



Capacidade de Processo

Normalidade e Capacidade de processo

As interpretações usuais baseiam-se em distribuição normal na saída do processo. Se isso não ocorre, as afirmações sobre falhas esperadas do processo atribuídas a um certo valor de Cp ou Cpk poderão não ser verdadeiras.

EX:

Um histograma de 80 medidas de rugosidade da superfície de uma peça fabricada por uma máquina (micropolegadas)

Dados: LSE=32

Média e desvio padrão: $\bar{x}=10,44$ e $s=3,053$

$$CpkU = \frac{LSE - \bar{x}}{3\sigma} = \frac{32 - 10,44}{3 \times 3,053} = 2,35$$

A Tabela sugere que as falhas são inferiores a uma parte por bilhão

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

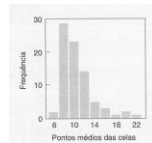
M. E. S. Taquella

1



Capacidade de Processo

Distribuição original:

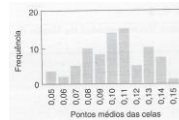


Pode-se fazer então outra abordagem para os dados originais de modo que a distribuição fique mais simétrica. Exemplo: transformação recíproca dos dados,

$$x^* = 1/x, \bar{x}^* = 0,1025, \text{ e } s^* = 0,0244$$

Dados: LIE=0,03125

Distribuição inversa:



$$CpkL = \frac{\bar{x}^* - LIE}{3\sigma} = \frac{0,1025 - 0,03125}{3 \times 0,0244} = 0,97$$

Isto implica, pela tabela, 135 ppm estão fora de especificação.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

2



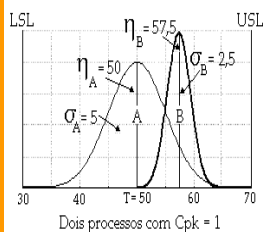
Capacidade de Processo

Cpk foi desenvolvido porque o Cp não atendia adequadamente o caso de processos não centrados. Entretanto, ele sozinho não é uma medida adequada da centralização do processo.

Observe a figura, ambos os processos têm Cpk=1, mesmo com centralizações diferentes. Portanto, o Cpk deve ser comparado ao Cp.

Para o processo A Cpk=Cp=1, isto implica que o processo é centrado.

Para o processo B Cp=2>Cpk=1, implica que o processo está fora de centro.



Dois processos com Cpk = 1

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

3



Capacidade de Processo

Esta característica torna o Cpk uma medida inconveniente da centralização, Isto é: um grande valor de Cpk não diz nada sobre a localização da média entre USL e LSL.

Para resolver esta dificuldade, usa-se uma outra grandeza para expressar a capacidade, definida como Índice Cpm.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

4



Capacidade de Processo

$$Cpm = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\eta - T)^2}} = \frac{Cp}{\sqrt{1 + \xi^2}}$$

Em que T é o valor alvo da variável, ou de uma característica do processo, e

$$\xi = \frac{\eta - T}{\sigma}$$

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

5



Capacidade de Processo

Com este Índice:

- Maior importância é dada ao alvo T;
- Menos importância é dada aos limites de especificação;
- A variação pode ser expressada a partir do alvo, em dois componentes:
 - ❖ Variabilidade σ ;
 - ❖ Centralização do processo $(\eta - T)$

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

6



Capacidade de Processo

O Cpk e o Cpm coincidem com o Cp quando $\eta=T$, e diminuem quando η move-se na direção de T.

Cpk < 0 para $\eta > USL$ ou $\eta < LSL$, enquanto Cpm aproxima-se de zero assintoticamente quando

$$|\eta - T| \rightarrow \infty$$



Capacidade de Processo

Intervalo de confiança Para Cp:

$$\frac{USL - LSL}{6s} \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}}{n-1}} \leq Cp \leq \frac{USL - LSL}{6s} \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}{n-1}}$$

$$\hat{Cp} \sqrt{\frac{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}}{n-1}} \leq Cp \leq \hat{Cp} \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}{n-1}}$$

Em que:

$$\chi^2_{1-\alpha/2, n-1} \quad \chi^2_{\alpha/2, n-1}$$

são os valores dos pontos percentuais ($\alpha/2$) mais baixos e mais altos de χ^2 com $n-1$ G. L.



