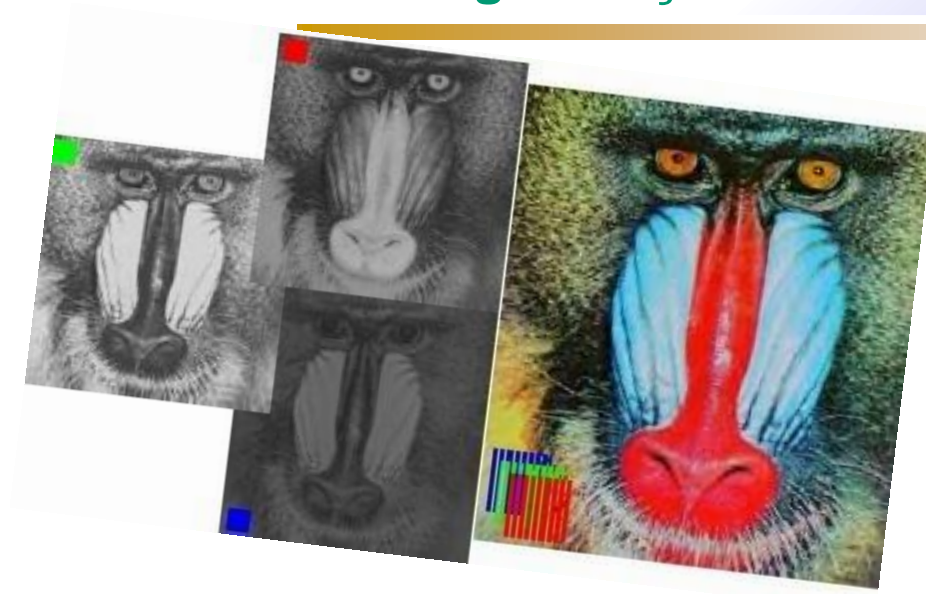


Prof. Dr. Leandro Alves Neves

Pós-graduação em Ciência da Computação




Aula 02

Processamento de Imagens  
Digitais

# Sumário

- **Tipos de Sinais**
- **Digitalização**
  - Discretização, Amostragem e Quantização
  - Imagens Multibanda, Multiespectral e Multidimensional
- **Relacionamento entre elementos de uma imagem**
- **Medidas de Distância**

# Tipos de Sinais

- ❑ De um ponto de vista geral, um **Sinal** é:
  - ❑ Manifestação de um **fenômeno**  expresso de **forma quantitativa**.
- **Meio de Representação: Função\***
  - **Variáveis independentes** (uma ou mais)
    - Buscam definir **informações da natureza ou comportamento** do fenômeno
    - **Sinal de voz**: função de uma variável (**tempo**)
    - **Imagem**: pode ser definido por uma função de duas variáveis (**espaço**)

---

■ *\*Situações em que sinais não podem ser modelados por uma equação: sinais aleatórios<sup>3</sup>*

# Tipos de Sinais

## ❑ Sinal:

- ❑ Contínuo ➡ **estados** definidos em qualquer instante, **sem interrupção**
- ❑ Discreto ➡ **valores enumeráveis ou inteiros**, definidos a partir de um **intervalo**.
- ❑ **Sinal Analógico**
  - ❑ Variações contínuas no tempo (Ex., onda sonora)
- ❑ **Sinal Digital**
  - ❑ Pode assumir apenas valores discretos (Ex., Código Morse)

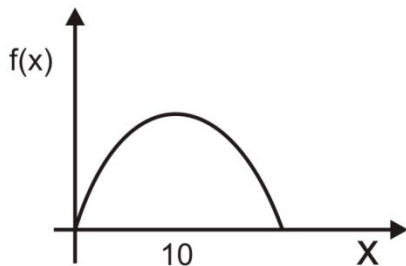
# Tipos de Sinais

## ■ Técnicas de análise de imagens

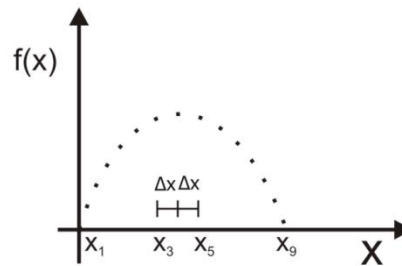
□ Requerem:

■ Funções  $\Rightarrow f(x)$  ou  $f(x,y)$   $\Rightarrow$  **formatos discretos**

## ■ Representações



Representação Contínua



Representação Discreta a Intervalos Constantes em  $x$



**Necessidade de:**

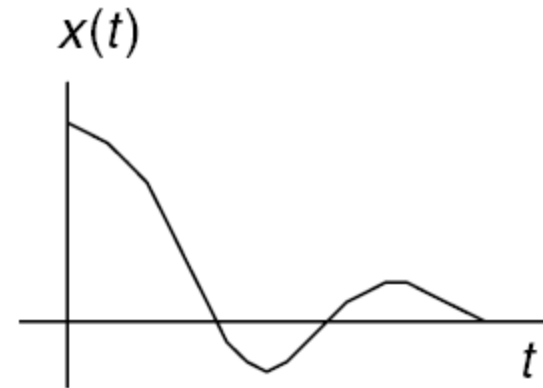
□ Observar a frequência de Amostragem

Estados podem ser definidos em qualquer instante de  $x$  (sem interrupção)

