



Gilberto Aula 3 Resumo

As três notações mais utilizadas são:

O = "Big-O"

Ω = Omega

Θ = Theta

Elas estabelecem tipos de limite diferentes para uma determinada função $f(n)$.

Big-O → Limite Superior / geralmente usada para definir a análise assintótica do PIOR CASO:

| O algoritmo não requer mais tempo que $O(g(n))$

$$f(n) \leq c \cdot g(n)$$

Determina *um limite superior para uma $f(n)$ por meio de uma $g(n)$.*

- O tempo de execução do nosso algoritmo **não pode nunca** ser maior do que $g(n)$ a partir de um determinado valor de entrada.
- É interessante estudar o comportamento a partir de um número grande suficiente, porque se for pequeno ele pode mudar drasticamente.
- Limite superior = Big O!!! Nos dá uma ideia do tempo máximo que um algoritmo pode levar para ser executado. $O(n^2)$ significa que, **no pior caso**, o algoritmo pode executar algo proporcional ao quadrado do tamanho da entrada.



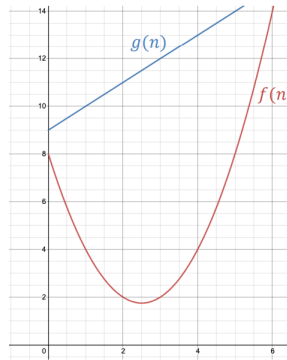
Exemplo: se tivermos um algoritmo com $O(n^2)$, isso significa que, no pior caso, o algoritmo pode fazer até n^2 operações. Então, se meu n é 10, ele pode fazer até no MÁXIMO $10^2 = 100$ operações.



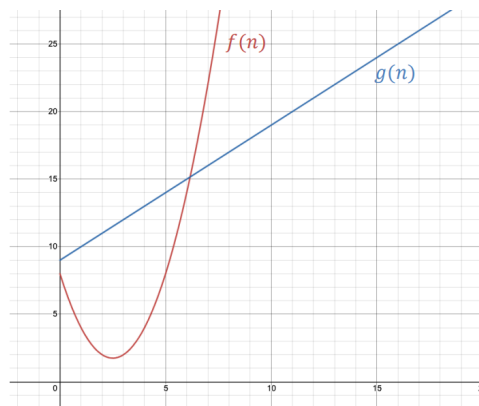
Limite inferior = Big Omega!!! Quanto tempo um algoritmo deve levar para ser executado **no melhor cenário**.

Exemplo:

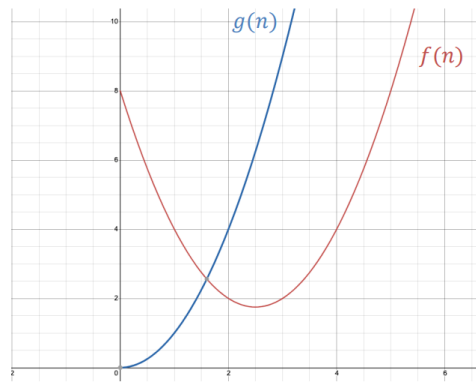
$g(n) = 10n \rightarrow$ o $g(n)$ realmente ficaria maior do que $f(n) = n^2 - 5n + 8$ para valores pequenos de n ! por exemplo até 6:



Mas para a análise assintótica valores pequenos não importam tanto, então, quando aumentamos o valor de n isso acontece com a $g(n)$:



Alternativamente, poderíamos pensar em $g(n) = n^2$



Mas agora temos um problema novo, $g(n)$ só é um limite superior para $f(n)$ para valores de $n \geq 2$.

Visto que na análise assintótica, não importa o comportamento do algoritmo para valores pequenos de n utilizamos uma constante n_0 para informar a partir de que ponto o limite é válido.

