo
- Se todos os custos forem definidos como sendo zero, o problema é reduzido para o maior fluxo.

CARACTERÍSTICAS:

- Para podermos aplicar o algoritmo são necessárias algumas características:
- Não haver custo negativo após aplicada a função de custo(fc), para utilizar Dijkstra;
- Obs: Caso o algoritmo de caminho mínimo mude para Bellman-Ford, então a restrição passa a ser de não haver ciclos de custo negativo.

PRÉ-REQUISITOS PARA ALGORITMO:

- O algoritmo para ser executado necessita de ter as seguintes informações:
- Vértice Produtor(s) e Vértice Consumidor(t)
- Grafo com informações de capacidade e custo nas arestas(G)
- Função de custo para instancia atual(fc).
- Um valor de fluxo a ser passado pelo grafo(fl)

ALGORITMO:

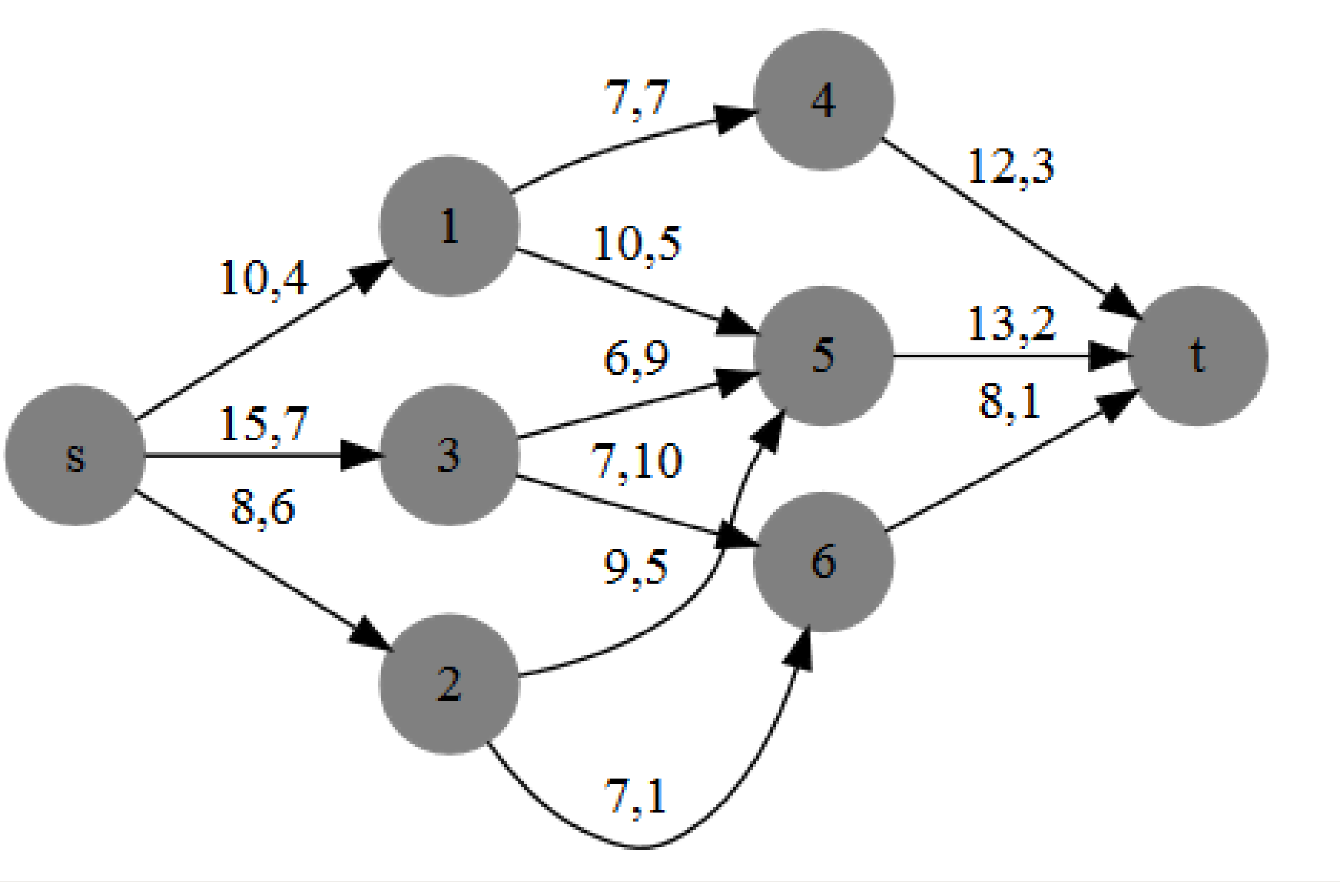
- 1° passo:
  - Inicializar capacidade de atual como a capacidade total da aresta.
  - Definir o Grafo Residual(Gr), o vetor de pais(pais) em estado inicial
- 2° passo:
  - Verificar se existe caminho de aumento de custo mínimo(p) em Gr
    - O caminho será dado por uma aplicação do algoritmo de Dijkstra.
  - Subtrair a fluxo máximo desse caminho da capacidade atual de cada aresta do caminho.
  - Atualizar Grafo Residual.

