

# Teste de Page para $k$ -amostras relacionadas

---

Discente: Vitória N. de Jesus Sesana

Doscente: Dr. Adelmo Inacio Bertolde

# Sumário

1. Sobre o teste
2. Metodologia do teste
3. Aplicação prática com dados reais

**Sobre o teste de page**

# História

A história do **Teste de Page** tem origem no contexto dos testes não paramétricos desenvolvidos no século XX, e está associada ao psicólogo e estatístico americano Ellis Batten Page, que propôs o teste em 1963<sup>1</sup>.

Elliot Page estava interessado em métodos eficientes para analisar dados classificados (rankings), especialmente quando havia uma hipótese de **ordem específica entre tratamentos**.

# Page x Friedman

Ao contrário do teste friedman para k-amostras relacionadas, o teste de page considera a ordinalidade dos dados para cada bloco.

Ou seja, ele é uma extensão do teste de Friedman, mas com uma hipótese alternativa ordenada, do tipo:

$$\text{Tratamento 1} \leq \text{Tratamento 2} \leq \dots \leq \text{Tratamento k}$$

O teste de Page para alternativas ordenadas é ligeiramente mais poderoso que a análise de variância de Friedman por postos.

# Quando usar?

- Dados pareados ou em blocos.
- As medições podem ser ordenadas (ordinais).
- Quer verificar se existe uma tendência de ordenação entre os tratamentos.

# Metodologia

# Passo a passo <sup>1</sup>

Passo a passo para a aplicação do teste:

1. Obter a matriz de dados (blocos  $\times$  grupo);
2. Rankear os dados dentro de cada linha;
3. Definir pesos conforme a ordem esperada;
4. Determinar o nível de confiança;
5. Calcular a estatística do teste;
6. Comparar com valor crítico ou usar aproximação normal para obter p-valor.



# Dados

Bloco	Tratamento 1	Tratamento 2	Tratamento
Bloco 1			
Bloco 2			
Bloco 3			
Bloco			

Matriz com  $b$  blocos (linhas) e  $k$  tratamentos (colunas).

# Hipóteses

Se você suspeita de uma tendência crescente , então os pesos são:

E então suas hipóteses serão:

# Estatística do teste

- = peso esperado do tratamento  $j$ ;
- = soma dos ranks do tratamento.<sup>1</sup>

# Decisão

Você compara o valor de  $L$  com valores críticos em uma tabela de Page (existe para pequenos valores de  $n$  e  $k$ ), ou para maiores valores usa-se a aproximação normal:

# Aplicação no R

No pacote **DescTools**, há a seguinte função para executar o teste de page:

```
1 library(DescTools)
2 PageTest(dados)
```

Executa o Teste de Page para alternativas ordenadas usando um algoritmo exato proposto por Stefan Wellek (1989) com dados em blocos não replicáveis.

# Função PageTest()

- A alternativa implementada é que o parâmetro de localização será crescente ao longo dos grupos. Se a direção oposta for necessária, a ordem dos grupos deve ser invertida dentro da matriz.
- Os grupos e blocos são obtidos a partir dos índices das colunas e das linhas, respectivamente.
- Valores NA não são permitidos nos grupos ou blocos; se y contiver NA, os blocos correspondentes serão removidos.
- Para valores pequenos de  $k$  (métodos) ou  $N$  (objetos de dados), o PageTest calculará os valores-p exatos. Para  $k, N > 15$ , Inf, é retornada uma aproximação normal. Apenas um desses valores será retornado.

# Aplicação

# Sobre os dados

Foi aplicado um questionário para coletar a ordem de preferência de alguns dos pratos principais não vegetarianos ofertados no **Restaurante Universitário** da *Universidade Federal do Espírito Santo*.

Os pratos escolhidos foram: frango grelhado, peixe desfiado, carne moída, nuggets e cozido misto.

O objetivo é verificar se as preferências dos estudantes seguem a seguinte ordem:



# Questionário

1. Você se considera vegano/vegetariano?

- Sim/Não

2. Quantas vezes por semana, em média, você frequenta o RU?

- Nenhuma vez por semana;
- Raramente (1 vez por semana);
- Regularmente (2 a 5 vezes por semana);
- Frequentemente (6 a 10 vezes).