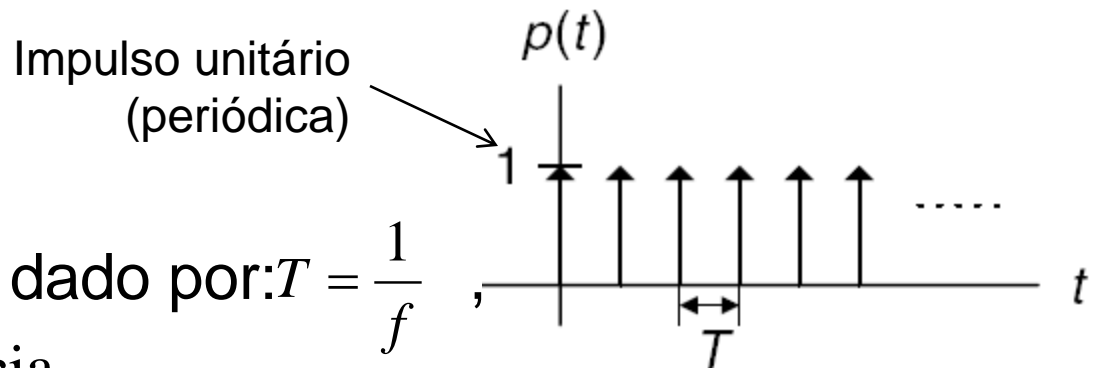
# Tipos de Sinais

## ■ Amostragem: Domínio do Tempo

- Sinal em tempo contínuo  $x(t)$



- Aplicar um trem\* de impulsos  $p(t)$ , em períodos  $T$



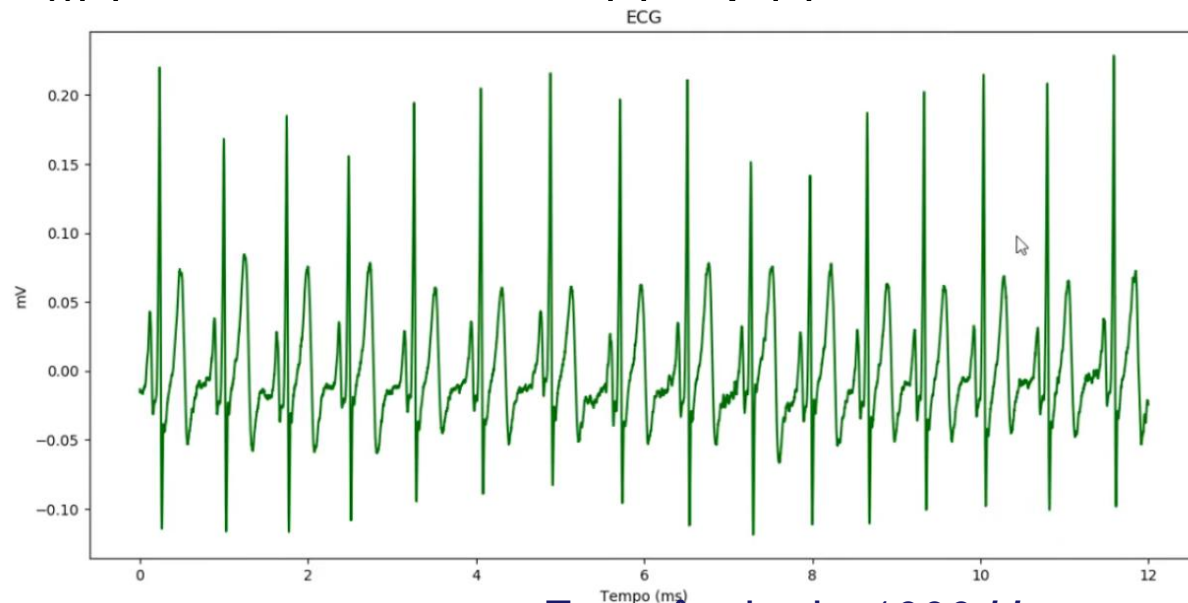
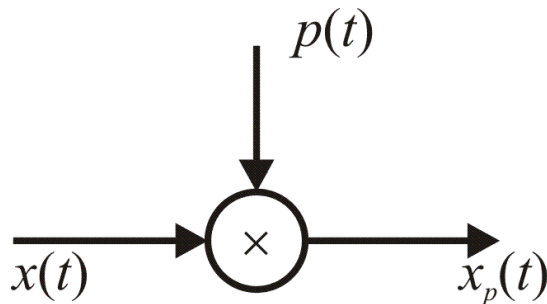
- Período (*Hertz*) é dado por:  $T = \frac{1}{f}$ ,  
em que  $f$  é a frequência

\*Função de amostragem, representada pelo símbolo  $\text{Ш}$  (letra cirílica sha) - Pente de Dirac (Físico Paul Adrien Maurice Dirac)

# Tipos de Sinais

## ■ Amostragem: Domínio do Tempo

- Sinal Amostrado  $x_n(t)$ : Produto entre  $x(t)$  e  $p(t)$



- Na qual,

- $x(t)$  sinal entrada, tempo contínuo
- $p(t)$  função de amostragem ou trem de impulsos (**1 amostra a cada 0,001s**)
- $x_p(t)$  sinal amostrado no tempo discreto

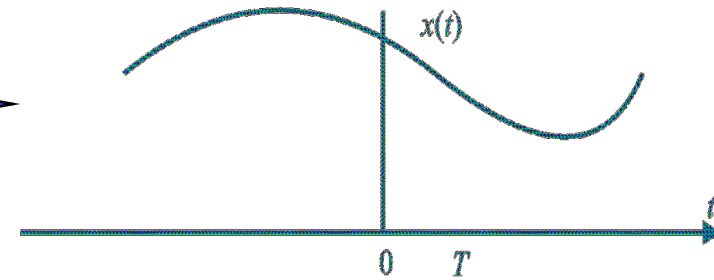
Frequência de 1000 Hz

# Tipos de Sinais

## Amostragem: Domínio do Tempo

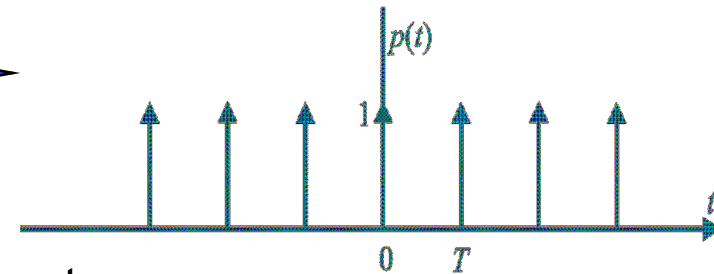
□ Sinal Amostrado  $x_p(t)$ : Produto entre  $x(t)$  e  $p(t)$

□  $x(t)$ , sinal contínuo em  $t$



□  $p(t)$ , trem de impulsos

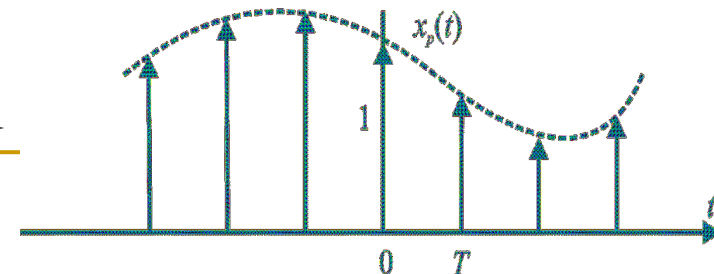
□ Intervalo  $T$ , período de amostragem



Em Hertz:  $T = \frac{1}{f}$ , sendo  $f$  a frequência

Em radianos por amostra:  $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$ , frequência de amostragem

□  $x_p(t)$ , sinal amostrado





# Digitalização

- Definir apropriadamente a frequência de amostras
  - **Sinal contínuo**  $\Rightarrow$  **recuperado** a partir dos valores amostrados

- Considerar

- **Frequência espacial** de amostragem ( $F_a$ ) ( $\Delta x$ : intervalo em  $x$ )

$$F_a = 1/\Delta x$$

- **Teorema da amostragem** de **Nyquist-Shannon**:

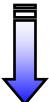
- Sinal pode ser totalmente reconstruído se  $\Rightarrow \Delta x \leq 1/2B$   
ou  $F_a \geq 2B$

- $f(x)$  tem banda limitada no domínio da frequência  $[-B, B]$ , sendo  $B$  um número real.

- **Sinal  $f(x)$  com banda limitada**: a Transformada de Fourier  $F(u)$  fornece valores muito baixos para  $u$  fora do intervalo  $[-B, B]$ .

