

---

# **Proposições e Conectivos Lógicos**

---

# Lógica – Conceitos Básicos

---

❖ Aristóteles se preocupava com as formas de raciocínio que, a partir de conhecimentos considerados verdadeiros, permitiam obter novos conhecimentos.

❖ A partir dos conhecimentos tidos como verdadeiros, caberia à Lógica a formulação de leis gerais de encadeamentos de conceitos e juízos que levariam à **descoberta de novas verdades**. Essa forma de encadeamento é chamada, em Lógica, de argumento.

❖ Um argumento é uma seqüência de **proposições** (afirmações) na qual uma delas é a **conclusão** e as demais são **premissas**.

❖ O objeto de estudo da lógica é determinar se a conclusão de um argumento é ou não uma consequência lógica das premissas.

# Proposição

---

- ❖ Conjunto de palavras ou símbolos que exprimem um pensamento de sentido completo, de modo que se possa atribuir, dentro de certo contexto, somente um de dois valores lógicos possíveis: **verdadeiro** ou **falso**.

## Exemplos:

- a) O curso Pré-Fiscal fica em São Paulo.
- b) O Brasil é um País da América do Sul.
- c) A Bahia é um estado do sul do Brasil.

---

Assim, temos:

- a) *“O Curso Pré-Fiscal fica em São Paulo”* é um proposição verdadeira.
- b) *“O Brasil é um País da América do Sul”* é uma proposição verdadeira.
- c) *“A Bahia é um estado do sul do Brasil”*, é uma proposição falsa.

# Proposição

---

## O que não é uma Proposição?

- ❖ **Sentenças exclamativas:** *“Caramba!”, “Feliz aniversário!”, “Feliz Ano Novo!”.*
- ❖ **Sentenças interrogativas:** *“Como é seu nome?”, “O jogo saiu de quanto?”*
- ❖ **Sentenças imperativas:** *“Estude mais”, “Leia aquele livro”.*

# Princípios das Proposições

---

## 1 – Princípio da identidade

*Uma proposição verdadeira é verdadeira; uma proposição falsa é falsa.*

## 2- Princípio da não-contradição:

*Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa simultaneamente.*

## 3 – Princípio do Terceiro Excluído:

*Uma proposição ou será verdadeira, ou será falsa : não há outra possibilidade.*

# Proposição

---

- ❖ **Proposições SIMPLES:** aquelas que vêm sozinhas, desacompanhadas de outras proposições: São geralmente designadas por letras minúsculas  $p, q, r \dots$ 
  - ❖ Ex:  $p = \text{Todo homem é mortal}$  /  $q = \text{O novo papa é alemão}$ .
- ❖ **Proposições COMPOSTAS:** duas ou mais proposições conectadas entre si, formando uma só sentença. Habitualmente designadas por letras maiúsculas  $P, Q, R \dots$ 
  - ❖ Ex: João é médico **e** Pedro é dentista.
- ❖ **Os conectivos são representados da seguinte forma:**
  - ❖  $\sim$  corresponde a “**não**”
  - ❖  $\wedge$  corresponde a “**e**”
  - ❖  $\vee$  corresponde a “**ou**”
  - ❖  $\Rightarrow$  corresponde a “**então**”
  - ❖  $\Leftrightarrow$  corresponde a “**se e somente se**”

# Proposição

---

- ❖ A partir de uma proposição podemos construir uma outra com a sua negação;
  - ❖ Ex: Maria é médica. / Maria não é médica.
- ❖ Com duas proposições ou mais, podemos formar:
  - ❖ Conjunções:  $a \wedge b$  (lê-se: **a e b**)
  - ❖ Disjunções:  $a \vee b$  (lê-se: **a ou b**)
  - ❖ Disjunções exclusiva:  $a \underline{\vee} b$  (lê-se: **ou a ou b**)
  - ❖ Condicionais:  $a \Rightarrow b$  (lê-se: **se a então b**)
  - ❖ Bicondicionais:  $a \Leftrightarrow b$  (lê-se: **a se e somente se b**)



# Exercício

---

Seja  $p$  a proposição “**está chovendo**” e seja  $q$  a proposição “**está ventando**”. Escreva uma sentença verbal simples, em português, que descreva cada uma das seguintes proposições lógicas:

✓  $\sim\sim p$

✓  $p \wedge q$

✓  $q \vee \sim p$

✓  $\sim p \rightarrow \sim q$

✓  $p \leftrightarrow q$

# Tabela-Verdade

---

- ❖ É um instrumento usado para determinar os valores lógicos das proposições compostas, a partir de atribuições de todos os possíveis valores lógicos das proposições simples componentes.
- ❖ A primeira das tabelas abaixo apresenta duas proposições simples: **p** e **q** e a segunda, três proposições simples: **p**, **q** e **r**. As células de ambas as tabelas são preenchidas com valores lógicos V e F, de modo a esgotar todas as possíveis combinações. O número de linhas da tabela pode ser previsto efetuando o cálculo: 2 elevado ao número de proposições simples. Nos exemplos abaixo tem-se  $2^2 = 4$  linhas e  $2^3 = 8$  linhas.

