

Exercício de Têmpera Simulada

Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem - TSP)

O problema do caixeiro viajante é um clássico problema de otimização combinatória. Imagine que um caixeiro viajante precisa visitar n cidades e retornar à cidade de origem, percorrendo a menor distância possível. O objetivo é encontrar a ordem de visita das cidades que minimize o comprimento total do trajeto.

Descrição do Problema:

- Entrada: Um conjunto de n cidades, representadas por coordenadas no plano cartesiano (por exemplo, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n)).
- Objetivo: Encontrar a permutação das cidades que minimize a soma das distâncias entre elas, considerando que o caixeiro viajante deve retornar à cidade de origem.

Formulação Matemática:

Dada uma matriz de distâncias (D), onde $(D[i][j])$ representa a distância entre as cidades (i) e (j), o objetivo é encontrar uma permutação (π) das cidades que minimize a função objetivo:

$$f(\pi) = \sum_{i=1}^{n-1} D[\pi(i)][\pi(i+1)] + D[\pi(n)][\pi(1)]$$

onde $(\pi(i))$ representa a cidade visitada na posição (i) da permutação.

Algoritmo de Têmpera Simulada:

1. Inicialização:
 - Gere uma solução inicial aleatória (uma permutação das cidades).
 - Defina a temperatura inicial (T_0).
 - Defina o fator de resfriamento ($0 < \alpha < 1$).
2. Iteração:
 - Repita até que a temperatura atinja um valor mínimo:
 - Gere uma solução vizinha (por exemplo, trocando a ordem de duas cidades).
 - Calcule a diferença de energia ($\Delta E = f(\text{vizinho}) - f(\text{atual})$).
 - Se ($\Delta E < 0$), aceite o vizinho como a nova solução.
 - Caso contrário, aceite o vizinho com probabilidade ($e^{-\frac{\Delta E}{T}}$), onde (T) é a temperatura atual.
 - Atualize a temperatura: ($T = \alpha \cdot T$).
3. Resultado:
 - A solução final é a permutação que representa o trajeto mínimo.

Discussão em Sala de Aula:

- Como a temperatura afeta a exploração do espaço de soluções?
- Qual é a importância de aceitar soluções piores durante a busca?
- Como escolher a temperatura inicial e o fator de resfriamento?

Solução para o Problema do Caixeiro Viajante usando Simulated Annealing

1. Inicialização:
 - Escolha uma solução inicial aleatória (uma permutação das cidades).
 - Defina a temperatura inicial (T_0).
 - Defina o fator de resfriamento ($0 < \alpha < 1$).
2. Iteração:
 - Repita até que a temperatura atinja um valor mínimo:
 - Gere uma solução vizinha (por exemplo, trocando a ordem de duas cidades na permutação).
 - Calcule a diferença de energia ($\Delta E = f(\text{vizinho}) - f(\text{atual})$), onde $f(\pi)$ é a função objetivo que representa o comprimento total do trajeto.
 - Se ($\Delta E < 0$), aceite o vizinho como a nova solução.
 - Caso contrário, aceite o vizinho com probabilidade ($e^{-\frac{\Delta E}{T}}$), onde (T) é a temperatura atual.
 - Atualize a temperatura: ($T = \alpha \cdot T$).
3. Resultado:
 - A solução final é a permutação que representa o trajeto mínimo.

Discussão em Sala de Aula:

Durante a discussão em sala de aula, podemos abordar os seguintes tópicos:

- Como a temperatura afeta a exploração do espaço de soluções?
 - Qual é a importância de aceitar soluções piores durante a busca?
 - Como escolher a temperatura inicial e o fator de resfriamento?
1. Como a temperatura afeta a exploração do espaço de soluções?
 - A temperatura é um parâmetro crucial no algoritmo de simulated annealing. Ela controla a probabilidade de aceitar soluções piores à medida que o algoritmo explora o espaço de soluções.
 - No início, com uma temperatura alta, o algoritmo é mais “flexível” e aceita soluções piores com maior probabilidade. Isso permite explorar diferentes regiões do espaço de busca, evitando ficar preso em mínimos locais.
 - À medida que a temperatura diminui (resfriamento), o algoritmo se torna mais “rígido” e aceita soluções piores com menor probabilidade. Isso ajuda a convergir para o mínimo global.
 2. Qual é a importância de aceitar soluções piores durante a busca?
 - Aceitar soluções piores é fundamental para evitar ficar preso em mínimos locais. Se o algoritmo só aceitasse melhorias, poderia convergir prematuramente para uma solução subótima.
 - Aceitar soluções piores permite explorar regiões distantes do espaço de busca, aumentando a chance de encontrar o mínimo global.
 3. Como escolher a temperatura inicial e o fator de resfriamento?
 - A escolha da temperatura inicial depende do problema e da escala das energias (diferenças de função objetivo). Pode ser definida empiricamente ou com base em conhecimento prévio.

- O fator de resfriamento (α) deve ser menor que 1 (geralmente próximo de 0,95). Um valor maior permite mais exploração inicial, enquanto um valor menor favorece a convergência.
- Experimentação e ajuste são essenciais para encontrar valores adequados para esses parâmetros.