Capacidade de Processo

Exercício:

Estimar o intervalo de confiança para um processo com $USL=60$ e $LSL=38$. O tamanho da amostra é $n=20$ e os dados revelam que a média do processo é centrada aproximadamente no ponto médio do intervalo de tolerância e que o desvio padrão é $s=1,75$.




Capacidade de Processo

Solução do exercício



■ APÊNDICE III
Pontos Percentuais da Distribuição Qui-Quadrado



v	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,800	0,700	0,600	0,500	0,400	0,300	0,200	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005
1	0,00+	0,00+	0,00+	0,00+	0,45	3,84	5,02	6,63	7,88								
2	0,01	0,02	0,05	0,10	1,39	5,99	7,38	9,21	10,60								
3	0,07	0,11	0,22	0,35	2,37	7,81	9,35	11,34	12,84								
4	0,21	0,30	0,48	0,71	3,36	9,49	11,14	13,28	14,86								
5	0,41	0,50	0,83	1,15	4,35	11,07	12,84	15,09	16,75								
6	0,68	0,87	1,24	1,64	5,35	12,59	14,45	16,81	18,55								
7	0,99	1,24	1,69	2,17	6,35	14,07	16,01	18,48	20,28								
8	1,34	1,65	2,18	2,73	7,34	15,51	17,53	20,09	21,96								
9	1,73	2,09	2,70	3,33	8,34	16,92	19,02	21,67	23,59								
10	2,16	2,56	3,25	3,94	9,34	18,31	20,48	23,21	25,19								
11	2,60	3,00	3,82	4,57	10,34	19,68	21,92	24,72	26,76								
12	3,07	3,57	4,40	5,23	11,34	21,03	23,34	26,22	28,30								
13	3,57	4,11	5,01	5,89	12,34	22,36	24,74	27,69	29,82								
14	4,07	4,66	5,63	6,57	13,34	23,68	26,12	29,14	31,32								
15	4,60	5,23	6,27	7,26	14,34	25,00	27,49	30,58	32,80								
16	5,14	5,81	6,91	7,96	15,34	26,30	28,85	32,00	34,27								
17	5,70	6,41	7,56	8,67	16,34	27,59	30,19	33,41	35,72								
18	6,26	7,01	8,23	9,39	17,34	28,87	31,53	34,81	37,16								
19	6,84	7,63	8,91	10,12	18,34	30,14	32,85	36,19	38,58								
20	7,43	8,26	9,59	10,85	19,34	31,41	34,17	37,57	40,00								
25	10,52	11,52	13,12	14,61	24,34	37,65	40,65	44,31	46,93								
30	13,79	14,95	16,79	18,49	29,34	43,77	46,98	50,89	53,67								
40	20,71	22,16	24,43	26,51	36,34	52,76	56,34	60,69	63,77								
50	27,99	29,71	32,36	34,76	43,33	61,70	65,65	70,42	73,69								
60	35,53	37,68	40,48	43,19	50,33	69,08	73,30	78,38	81,95								
70	43,28	45,44	48,76	51,74	58,33	77,03	81,52	86,82	90,53								
80	51,17	53,54	57,15	60,39	66,33	85,91	90,63	96,15	100,42								
90	59,20	61,75	65,65	69,13	74,33	94,33	99,33	105,13	110,13								
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,33	102,33	107,33	113,33	118,33								



Capacidade de Processo

Teste de hipóteses para o Cp

Na prática, é comum a Indústria requerer que o seu Fornecedor demonstre que a capacidade de seu processo seja pelo menos Cp_0 , como parte do acordo contratual.

