Diagramas Causais

Definições, Construção e Critério Backdoor

José Luiz Padilha – DEST/UFPR

25 de abril, 2025

Conteúdo

Preliminares

Introdução: associação, causalidade e grafos

Em seu livro de **Causality: Models, Reasoning, and Inference (2009)**, Judea Pearl apresenta uma poderosa e extensa teoria gráfica de causalidade.

O trabalho de Pearl fornece um *framework* para causalidade que difere da abordagem de respostas potenciais. Contudo, o autor demonstra que os conceitos fundamentais subjacentes à perspectiva de resposta potencial e à perspectiva de grafos causais são equivalentes.

Os **grafos acíclicos dirigidos (DAGs)** são usados para desenvolver justificativas para métodos de estimação de efeitos causais.

Discutiremos como os DAGs permitem uma representação gráfica de relações causais e seu uso para identificação dos efeitos causais.

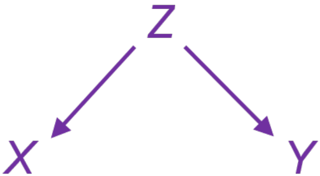
Como duas variáveis podem estar associadas na população?

- Duas variáveis X e Y serão **associadas** na população se X causa Y.

Como duas variáveis podem estar associadas na população?

- X e Y serão associadas na população se Y causa X.

Como duas variáveis podem estar associadas na população?



- Por fim, X e Y serão associadas na população se existir alguma variável Z que causa **ambas** X e Y.

Como duas variáveis podem estar associadas na população?

- X e Y não podem ser associadas na população por qualquer outra razão.
- Se X e Y são associadas na população, então **pelo menos uma** das situações acima deve ser verdade.

O que queremos dizer com associação "na população"?

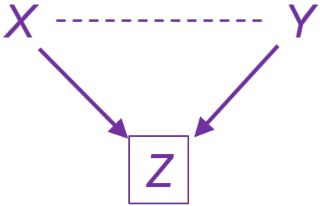
- Na terminologia estatística, X e Y são associadas "na população" significa que estas variáveis são **marginalmente associadas**.
- Se X e Y são marginalmente associadas, então, para um indivíduo em particular, saber a respeito de X nos dá alguma informação sobre o valor provável de Y, e vice-versa.
- Suponha, por simplicidade, X e Y dicotômicas. Se X e Y são marginalmente associadas, então

$$\Pr(Y = 1|X = 1) \neq \Pr(Y = 1|X = 0)$$

e

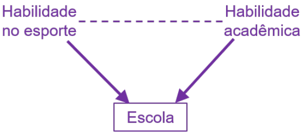
$$\Pr(X = 1|Y = 1) \neq \Pr(X = 1|Y = 0).$$

Como duas variáveis podem estar associadas em uma subpopulação?



- Suponha que Z é um **efeito** tanto de X como de Y.
- Então, X e Y serão **associadas dentro do estrato de** Z, mesmo se na população estas variáveis forem independentes.
- X e Y serão condicionalmente associadas (dado Z), mesmo que sejam marginalmente independentes (não associadas).
- A caixa ao redor de Z denota que estamos estratificando (condicionando) em Z.
- A reta tracejada denota a associação condicional induzida.

Como duas variáveis podem estar associadas em uma subpopulação?



- Suponha que uma escola aceita alunos ou porque são “bons” no **esporte**, ou porque são “bons” **academicamente**; ou ainda, alunos que são “bons” nos dois.
- Suponha que a habilidade acadêmica e a habilidade no esporte sejam **independentes** na população.
- **Dentro da escola**, existirá uma associação (negativa) entre habilidade acadêmica e habilidade no esporte.
- Por quê? Suponha que escolhemos um aluno ao acaso e percebemos que ele não tem habilidade nos esportes. Então, este deve ser “bom” academicamente.

Exemplo: Dados Simulados

```r
library(tidyverse)
n <- 10000
X <- rnorm(n)# Habilidade no esporte
Y <- rnorm(n)# Habilidade acadêmica
cor(X, Y)#X e Y não são associadas na população
```

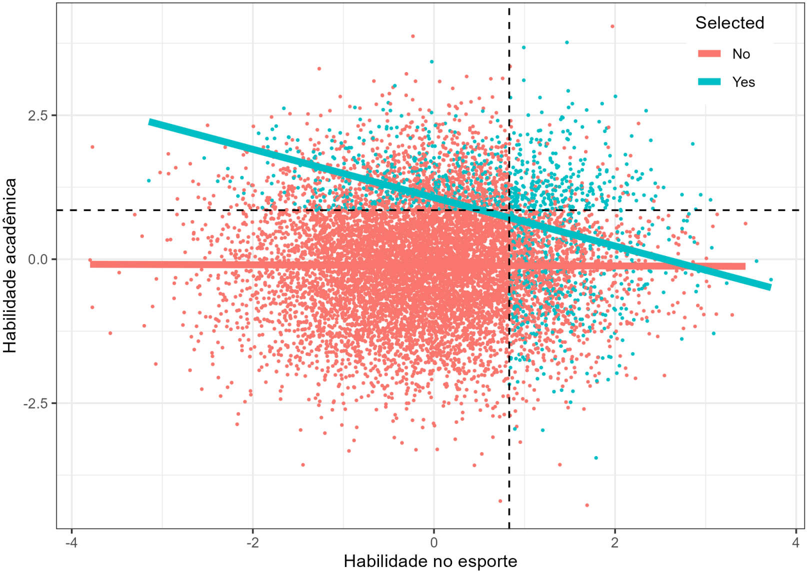
```
[1] 0.02158104
```

```r
cor.test(X, Y)$p.value
```

```
[1] 0.03092122
```

```r
probs <- 0 + 0.3*I(X>quantile(X, probs = 0.8)) +
  0.3*I(Y>quantile(Y, probs = 0.8)) +
  0.2*I(X>quantile(X, probs = 0.8) & Y>quantile(Y, probs = 0.8))
Z <- rbinom(n, 1, probs)
dat <- data.frame(X, Y, Z = factor(Z, levels = c(0, 1),
                                   labels = c("No", "Yes")))
```