3. Ranqueamento das opções de prato principal.

# Ranqueamento

	1	2	3	4	5
Peixe desfiado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Carne moída	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Frango grelhado	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Nuggets	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Cozido misto	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

# Hipóteses

Com os pesos sendo:

E o nível de significância adotado:

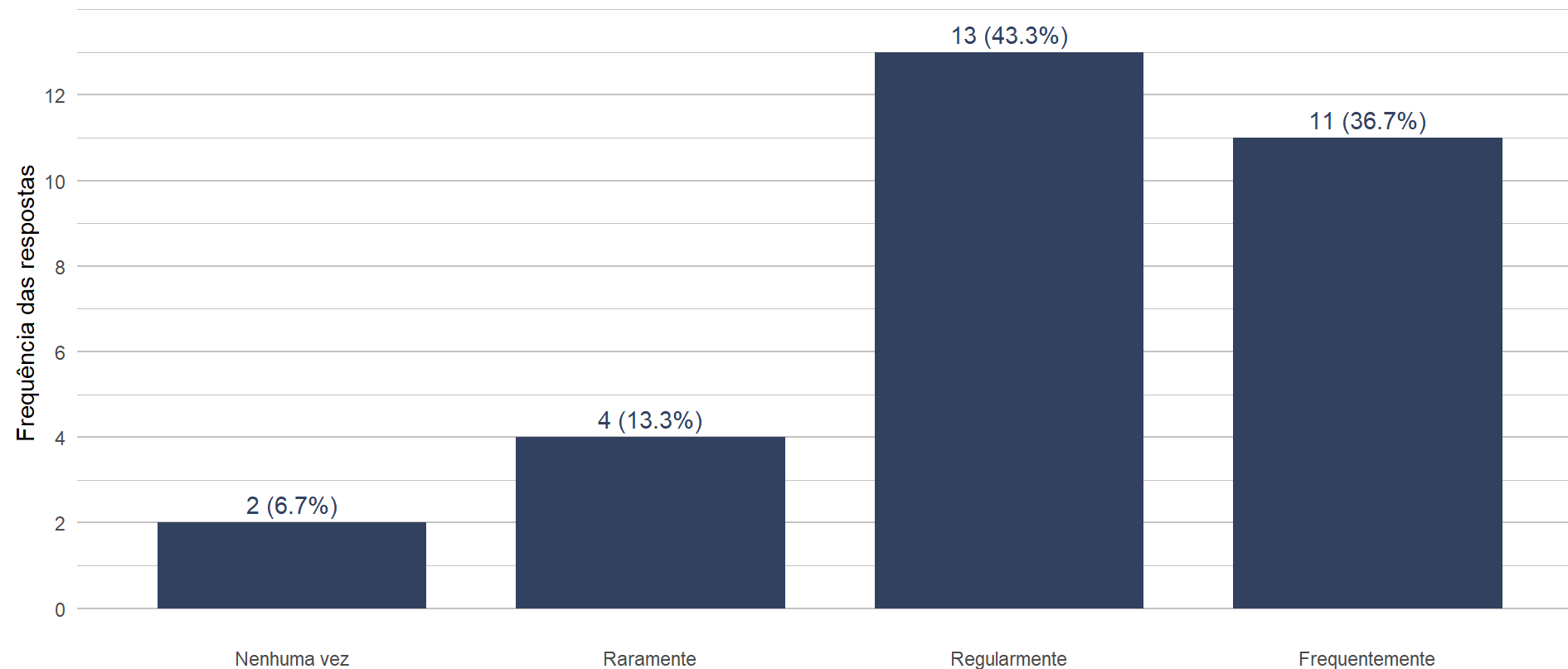
# Análise exploratória dos dados

- Quantidade total de estudantes: 30
- Quantidade de vegetarianos/veganos:

Vegetariano/Vegano	Quantidade
Sim	0
Não	30
Total	30

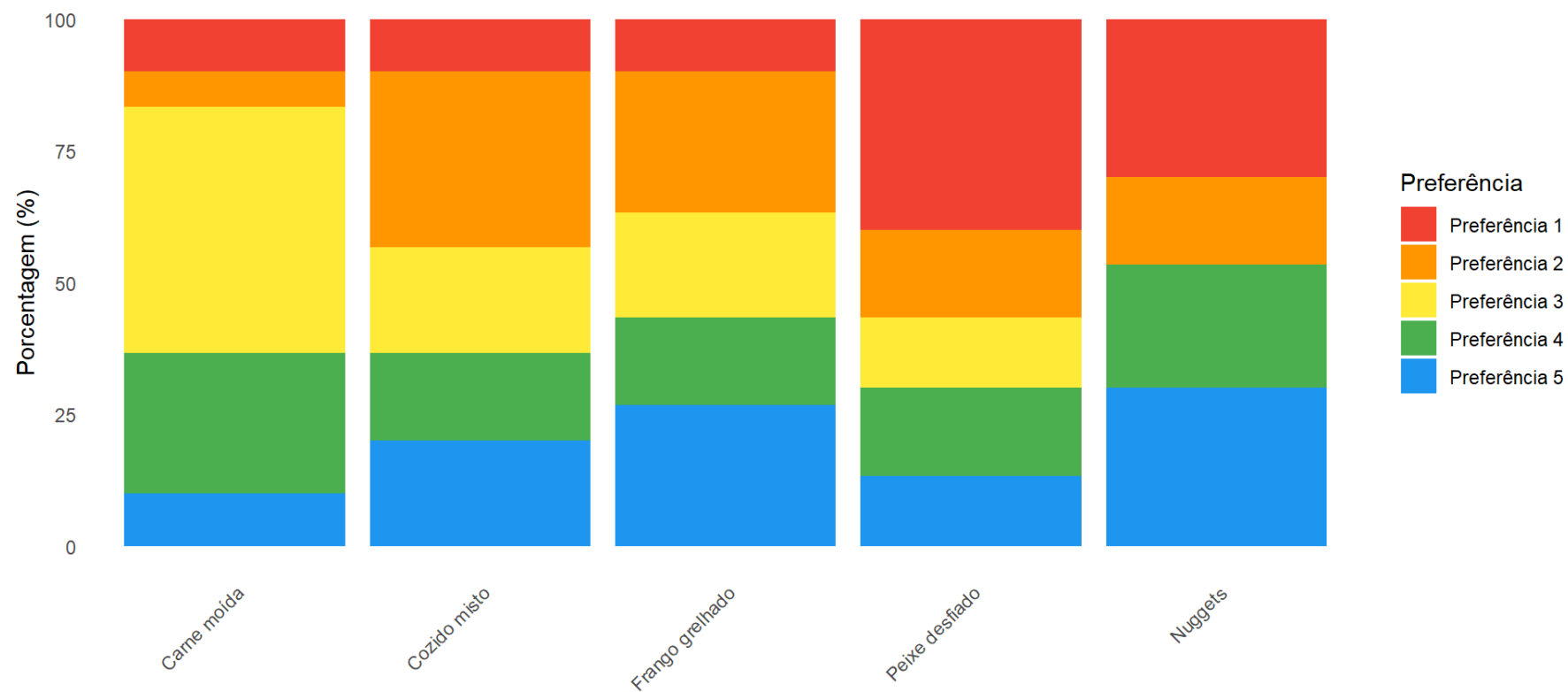
# Análise exploratória dos dados

- Gráfico de barras das frequências semanais de idas ao RU:



# Análise exploratória dos dados

- Percentual dos ranqueamentos por opção de prato principal:



# Aplicação do teste de page

```
1 rankings <-  
2   base %>%  
3   select(  
4     carne_moida,  
5     cozido_misto,  
6     frango_grelhado,  
7     peixe_desfiado,  
8     nuggets,  
9   ) %>%  
10  as.matrix()  
11  
12 head(rankings)
```

	carne_moida	cozido_misto	frango_grelhado	peixe_desfiado	nuggets
[1,]	3	1	4	2	5
[2,]	3	1	2	4	5
[3,]	4	2	3	1	5
[4,]	3	2	5	1	4
[5,]	4	3	2	1	5
[6,]	2	4	1	3	5