EXEMPLO EXECUÇÃO:

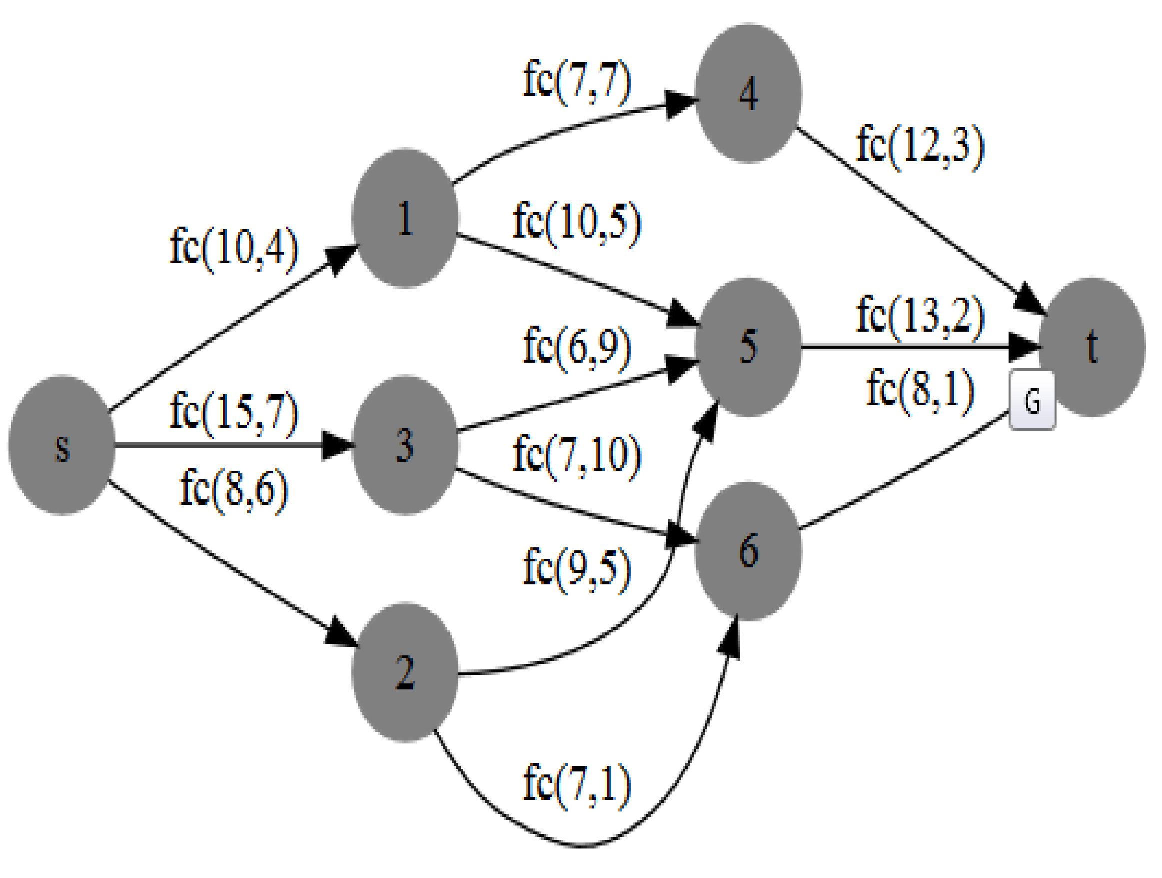
- Estado Inicial: Grafo Residual
- fluxo_maximo = 0
- fluxo_caminho = 0