Exemplo: Dados Simulados



Exemplo: Dados Simulados

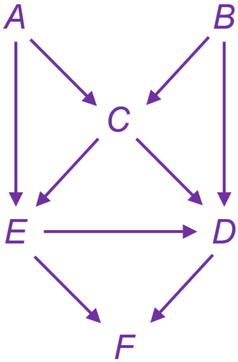
```r
cor.test(X[Z==1],Y[Z==1])
```

```
    Pearson's product-moment correlation

data:  X[Z == 1] and Y[Z == 1]
t = -15.915, df = 1233, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.4580448 -0.3654441
sample estimates:
       cor
-0.4128106
```

DAGs: algumas definições

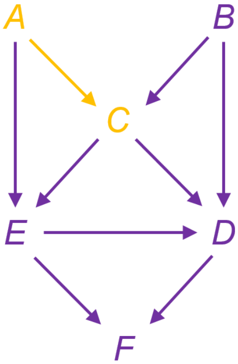
Um exemplo



Grafo acíclico dirigido

- Este é um exemplo de um grafo acíclico dirigido (DAG) causal (diagrama causal).
- É dirigido, pois cada aresta é uma seta de ponta única.
- É causal, pois as setas representam nossas suposições a respeito da direção da influência causal.
- É acíclico, pois não contém ciclos: nenhuma variável causa a si mesma.

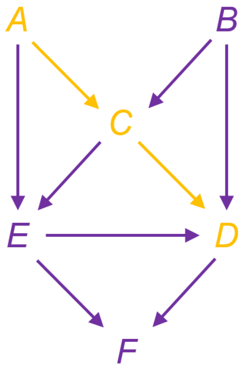
Terminologia



Pais e filhos

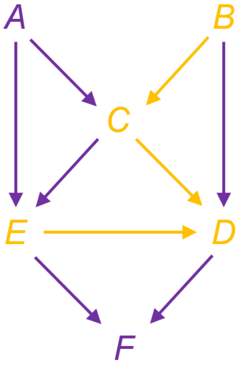
- A é pai (ou mãe) de C.
- C é filho (ou filha) de A.

Terminologia



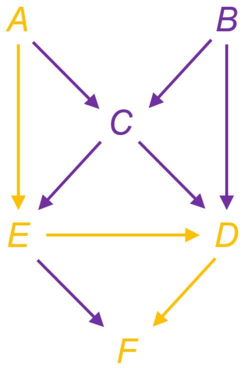
Ancestrais e descendentes

- A é um ancestral de D.
- D é descendente de A.
- A também é um ancestral de C.
- C também é um descendente de A.
    - Ou seja, pais são ancestrais, e filhos são descendentes.



Caminho

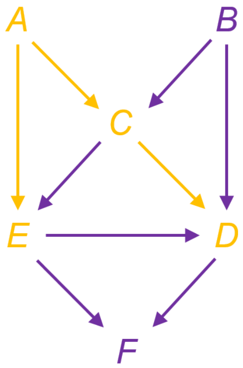
- Este é um caminho de E para B.



Caminho dirigido

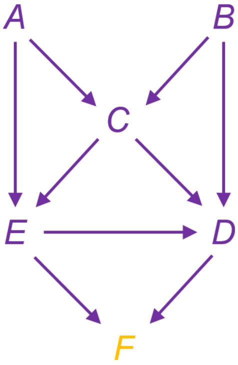
- Este é um caminho dirigido de A para F (todas as setas no caminho apontam "para frente").

Terminologia



Caminho backdoor

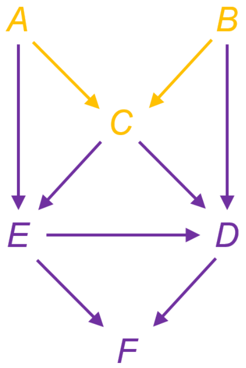
- Este é um caminho porta dos fundos de E para D (o caminho começa com uma seta chegando em E).



Collider

- F é um colisor desde que duas pontas de setas se encontram em F.

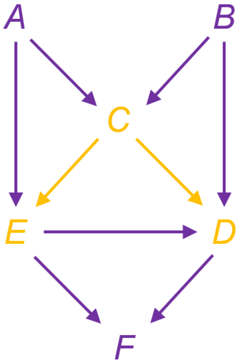
Terminologia



Nota

- Note que C é um colisor no caminho $A \to C \leftarrow B$.

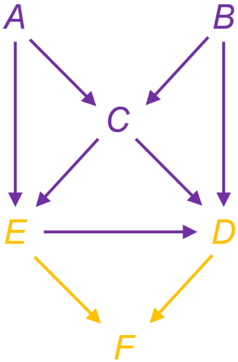
Terminologia



Nota

- No entanto, C NÃO É um colisor no caminho $E \leftarrow C \rightarrow D$.
- Assim, a definição de um colisor é em relação ao caminho que está sendo considerado.

