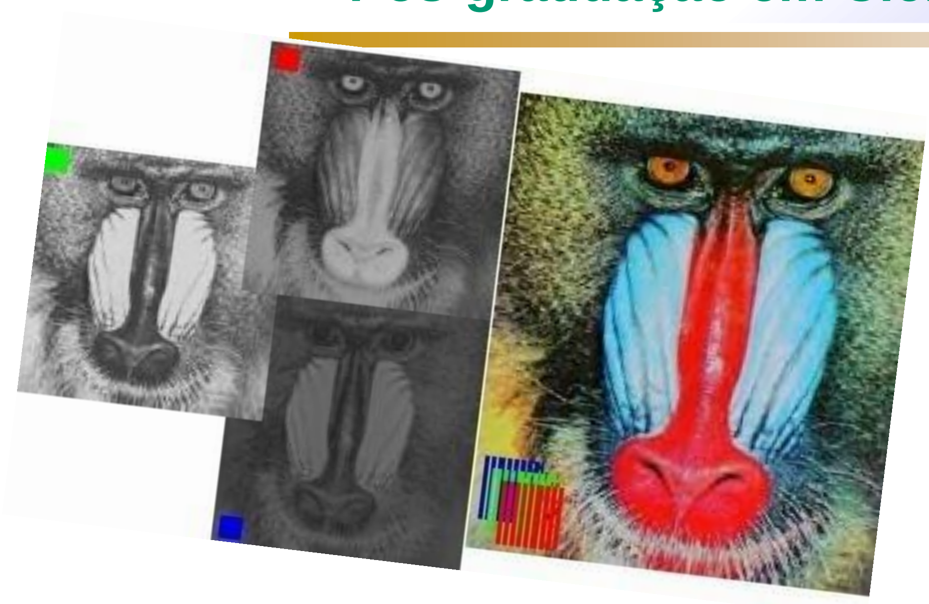
Prof. Dr. Leandro Alves Neves

Pós-graduação em Ciência da Computação



Aula 06

Processamento de Imagens Digitais

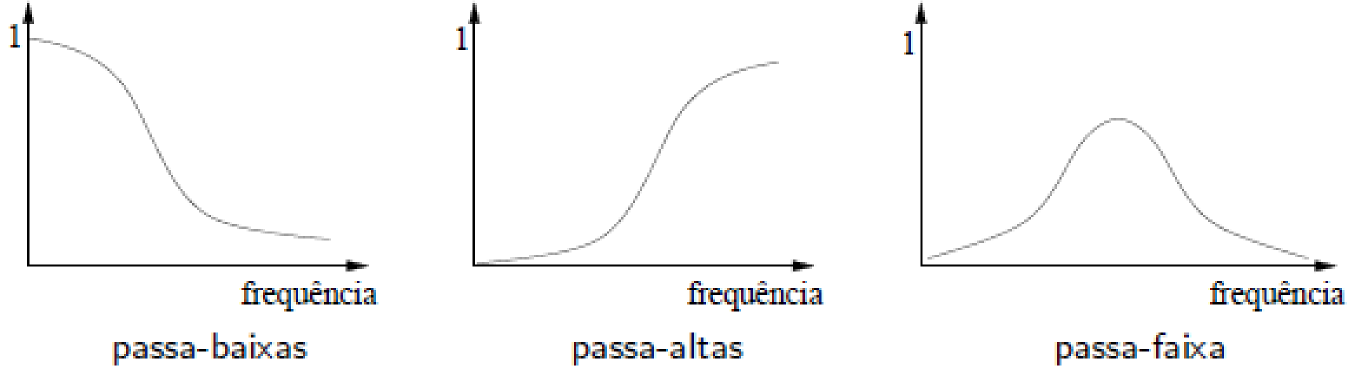
Sumário

- **Correlação e Convolução**
- **Filtros lineares e não-lineares**
  - Média, Mediana e Operadores
- **Exemplos de Aplicações: Filtragem Espacial**
  - Passa-Baixa
  - Passa-Alta
  - Deteção de Bordas
    - Aguçamento

Filtragem de Imagens

- Aplicada no domínio do **espaço ou da frequência**

- Classificados como:
  - passa-baixa
  - passa-alta
  - passa-faixa



Filtragem Espacial de Imagens

- **Domínio do espaço**
  - **Nível de cinza** de um ponto $f(x,y)$ **depende** dos **valores dos níveis**
    - **do ponto original**
    - **de pontos da vizinhança de** $f(x,y)$

Filtragem Espacial de Imagens

- **Domínio do espaço**
  - **Filtragem** ⇨ matrizes ⇨ denominadas **máscaras**
- **Máscara (*W*)** ⇨ valores numéricos rotulados como pesos
- **Pesos** do filtro e Processo
  1. Multiplicados pelos níveis de cinza dos pixels
  2. Somados
  3. Resultado substitui o nível de cinza do pixel

Filtragem Espacial de Imagens

- **Conceitos Envolvidos: Correlação ·**
  - Processo de mover *W* pela imagem
  - Calcular a soma dos produtos em cada posição
- **Caso 1D**
  - **Filtragem da Média**

- Substituir **cada pixel** do sinal 1D ⇒ **média de seu nível de cinza**

e

Dos dois vizinhos

Filtragem Espacial de Imagens

- **Conceitos Envolvidos: Correlação**

w

1/3	1/3	1/3

- Caso 1D

Sinal ***f***

$\cdots$	5	4	2	3	7	4	6	5	4	6	$\cdots$

Correlação

Resultado: 4

  - **Filtragem da Média**
  - **Máscara**

w

1/3	**1/3**	**1/3**

  - **Em geral, *w* é constituído por um número ímpar de elementos**

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{f}(x) = \sum_{i=\lfloor -m/2 \rfloor}^{\lfloor m/2 \rfloor} w(i)\, f(x+i)$$

em que *m* indica a dimensão/tamanho de *w*.

Filtragem Espacial de Imagens

- **Conceitos Envolvidos: Correlação**

- **Caso 2D**

Sinal *f*

$$\mathbf{w} \cdot \mathbf{f}(x,y) = \sum_{i=\lfloor -m/2 \rfloor}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{j=\lfloor -n/2 \rfloor}^{\lfloor n/2 \rfloor} w(i,j)\, f(x+i, y+j)$$

  - **Filtragem da Média**

em que *m* e *n* indicam as dimensões/tamanhos de *w* (linha e coluna).

  - **Máscara** (média)

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

  - **Em geral, *W* é constituído por um número ímpar de elementos**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Conceitos Envolvidos: Convolução *** → **Similar à Correlação**
  - Mesmos conceitos da Correlação
  - Porém, ***w*** → Reflexão (rotacionado em 180º)

w

8	7	2

→

w

2	7	8

- Caso 1D →

$$\boxed{\mathbf{w} * \mathbf{f}(x) = \sum_{i=\lfloor -m/2 \rfloor}^{\lfloor m/2 \rfloor} w(i)\, f(x-i)}$$