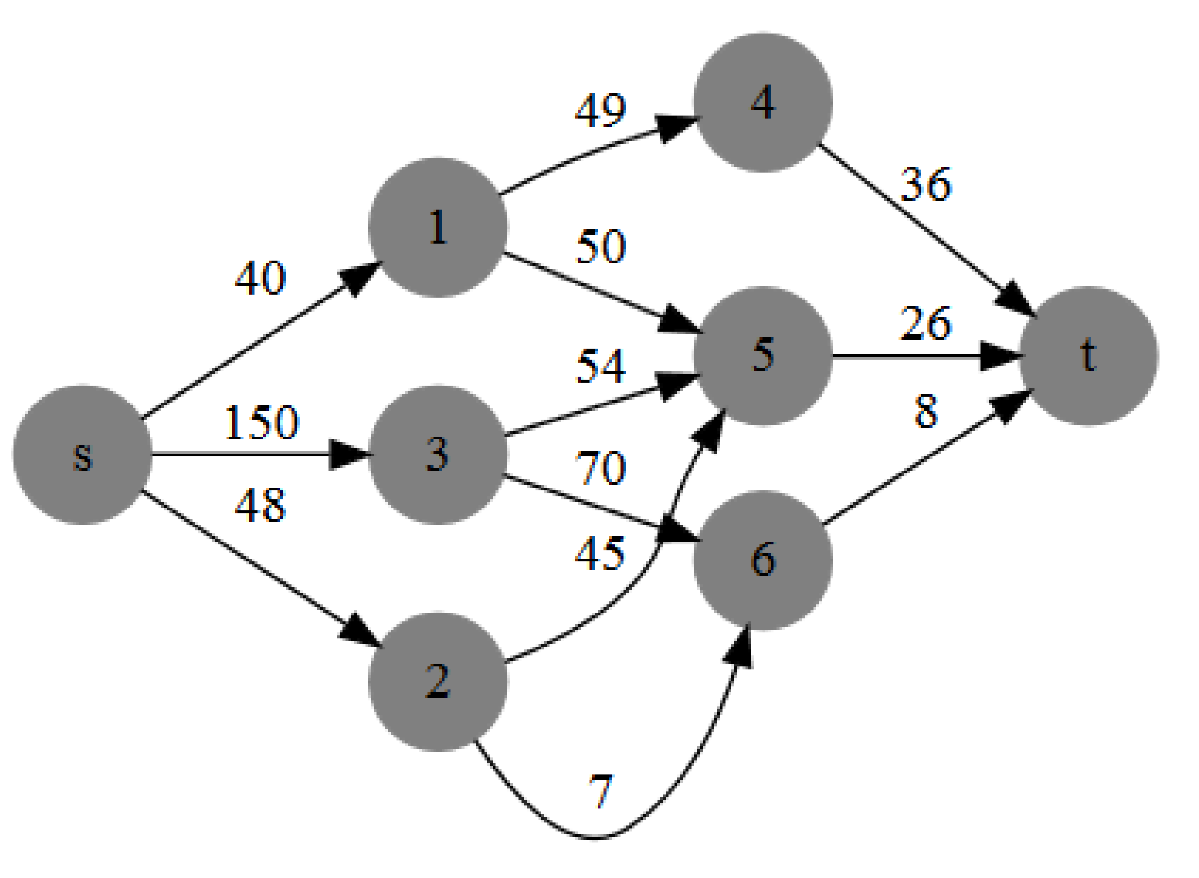
π = [-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1,-1]