- **Na prática: Pelo menos uma amostra a cada meio período do sinal**

# PID Digitalização

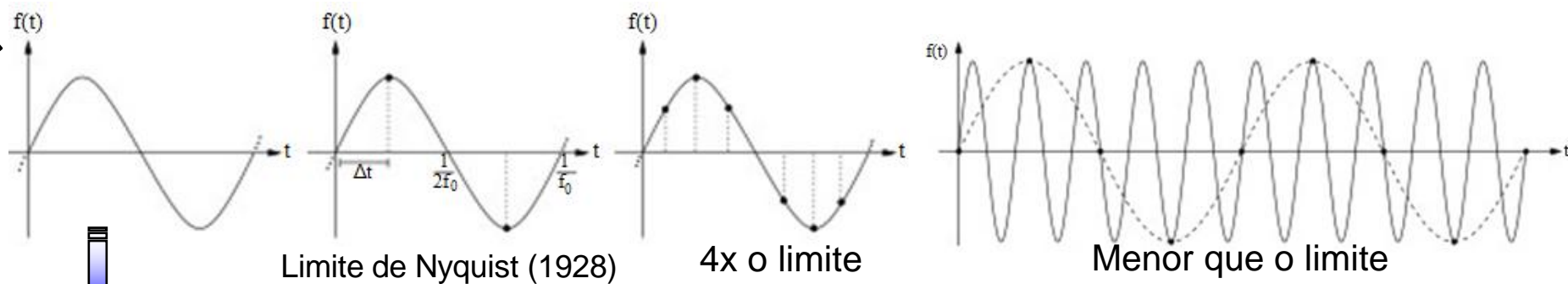
- ❑ O limite de amostragem  $\frac{1}{2B}$  conhecido como:
  - **Limite de Nyquist (1928)**
- 
- ❑ Aplicou nas áreas de telefonia e telegrafia
- ❑ **Mostrou que não era necessário transmitir o sinal de voz completo para que a conversação fosse compreendida**

# PID Digitalização

- Caso  $\Delta x \leq 1/2B$  não satisfeita: **aliasing**

- **Comprometimento da completa recuperação do sinal**

- Exemplo: sinal  $f(t) = a \sin(2\pi f_0 t)$ , com frequência  $f_0$ , amplitude  $a$  que varia no tempo  $t$



Banda limitada

$$f(t): [-f_0, f_0]$$

Na prática: Pelo menos uma amostra a cada meio período do sinal  $\Delta t \leq 1/2f_0$

# PID Digitalização

## ■ Exemplo de frequência de amostragem

$$B_1 = 2/16$$



$$\Delta x \leq 1/2B_1 = 4$$

$$B_2 = 4/16$$



$$\Delta x \leq 1/2B_2 = 2$$

$$B_3 = 8/16$$



$$\Delta x \leq 1/2B_3 = 1$$

$$B_4 = 16/16$$



$$\Delta x \leq 1/2B_4 = 1/2$$

# PID Digitalização

## ■ Extensão do teorema de Nyquist-Shannon

### □ Sinais $n$ -dimensionais

#### ■ Um sinal $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

□ Limite de Nyquist  $\Rightarrow$  imposto sobre **cada variável independente:**

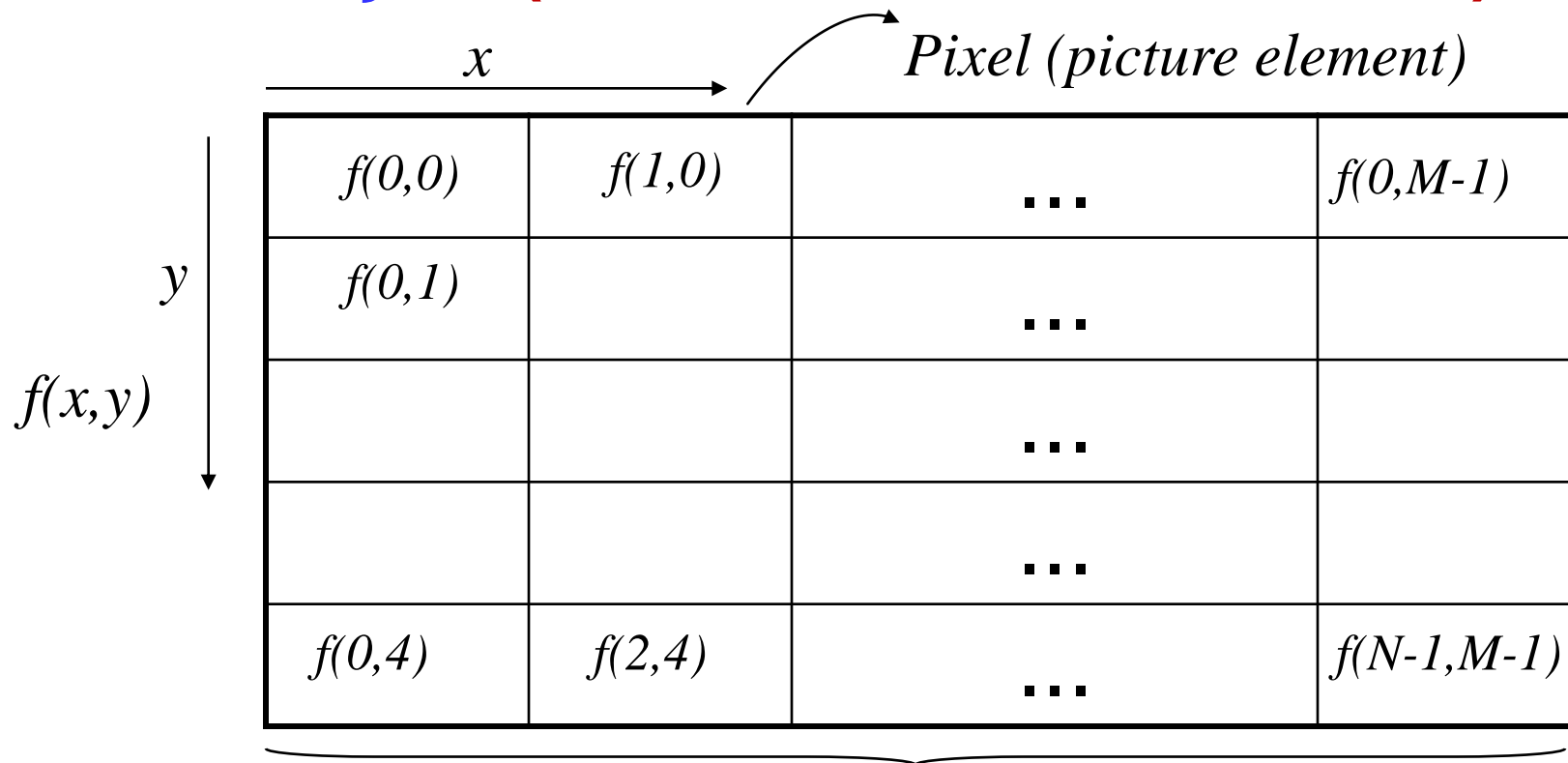
$$\Delta x_1 \leq 1/2B_1, \dots, \Delta x_n \leq 1/2B_n$$

□  $f(x, y)$   $\Rightarrow$  banda limitada  $2W_x$  e  $2W_y$   $\Rightarrow$  direções  $x$  e  $y$