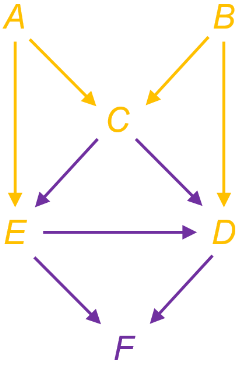
Terminologia



Caminho bloqueado

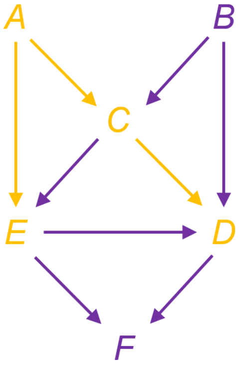
- O caminho $E \rightarrow F \leftarrow D$ é bloqueado desde que este contenha um colisor (F).

Terminologia



Caminho bloqueado

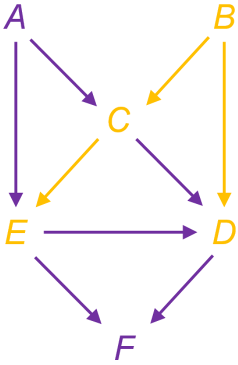
- Este caminho também é bloqueado (em C).



Caminho aberto

- Um caminho que não contém um colisor está aberto. Aqui temos um exemplo.

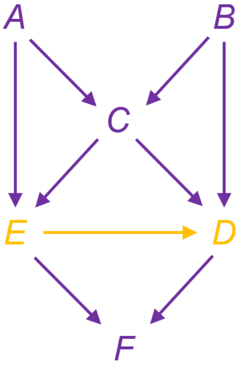
Terminologia



Caminho aberto

- E outro.

Terminologia



Caminho aberto

- E outro.

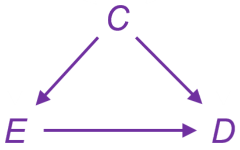
Construindo um DAG

Construindo um DAG

Passo 1

- O primeiro passo na construção de um DAG para um problema particular é escrever a exposição e o desfecho de interesse, com uma seta da exposição para o desfecho.
- Esta seta representa o efeito causal que queremos estimar.

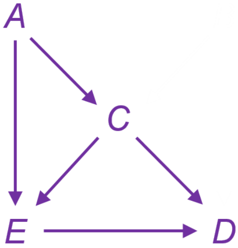
Construindo um DAG



Passo 2

- Se existir qualquer causa comum C de E e D, devemos colocá-lo no grafo, com setas de C para E e de C para D.
- Devemos incluir C no grafo, independentemente deste ter sido ou não mensurado em nosso estudo.

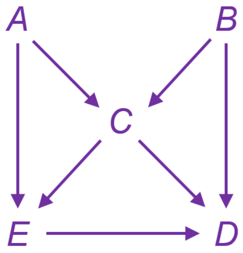
Construindo um DAG



Passo 3

- Continuamos assim, adicionando ao diagrama qualquer variável (observada ou não observada) que é uma causa comum de duas ou mais variáveis já existentes no diagrama.

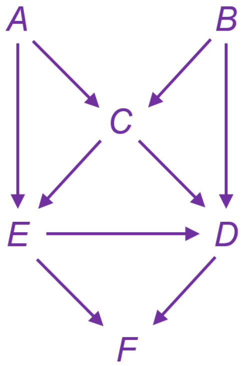
Construindo um DAG



Passo 3

- Continuamos assim, adicionando ao diagrama qualquer variável (observada ou não observada) que é uma causa comum de duas ou mais variáveis já existentes no diagrama.

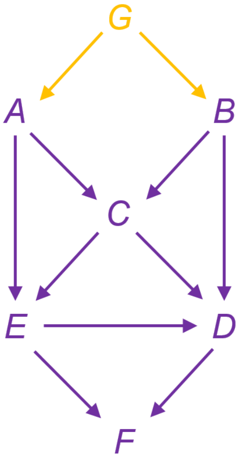
Construindo um DAG



Passo 3

- Se quisermos, podemos também incluir outras variáveis, mesmo que eles não sejam causas comuns de outras variáveis no diagrama.
- Por exemplo, F.
- Vamos supor que finalizamos nesse ponto. As variáveis e setas que NÃO estão em nosso grafo representam nossas suposições causais.

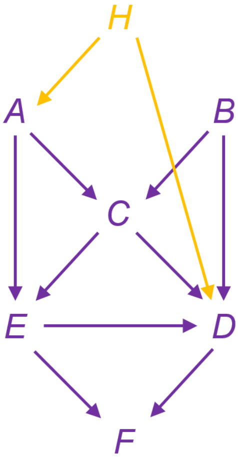
Construindo um DAG



Quais são as nossas suposições?

- Por exemplo, estamos fazendo a suposição que não há uma causa comum G de A e B.

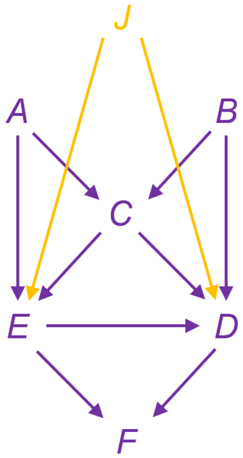
Construindo um DAG



Quais são as nossas suposições?

- E que não há uma causa comum H de A e D.

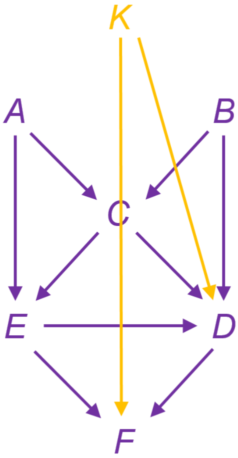
Construindo um DAG



Quais são as nossas suposições?

- E que A, B e C representam TODAS as causas comuns de E e D; não há uma causa comum adicional J.

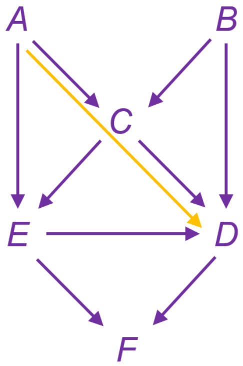
Construindo um DAG



Quais são as nossas suposições?