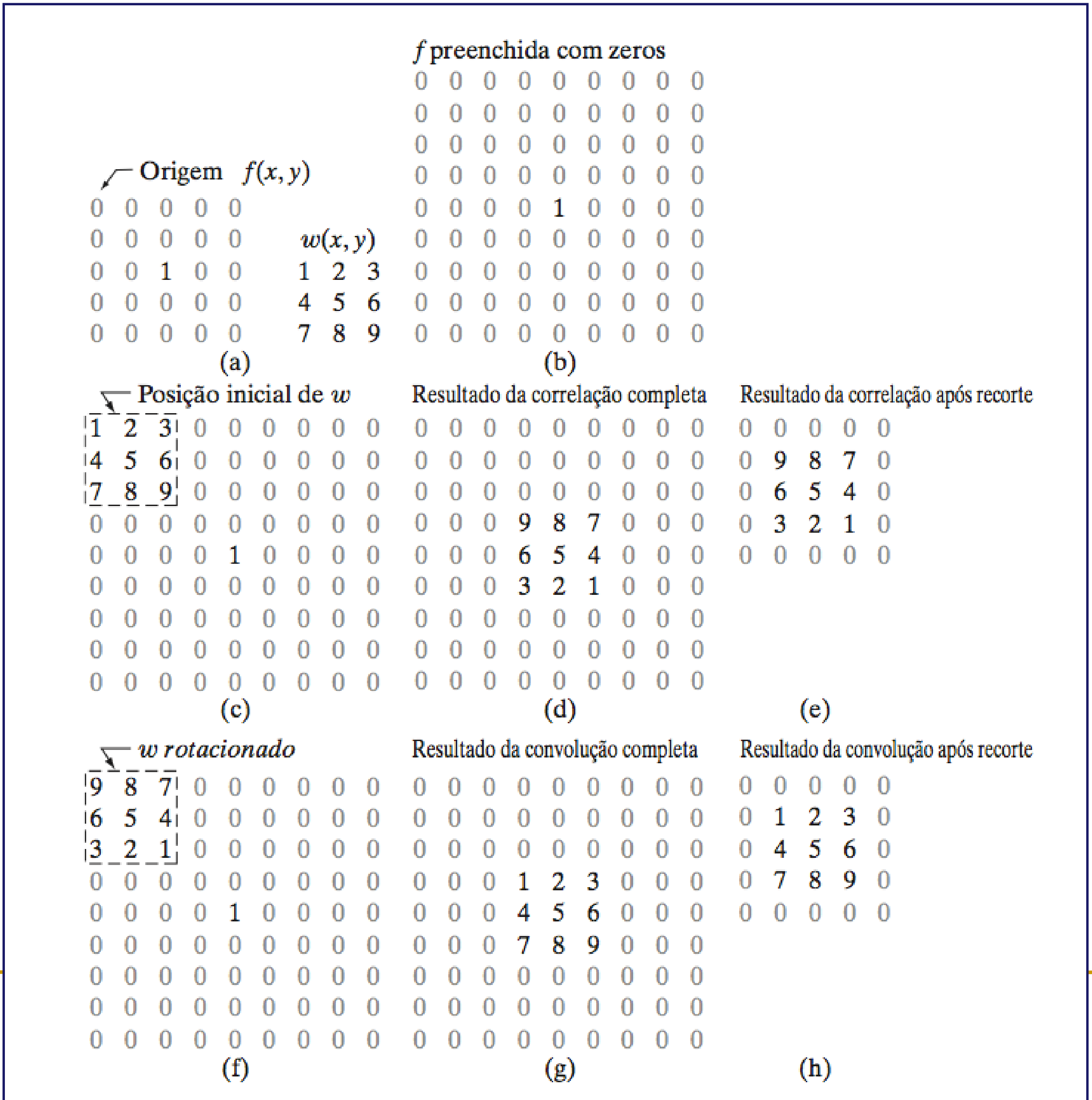
- Caso 2D →

$$\boxed{\mathbf{w}(x,y) * \mathbf{f}(x,y) = \sum_{i=\lfloor -m/2 \rfloor}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{j=\lfloor -n/2 \rfloor}^{\lfloor n/2 \rfloor} w(i,j)\, f(x-i, y-j)}$$

Correlação e Convolução são idênticas quando o filtro é simétrico

Filtragem Espacial de Imagens

- **Correlação e Convolução 2D**



Filtragem Espacial de Imagens

- **Correlação e Convolução: Propriedades**
  - **Soluções para Pontos de Borda**
    - Atribuindo **valor zero aos resultados** não calculáveis;
    - **Preenchimento** da imagem **com 0´s** antes do cálculo da imagem final (*P);*
    - **Replicação** dos pixels das bordas (*replicate);*
    - **Outras**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Correlação e Convolução: Propriedades**
  - Pontos da borda → não têm todos os vizinhos
    - Calculados de maneira diferente
  - **Janelas quadradas com *n* × *n* pixels**
    - Valores pequenos para *n*
    - Por exemplo, máscara 3 × 3 sobre uma imagem de 512 × 512 pixels
      - 9 multiplicações e 8 adições para cada pixel
      - Total de: 2.359,296 multiplicações e 2.097,152 adições
    - Máscaras de organização par (2 x 2, 4 x 4 , ...)
      - **Resultado** é colocado sobre o **Primeiro Pixel**
    - Máscaras de organização ímpar (3 x 3, 5 x 5, ...)
      - **Resultado** é colocado sobre o **Pixel de Centro**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Algoritmo: Convolução *** → Similar à Correlação

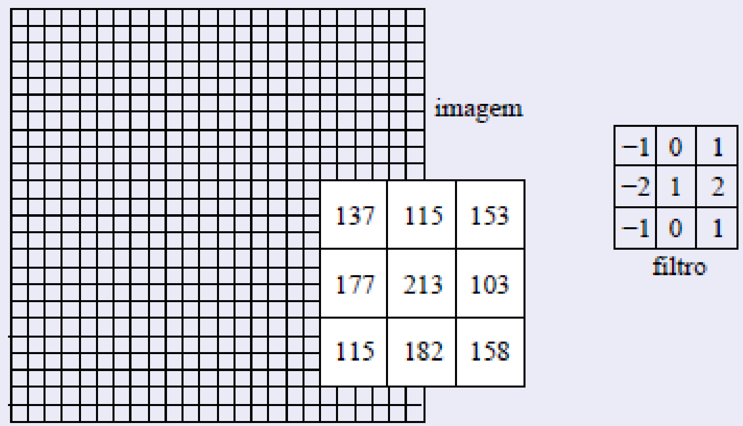
Entrada: imagem **f** de $M \times N$ pixels e uma máscara **w** de $m \times n$ pixels.
Saída: imagem **g** de $M \times N$ pixels.

$x1 = \lfloor m/2 \rfloor$
$y1 = \lfloor n/2 \rfloor$
for $x = 0$ até $M - 1$ **do**
  for $y = 0$ até $N - 1$ **do**
    soma $= 0$
    for $i = -x1$ até $x1$ **do**
      for $j = -y1$ até $y1$ **do**
        soma $=$ soma $+ w(i,j) * f(x-i, y-j)$
      end for
    end for
    $g(x,y) =$ soma
  end for
end for

Filtragem Espacial de Imagens

Correlação e Convolução: Exemplo

Seja a região da imagem mostrada na figura abaixo, cujos níveis de cinza estão destacados. A máscara de correlação é mostrada à direita.



O resultado da correlação para a região em destaque é igual a $137 * (-1) + 115 * 0 + 153 * 1 + 177 * (-2) + 213 * 1 + 103 * 2 + 115 * (-1) + 182 * 0 + 158 * 1 = 124$.

O resultado da convolução é igual a $137 * 1 + 115 * 0 + 153 * (-1) + 177 * 2 + 213 * 1 + 103 * (-2) + 115 * 1 + 182 * 0 + 158 * (-1) = 302$.

Filtragem Espacial de Imagens

Filtros de Suavização
Lineares e Não Linear

Filtragem Espacial de Imagens

Exemplos de Filtros Lineares

Pixel $f'(x,y)$ ⇨ combinação linear dos níveis de cinza da sua vizinhança local na imagem original

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** suavização da imagem

  - Frequências altas $\Rightarrow$ transições abruptas são atenuadas

  - **Exemplos de Filtros (Convolução)**

Filtro da média

$$h_1 = \frac{1}{9}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&1&1\\\hline 1&1&1\\\hline 1&1&1\\\hline\end{array} \qquad h_2 = \frac{1}{25}\begin{array}{|c|c|c|c|c|}\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1\\\hline\end{array} \qquad h_3 = \frac{1}{49}\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|}\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline 1&1&1&1&1&1&1\\\hline\end{array}$$

Ponderação, considerando a distância e a orientação dos pontos vizinhos.

$$h_4 = \frac{1}{10}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&1&1\\\hline 1&2&1\\\hline 1&1&1\\\hline\end{array} \qquad h_5 = \frac{1}{16}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1&2&1\\\hline 2&4&2\\\hline 1&2&1\\\hline\end{array}$$