□ **Sinal reconstruído se:**  $\Delta x \leq 1/2W_x$  e  $\Delta y \leq 1/2W_y$

# PID Digitalização

## ■ Definição: (Amostra igualmente espaçada: matriz)

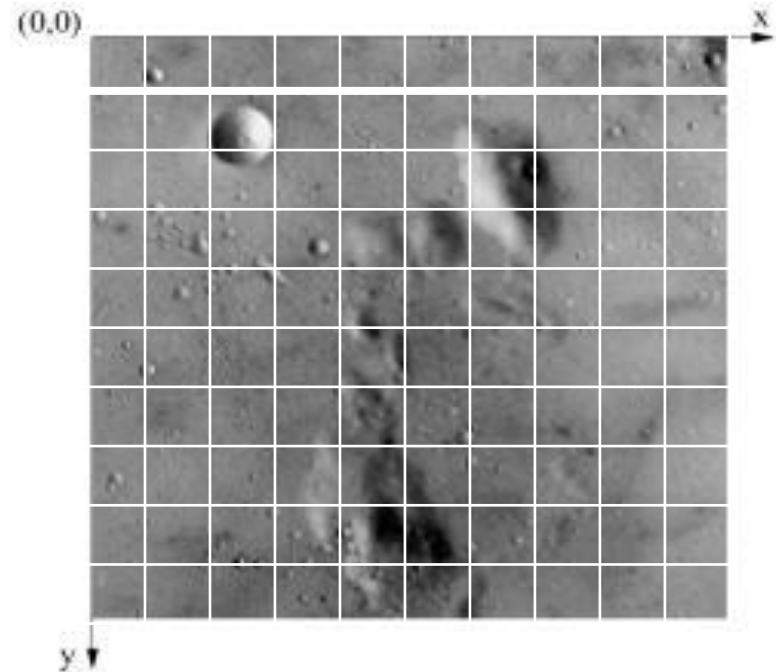
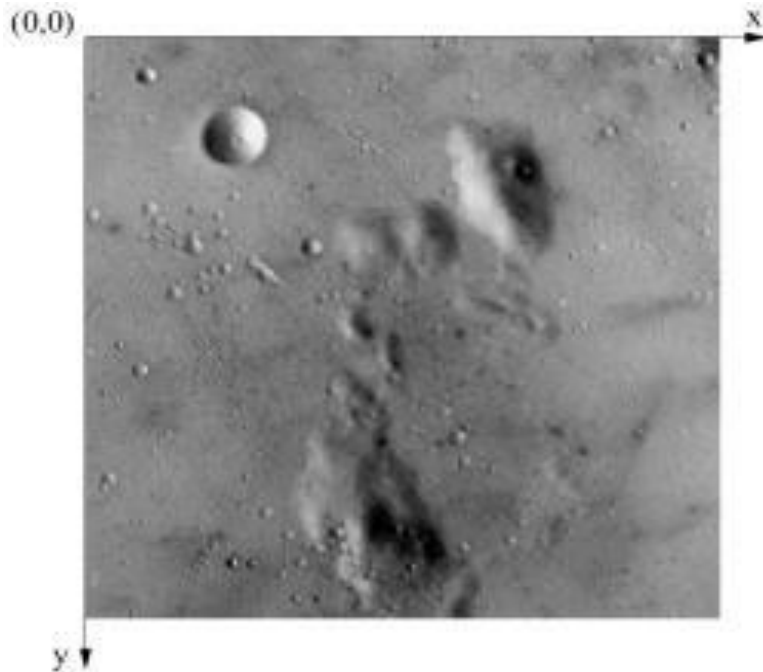


### *Imagem Digital*

- Cada elemento  $f(x,y)$ : **nomeado pixel** (acrônimo do inglês *picture element*), com  $0 \leq x \leq M-1$  e  $0 \leq y \leq N-1$ .

# PID Digitalização


## ■ Exemplo:



- **Amostragem:** Discretização do domínio de definição da imagem nas direções  $x$  e  $y$

# Digitalização

## ■ Resolução espacial

- Quanto menor o intervalo de amostragem ( $\Delta x$ )  maior a densidade de pixels e maior resolução espacial.

## **Resolução espacial x Número de pixels**

## ■ Exemplo:

- 1ª. Imagem com 100x100 pixels: adquirida de uma área de 100cm x 100cm
- 2ª. Imagem 50x50 pixels: adquirida de uma área de 20cm x 20cm
  - 1ª imagem – cada pixel 1cm x 1cm
  - 2ª imagem – cada pixel 0,4cm x 0,4cm



# PID Digitalização

## ■ Amostragem Exemplos



(a)  $512 \times 512$



(b)  $256 \times 256$



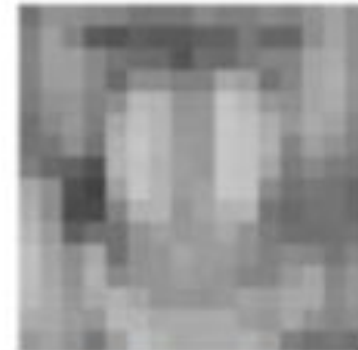
(c)  $128 \times 128$



(d)  $64 \times 64$



(e)  $32 \times 32$



(f)  $16 \times 16$

## ■ Luminância

- Valor associado a cada pixel  $L_{\min} \leq f(x,y) \leq L_{\max}$
- Convenção:
  - preto =  $L_{\min}$  (0)
  - branco =  $L_{\max}$  (255, por exemplo)

# Digitalização

## ■ Profundidade da Imagem (Taxa de Quantização)

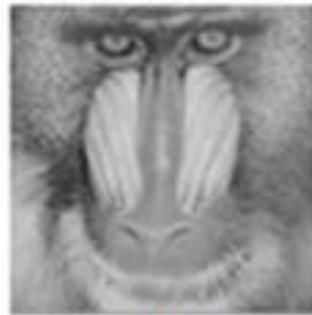
- Definida pelo Número de níveis de cinza L

- Em que,  $L = 2^b$

- Exemplo:

- $L = 64 = 2^6$

- 6 bits por pixel



(a) 64



(b) 32



(c) 16



(d) 8

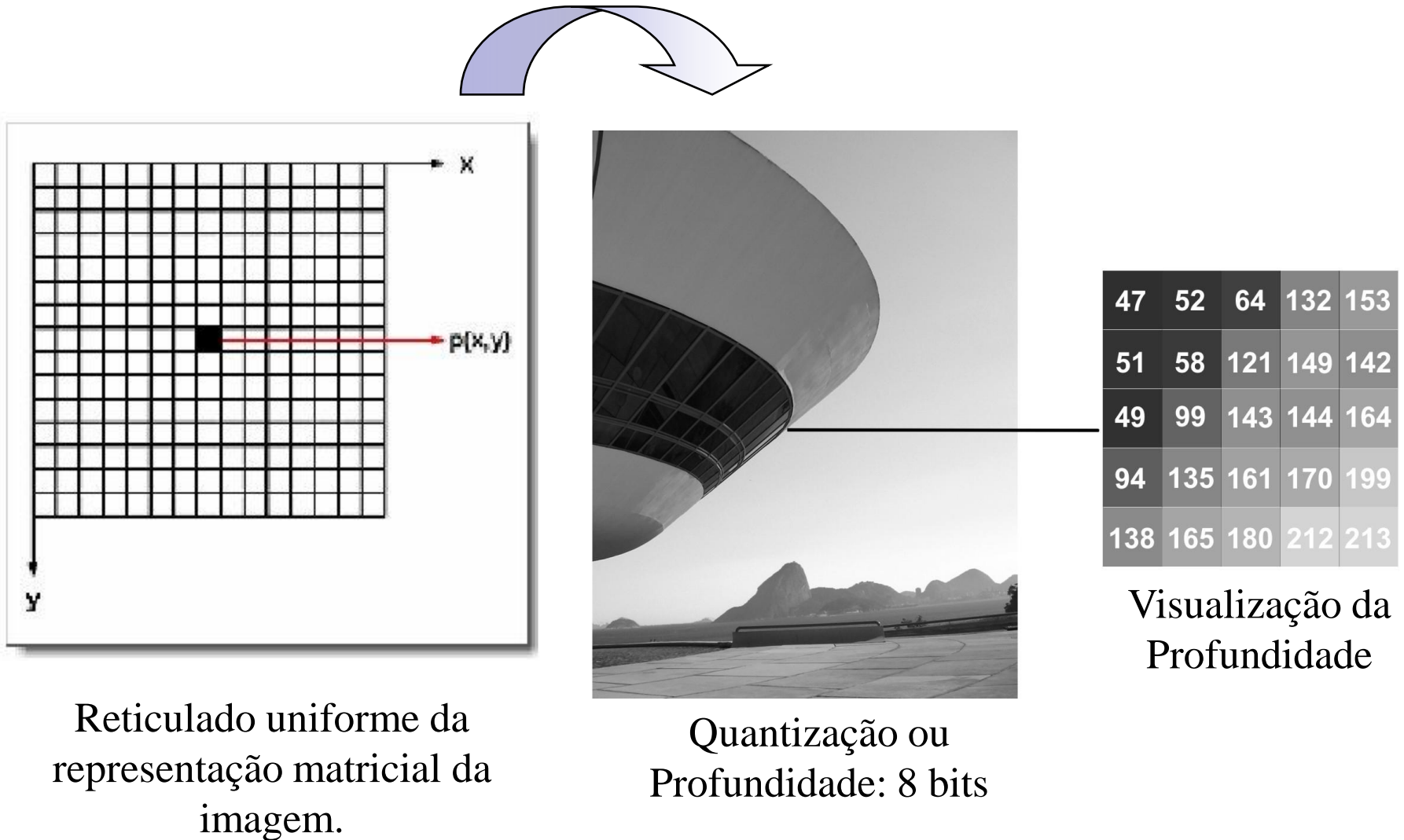


(e) 4



(f) 2

# PID Digitalização

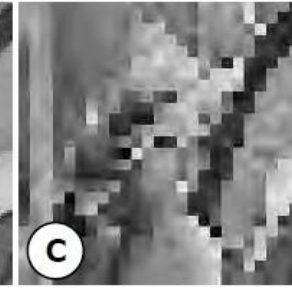


# Digitalização

## Relação



315x260 – 256 cores



Amostragem



64x53 – 256 cores

Profundidade

15	15	15	15	15	15	15
15	10	12	13	5	15	15
15	15	10	09	11	15	15
15	15	13	12	10	15	15
15	15	08	06	12	15	15
15	15	15	15	15	15	15

Codificação



64x53 - 16 cores

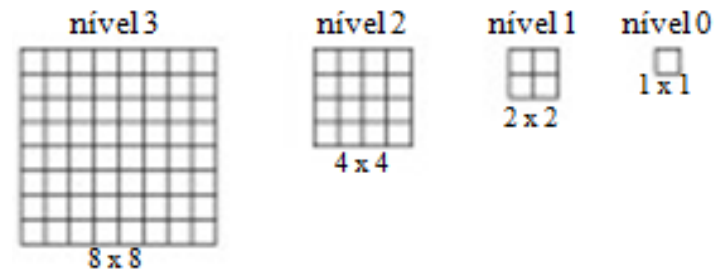
# Digitalização

- **Representação de Imagens Digitais**
  - **Múltiplas resoluções com uma pirâmide**
    - Representações hierárquicas.



- **Exemplo, Imagem NxN**

- Imagem original
- k versões reduzidas,



- normalmente  $N/2 \times N/2$ ,  $N/4 \times N/4$ , ...,  $1 \times 1$  (nível 0)
- Pixel em um nível representa informação agregada de vários pixels no nível seguinte
  - Diferentes critérios podem ser adotados para o processo de redução

# Imagem Multibanda ou Multiespectral

## ■ Imagem monocromática:

- Pixel com **valor escalar**:  $L_{\min} \leq f(x,y) \leq L_{\max}$

## ■ Imagens multibandas ou multiespectrais

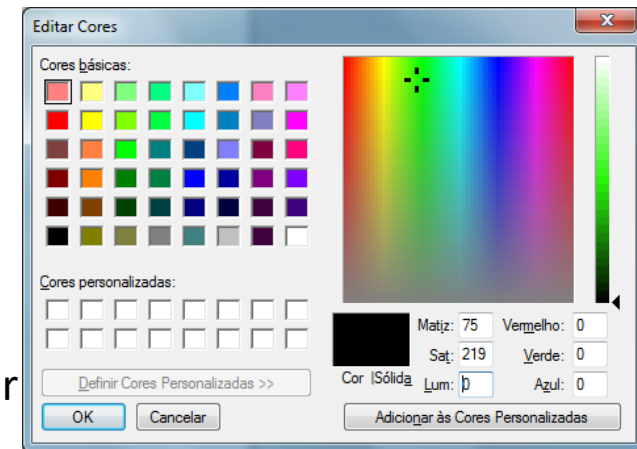
- Pixel associado ao **valor vetorial**:

- $f(x,y) = (L_1, L_2, \dots, L_n)$ , em que  $L_{\min} \leq L_i \leq L_{\max}$ .

- $L_i$  pode representar grandezas e intervalos diferentes

- Representação de imagens coloridas

- **Matiz (Hue)**: comprimento de onda dominante
- **Saturação (Saturation)**: pureza do matiz
- **Valor (value)**: brilho da luz
- Ou, três cores primárias (**R, G, B**) com 1 byte por banda/pixel



# Imagem Multibanda ou Multiespectral

## ■ Imagens Coloridas (Multibandas)

- Cada *pixel* pode possuir  $n$  bandas espectrais.
  - Uso de três bandas visíveis (RGB): imagem colorida aos olhos humanos.