- E que não há uma causa comum adicional K de D e F.

Construindo um DAG

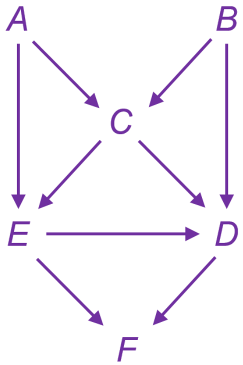


Quais são as nossas suposições?

- Portanto, cada seta omitida também representa uma suposição.
- Por exemplo, estamos assumindo que todo o efeito de A em D atua por meio de C e E.

O critério backdoor

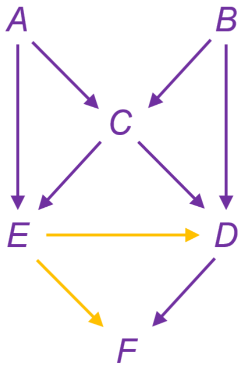
O critério backdoor: existe confundimento?



Qual o próximo passo?

- SE acreditarmos em nosso diagrama causal, podemos proceder para determinar se a relação $E \rightarrow D$ está confundida ou não.
- Isto é feito utilizando o critério porta dos fundos.
- O critério porta dos fundos é aplicado em duas partes:
  1. a primeira parte define se existe ou não confundimento.
  2. se existir, a segunda parte determina se é possível controlar o confundimento.

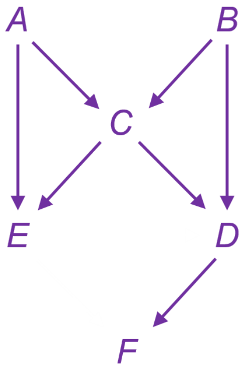
O critério backdoor: existe confundimento?



Passo 1

- Primeiro removemos todas as setas saindo da exposição.

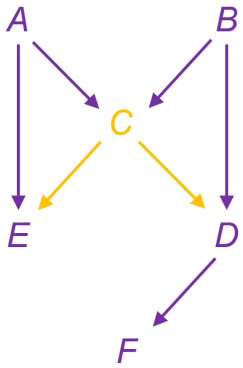
O critério backdoor: existe confundimento?



Passo 2

- Em seguida, procuramos por caminhos abertos a partir da exposição até o desfecho.
- Relembrando: um caminho aberto não contém um colisor.

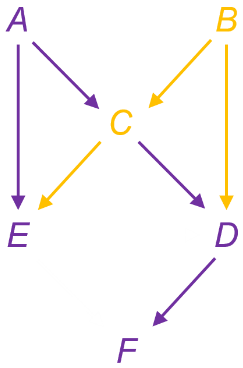
O critério backdoor: existe confundimento?



Passo 2

- Este é um caminho aberto?

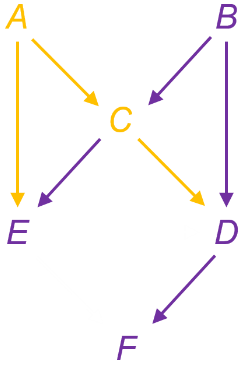
O critério backdoor: existe confundimento?



Passo 2

- Este é um caminho aberto?

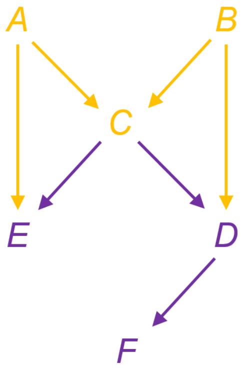
O critério backdoor: existe confundimento?



Passo 2

- Este é um caminho aberto?

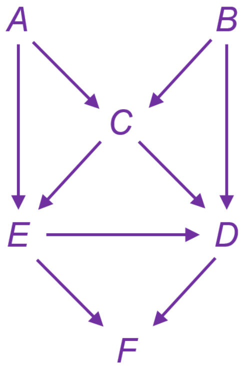
O critério backdoor: existe confundimento?



Passo 2

- Este é um caminho aberto?

O critério backdoor: existe confundimento?



Existe confundimento?

- Identificamos três caminhos porta dos fundos abertos de E para D. Assim, há confundimento.
- Próxima pergunta: podemos usar alguns ou todos de A, B, C, F para controlar esse confundimento?
- Existe um conjunto $\mathcal{S}$ de variáveis tal que se estratificarmos (ajustarmos) por elas, podemos concluir que o efeito causal existe no estrato?

O critério backdoor

A segunda parte do critério da porta dos fundos nos permite determinar, com base em nosso diagrama causal, se um conjunto de covariáveis candidato é ou não suficiente para controlar o confundimento:

O critério backdoor

(i) Primeiro, o conjunto candidato $\mathcal{S}$ não deve conter descendentes da exposição.

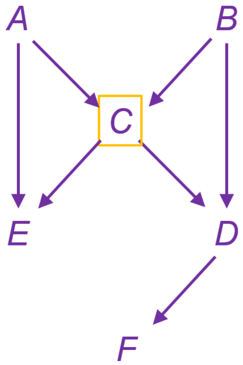
(ii) Em seguida, removemos todas as setas que saem da exposição.

(iii) Então, nós juntamos com uma linha tracejada quaisquer duas variáveis que compartilham um filho que esteja ela mesma em $\mathcal{S}$ ou que tenha um descendente em $\mathcal{S}$.

(iv) Existe um caminho aberto de E para D que não passa por um membro de $\mathcal{S}$?

Se NÃO, então $\mathcal{S}$ é suficiente para controlar para confundimento.