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro da Média

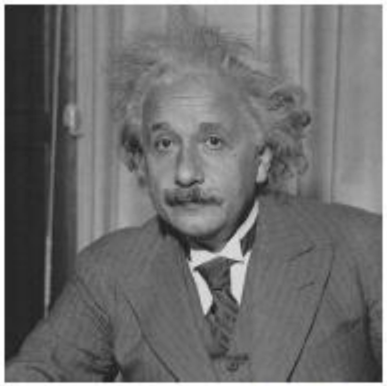
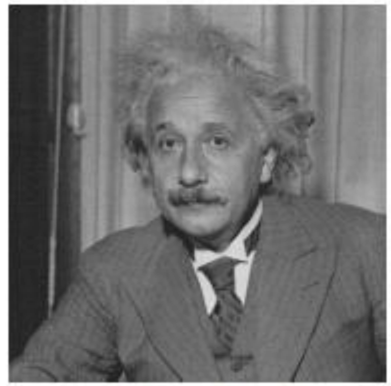
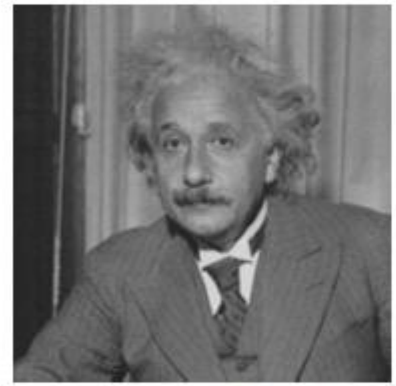


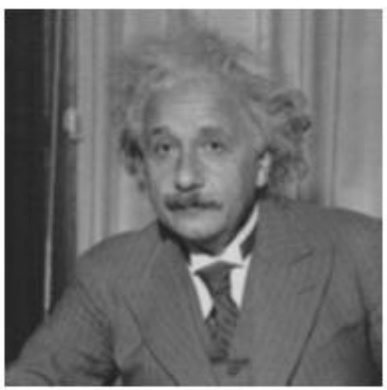
imagem original



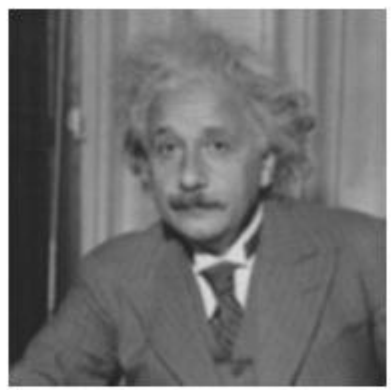
máscara 3 × 3



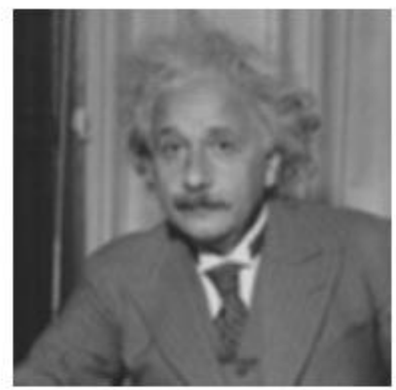
máscara 5 × 5



máscara 7 × 7



máscara 9 × 9



máscara 11 × 11

Filtragem Espacial de Imagens

Exemplo de Filtro Não Linear

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Não Linear: Estatísticas de Ordem**

  - **Resultado** → obtido a partir da **classificação** (ordenação) dos **pontos**

  - **Substituição do Pixel** → **Resultado da Classificação**

  - **Mais Conhecido: Filtro de Mediana**

    - Filtro 3x3 → mediana é o 5º maior elemento
    - Filtro 5x5 → mediana é o 13º maior elemento

Ruídos Aleatórios (Sal e Pimenta) → excelentes resultados

- Eficaz na preservação de **detalhes finos de alta frequência** (**bordas e contornos**)

Filtragem Espacial de Imagens

(a) (b)

Figura 8 - (a) Imagem original; (b) imagem contaminada por ruído impulsivo (sal e pimenta); (c) resultado da filtragem pelo filtro da mediana com máscara 3x3; (d) resultado da filtragem pelo filtro da média com máscara 3 x 3.

(c) (d)

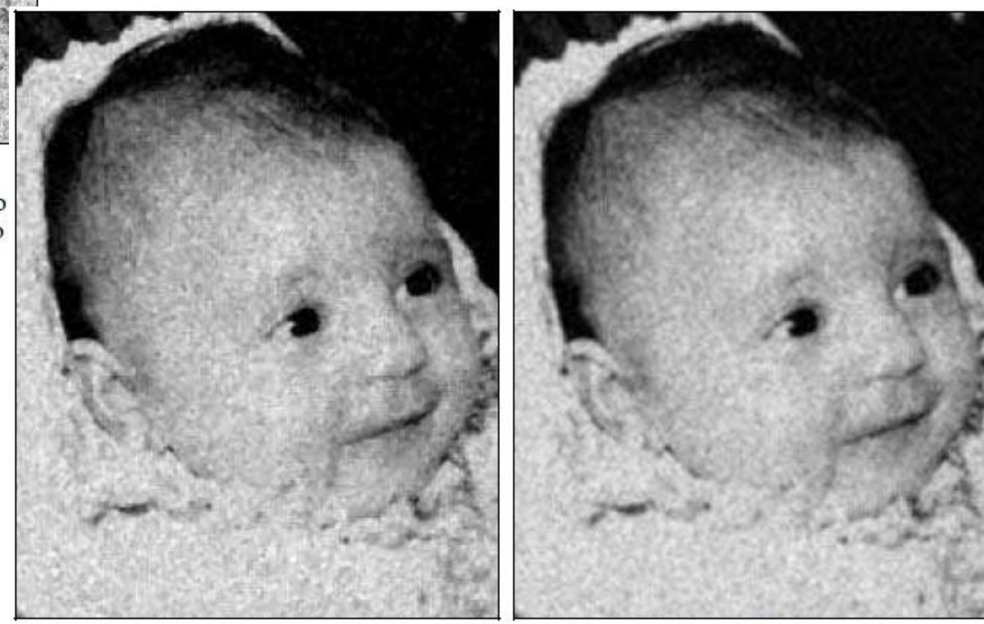
Ruído Impulsivo
Comparação entre filtros

- **Média e Mediana**

Filtragem Espacial de Imagens

(a) (b)

Figura 9 - (a) Imagem original; (b) imagem contaminada por ruído gaussiano; (c) resultado filtragem pelo filtro da mediana com máscara 3x3; (d) resultado da filtragem pelo filtro média com máscara 3 x 3.



(c) (d)

Ruído Gaussiano
Comparação entre filtros

- **Média e Mediana**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro Gaussiano
  - **Filtro isotrópico**: nível de **suavização é igual em todas as direções**
    - Por exemplo, em relação à rotação
  - **Pixel** substituído pela **média ponderada dos pixels vizinhos**
    - Logo, a distância em relação ao centro é levada em consideração
  - O nível de suavização (largura do filtro) depende de σ
    - Quanto maior o valor, maior a largura e maior o nível de suavização

Filtragem Espacial de Imagens

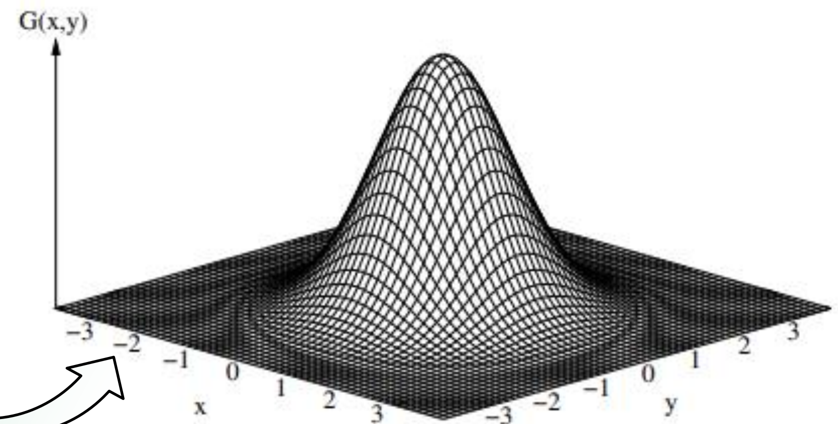
- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro Gaussiano

  - **Máscara é dada por uma Gaussiana**

  - A função Gaussiana discreta com média em 0,0 e desvio padrão σ=1:

$$G(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{\left(\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2}\right)}$$

σ: variância (largura)



Função Gaussiana bidimensional com média $(0,0)$ e $\sigma = 1$.

http://homepages.inf.ed.ac.uk/rbf/HIPR2/gsmooth.htm
, acesso em 03/2023.