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

# Operações Lógicas

---

- ❖ **Depende de duas coisas:**
  - ❖ Valor lógico das proposições componentes;
  - ❖ Tipo de conectivo que as une.

# Conectivo “e”: *Conjunção*

---

- ❖ Proposições compostas em que está presente o conectivo “e”;
- ❖ Simbolicamente representado por “ $\wedge$ ”.
- ❖ A sentença:

*“Marcos é médico e Maria é estudante”*

... pode ser representada apenas por:  $\mathbf{p \wedge q}$ . Onde:  $p = \text{Marcos é médico}$  e  $q = \text{Maria é estudante}$ .

- ❖ Como se revela o **valor lógico** de uma *proposição conjuntiva*? Da seguinte forma: **uma conjunção só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras.**

# Conjunção

---

❖ Pensando pelo caminho inverso, teremos que basta que uma das proposições componentes seja falsa, e a conjunção será – toda ela – falsa. Obviamente que o resultado *falso* também ocorrerá quando ambas as proposições componentes forem falsas.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \wedge q</math></b>
<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
<b>V</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>F</b>	<b>V</b>	<b>F</b>
<b>F</b>	<b>F</b>	<b>F</b>

# Para assimilar...

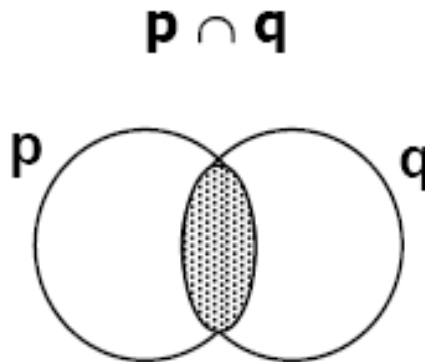
---

❖ Uma maneira de assimilar bem essa informação seria pensarmos nas sentenças simples como promessas de um pai a um filho: “***eu te darei uma bola E te darei uma bicicleta***”. Ora, pergunte a qualquer criança! Ela vai entender que a promessa é para os dois presentes. Caso o pai não dê nenhum presente, ou dê apenas um deles, a promessa não terá sido cumprida. Terá sido falsa! No entanto, a promessa será verdadeira se as duas partes forem também verdadeiras!

# Representação Matemática

---

❖ Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a conjunção “**p e q**” corresponderá à **interseção** do conjunto **p** com o conjunto **q**. Teremos:



# Conectivo “ou”: *Disjunção*

---

- ❖ Proposições compostas em que está presente o conectivo “ou”;
- ❖ Simbolicamente representado por “V”.
- ❖ A sentença:

*“Marcos é médico **ou** Maria é estudante”*

... pode ser representada apenas por: **p V q**. Onde: p = *Marcos é médico* e q = *Maria é estudante*.

- ❖ Como se revela o **valor lógico** de uma *proposição disjuntiva*?



# *Disjunção*

---

❖ Uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas! E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Para assimilar...

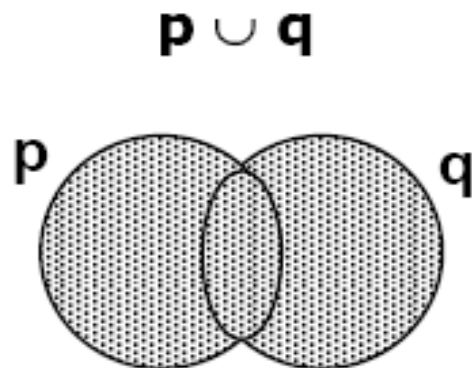
---

❖ Lembremos da promessa de um pai a um filho: “***eu te darei uma bola OU te darei uma bicicleta***”. Neste caso, a criança já sabe, de antemão, que a promessa é por apenas um dos presentes! Bola **ou** bicicleta! ganhando de presente apenas um deles, a promessa do pai *já valeu*! Já foi verdadeira! E se o pai for *abastado* e resolver dar os dois presentes? Pense na cara do menino! Feliz ou triste? Felicíssimo! A promessa foi mais do que cumprida. Só haverá um caso, todavia, em que a bendita promessa não se cumprirá: se o pai esquecer o presente, e não der nem a bola e nem a bicicleta. Terá sido falsa toda a *disjunção*.

# Representação Matemática

---

❖ Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a disjunção “**p ou q**” corresponderá à **união** do conjunto **p** com o conjunto **q**. Teremos:



# ***Disjunção Exclusiva***

---

## ❖ **Vejamos:**

*Te darei uma bola **OU** uma bicicleta.*

***OU** te darei uma bola **OU** te darei uma bicicleta.*

## ❖ **Qual a diferença?**

- ❖ A segunda estrutura apresenta duas ***situações mutuamente excludentes***, de sorte que apenas uma delas pode ser verdadeira, e a restante será necessariamente falsa. Ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, verdadeiras; ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, falsas.