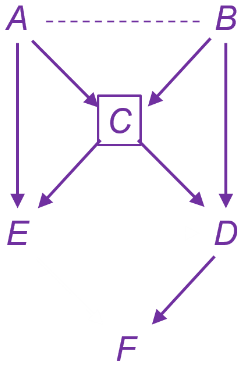
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



O critério backdoor: passos (i) e (ii)

- C é suficiente?
- C não é um descendente de E, então o passo (i) é satisfeito.
- Todas as setas saindo da exposição já foram removidas (passo (ii)).

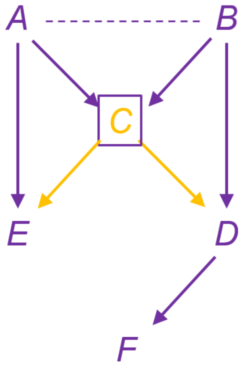
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



passo (iii)

- Conectamos A e B com uma linha tracejada, pois eles compartilham um filho (C) que está em nosso conjunto candidato (C).
- Nenhuma outra variável precisa ser conectada desta forma.

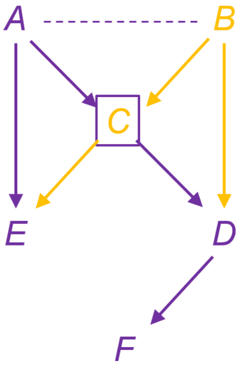
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



passo (iv)

- Agora procuramos por caminhos abertos de E para D e vemos se estes todos passam por C.
- Este está OK!

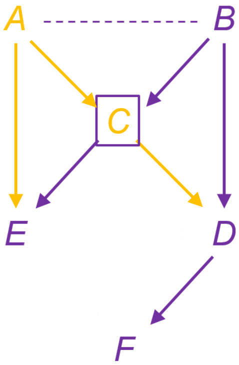
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



passo (iv)

- Este também!

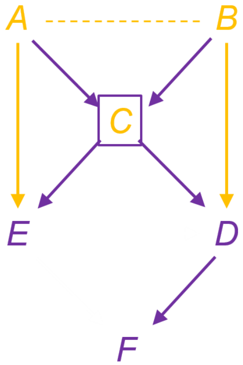
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



passo (iv)

- Este também!

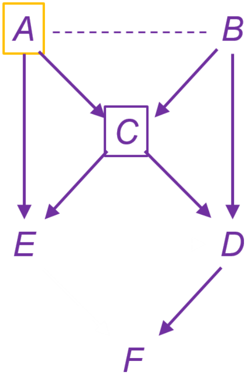
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



passo (iv)

- PORÉM, aqui está um caminho aberto de E para D que NÃO passa por C
- Assim, controlar apenas por C NÃO é suficiente.

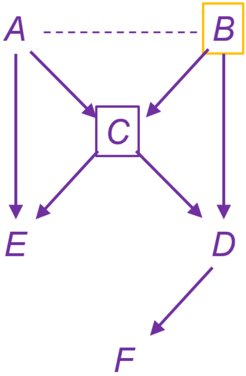
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



Qual é a solução?

- Devemos controlar adicionalmente para A.

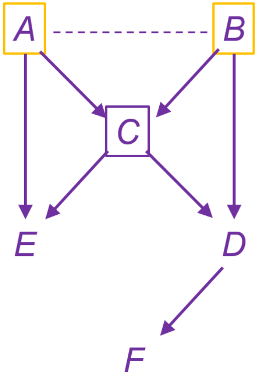
O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



Qual é a solução?

- Ou B.

O critério backdoor: podemos controlar o confundimento?



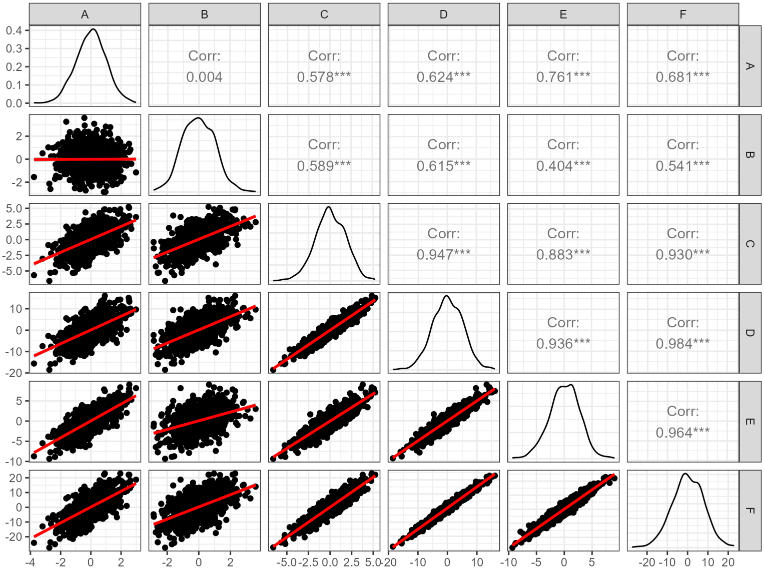
Qual é a solução?

- Ou ambos A e B para controlar para o confundimento.