Obs: fc será capacidade * custo



TRANSFORMAÇÃO DO GRAFO PARA BUSCA DE CAMINHO MÍNIMO

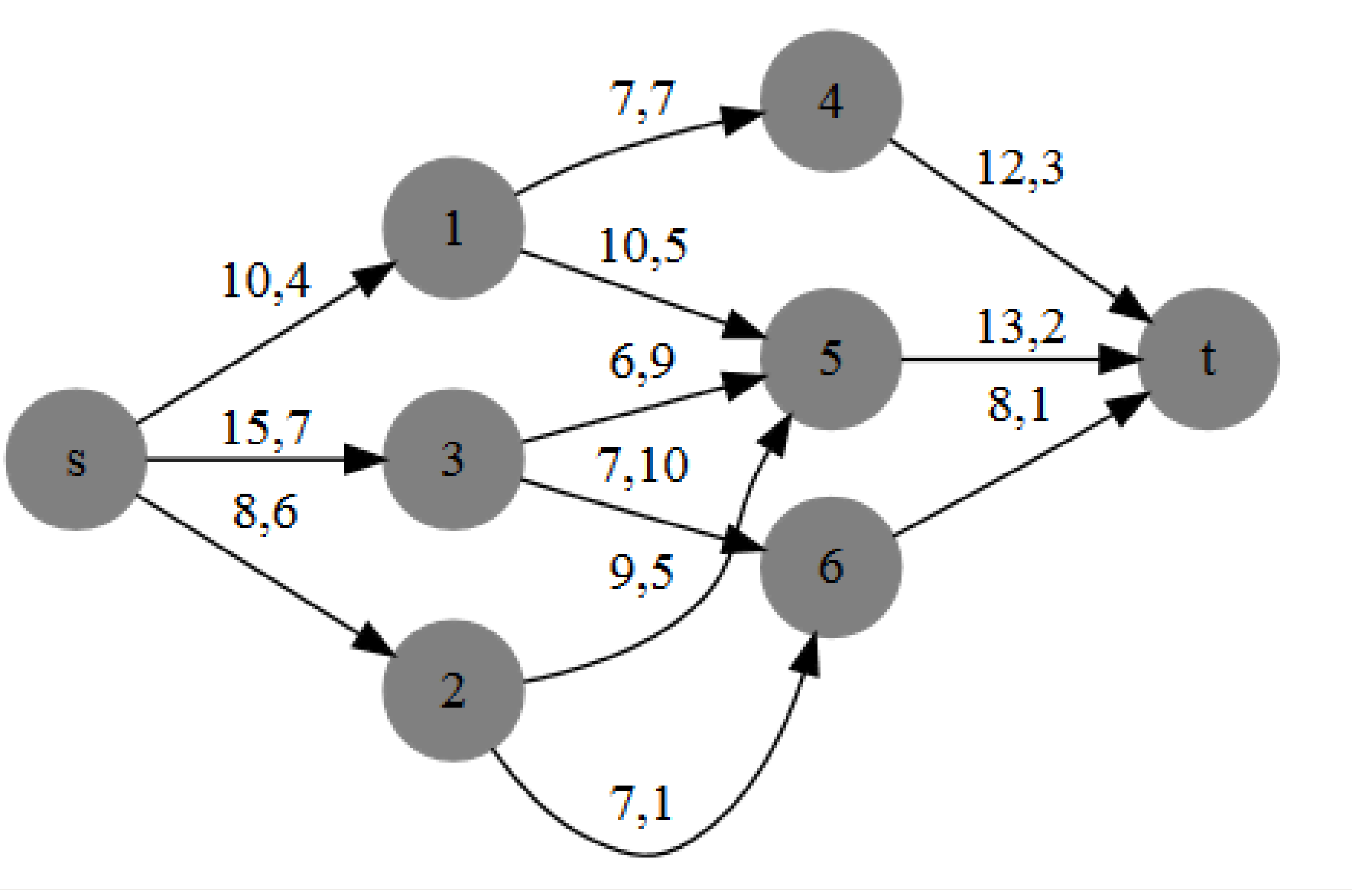