**(a) Imagem Colorida**



**(b) Banda Vermelha (Red)**



**(c) Banda Verde (Green)**



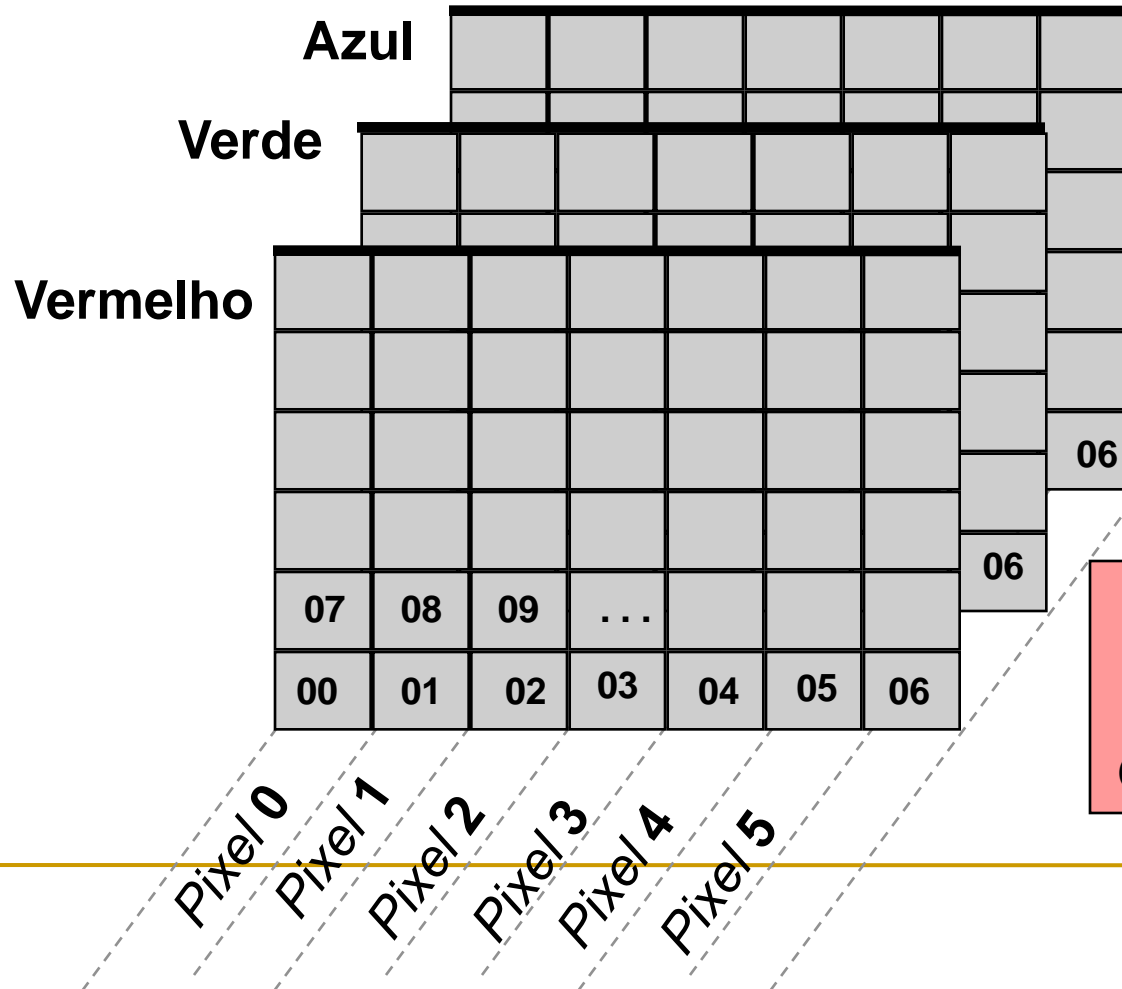
**(d) Banda Azul (Blue)**



# Imagem Multibanda ou Multispectral

## ■ Imagens Coloridas (Multibandas)

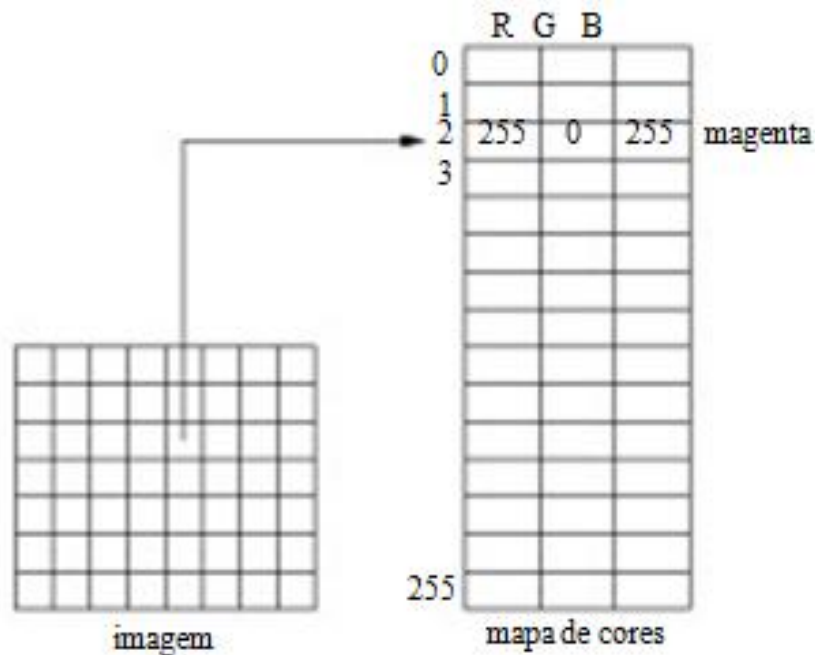
- Profundidade: 1 byte por pixel para cada banda (24 bits por pixel)



RGB para Níveis de Cinza: Depende de pesos  $R(0.2989)$ ,  $G(0.5870)$  e  $B(0.1140)$

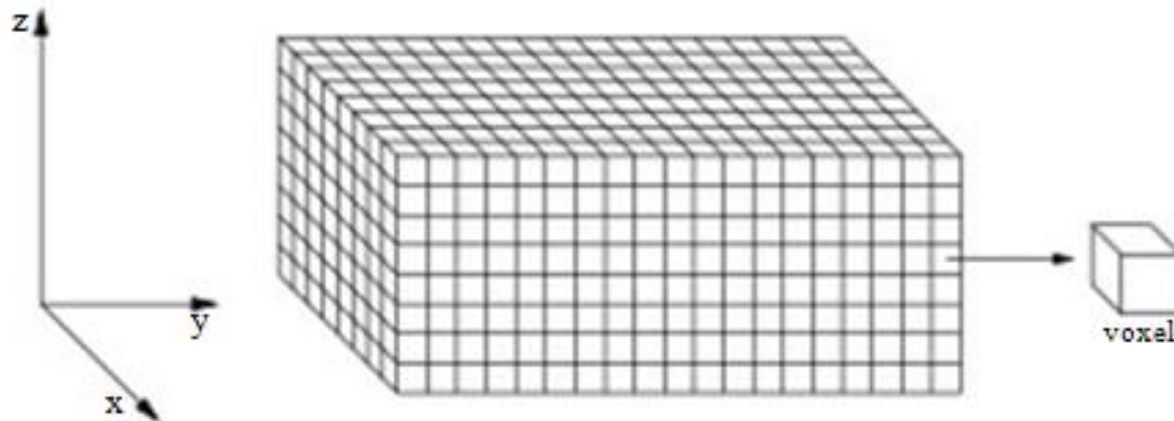
# Imagem Multibanda ou Multispectral

- Ou, por meio de uma mapa de cores
  - Nível cinza: índice para um mapa de cores