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro Gaussiano

  - **Geração discreta dos filtros**

Máscara de coeficientes

    - Usar expansão binomial (Binômio de Newton)

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \frac{n!}{k!(n-k)!} a^{n-k} b^k$$

Linha (n)	Representação dos números no triângulo	Soma dos números	Resultado da soma na forma de potência
0	1	1	2^0
1	1 1	1+1	2^1
2	1 2 1	1+2+1	2^2
3	1 3 3 1	1+3+3+1	2^3
4	1 4 6 4 1	1+4+6+4+1	2^4
5	1 5 10 10 5 1	1+5+10+10+5+1	2^5

    - Logo, os coeficientes da expansão binomial são conhecidos

Triângulo de Pascal

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro Gaussiano

  - **Geração discreta dos filtros**

Linha	Representação dos números no triângulo	Soma dos números	Resultado da soma na forma de potência
0	1	1	$2^0=1$
1	1 1	1+1	$2^1=2$
2	1 2 1	1+2+1	$2^2=4$
3	1 3 3 1	1+3+3+1	$2^3=8$
4	1 4 6 4 1	1+4+6+4+1	$2^4=16$
5	1 5 10 10 5 1	1+5+10+10+5+1	$2^5=32$

Máscara de coeficientes

- **Exemplo:** Máscara 1D
  - Tamanho *n*
    - Utilizar a *n*-ésima linha do triângulo de Pascal:

$$\frac{1}{16}\boxed{\begin{array}{|c|c|c|c|c|}1 & 4 & 6 & 4 & 1\end{array}}$$

Resultado na quinta linha

Desvio padrão é dado por: $\sigma = \frac{\sqrt{n-1}}{2}$

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro Gaussiano
  - **Geração discreta dos filtros**
    - **Exemplo:** Máscara 2D
      - Tamanho *n* (quinta linha, logo *n*=5)

$$\frac{1}{16}\begin{bmatrix}1\\4\\6\\4\\1\end{bmatrix}\frac{1}{16}\begin{bmatrix}1 & 4 & 6 & 4 & 1\end{bmatrix}=\frac{1}{256}\begin{bmatrix}1 & 4 & 6 & 4 & 1\\4 & 16 & 24 & 16 & 4\\6 & 24 & 36 & 24 & 6\\4 & 16 & 24 & 16 & 4\\1 & 4 & 6 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

Desvio padrão é dado por: $\sigma=\sqrt{\frac{n-1}{2}}=1$

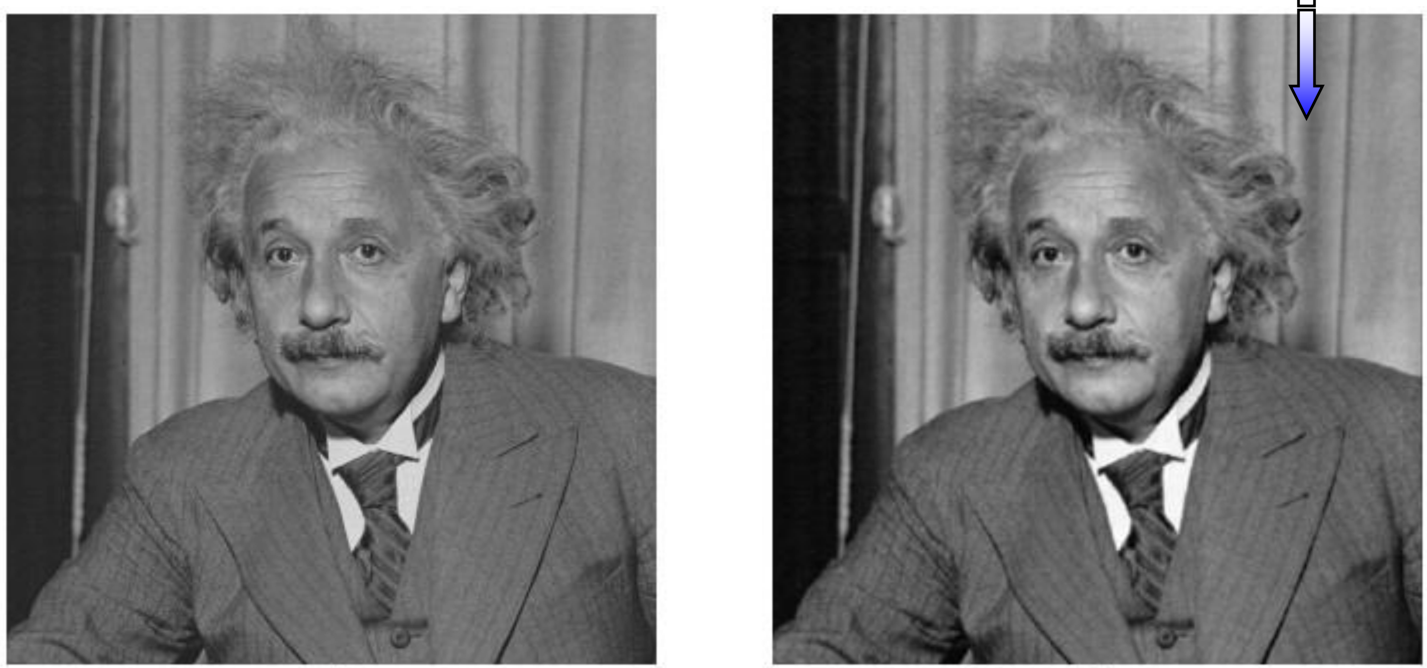
Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa:** Filtro Gaussiano
  - Exemplo de máscara (5x5), σ =1:

$$\frac{1}{256}$$

1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1

Ponderação, considerando a distância e a orientação dos pontos vizinhos.



(a) (b)

Figura: Filtro Gaussiano. (a) imagem original; (b) imagem suavizada por filtro Gaussiano.

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtro Passa-Baixa: Outros exemplos de Não Lineares**
  - Filtros **mínimo**, **máximo** e **moda**
    - Dentre os valores dos pixels da vizinhança sob análise
      - Pixel central da máscara é substituído (mínimo, máximo e moda)
        - Moda: seleciona o **valor que ocorre com maior frequência** na vizinhança

15	10	25
20	35	10
35	40	35

(a)

15	10	25
20	10	10
35	40	35

(b)

15	10	25
20	40	10
35	40	35

(c)

15	10	25
20	25	10
35	40	35

(d)

15	10	25
20	35	10
35	40	35

(e)

Figura: Exemplos de filtros estatísticos de ordem em uma vizinhança de 3×3 pixels. (a) valores originais de intensidade; (b) filtro mínimo; (c) filtro máximo; (d) filtro da mediana; (e) filtro da moda.

Filtragem Espacial de Imagens

Filtros com Preservação de Bordas

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtragem com Preservação de Bordas**
  - **Filtros média e mediana**: **problemas**
    - **Elimina detalhes** como linhas finas ou cantos de objetos

0	1	0
0	1	0
0	1	0

(a)

0	0	0
1	1	0
1	1	0

(b)

Figura: Supressão de detalhes em duas regiões após filtragem da mediana.

- O filtro não considera se o(s):
  - Pixel está **localizado sobre uma borda**
  - Pixels vizinhos apresentam uma **certa orientação**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtragem com Preservação de Bordas**

- Filtragem de Kuwahara et al. (1976)*
  - Considera uma **região quadrada com lado *k***
    - pixels **ao redor de um pixel (x,y) da imagem**
  - Região é subdividida em quatro janelas de $k \times k$ pixels

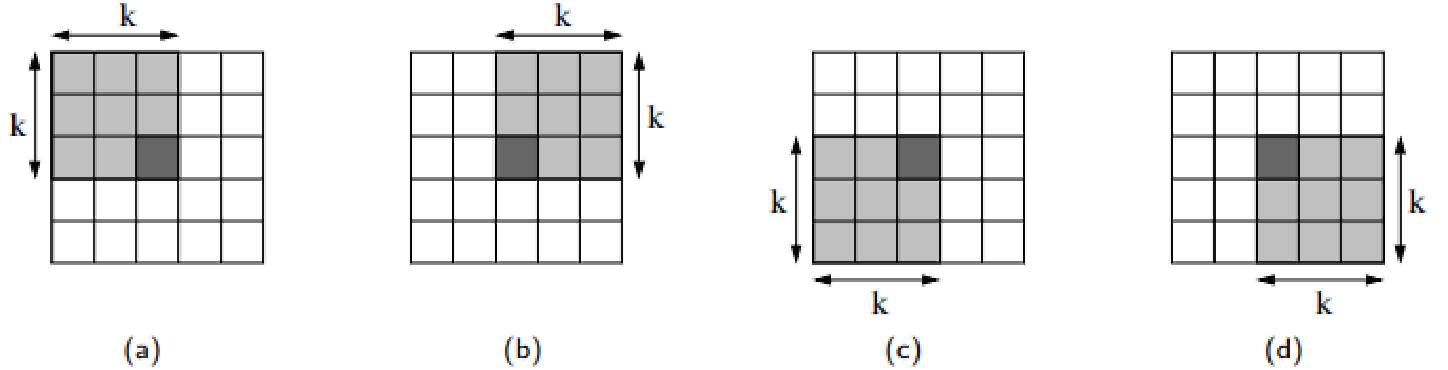


Figura: Máscaras de Kuwahara et al. (1976).