# Aplicação do teste de page

```
1 library(DescTools)
2 PageTest(rankings)
```

Page test for ordered alternatives

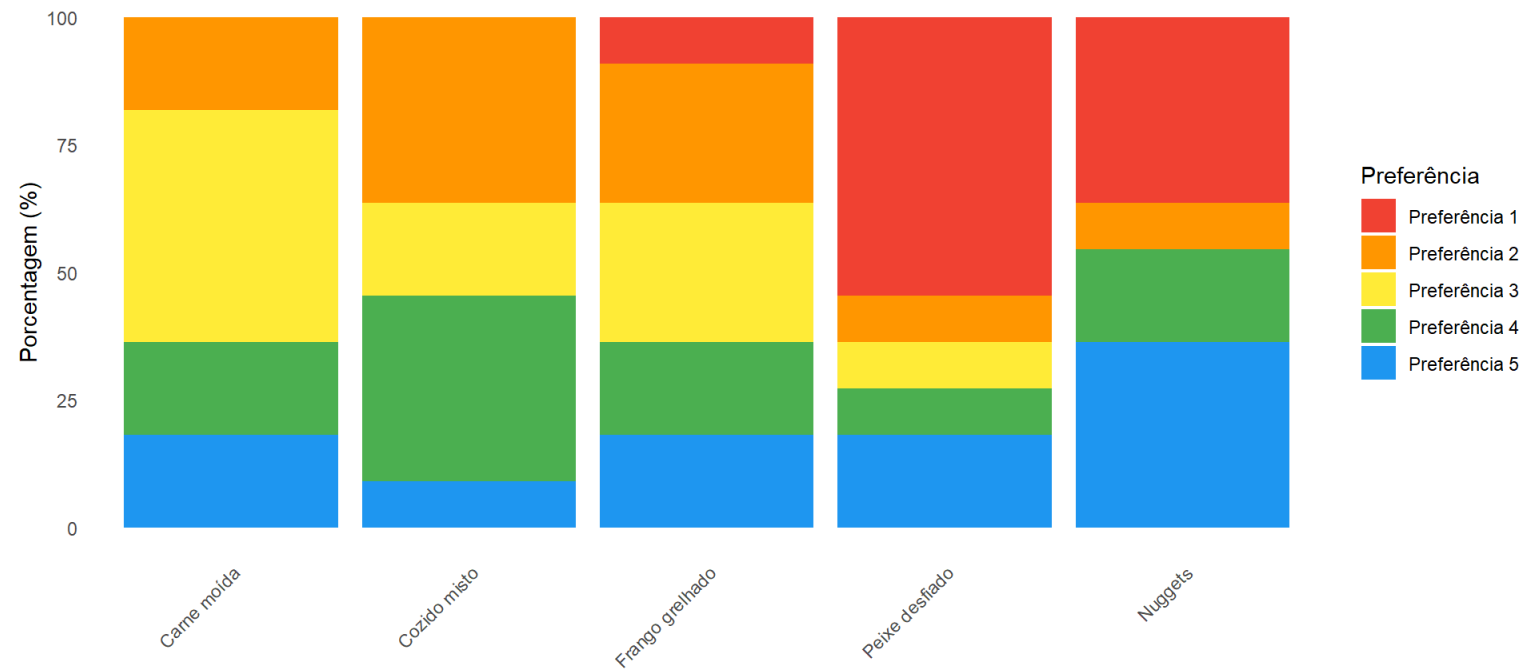
```
data: rankings
L = 1325, p-value = 0.8235
```



## 2ª Aplicação

Apenas indivíduos que vão frequentemente ao RU (6 a 10 vezes por semana).

- Percentual dos ranqueamentos por opção de prato principal:



# 2ª Aplicação

```
1 rankings_2 <-  
2   base %>%  
3   filter(  
4     frequencia_ru %in% c("Frequentemente")  
5   ) %>%  
6   select(  
7     carne_moida,  
8     cozido_misto,  
9     frango_grelhado,  
10    peixe_desfiado,  
11    nuggets,  
12  ) %>%  
13  as.matrix()
```

# 2ª Aplicação - Resultado

```
1 PageTest(rankings_2)
```

```
Page test for ordered alternatives
```

```
data: rankings_2  
L = 479, p-value = 0.8384
```

# Referências

Page, E. (1963): Ordered hypotheses for multiple treatments: A significance test for linear ranks. *Journal of the American Statistical Association*, 58, 216-230.

Siegel, S. & Castellan, N. J. Jr. (1988): *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. Boston, MA: McGraw-Hill.

Wellek, S. (1989): Computing exact p-values in Page's nonparametric test against trend. *Biometrie und Informatik in Medizin und Biologie* 20, 163-170

<https://cran.r-project.org/web/packages/DescTools/DescTools.pdf>

**Agradeço pela atenção!**