# Conectivo “Ou ... ou ...”: *Disjunção Exclusiva*

---

- ❖ Proposições compostas em que está presente o conectivo “Ou ... ou ...”;
- ❖ Simbolicamente representado por “V”.
- ❖ Como se revela o **valor lógico** de uma *disjunção exclusiva*?
  - ❖ Uma *disjunção exclusiva* só será verdadeira se obedecer à mútua exclusão das sentenças. Falando mais fácil: **só será verdadeira se houver uma das sentenças verdadeira e a outra falsa. Nos demais casos, a *disjunção exclusiva* será falsa.**

# *Disjunção Exclusiva*

---

❖ Vejamos a tabela-verdade de uma disjunção exclusiva.

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Para assimilar...

---

❖ Lembremos da promessa de um pai a um filho: “ ***OU te darei uma bola OU te darei uma bicicleta***”. Neste caso, a criança já sabe, que se for verdade que “*te darei uma bola*”, então teremos que não será dada a bicicleta. E vice-versa, ou seja, se for verdade que “*te darei uma bicicleta*”, então teremos que não será dada a bola.

# Conectivo “Se ... então ...”: *Condicional*

---

- ❖ Proposições compostas em que está presente o conectivo “Se ... então ...”;
- ❖ Simbolicamente representado por “ $\rightarrow$ ”.
- ❖ A sentença:

*“Se nasci em Fortaleza então sou cearense”*

... pode ser representada apenas por:  $p \rightarrow q$ . Onde:  $p$  = Nasci em Fortaleza e  $q$  = *Sou cearense*.

- ❖ Como se revela o **valor lógico** de uma *proposição condicional*?



# *Condicional*

---

❖ Só será falsa esta estrutura quando houver a condição suficiente, mas o resultado necessário não se confirmar. Ou seja, quando a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Nos demais casos, a condicional será verdadeira.

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# Dicas

---

*Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica”,*

- ❖ Podemos reescrever essa sentença, usando o *formato* da condicional. Teremos:

*“Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica” é igual a:  
“Se Pedro for rico, então Maria é médica”*

- ❖ Se alguém disser que: ***“Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico”***, também poderemos traduzir isso de outra forma:

*“Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico” é igual a:  
“Se Pedro for rico, então Maria é médica”*

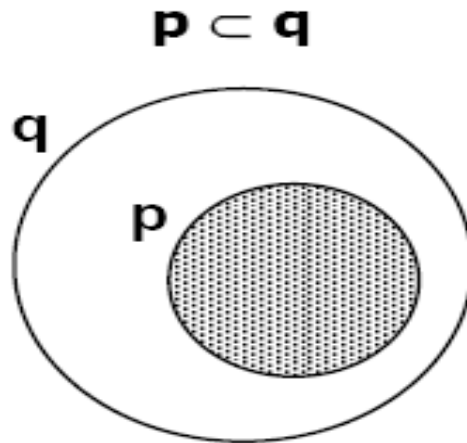
- ❖ Não esqueçam:

***Uma condição suficiente gera um resultado necessário.***

# Representação Matemática

---

❖ Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a condicional “**se p então q**” corresponderá à **inclusão** do conjunto **p** no conjunto **q** (p está contido em q).



# Conectivo “... se e somente se ...”: *Bicondicional*

---

- ❖ Proposições compostas em que está presente o conectivo “... se e somente se ...”;
- ❖ Simbolicamente representado por “ $\leftrightarrow$ ”.
- ❖ Consiste em uma CONJUNÇÃO entre duas CONDICIONAIS:

*“Eduardo fica alegre **se e somente se** Mariana sorri”*

=

*“Eduardo fica alegre **somente se** Mariana sorri E Mariana sorri **somente se** Eduardo fica alegre”*

=

*“**Se** Eduardo fica alegre **então** Mariana sorri **e se** Mariana sorri **então** Eduardo fica alegre”*

# ***Bicondicional***

---

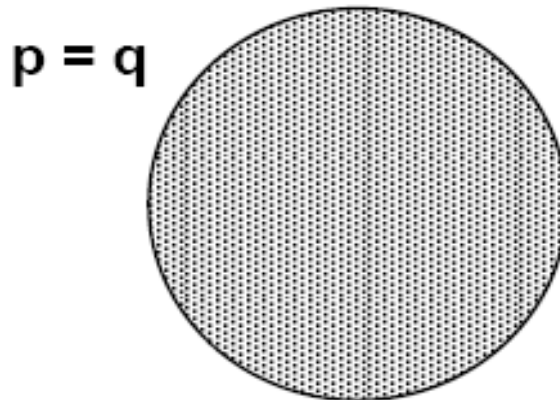
❖ Haverá duas situações em que a *bicondicional* será verdadeira: quando antecedente e conseqüente forem ambos verdadeiros, ou quando forem ambos falsos. Nos demais casos, a *bicondicional* será falsa.

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \leftrightarrow q</math></b>
<b>V</b>	<b>V</b>	<b>V</b>
<b>V</b>	<b>F</b>	<b>F</b>
<b>F</b>	<b>V</b>	<b>F</b>
<b>F</b>	<b>F</b>	<b>V</b>

# Representação Matemática

---

❖ Se as proposições **p** e **q** forem representadas como conjuntos, por meio de um diagrama, a bicondicional “**p se e somente se q**” corresponderá à **igualdade** dos conjuntos **p** e **q**.



# Perguntas???

---

