MAC0210 - Laboratório de Métodos Numéricos

Exercício-programa 2

Vítor Kei Taira Tamada - 8516250
André Ferrari Moukarzel - 9298166

Decisões de projeto

A implementação dos métodos como dada no enunciado deixa um problema claro a ser resolvido: a interpolação nas bordas em ambos os métodos.

1) Interpolação bilinear

Primeiramente, o valor de cada ponto da nova imagem é encontrado segundo a fórmula dada no enunciado:

$$p_{ij}(x,y) = a_0 + a_1(x - x_i) + a_2(y - y_j) + a_3(x - x_i)(y - y_j)$$

Em seguida, a distância h entre dois pontos de mesma linha ou de mesma coluna é dividida em $k+1$ partes. Uma vez que o valor de x da fórmula acima é maior do que x_i, temos que $x = x_i + d * \alpha$, sendo $d = \frac{h}{k+1}$ e α um inteiro tal que $0 \le \alpha \le k+1$. Portanto,

$$x - x_i = x_i + d * \alpha - x_i = d * \alpha$$

Analogamente para $y = y_j + d * \beta$, temos

$$y - y_j = y_j + d * \beta - y_j = d * \beta$$

Percebe-se, então, que x_i e y_j afetam o valor de p_{ij} apenas indiretamente por meio de influência nos valores de a_0, a_1, a_2 e a_3.

Os valores de α e β, por suas vezes, fazem com que não apenas as bordas do quadrante sejam percorridas, mas os cantos (x_i, y_j), (x_i, y_{j+1}), (x_{i+1}, y_j) e (x_{i+1}, y_{j+1}) também. Como consequência, quase todas as bordas são percorridas e calculadas duas vezes e quase todos os cantos (pontos da imagem original) são percorridos e calculados quatro vezes.

2) Interpolação bicúbica

Visto que as derivadas a serem utilizadas para a interpolação nas bordas são diferentes das do resto da imagem, decidimos tratá-las separadamente. Cada parte da "moldura"(borda superior, borda inferior, borda esquerda, borda direita, canto superior esquerdo, canto superior direito, canto inferior esquerdo e canto inferior direito) foi tratado separadamente, tendo seu próprio trecho de código no arquivo `decompress.m`.

Para as bordas laterais, substituímos as derivadas de x que não poderiam ser feitas de forma convencional pelas apresentadas no enunciado, além de adaptar as derivadas de segunda ordem $(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y})$ pelo mesmo motivo. Para as bordas superior e inferior, são substituídas as derivadas de y necessárias.

O cálculo de $p_{ij}(x,y)$ foi feito como definido pelo enunciado e os valores de $(x - x_i)$ e $(y - y_j)$ utilizados da mesma forma como na descompressão bilinear.

3) Experimentos

A descompressão se beneficia, isto é, mantém-se mais próxima da imagem original quanto mais contraste tiver. Isto acaba por se refletir em alguma diferença entre imagens com e sem cor - tendo uma imagem colorida e uma equivalente em tons de cinza, a colorida mantém-se mais fiel à original após ser descomprimida. A diferença, porém, é desprezível.

A compressão, por outro lado, não é afetada pela presença ou ausência de cor.

As operações com imagens apresentam resultados de qualidade equivalente para imagens geradas a partir de funções que são de classe C^2 e de funções que não são e até para imagens reais.

Em todas as comparações de imagens feitas, o erro não passou de 2%:

- Mesma imagem descomprimida pelo método da bilinear com $h = 0.1$ e $h = 1$ teve erro de $1.1379 * 10^{-4}$;

• Mesma imagem descomprimida pelo método da bicúbica com $h = 0.1$ e $h = 50$ teve erro de 0.013393;

• Mesma imagem descomprimida pelo método da bilinear com $h = 0.1$ e pelo método da bicúbica com $h = 0.1$ teve erro de 0.019312.

Conclui-se então que o valor de h tem pouca influência na qualidade da imagem gerada.