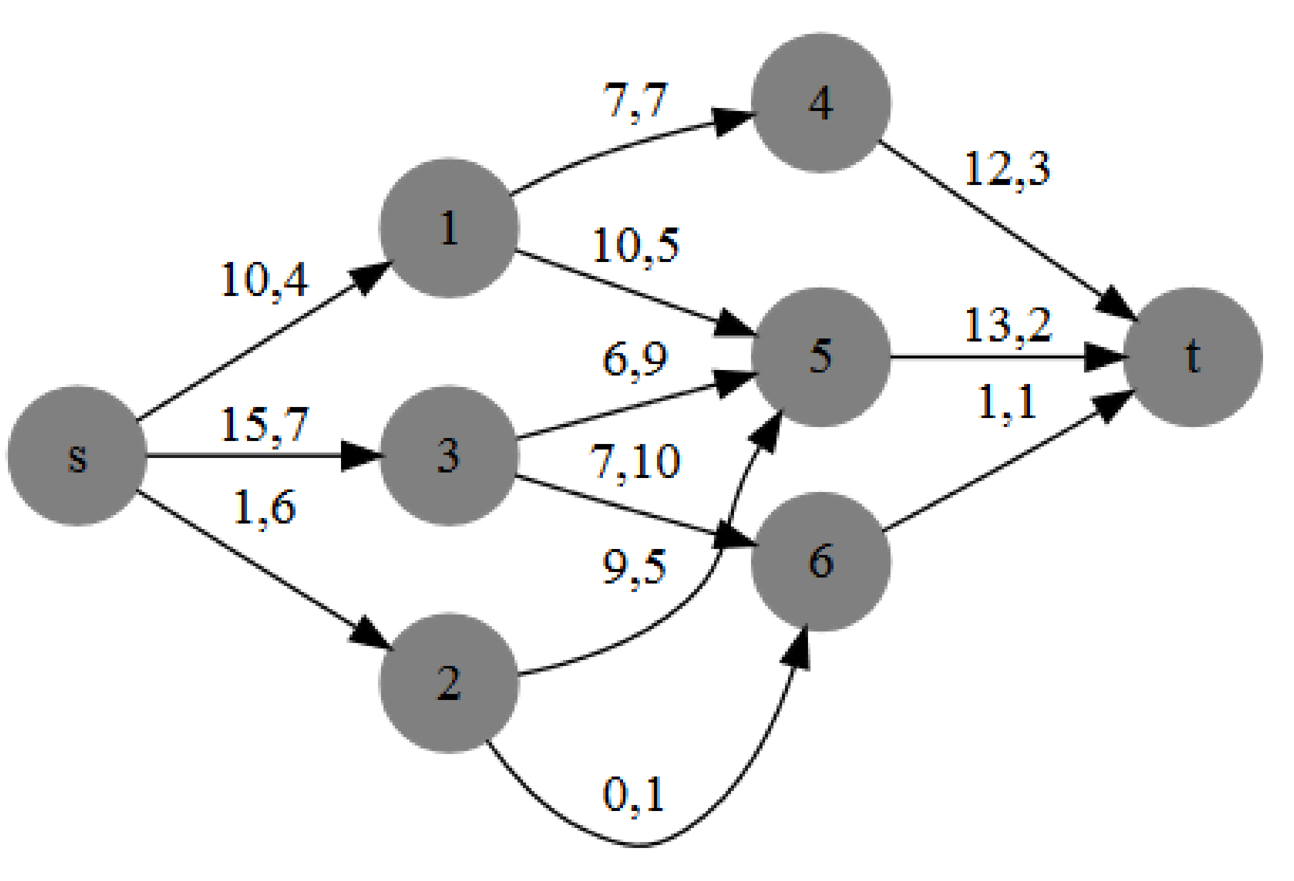
BUSCA CAMINHO MÍNIMO:

- Estado Atual: Grafo Residual
- fluxo_maximo = 0
- fluxo_caminho = 7
- π = [-1,0,0,0,1,1,2,6]