# Imagem Multidimensional

- Extensão dos conceitos de amostragem e quantização para um **espaço  $n$ -dimensional**
- Sequência de imagens no **eixo espacial  $z$  ou temporal  $t$** 
  - Imagens Monocromáticas
  - Multibandas
  - Outras informações



# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

- Um elemento  $f$ :

- Matriz bidimensional: pixel  $f(x,y)$
- Matriz tridimensional: voxel  $f(x,y,z)$

- **Relacionamentos entre elementos:**

- Vizinhança
- Conectividade
- Adjacência
- Caminho
- Componentes Conexos
- Borda e Interior

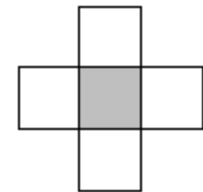
# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

## ■ Vizinhança-4:

□ Quatro pixels vizinhos horizontais e verticais do pixel  $f(x,y)$

□ Coordenadas:  $N_4(f)$

■  $(x + 1, y), (x - 1, y), (x, y + 1), (x, y - 1)$

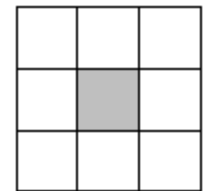


## ■ Vizinhança-8:

□ Oito pixels vizinhos: horizontais, verticais e diagonais do pixel  $f(x,y)$

□  $N_d(f) = (x - 1, y - 1), (x - 1, y + 1), (x + 1, y - 1), (x + 1, y + 1)$

□ Coordenadas:  $N_8(f) = N_4(f) \cup N_d(f)$



# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

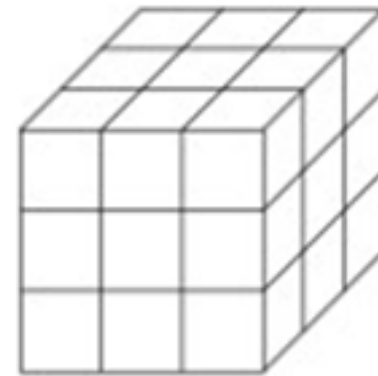
## ■ Vizinhança para $f(x,y,z)$ :



Vizinhança-6



Vizinhança-18



Vizinhança-26

## ■ Exemplo,

- $N_d(f) = (x-1, y, z), (x+1, y, z), (x, y-1, z), (x, y+1, z), (x, y, z-1), (x, y, z+1)$

# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

## ■ Conectividade

- Elementos conexos, se:

- ***Vizinhos***

- Atendem algum ***critério de similaridade***,

- Por exemplo, mesma profundidade (1)

0	1	0
0	1	0
0	0	0

# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

## ■ Adjacência

- Dois elementos,  $f_1$  e  $f_2$  são adjacentes se:

- Conexos por alguma vizinhança

0	1	0
0	1	0
1	0	0

- Dois conjuntos de pixels,  $C_1$  e  $C_2$  são adjacentes se:

- Pelo menos um elemento de  $C_1$  for adjacente a um elemento de  $C_2$ .

0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0



# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

## ■ Caminho

□ Sequência de pixels entre  $(x_0, y_0)$  e  $(x_n, y_n)$ :

■  $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ , tal que:


□  $n$  é o comprimento do caminho

□  $(x_i, y_i)$  e  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  **são adjacentes**

## ■ Exemplos,

□ Caminho-4: comprimento 8 

0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0

□ Caminho-8: comprimento 6 

0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	0

# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

## ■ Componentes Conexos

- Definição: Subconjunto de elementos  $C$  da imagem que são conexos entre si

- Dois elementos,  $f_1$  e  $f_2$  são conexos se:

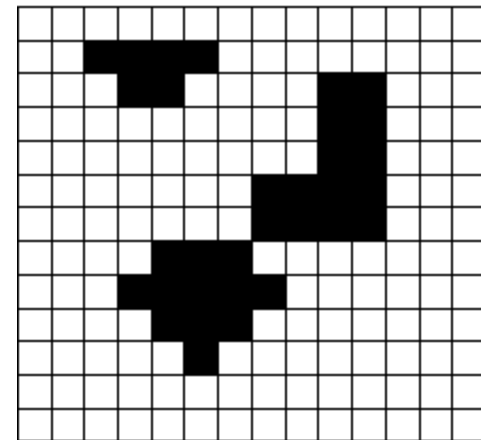
- **Existir caminho de  $f_1$  a  $f_2$  contido em  $C$**

- 3 Componentes Conexos

- **Se vizinhança-4**

- 2 Componentes Conexos

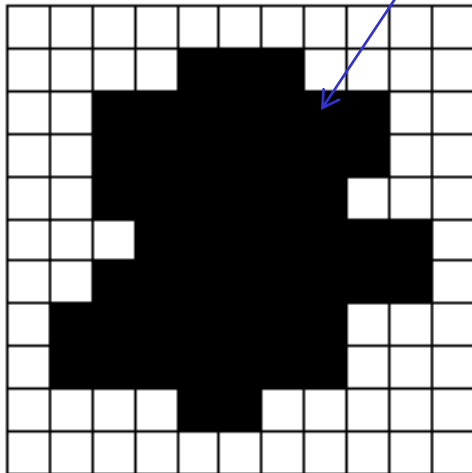
- **Se vizinhança-8**



# Relacionamento entre Elementos de uma Imagem

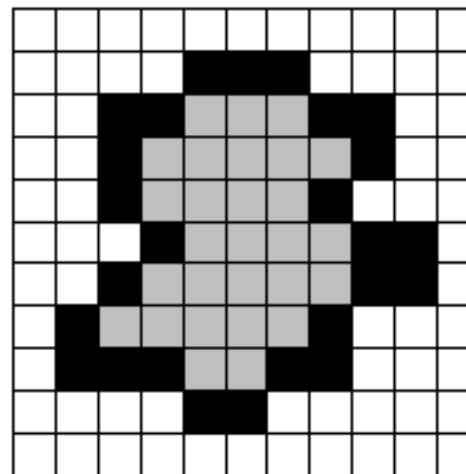
## ■ Borda e Interior

- Dado um conjunto  $C$



**Borda:**

Pontos no contorno do componente conexo  $C$ .