Exemplo: Dados Simulados

```r
set.seed(123456)
n <- 1000
A <- rnorm(n, mean = 0)
B <- rnorm(n, mean = 0)
C <- rnorm(n, mean = A + B)
E <- rnorm(n, mean = A + C)
D <- rnorm(n, mean = E + C + B)
F <- rnorm(n, mean = E + D)
```

Exemplo: Dados Simulados



Exemplo: Dados Simulados

```r
# Sem controlar por confundidoras (modelo errado)
# Beta real para a exposição E é um
printCoef mat(coef(summary(f1 <- lm(D ~ E))))
```

```
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 4.8945e-05 5.7078e-02  0.0009   0.9993
E           1.7584e+00 2.0979e-02 83.8190   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Controlando apenas por C (modelo errado)
printCoefmat(coef(summary(f2 <- lm(D ~ E + C))))
```

```
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.024917   0.039264 -0.6346   0.5258
E            0.852752   0.030747 27.7349   <2e-16 ***
C            1.572563   0.047142 33.3581   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Controlando por todas as variáveis (modelo errado)
printCoefmat(coef(summary(f3 <- lm(D ~ E + A + B + C + F))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.012905   0.022092 -0.5841   0.5593
E            0.056234   0.037664  1.4930   0.1357
A           -0.038847   0.039956 -0.9723   0.3312
B            0.487645   0.034200 14.2587   <2e-16 ***
C            0.491745   0.035293 13.9331   <2e-16 ***
F            0.491357   0.015108 32.5220   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' 
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Controlando por todas as variáveis pré-tratamento
# (desnecessário)
printCoefmat(coef(summary(f4 <- lm(D ~ E + A + B + C))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.0012754  0.0317176  0.0402   0.9679
E           1.0295130  0.0328393 31.3500   <2e-16 ***
A           0.0236395  0.0573091  0.4125   0.6801
B           0.9439513  0.0447865 21.0767   <2e-16 ***
C           1.0065989  0.0452955 22.2230   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

```r
# Controlando pelas variáveis do critério backdoor
printCoefmat(coef(summary(f5 <- lm(D ~ E + A + C))))
```

```
             Estimate Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept) -0.026824   0.038094 -0.7042    0.4815
E            1.057980   0.039442 26.8235 < 2.2e-16 ***
A           -0.494846   0.062221 -7.9531 4.918e-15 ***
C            1.454513   0.048084 30.2494 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Controlando pelas variáveis do critério backdoor
printCoefmat(coef(summary(f6 <- lm(D ~ E + B + C))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.00096507 0.03169550  0.0304   0.9757
E           1.03774975 0.02605995 39.8216   <2e-16 ***
B           0.93602139 0.04043367 23.1496   <2e-16 ***
C           1.00576143 0.04523108 22.2361   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
tab %>% mutate(across(where(is.numeric), ~ round(., 3))) %>%
  print()
```

```
                  formula  coef    se t_stat p_val
1                   D ~ E 1.758 0.021 83.819 0.000
2               D ~ E + C 0.853 0.031 27.735 0.000
3 D ~ E + A + B + C + F 0.056 0.038  1.493 0.136
4     D ~ E + A + B + C 1.030 0.033 31.350 0.000
5         D ~ E + A + C 1.058 0.039 26.824 0.000
6         D ~ E + B + C 1.038 0.026 39.822 0.000
```

Um pouco de teoria

Um pouco de teoria

Como vimos, as DAGs fornecem uma maneira conveniente de representar dependências estatísticas e causais entre uma coleção de variáveis.

Dadas as variáveis $(X_1, \ldots, X_p)$, podemos escrever sua distribuição conjunta como

$$P(X_1, \ldots, X_p) = \prod_{j=1}^{p} P(X_j | X_1, \ldots, X_{j-1}), \tag{1}$$

em que X_0 é o conjunto vazio. As variáveis $(X_1, \ldots, X_{j-1})$ são predecessoras (ancestrais) de X_j.

Suponha $P(X_j | X_1, \ldots, X_{j-1}) = P(X_j | pa_j)$, em que pa_j é um subconjunto das predecessoras de X_j, os pais de X_j. Suponha que pa_j é o conjunto mínimo. Para X_1, pa_j é o conjunto vazio.

No grafo simulado do exemplo

Os ancestrais de E são A, B, e C, enquanto os pais são A e C.

```r
printCoefmat(coef(summary(lm(E ~ A + B + C))))
```

```
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.0017523  0.0306039  0.0573   0.9544
A           1.0611501  0.0438996 24.1722   <2e-16 ***
B           0.0560922  0.0431773  1.2991   0.1942
C           0.9922634  0.0303576 32.6858   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Note o efeito nulo de B sobre E, condicional em A e C.