- Obs: fc será capacidade * custo



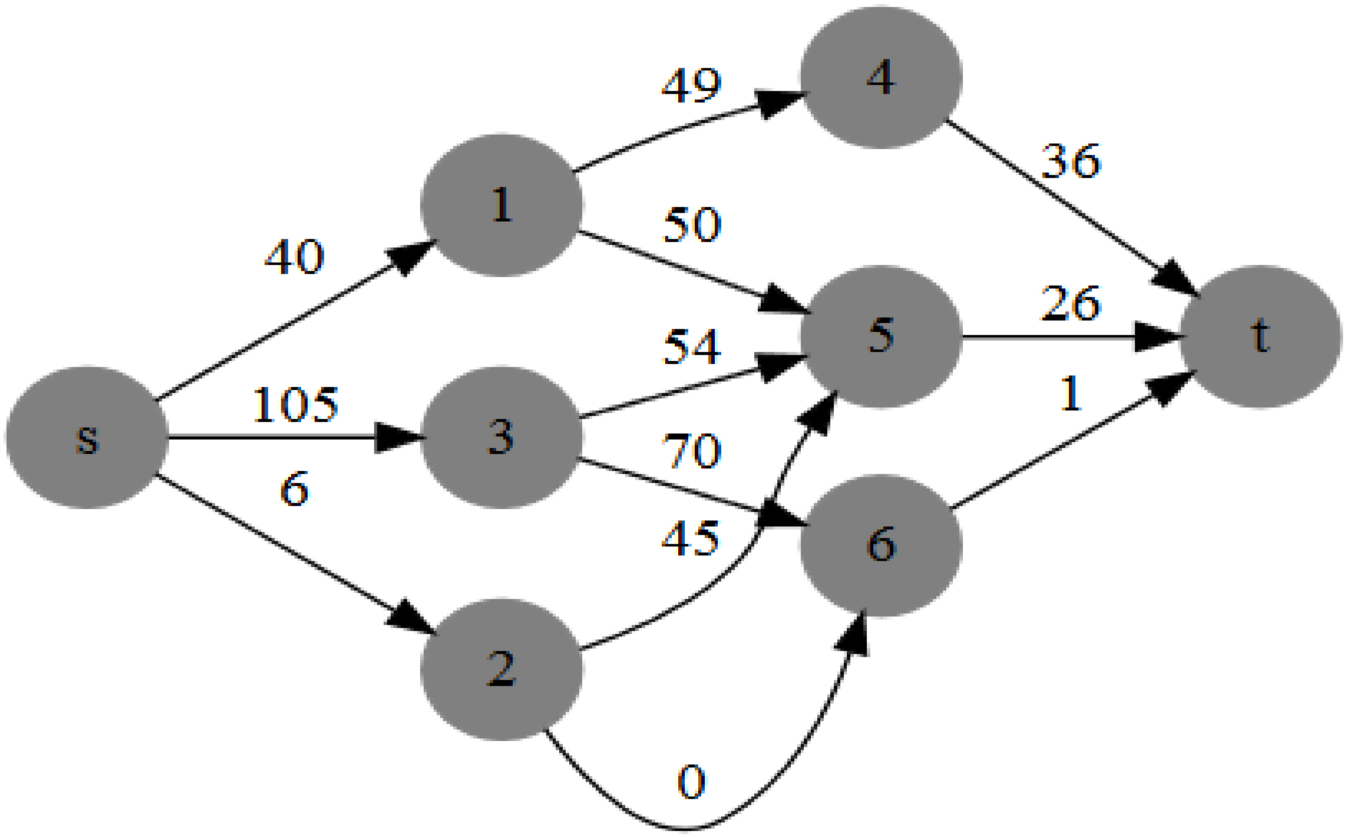
ATUALIZANDO GRAFO RESIDUAL:



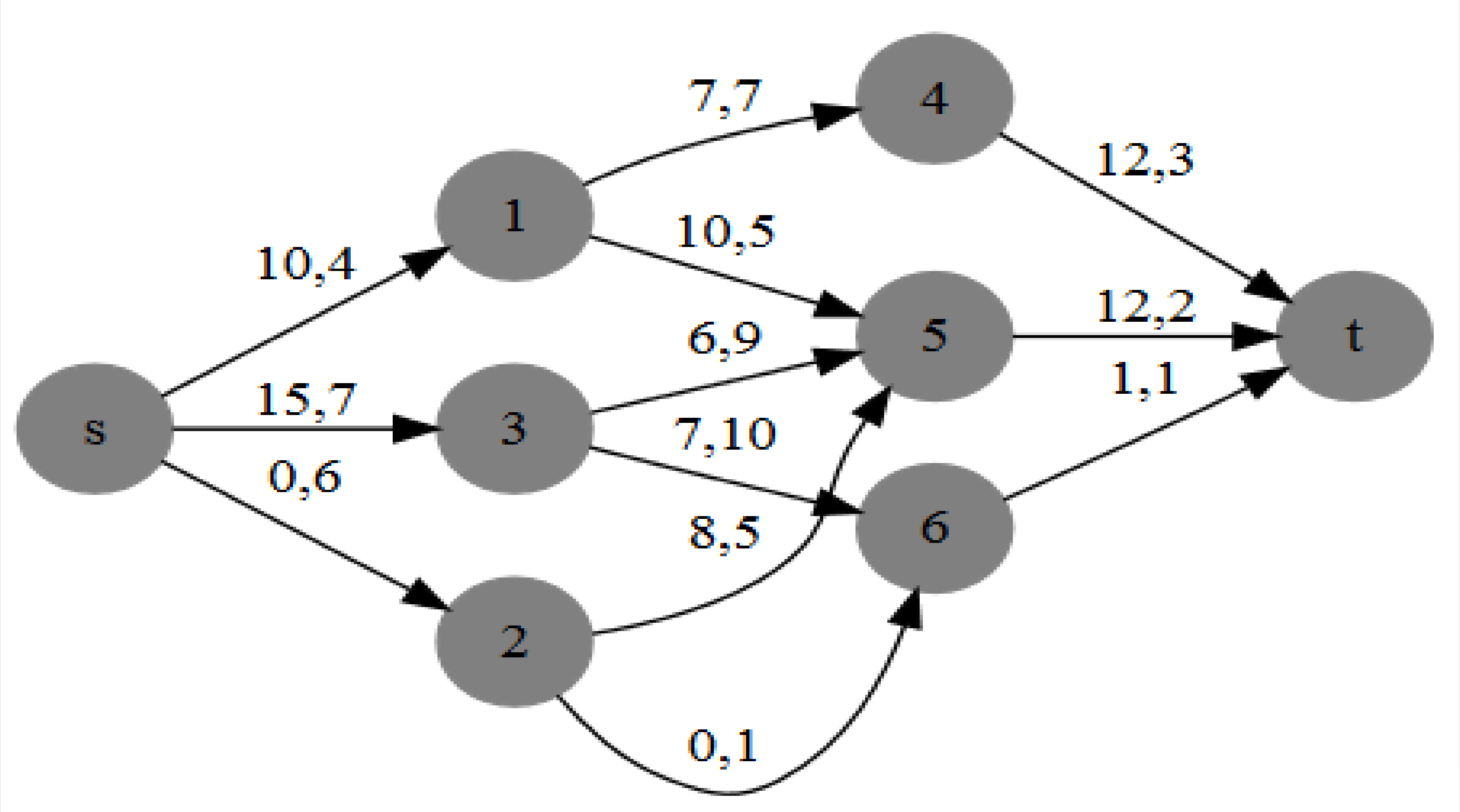
BUSCA CAMINHO MÍNIMO:

- Estado Atual: Grafo Residual
- fluxo_maximo = 7
- fluxo_caminho = 1
- π = [-1,0,0,0,1,2,3,5]

- Obs: fc será capacidade * custo



GRAFO RESIDUAL ATUALIZADO:



ANALISE DE COMPLEXIDADE:

- A complexidade do algoritmo é dada por Ford-Fulkerson e Dijkstra:
- Complexidade: Ford-Fulkerson * Dijkstra
- Portanto: |A| * (|V|*|V|)

POSSÍVEIS TRANSFORMAÇÕES DE PROBLEMA:

- O problema de Fluxo Máximo a Custo Mínimo pode ser transformado em outros dois problemas de forma fácil:
- Fluxo Máximo: Caso os custos em todas as arestas passe a ser zero
- Caminho Mínimo: Existe duas formas:
  - Passar uma meta menor que a menor capacidade de uma aresta no grafo.
  - Colocar que a capacidade de todas aresta é infinito.

APLICABILIDADE:

- O problema de Fluxo Máximo de Custo Mínimo é aplicável em problemas de distribuição onde o objetivo é minimizar o custo final:
- Exemplos:
  - Distribuição de detritos;
  - Distribuição de água;