

# Um Jogo de Natal

Uma família decidiu realizar um jogo de natal. As regras são a seguinte:

- Os presentes comprados por cada um são colocados na roda e embalados para que ninguém consiga ver o conteúdo.
- Cada participante recebe um número inteiro distinto, representando sua vez de jogar.
- Em sua vez, o jogador tem duas opções, pegar um presente da pilha e revelar seu conteúdo, ou roubar o presente de um jogador anterior. Se um jogador tiver seu presente roubado, ele obrigatoriamente tem que pegar um outro presente da pilha.
- O jogo continua até que o jogador com o último número tenha jogado.

Suponha que  $n$  pessoas participam do jogo e seu número é  $k$ .

**Condições:**  $n > 3$ ,  $2 \leq k \leq n$

Considerando dois cenários:

- (a) **Simplificado:** Considere nesse cenário que o presente que você roubar e pegar da pilha ficará com você até o final do jogo, ou seja, ninguém o roubará de você. Seu objetivo é obter o melhor presente possível. Sua estratégia será roubar o melhor presente até sua vez, ou seja, o melhor presente que saiu nas últimas  $(k-1)$  jogadas.

**Calcule a probabilidade de você obter um presente melhor com essa estratégia ao invés de pegar um presente da pilha.**

- (b) **Completo:** Considere que nesse cenário os participantes podem roubar o presente de você. A estratégia deles será sempre roubar o melhor presente até o momento de suas jogadas. Consciente da estratégia dos outros jogadores você reformulou a sua, você não roubará o melhor presente. Sua estratégia será roubar o melhor presente que você tenha a certeza de que ninguém o roubará, se isso não for possível, você roubará o pior presente até o momento.

Por exemplo:

- Suponha  $n = 10$  e  $k = 7$ . É a sua vez, já jogaram 6 jogadores e ainda há 3 para jogar. Se você roubar o melhor presente até o momento, um dos 3 jogadores poderá roubar de você, o mesmo para o 2º melhor e o 3º melhor. Porém roubando o 4º melhor é garantido que você o manterá até o final, pois os outros 3 jogadores roubarão até no máximo o 3º melhor.

- Suponha agora que  $n = 10$  e  $k = 3$ . É a sua vez, já jogaram 2 jogadores e ainda há 7 para jogar. Você não pode usar a estratégia do exemplo anterior, tendo em vista isso, você roubará o pior presente até o momento, no caso o 2º.

**Calcule a probabilidade de você obter um presente melhor com essa estratégia ao invés de pegar um presente da pilha.**