No grafo simulado do exemplo

Os ancestrais de D são A, B, C e E, enquanto os pais são B, C e E.

```r
printCoefmat(coef(summary(lm(D ~ A + B + C + E))))
```

```
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.0012754  0.0317176  0.0402   0.9679
A           0.0236395  0.0573091  0.4125   0.6801
B           0.9439513  0.0447865 21.0767   <2e-16 ***
C           1.0065989  0.0452955 22.2230   <2e-16 ***
E           1.0295130  0.0328393 31.3500   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Note o efeito nulo de A sobre D, condicional em B, C e E.

Podemos escrever a distribuição conjunta (1) como

$$P(X_1, \ldots, X_p) = \prod_{j=1}^{p} P(X_j | pa_j). \tag{2}$$

Observe que (2) estabelece independências condicionais não especificadas por (1).

Essas relações condicionais são representadas de forma direta em um DAG.

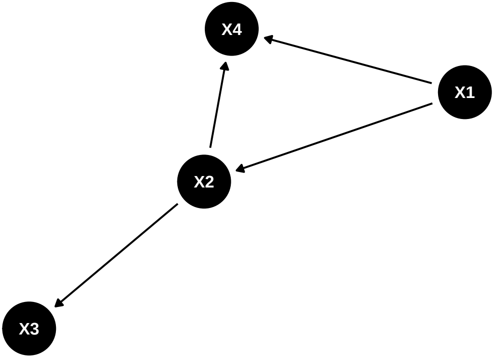
Por exemplo,

$$P(X_1, X_2, X_3, X_4) = P(X_4|X_2, X_1)P(X_3|X_2)P(X_2|X_1)P(X_1) \quad (3)$$

corresponde ao seguinte DAG.

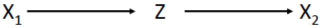
```
library(ggdag)
dag <- dagify(X2 ~ X1,
              X3 ~ X2,
              X4 ~ X2 + X1)
ggdag(dag) + theme_dag()
```

Um pouco de teoria

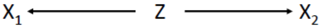


- O grafo compreende independências condicionais que são obtidas diretamente de (3): $X_4 \perp X_3 | X_2, X_1$, e $X_3 \perp X_1 | X_2$.
- É possível mostrar também que $X_4 \perp X_3 | X_2$ e $X_3 \perp X_1 | X_2, X_4$, que seriam difíceis de determinar diretamente da fatorização (3).

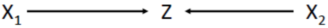
Considere as quatro estruturas básicas de DAGs:



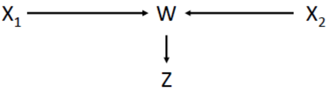
(a) Chain: Z is an Intermediate Variable



(b) Fork: Z is a Common Cause



(c) Collider: Z is a Common Effect



(d) Descendant of a Collider: Z is an Effect of a Common Effect

D-separação

Considere 3 conjuntos de variáveis A, B, e C. Um caminho (em qualquer direção), é dito *d-separado*, ou bloqueado, por um conjunto de variáveis C se, e somente se,

1. contém uma “chain” (como no painel (a)), tal que a variável Z está em C, ou um “fork” (como no painel (b)), tal que a variável Z está em C, ou
2. contém um “fork” invertido, ou colisor (como no painel (c)), tal que a Z não está em C e tal que nenhum descendente de um colisor está em C (i.e. no painel (d), Z não pode estar em C, e nem ser W.)

O conjunto C é dito *d-separado* A de B se e somente se C bloqueia todo caminho de uma variável em A para uma variável em B.

D-separação

Theorem 1

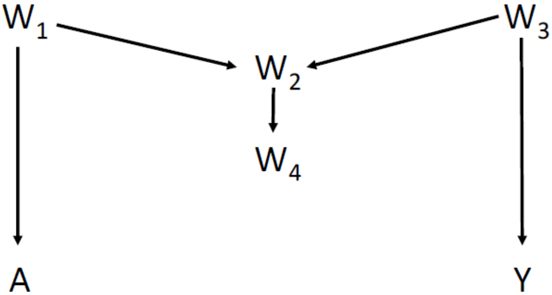
Se A e B são d-separados por C em um DAG, então $A \perp B|C$. Por outro lado, se A e B não são d-separados por C, então A e B são dependentes, condicional em C, a menos que as dependências representadas pelas setas se cancelem exatamente.

De volta à figura, podemos ver que:

- No painel (a), temos que $X_1 \perp X_2|Z$, mas não vale $X_1 \perp X_2$.
- No painel (b), temos que $X_1 \perp X_2|Z$, mas não vale $X_1 \perp X_2$.
- No painel (c), temos que $X_1 \perp X_2$, mas não vale $X_1 \perp X_2|Z$.
- No painel (d), temos que $X_1 \perp X_2$, $Z \perp X_1|W$ e $Z \perp X_2|W$, mas não vale $X_1 \perp X_2|W$ ou $X_1 \perp X_2|Z$.

D-separação

Para ilustrar o teorema, considere o DAG da seguinte figura, que inclui um colisor.



D-separação

Algumas das independências implicadas pelo DAG são:

$$
\begin{aligned}
A &\perp Y \\
A &\perp W_3 \\
A &\perp Y | W_3 \\
A &\perp W_3 | Y \\
A &\perp Y | W_1, W_2 \\
A &\perp Y | W_4, W_3 \\
W_1 &\perp W_3 \\
W_1 &\perp Y \\
W_1 &\perp Y | A \\
W_4 &\perp Y | W_2.
\end{aligned}
$$

D-separação

Algumas das dependências implicadas pelo DAG são:

$$
\begin{aligned}
A &\not\perp W_1 \\
A &\not\perp W_2 \\
A &\not\perp Y|W_2 \\
A &\not\perp Y|W_4 \\
A &\not\perp W_1|W_2, W_4 \\
W_1 &\not\perp W_2 \\
W_1 &\not\perp W_4 \\
W_1 &\not\perp W_3|W_2 \\
W_1 &\not\perp W_3|W_2, W_4 \\
W_3 &\not\perp Y.
\end{aligned}
$$

O teorema backdoor

Theorem 2

Dados um DAG contendo as variáveis A e Y assim como um conjunto de variáveis C (excluindo A e Y) que não contém descendentes de A ou Y, o conjunto C é suficiente para ajuste de confundimento do efeito de A em Y se e somente se não houver nenhum caminho backdoor não bloqueado de A para Y. Isto é,

$$\{Y(a)\}_{a \in \mathcal{A}} \perp A | C,$$

em que $\{Y(a)\}$ é o conjunto de respostas potenciais de todos os valores $a \in \mathcal{A}$ de A.

Viés de colisor

No exemplo, o conjunto vazio (nenhuma variável em C) é suficiente para remover o confundimento do efeito de A em Y. São suficientes também os conjuntos W_1, ou o conjunto (W_1, W_2), ou (W_3, W_4).

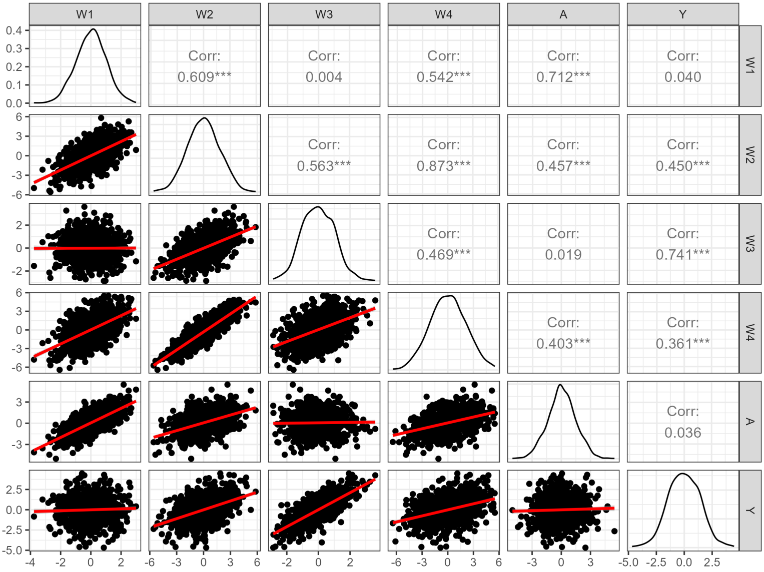
Como vimos, W_2 sozinho é insuficiente. Isso prova que uma definição tradicional de confundidor como uma variável que está associada com A e Y é inadequada (W_2 é um exemplo!). O DAG implica que ajustar por W_2 é pior do que não ajustar para nenhuma variável.

Ajustar para W_2 ou W_4 sem também ajustar para W_1 ou W_3 pode causar um viés chamado *viés de colisor*.

Exemplo: Dados Simulados