*Kuwahara, M., Hachimura, K., Eiho, S., & Kinoshita, M. (1976). Processing of RI-angiocardiographic images. In *Digital processing of biomedical images* (pp. 187-202). Springer, Boston, MA.

Filtragem Espacial de Imagens

Filtragem com Preservação de Bordas

- Etapas
  1. **Calcular** a **variância dos níveis** de cinza para cada janela
  2. **Substituir** o valor de **cada pixel** (x,y)
     - **Média dos níveis** de cinza da janela com a **menor variância**
- **Justificativas**:
  - Bordas têm uma variância mais alta do que regiões homogêneas
  - A média é selecionada sobre as **regiões que não cruzam bordas**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Filtragem com Preservação de Bordas**

Algoritmo Filtragem com preservação de bordas

1: **for** cada pixel $f(x,y)$ da imagem de entrada **do**
2: calcular variância de cada máscara do conjunto sobre o pixel $f(x,y)$.
3: escolher a máscara cuja variância é mínima.
4: atribuir ao pixel $f(x,y)$ na imagem de saída a intensidade média na máscara escolhida.
5: **end for**

Filtragem Espacial de Imagens

Filtragem com Preservação de Bordas

- **Métodos similares** para preservação de bordas baseada no cálculo da variância

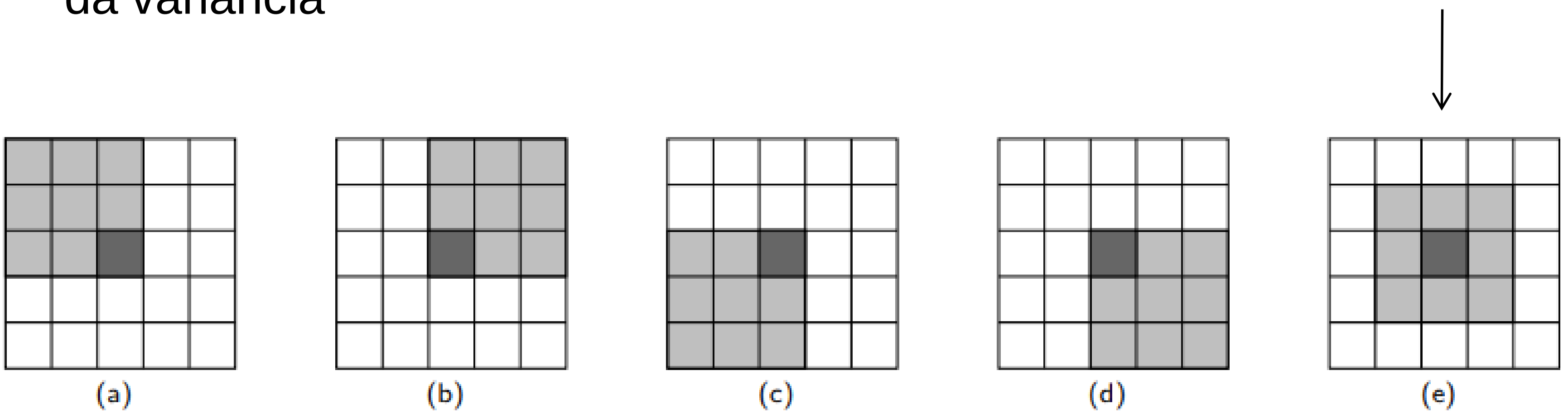


Figura: Máscaras de Tomita e Tsuji (1977)*.

O valor de cada pixel da imagem é substituído pela média da máscara em que a variância é mínima.

*Tomita, Fumiaki. "Extraction of multiple region by smoothing in selected neighborhoods." *IEEE Trans. System, Man and Cybernetics* 7 (1977): 107-109.

Filtragem Espacial de Imagens

Filtragem com Preservação de Bordas

- Métodos similares para preservação de bordas baseada no cálculo da variância

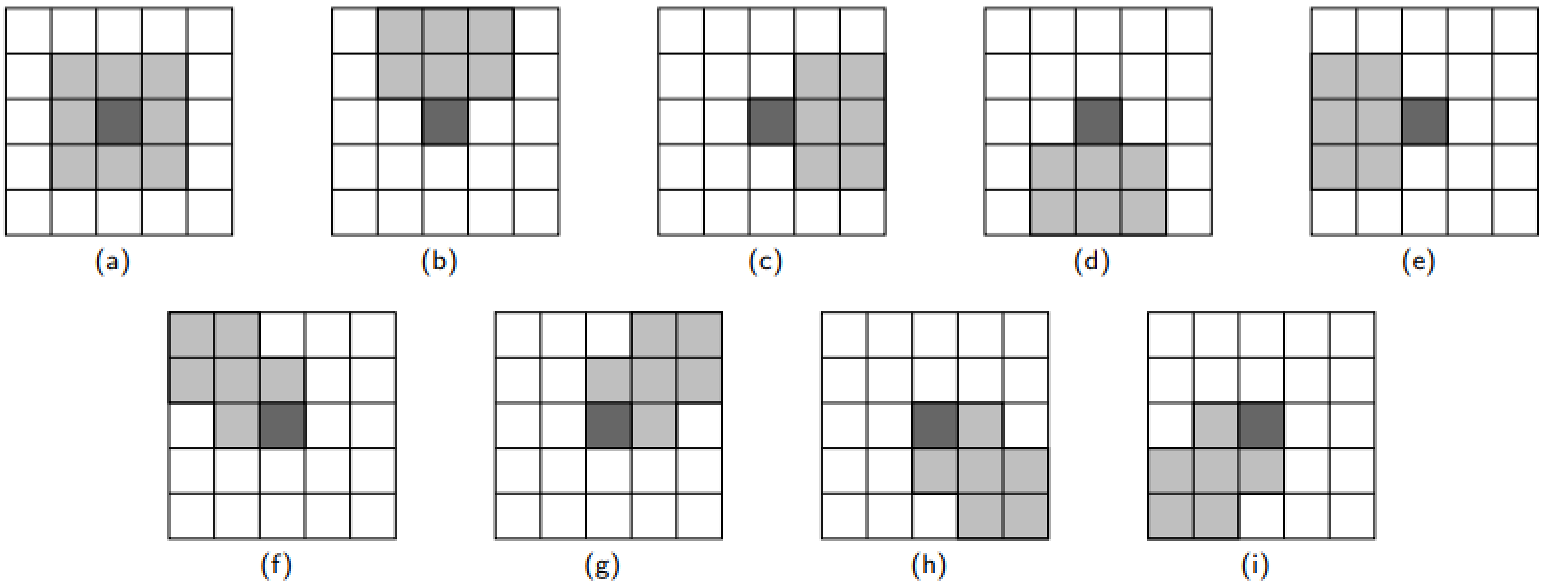


Figura: Máscaras de Nagao e Matsuyama (1979)*

*Nagao, Makoto, and Takashi Matsuyama. "Edge preserving smoothing." *Computer graphics and image processing* 9.4 (1979): 394-407.