■ borda

■ interior

**Interior:**

Pixels de  $C$  que não estão em sua borda

# Medidas de Distância

- Considere os pixels:
  - $f_1(x_1, y_1), f_2(x_2, y_2)$  e  $f_3(x_3, y_3)$
- Qualquer métrica de distância  $D$  deve satisfazer as seguintes propriedades:
  - $D(f_1, f_2) \geq 0$       ( $D(f_1, f_2) = 0$  se, e somente se,  $f_1 = f_2$ )
  - $D(f_1, f_2) = D(f_2, f_1)$
  - $D(f_1, f_3) \leq D(f_1, f_2) + D(f_2, f_3)$
- Existem diferentes Métricas

# Medidas de Distância

- *Distância Euclidiana* ( $D_E$ ) entre  $f_1(x_1, y_1)$  e  $f_2(x_2, y_2)$  é dada por:

$$D_E(f_1, f_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- Pixels  $D_E$  menor ou igual a algum valor  $d$  **formam um disco de raio  $d$  centrado em  $f_1$** 
  - Exemplo, considerando  $D_E \leq 3$  de um ponto central  $(x, y)$ , temos:

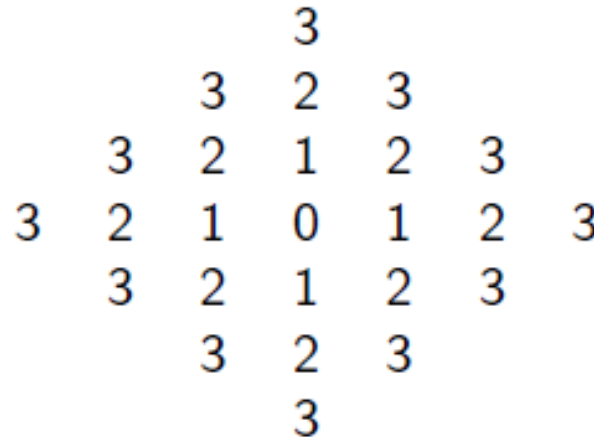
$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 3 & & & \\
 & 2\sqrt{2} & \sqrt{5} & 2 & \sqrt{5} & 2\sqrt{2} & \\
 & \sqrt{5} & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{5} & \\
 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\
 & \sqrt{5} & \sqrt{2} & 1 & \sqrt{2} & \sqrt{5} & \\
 & 2\sqrt{2} & \sqrt{5} & 2 & \sqrt{5} & 2\sqrt{2} & \\
 & & & 3 & & & 
 \end{array}$$

# Medidas de Distância

- *Distância* ( $D_4$ ) ou *City-block* entre  $f_1(x_1, y_1)$  e  $f_2(x_2, y_2)$  é dada por:

$$D_4(f_1, f_2) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

- Pixels  $D_E$  menor ou igual a algum valor  $d$  formam um **losango centrado em  $f_1$** 
  - Pontos com distância 1 são os pixels com vizinhança-4 do ponto central.
  - Exemplo, considerando  $D_E \leq 3$  de um ponto central  $(x, y)$ , temos:



**Caminho mais curto entre esses pixels, considerando vizinhança-4**

# Medidas de Distância

- *Distância* ( $D_8$ ) ou *Chessboard* entre  $f_1(x_1, y_1)$  e  $f_2(x_2, y_2)$  é dada por:

$$D_8(f_1, f_2) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$$

- Pixels  $D_E$  menor ou igual a algum valor  $d$  formam um **quadrado centrado em  $f_1$** 
  - Pontos com distância 1 são os pixels com vizinhança-8 do ponto central.
  - Exemplo, considerando  $D_E \leq 3$  de um ponto central  $(x, y)$ , temos:

3	3	3	3	3	3	3
3	2	2	2	2	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	1	0	1	2	3
3	2	1	1	1	2	3
3	2	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	3

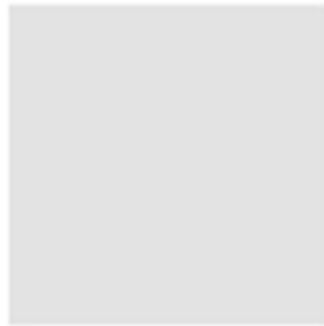
**Caminho mais curto entre esses pixels, considerando vizinhança-8**

# Exercícios

1. Qual a diferença entre resolução espacial e profundidade de uma imagem?
2. Qual o tamanho de uma imagem gerada pela amostragem de uma região de  $200 \times 300 \text{ cm}^2$  em intervalos de 0,1mm na direção x e 0,2 mm na direção y?
3. Qual a profundidade em bits de uma imagem com 8192 níveis de cinza?
4. Considere um protocolo de transmissão de dados consistindo em pacotes com um bit de início, 8 bits de informação e um bit de parada. Qual o tempo (em segundos) necessário para se transmitir uma imagem de  $1024 \times 1024$  pixels com 256 níveis de cinza à taxa de transmissão de 9600 bits/segundo?
5. Diferencie os conceitos de amostragem e quantização no processo de digitalização de imagens.
6. Escreva um programa para reproduzir as imagens apresentadas no slide 41. Considere que as imagens têm dimensões:  $256 \times 256$  com 256 níveis de profundidade. Em seguida, o programa deve ser capaz de apresentar a taxa de amostragem e a profundidade de cada imagem.



# Exercícios



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

# Exercícios

7. Sabe-se que o ser humano é capaz de ouvir sons cujas frequências variam entre 20 Hz e 20 kHz. Portanto, segundo o teorema de Nyquist, para que todas as frequências audíveis sejam registradas, qual a taxa de amostragem que deve ser aplicada?

# Exercícios

8. Mostre que a distância D4 (city-block) entre dois pontos  $p$  e  $q$  é igual ao caminho-4 mais curto entre estes pontos. Esse caminho é único?
9. A distância semi-Euclidiana entre dois pontos bidimensionais  $f_1$  e  $f_2$  é definida como:

$$D_{(f_1, f_2)} = \begin{cases} |x_1 - x_2| + (\sqrt{2} - 1)|y_1 - y_2|, & \text{se } |x_1 - x_2| > |y_1 - y_2| \\ (\sqrt{2} - 1)|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

10. Compare a distância semi-Euclidiana com as distâncias Euclidiana, city-block e chessboard.

# Exercícios

11. Dados os dois subconjuntos de imagem S1 e S2 abaixo, determinar se S1 e S2 estão conectados por meio de (i) vizinhança-4 e (ii) vizinhança-8.

0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
S <sub>1</sub>						S <sub>2</sub>			

12. Considerando a região  $R = S1 \cup S2$  (conjuntos da questão 11), quantos componentes conexos (representados pelo pixel 1) existem em R com vizinhança-4 e com vizinhança-8?

# Exercícios

13. Considere as imagens produzidas no Exercício 6 e implemente um programa para realizar a rotulagem de componentes conexos (cluster/aglomerado). A rotulagem deve ser realizada por meio do “Hoshen–Kopelman algorithm”. O programa deve fornecer o total de componentes conexos e os rótulos atribuídos em cada região da imagem dada como entrada. Use vizinhança-8 como critério. Por fim, considerando a imagem (e) após a rotulagem, o programa deve apresentar as distâncias ( $D_E$ ,  $D_4$  e  $D_8$ ) entre os centros de dois componentes conexos (definidos (sorteados) aleatoriamente).

# PID Referências

1. Pedrini, H., Schwartz, W. R. Análise de Imagens Digitais: Princípios Algoritmos e Aplicações. São Paulo: Thomson Learning, 2008.  
**Leitura: Capítulo 2, tópicos 2.1 a 2.8; tópicos 2.11.1 a 2.11.7**
2. González, R. C., Woods, R. E. Processamento de Imagens Digitais. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 2000.  
**Leitura: Capítulo 2, tópicos 2.2 a 2.4.3; tópico 2.5**
3. Marques Filho, O., Vieira Neto, H. Processamento Digital de Imagens, Rio de Janeiro: Brasport, 1999.