```r
set.seed(123456)
n <- 1000
W1 <- rnorm(n, mean = 0)
W3 <- rnorm(n, mean = 0)
A <- rnorm(n, mean = W1)
Y <- rnorm(n, mean = W3)
W2 <- rnorm(n, mean = W1 + W3)
W4 <- rnorm(n, mean = W2)
```

Exemplo: Dados Simulados



Exemplo: Dados Simulados

```r
# Não existe associação entre A e Y
# Beta real para a exposição A é zero
printCoefmat(coef(summary(f1 <- lm(Y ~ A))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0086703  0.0455781 -0.1902   0.8492
A            0.0362925  0.0317562  1.1428   0.2534
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Seria suficiente ajustar por W1
printCoefmat(coef(summary(f2 <- lm(Y ~ A + W1))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0078544  0.0456103 -0.1722   0.8633
A            0.0159940  0.0452338  0.3536   0.7237
W1           0.0412380  0.0654226  0.6303   0.5286
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Ou ajustar por W1 e W2
printCoefmat(coef(summary(f3 <- lm(Y ~ A + W1 + W2))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0036572  0.0384708 -0.0951   0.9243
A           -0.0158132  0.0381854 -0.4141   0.6789
W1          -0.5260916  0.0619584 -8.4910   <2e-16 ***
W2           0.5474490  0.0271887 20.1352   <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Ou ajustar por W3 e W4
printCoefmat(coef(summary(f4 <- lm(Y ~ A + W3 + W4))))
```

```
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 0.0005002  0.0306201  0.0163   0.9870
A           0.0192256  0.0238385  0.8065   0.4202
W3          1.0426234  0.0347992 29.9611   <2e-16 ***
W4          0.0054817  0.0185292  0.2958   0.7674
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' 
```

Exemplo: Dados Simulados

```r
# Ajustar apenas por W2 induz o viés de colisor
printCoefmat(coef(summary(f5 <- lm(Y ~ A + W2))))
```

```
              Estimate Std. Error t value  Pr(>|t|)    
(Intercept)  0.0037939  0.0398086  0.0953    0.9241    
A           -0.2151174  0.0311748 -6.9004  9.21e-12 ***
W2           0.4424636  0.0250632 17.6539 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' 
```

```r
# Ajustar apenas por W4 também induz o viés de colisor
printCoefmat(coef(summary(f6 <- lm(Y ~ A + W4))))
```

```
              Estimate Std. Error t value  Pr(>|t|)
(Intercept) -0.0082494  0.0421980 -0.1955     0.845
A           -0.1309562  0.0321191 -4.0772 4.921e-05 ***
W4           0.2852735  0.0220562 12.9339 < 2.2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '
```

```r
tab %>% mutate(across(where(is.numeric), ~ round(., 3))) %>%
  print()
```

```
           formula   coef    se t_stat p_val
1            Y ~ A  0.036 0.032  1.143 0.253
2       Y ~ A + W1  0.016 0.045  0.354 0.724
3 Y ~ A + W1 + W2 -0.016 0.038 -0.414 0.679
4 Y ~ A + W1 + W2 -0.016 0.038 -0.414 0.679
5       Y ~ A + W2 -0.215 0.031 -6.900 0.000
6       Y ~ A + W4 -0.131 0.032 -4.077 0.000
```

Viés de colisor

W_2 não é um *confundidor verdadeiro* (variável que influencia tanto a exposição como o desfecho via um caminho direcionado que não inclui a exposição), porque não influencia (não causa) nem A nem Y.

Neste exemplo, não há *confundidores verdadeiros*, e, portanto, não há confundimento do efeito de A em Y.

Em alguns casos, nem todos os confundidores verdadeiros são necessários para formar um *conjunto suficiente de confundidores verdadeiros*.

Bibliografia

Principais Referências Usadas

Pearl, J., "Causality. Models, Reasoning and Inference", *Cambridge University Press*, 2009.

Reis, R. C. P. "MAT02010 - Tópicos Avançados em Estatística II. Introdução a Inferência Causal". *UFRGS*, 2019.

Brumback, B. A., "Fundamentals of Causal Inference With R", *CRC Press*, 2022.

Morgan, S. L. and Winship, C., "Counterfactuals and Causal Inference", *Cambridge University Press*, 2015.