Filtragem Espacial de Imagens

Filtragem com Preservação de Bordas

- Métodos similares para preservação de bordas baseada no cálculo da variância

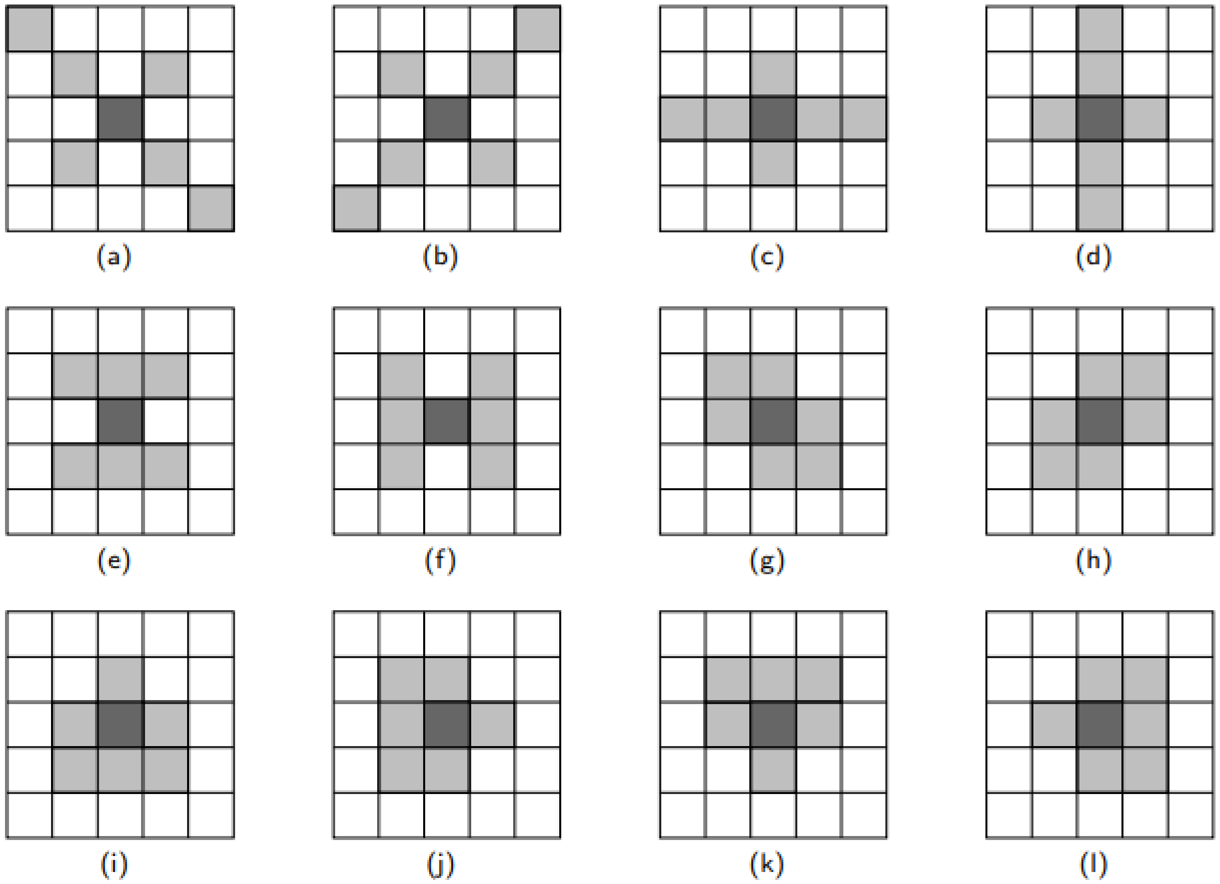


Figura: Máscaras de Somboonkaew et al. (1999)*

*Somboonkaew, A., Chitwong, S., Cheevasuvit, F., Dejhan, K., & Mitatha, S. (1999, November). Segmentation on the edge preserving smoothing image. In *Asian Conference on Remote Sensing*.

Filtragem Espacial de Imagens

Exemplos de Filtros Passa-Alta

Filtros de Aguçamento e Detecção de Bordas

Aplicação: Salientar transições de intensidade para o aumento da nitidez de uma imagem

Fundamentos

- **Detecção de Bordas**
  - Derivada Parcial de Primeira Ordem
  - Derivada Parcial de Segunda Ordem, Laplaciano
- **Aguçamento**
  - Definido pela operação inversa (Diferenciação)
  - Derivada

Fundamentos: Derivadas

- Derivadas de uma função digital
  - Podem ser obtidas por meio de diferenças
  - Taxa de variação instantânea
- Para uma função $f(x,y)$:
  - Derivada parcial de primeira ordem pode ser indicada como: $\frac{\partial f}{\partial x}$
    - Dado um ponto em f, obter a diferença em relação ao próximo ponto
- Na forma discreta, temos que $\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$.

Fundamentos: Derivadas

- Derivada parcial de **segunda ordem** para uma função $f(x,y)$ é dada por:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

  - **Diferença do próximo somada a diferença do anterior**

- Na forma discreta, temos que:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) - f(x, y) + f(x-1, y) - f(x, y).$$

- Logo, $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) - 2f(x, y) + f(x-1, y).$

Fundamentos: Derivadas

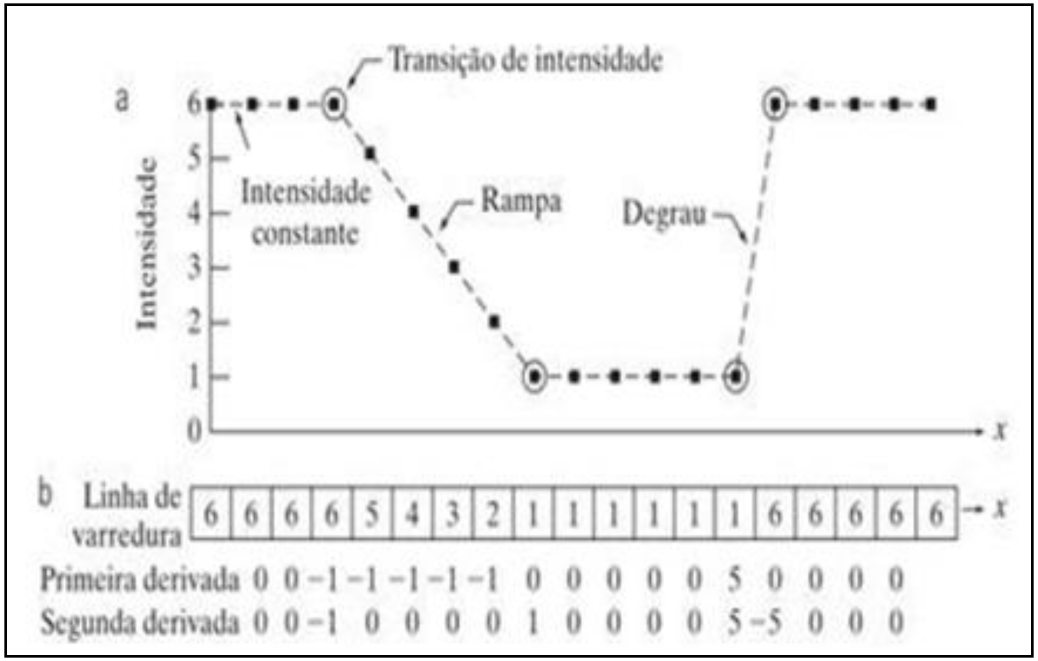
- Estas aproximações para $\frac{\partial f}{\partial x}$ resultam em valores:
  - Zero, áreas de intensidade constante
  - Diferente de zero, no início de um degrau ou rampa de intensidade
  - Diferente de zero, ao longo das rampas

Fundamentos: Derivadas

- De forma similar, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ fornece valores
  - Zero em áreas constantes
  - Diferente de zero, no início e no final de um degrau ou rampa de intensidade
  - Zero ao longo de rampas de inclinação constante

Fundamentos: Derivadas

Ilustração do comportamento: uma aproximação



Primeira Derivada: Deve ser diferente de zero no início de um degrau ou rampa de intensidade;

Deve ser diferente de zero ao longo das rampas.

Segunda Derivada: Deve ser diferente de zero no início e no final de um degrau ou rampa de intensidade;

Deve ser zero ao longo de rampas de inclinação constante.