Então as hipóteses testadas serão:

$H_0: Cp \leq Cp_0$ (o processo não está capaz)

$H_1: Cp \geq Cp_0$ (o processo está capaz)



Capacidade de Processo

O teste é formulado em termos de \hat{C}_p
Assim, rejeita-se H_0 se \hat{C}_p excede a um valor crítico C.

Kane investigou este teste e propôs a tabela da próxima tela.

$C_p(U)$ capacidade que seria aceita à $1-\alpha$

$C_p(L)$ capacidade que seria rejeitada à $1-\beta$

α → risco de rejeitarmos a hipótese nula quando ela for verdadeira;

β → risco de aceitarmos a hipótese nula quando ela for falsa

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

13



Tamanho da amostra e valores críticos, C, para o teste do C_p

T. amostra	(a) $\alpha=\beta=0,10$		(b) $\alpha=\beta=0,05$	
	$C_p(U)/C_p(L)$	$C/C_p(L)$	$C_p(U)/C_p(L)$	$C/C_p(L)$
10	1,88	1,27	2,26	1,37
20	1,53	1,20	1,73	1,26
30	1,41	1,16	1,55	1,21
40	1,34	1,14	1,46	1,18
50	1,30	1,13	1,40	1,16
60	1,27	1,11	1,36	1,15
70	1,25	1,10	1,33	1,14
80	1,23	1,10	1,30	1,13
90	1,21	1,10	1,28	1,12
100	1,20	1,09	1,26	1,11

α é o risco de rejeitar H_0 quando ela é verdadeira e β o risco de aceitar H_0 quando ela é falsa.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

14



Projetos Fatoriais gerais e em dois níveis, DOE 2^k

I_1 os níveis de X_1 (variável)

I_2 s níveis de X_2

⋮

I_k os níveis de X_k

□ A série experimental será composta de $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_k$, ensaios;

□ Se, $I_1 = I_2 = \dots = I_k = 2$, tem-se o projeto fatorial em dois níveis, também conhecido como DOE 2^k . Exemplo:

✦ Se, $k=3$ variáveis, a série experimental seria constituída de: $2 \times 2 \times 2 = 8 = 2^3$

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

15



O projeto fatorial em 2 níveis é importante, porque:

- Poucos ensaios por fator (variável), são incapazes de dar todas as informações, mas indicam as tendências principais, sugerindo uma nova direção para os ensaios adicionais;
- Podem ser convenientemente aumentados para formar projetos compostos;
- São base para os projetos fatoriais fracionários;
- Podem ser usados na construção de blocos, de modo a poder apresentar soluções requintadas de problemas complexos;
- A interpretação das observações pode ser feita com a ajuda da matemática elementar.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

16



O projeto fatorial em 2 níveis é importante, porque:

Dentro da indústria e na verificação de projetos

- é natural focar as avaliações nas condições operacionais nominais. Entretanto:
 - ✦ Os clientes raramente recebem um a máquina construída "nominalmente" ou usa um produto sob "condições operacionais nominais."
 - ✦ processo industrial raramente produz produtos sob condições de tolerância nominais.
- as técnicas de DOE 2^k podem
 - ✦ ajudar no desenvolvimento de produtos de qualidade que satisfaçam as necessidades dos clientes, embora eles possam ter uma variedade de aplicações;
 - ✦ ajudar a fabricar com seus parâmetros de processo e outras considerações de forma que isto crie produtos de qualidade em uma base continuada.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

17



O projeto fatorial em 2 níveis é importante, porque:

Fatores a serem considerados em um experimento

- Ambiente do cliente (determinar se um produto terá desempenho satisfatório)
 - ✦ inclui condições ambientais, cargas externas, tolerâncias de produto, e considerações de fatores humanos em geral.
- Processo industrial
 - ✦ inclui tolerâncias de peças, tolerâncias de parâmetro de processo, fontes fornecedoras, e pessoal de fabricação.
- Inclui processos de negócios
 - ✦ departamentos, hora do dia, dias da semana, e pessoal.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