4) Testes

Verificando o efeito de diferentes valores de h para diferentes imagens, temos que

• descomprimindo uma imagem com $k = 10$:

Original

$h = 0.5$

$h = 50$

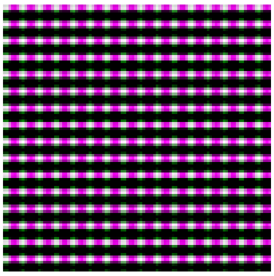
- comprimindo uma imagem com $k = 7$ e descomprimindo:

Original

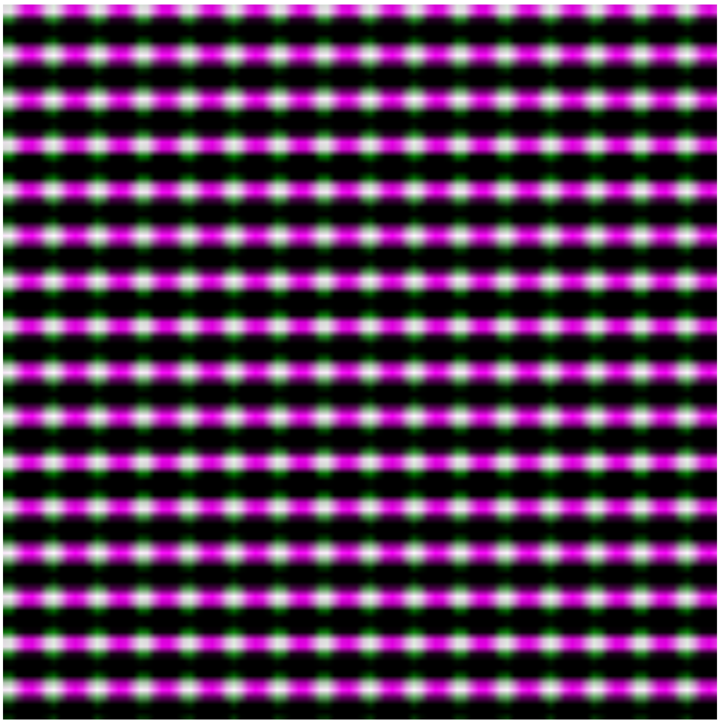
descomprimida com $k = 1$ três vezes

descomprimida com $k = 7$ uma vez

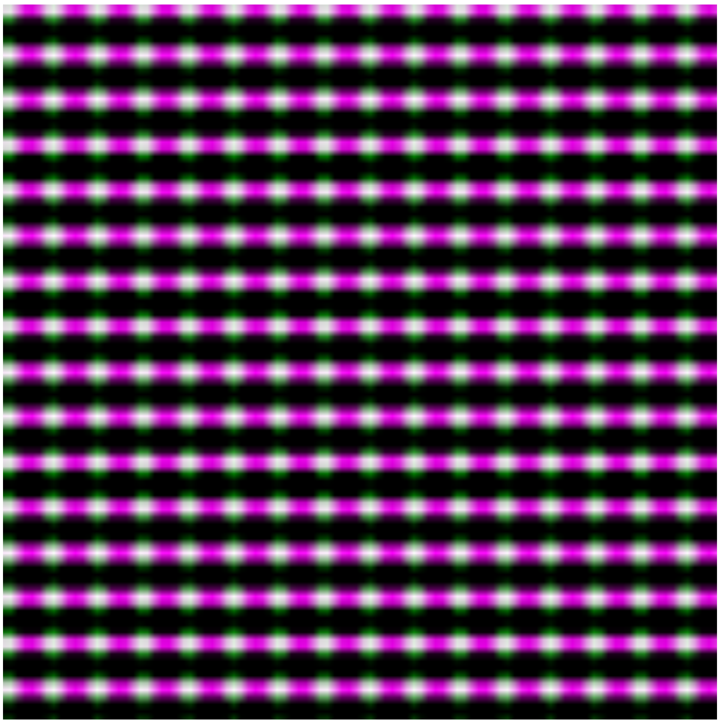
- imagem gerada pela função $f(x,y) = (sen(x), \frac{sen(y)+sen(x)}{2}, sen(x))$ e $k = 5$:



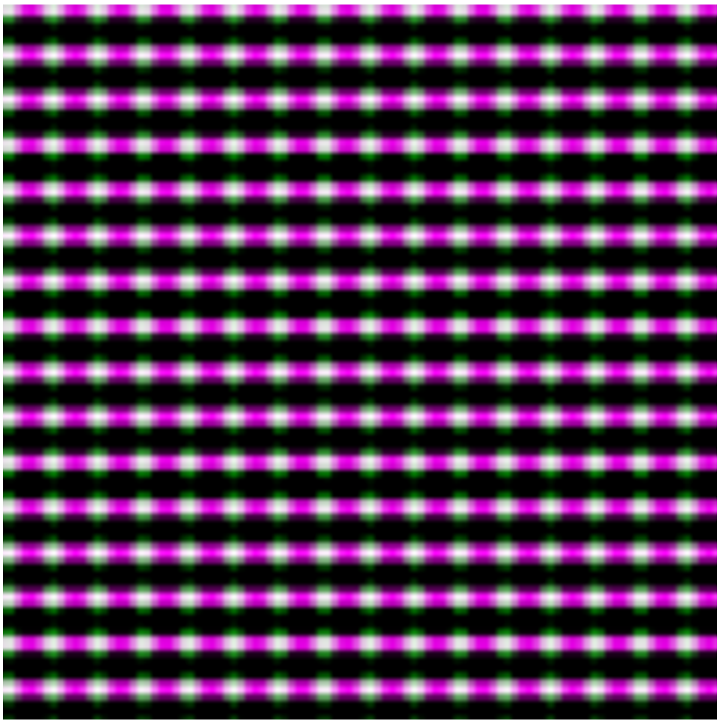
Original



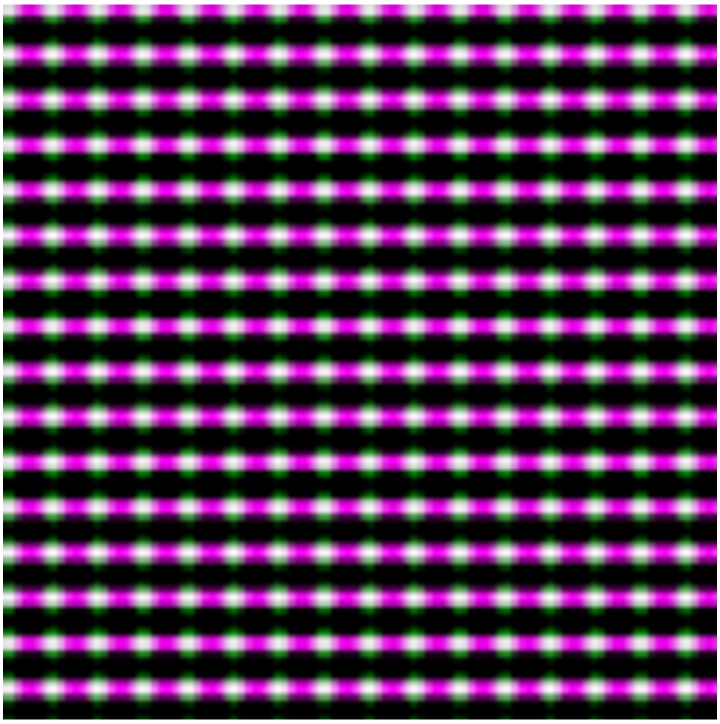
Descompressão bilinear com $h = 0.1$
(imagem reduzida para caber no PDF)



Descompressão bilinear com $h = 1$
(imagem reduzida para caber no PDF)



Descompressão bicúbica com $h = 0.1$
(imagem reduzida para caber no PDF)



Descompressão bicúbica com $h = 50$
(imagem reduzida para caber no PDF)

- imagem gerada pela função $f(x,y) = (sen(x), \frac{sen(y)+sen(x)}{2}, sen(x))$ em escalas de cinza:

Original

$k = 2 \;\; e \;\; h - 0.5$