Fundamentos: Motivação para aplicar a derivada parcial de segunda ordem

- Bordas em imagens digitais muitas vezes são transições parecidas com rampas em termos de intensidade
- A derivada primeira pode resultar em bordas espessas
- A derivada segunda produz uma dupla borda, com espessura de um pixel
- Realça muito mais os detalhes finos do que a derivada primeira
  - **Critério necessário para aguçamento de imagens ou detecção de bordas**

Laplaciano: Derivada parcial de segunda ordem para o aguçamento de imagens

- Definir uma fórmula discreta da derivada de segunda ordem

- Construir uma máscara de filtragem espacial com base nessa formulação

  - A melhor estratégia para o cálculo de derivadas

- Filtros isotrópicos
  - Invariante à rotação

O Laplaciano - Definição

- Dada uma função $f(x,y)$, temos: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$
  - Forma discreta:
    $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y)$$
    $$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1)$$
- Simplificando, temos:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y),$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 4f(x,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1).$$

Operador Laplaciano: Máscara de filtragem

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 2f(x,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 2f(x,y),$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \boxed{f(x+1,y) + f(x-1,y) - 4f(x,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1).}$$

0	1	0
1	- 4	1
0	1	0

Máscara Similar

1	1	1
1	- 8	1
1	1	1

Máscara com **centro negativo**: remove **bordas exteriores**

Outras implementações do Laplaciano comumente encontradas na prática

Coeficiente associado ao pixel central deve ser positivo

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Gonzáles e Woods (2000)

Máscara com **centro positivo**: remove **bordas interiores**

Filtragem Espacial de Imagens

- **Operador Laplaciano Segunda Ordem:** realce de bordas, linhas ou regiões de interesse
  - Frequências baixas ⇒ atenuadas
  - **Exemplos de Filtros (Convolução)**

$$h_1 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline\end{array} \qquad h_2 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline\end{array}$$

Soma dos pesos é zero

Operador Laplaciano

Filtragem Espacial de Imagens

- **Aguçamento de Bordas Laplaciano**
  - **1ª. Etapa: Aplicar Filtro Passa-Alta: Detector de bordas**

Entrada

$*$

Máscara

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Resultado Etapa 1

$$g(x,y) = f(x,y) + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right)$$

Filtragem Espacial de Imagens

- **Aguçamento de Bordas Laplaciano**
  - **2ª. Etapa: Aplicar Máscara para Gerar a mesma Imagem**

Entrada

*

Máscara

0	0	0
0	1	0
0	0	0

Resultado Etapa 2

Filtragem Espacial de Imagens

- **Aguçamento de Bordas Laplaciano**
  - **3ª. Etapa: Aplicar Filtro Aguçamento**

Resultado Etapa 1

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

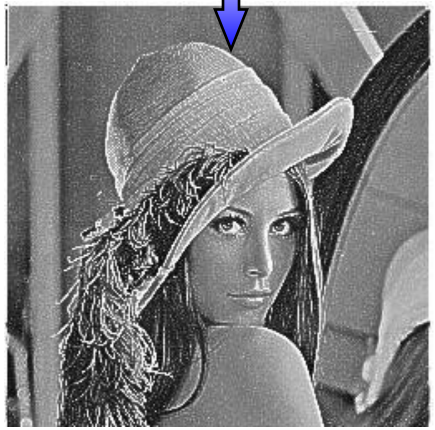
+

Resultado Etapa 2

0	0	0
0	1	0
0	0	0

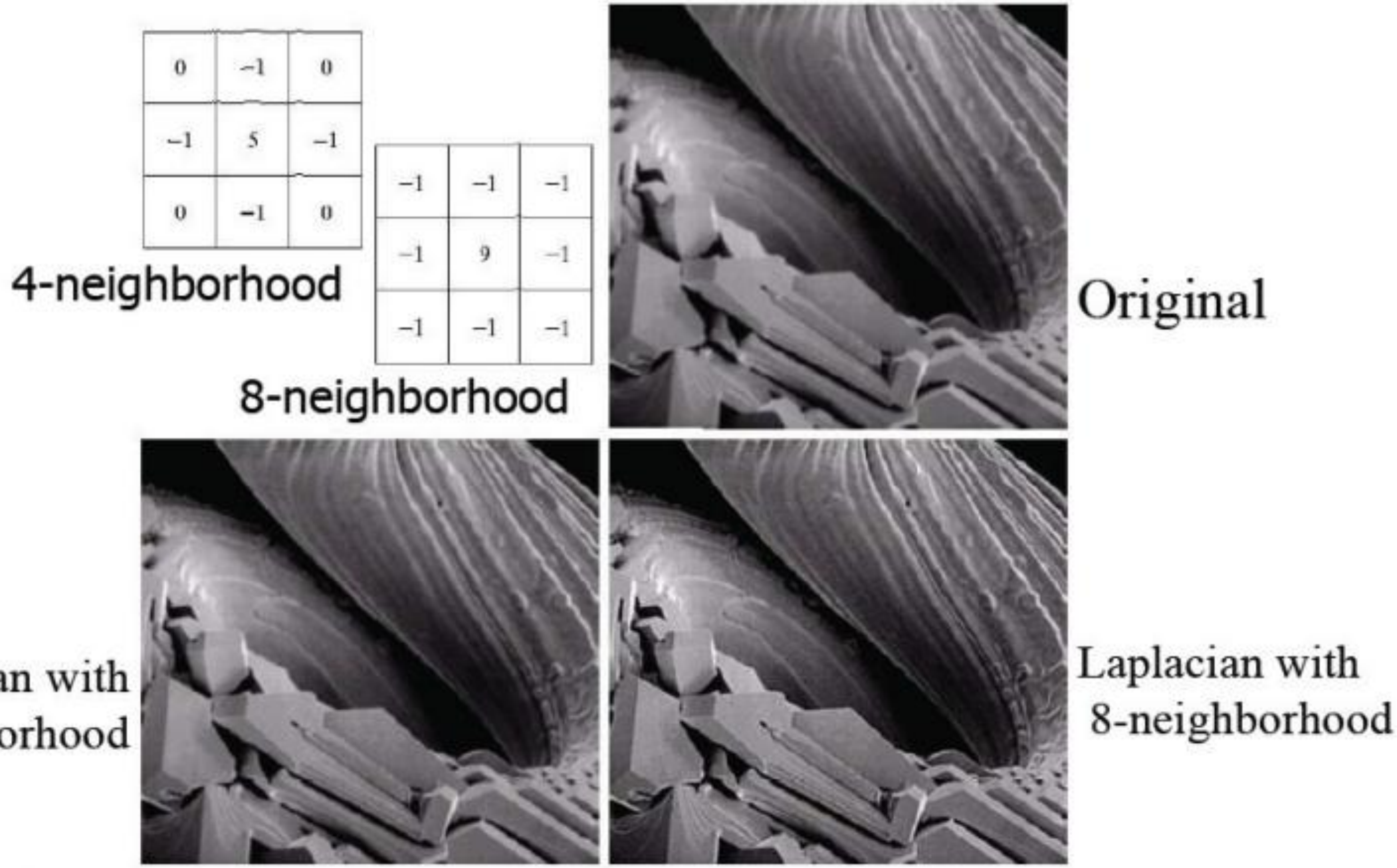
Sharpening

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1



Filtragem Espacial de Imagens

- **Operador Laplaciano Segunda Ordem:** realce de bordas, linhas ou regiões de interesse



a b c
d e

FIGURE 3.41 (a) Composite Laplacian mask. (b) A second composite mask. (c) Scanning electron microscope image. (d) and (e) Results of filtering with the masks in (a) and (b), respectively. Note how much sharper (e) is than (d). (Original image courtesy of Mr. Michael Shaffer, Department of Geological Sciences, University of Oregon, Eugene.)