Lê-se $f = O(g)$ como:

- "A função f está em O de g " ou...
- "A função f está na ordem O de g " ou ainda...
- "A função f é O de g "

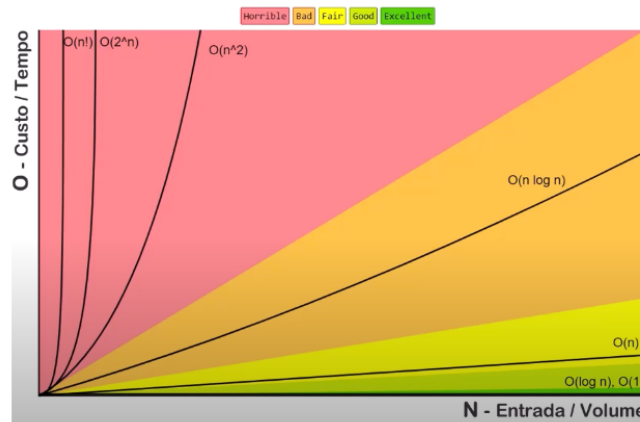
De modo geral:

- Sejam $f(n)$ e $g(n)$ duas funções de inteiros não negativos
- Dizer que $f = O(g)$ significa que a função f não cresce mais rapidamente que a função g .
- Não tem nada que impeça que f e g cresçam na mesma proporção.
- Dizer que $f = O(g)$ é uma leve analogia a dizer que $f \leq g$

Conclusão

Estamos **interessados em determinar** o que chamamos de **taxa de crescimento/curva de crescimento do tempo** de execução do algoritmo.

Algumas delas: linear, quadrática, cúbica, logarítmica, etc;



Outro exemplo: $f(n) = 2n^2 + 1$ (vamos ignorar o 1 porque ele se torna insignificante)

Não podemos concluir que $g(n) = n^2$ é um limite superior válido nesse caso porque

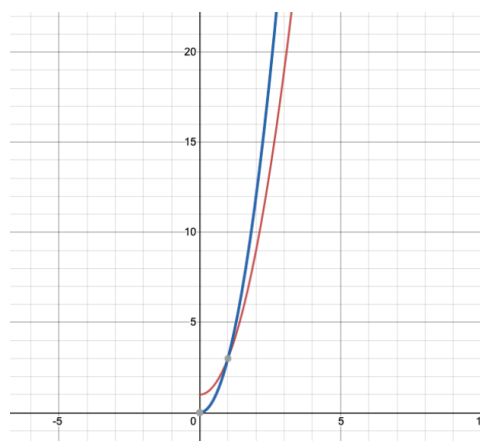
$$f(n) = 2n^2 > g(n) = n^2$$

Para resolver isso, além de n_0 , temos à disposição uma segunda constante, chamada de C.

- Constante positiva



Ela resolve o problema porque $f(n)$ não vai crescer mais rapidamente do que $c.g(n)$



Com $c=3$ já é possível "encaixar" g na definição. ($c=3$ não é o único valor possível)



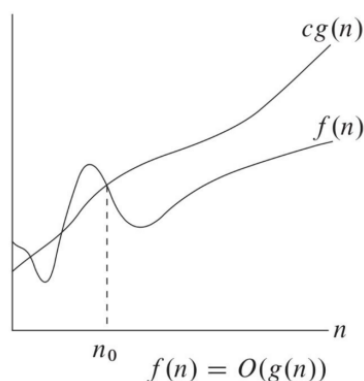
O que são n_0 e c ?

- n_0 : é o valor a partir do qual começamos a medir o crescimento da $f(n)$ em relação a função $g(n)$. É um ponto a partir do qual a nossa análise faz sentido. Não nos preocupamos com valores menores que n_0 .

- c : é uma constante positiva que serve como fator de escala para garantir que $f(n)$ não cresça mais rápido que $c.g(n)$ para $n \geq n_0$.

Logo, $f(n) = O(g(n))$ se, e somente se

- f e g são funções assintoticamente não-negativas.
- Existem duas constantes positivas c e n_0 , tais que: $f(n) \leq c.g(n)$ para todo $n \geq n_0$



Não precisamos obrigatoriamente que a relação entre $f(n)$ e $g(n)$ (QUE É DADA POR $f(n) \leq c . g(n)$) seja verdadeira para todos os possíveis valores de n .

Em vez disso, só nos importamos com o comportamento da função para valores grandes de n .