Filtragem Espacial de Imagens

Aguçamento de Bordas Laplaciano

Convolução *

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

255 -

$$g(x,y) = c - \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right), \text{c : nível de cinza/fundo.}$$

Filtragem Espacial de Imagens

- **Aguçamento de Bordas Laplaciano: Normalizado**
  - **1ª. Etapa: Aplicar Filtro Passa-Alta (Normalizado)**

Entrada

Máscara

$$* \ \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow$$

Resultado Etapa 1

Filtragem Espacial de Imagens

- **Aguçamento de Bordas Laplaciano: Normalizado**
  - **2ª. Etapa: Aplicar Máscara para Gerar a mesma Imagem**

Entrada

Máscara

$$* \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Resultado Etapa 2

Filtragem Espacial de Imagens

- **Aguçamento de Bordas Laplaciano: Normalizado**
  - **3ª. Etapa: Aplicar Filtro Aguçamento Normalizado**

Resultado Etapa 1 | **Resultado Etapa 2** | ***Sharpening***

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{9}\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 17 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Exercícios

1. Considere uma imagem digital representada por uma matriz 5 x 5, conforme indicada abaixo. O pixel central é um ponto de referência. Forneça o valor resultante do pixel central caso a imagem seja processada:

a) pelo algoritmo de filtragem mediana com uma janela 3 x 3;

b) pelo algoritmo da média utilizando janela 5 x 5;

c) pela média dos *k vizinhos* mais próximos, utilizando janela 5 x 5, sendo k = 9.

121	20	198	84	4
87	188	189	99	8
88	115	134	49	19
16	18	187	98	9
12	103	15	176	38

Exercícios

2. Considere uma imagem representada por uma matriz 7 x 7, indicada abaixo, em que cada elemento corresponde ao nível de cinza do pixel. A taxa de quantização desta imagem foi definida com 8 bits. Considere o pixel central como o pixel de referência e forneça o valor deste ponto central após processamento com:

0	3	221	220	198	84	4
3	23	187	188	189	99	8
9	9	188	115	134	49	9
0	5	176	18	187	98	9
15	15	123	103	165	76	9
14	12	156	188	188	98	9
9	8	190	190	190	90	0

a) algoritmo de filtragem mediana utilizando uma janela 3 x 3;
b) algoritmo da filtragem pela mediana com uma janela em forma de cruz, isto é considerando no cálculo da mediana apenas os pixels de coordenadas: (*x*, *y)* (*pixel de* referência), (x-1, y), (x+1, y), (x, y-1) e (x, y+1);
c) algoritmo da média utilizando janela 7 x 7.

Exercícios

d) algoritmo adaptativo que funciona da seguinte maneira: primeiramente aplica-se um filtro da mediana em uma janela 3 x 3 ao redor do pixel de referência, calculando-se *MED.* Depois disso, aplica-se um filtro da média utilizando uma janela 5 x 5, levando em consideração apenas os pixels em que as intensidades estejam na faixa entre *MED - C e MED + C, inclusive* os extremos. Assumir que *C = 22.*

3. Considere a imagem a seguir, representada por uma matriz 7 x 7, em que cada elemento indica um nível de cinza normalizado, sendo 0 = preto, 1 = branco.

0	3/7	2/7	2/7	1/7	1/7	4/7
3/7	2/7	1/7	1/7	1/7	1/7	4/7
2/7	0	1	1/7	3/7	0	0
0	5/7	1/7	0	6/7	0	1/7
1/7	1/7	1/7	3/7	6/7	6/7	5/7
1/7	1/7	1/7	1/7	5/7	6/7	4/7
0	1	0	0	0	0	4/7

Pede-se:

a) Calcular as probabilidades de cada nível de cinza e plotar o histograma;

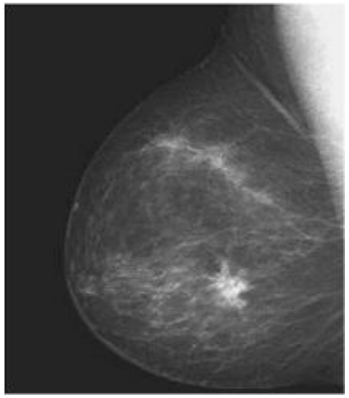
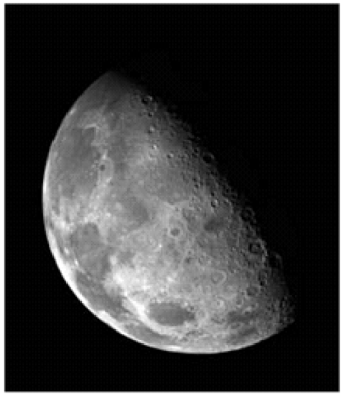
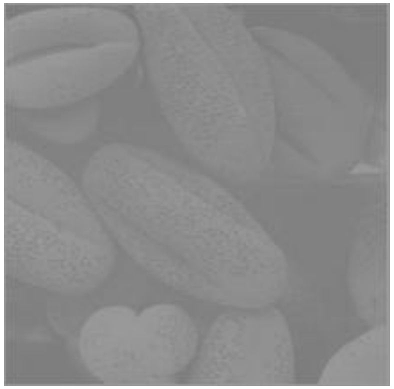
b) Na imagem original predominam pixels claros ou escuros?

c) Equalizar o histograma e reescrever a imagem com os novos valores de intensidades.

Exercícios

4. Crie um programa para gerar discretamente máscaras 3x3, 5x5 e 7x7, representativas de filtros gaussianos. Use os coeficientes da expansão binomial de Newton. Para cada máscara, calcule o valor de σ.

5. Considere as imagens a seguir e construa um programa para aplicar:

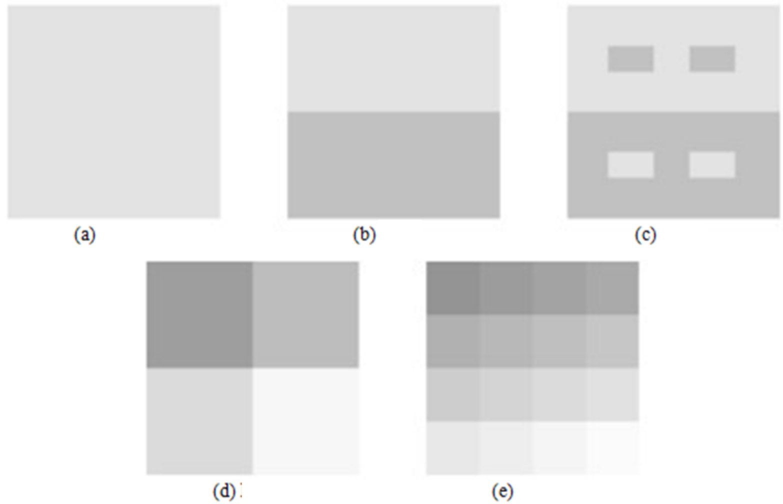
a) Filtro de suavização(média, mediana e gaussiano) com janelas de 3x3 e 5x5;

b) Filtro Passa-Alta: Operador Laplaciano; Aguçamento de borda (Laplaciano), considerando as versões normalizadas e não normalizadas. Considere, para estes, as máscaras a seguir:

$$h_1 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline 0 & -1 & 0 \\ \hline -1 & 4 & -1 \\ \hline 0 & -1 & 0 \\ \hline \end{array} \qquad h_2 = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Exercícios

6. Aplique sobre a imagem (e) os ruídos aditivos: sal e pimenta e gaussiano. As distribuições devem ser fornecidas pelo usuário. Aplique os filtros apresentados abaixo.



(a) (b) (c) (d) (e)

a) Suavização da imagem (*Média*, *Mediana*, *Gaussiano e Moda*) com janelas (w) 3x3;

b) Filtro Passa-Alta com as máscaras:

$h_1 =$

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

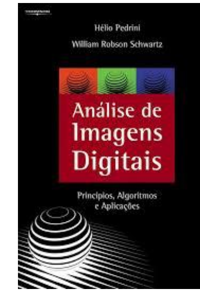
$h_2 =$

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

c) Considerando *i* como sendo cada imagem dada como entrada, determine qual filtro indicou o melhor resultado visual *î*. Em seguida, use uma métrica para avaliar a qualidade de *î* e confirmar sua hipótese.

Referências

1. Pedrini, H., Schwartz, W. R. Análise de Imagens Digitais: Princípios Algoritmos e Aplicações. São Paulo: Thomson Learning, 2008.



Leitura: Capítulo 4, tópicos 4.4 a 4.4.1

2. González, R. C., Woods, R. E. Processamento de Imagens Digitais. São Paulo: Edgard Blücher ltda, 2000.

Leitura: Capítulo 3, tópicos 3.4 a 3.6.2

3. Marques Filho, O., Vieira Neto, H. Processamento Digital de Imagens, Rio de Janeiro: Brasport, 1999.