18



O projeto fatorial em 2 níveis é importante, porque:

Principais benefícios do DOE 2^k

- ❑ Desenvolvimento de produto
 - ❖ Isolar e detectar problemas cedo
 - ❖ Ciclo de tempo de desenvolvimento do produto reduzido
 - ❖ melhoria no custo do projeto básico
- ❑ Manufatura
 - ❖ detecção e resolução rápida de problemas
 - ❖ técnicas eficientes para manter e melhorar continuamente o processo industrial.
- ❑ Transações ou processos de negócio
 - ❖ identificação e quantificação de oportunidades de melhoria de processo

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

19



Ideias iniciais ao Montar um DOE

Um dos principais obstáculos na implementação eficiente de um planejamento fatorial fracionário é que:

- ❑ a definição inicial do problema pode insinuar que os conceitos de planejamentos fatoriais fracionários não sejam adequados, quando na realidade eles são a melhor alternativa.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

20



Ideias iniciais ao Montar um DOE

- ❑ Ao projetar uma experimento, é muito importante definir, inicialmente, claramente os objetivos e os critérios para o experimento.
- ❑ Um consultor ou um pesquisador precisa considerar qualquer informação da história do processo, e também, fazer perguntas pormenorizadas antes de decidir os detalhes de um experimento.
- ❑ Técnicas de Brainstorming e diagrama de causa-e-efeito podem ajudar a coletar estas informações.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

21



Ideias iniciais ao Montar um DOE

- ❑ O pesquisador ou o consultor deveria se esforçar para identificar todas as fontes de informação pertinentes sobre os fatores, seus níveis, e intervalos.
- ❑ Fatores que são supostamente importantes precisam ser incluídos em um planejamento de experimentos, porque poderão apresentar resultados significativos.
- ❑ Efeitos de fatores que não são de interesse primário, para consideração no experimento, devem ser mantidos constantes ou serem tratados como blocos.
- ❑ Além disso, a sequência dos ensaios deve ser aleatória para reduzir o risco de uma ocorrência desconhecida e inexplicável, que poria em risco a exatidão das conclusões.
- ❑ É preciso tomar cuidado para que o erro seja mínimo nas medidas em cada ensaio.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

22



Considerações sobre o planejamento experimental

Proponha matrizes de planejamento fatoriais fracionários não replicada. Elas podem ser criadas:

- ❖ Manualmente, ou
- ❖ por meio de um software estatístico.

Para muitas pessoas parece apropriado, inicialmente, ter fatores com muitos níveis, o que pode fazer com que o experimento fique muito incômodo e "impossível" (ou irracional) de ser conduzido.

- ❖ Reduzindo o número de níveis dos fatores e a lista de suposições associadas, a viabilidade do experimento pode mudar demasiadamente.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

23



Considerações sobre o planejamento experimental

Considere o uso de um único planejamento 2^k, que às vezes é chamado um fatorial não replicado.

- ❖ Não há estimativa interna do erro (i.e., do erro puro).
- ❖ A análise de um fatorial não replicado assume que, as interações de alta-ordem são desprezíveis e são usadas para estimar o erro.

Uma justificativa para isto é chamada de, a qualidade do princípio dos efeitos que é: os efeitos principais e interações de baixa ordem dominam a maioria dos sistemas, e a maioria das interações de alta ordem são tipicamente desprezíveis.

Uma estratégia de experimentação pode ser usada para descobrir interações. Sempre que possível considere no planejamento 25% dos recursos disponíveis para o primeiro experimento.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

24



Considerações sobre o planejamento experimental

As considerações sobre os planejamentos experimentais poderiam ser colocadas em duas classificações gerais

1. Otimizar um processo (ou ajudar a dar uma direção para a resolução de um problema básico)
2. Direcionar como obter o desempenho de um produto dentro das especificações.



Considerações sobre o planejamento experimental

Ao término de um experimento fatorial em dois níveis, um experimento de confirmação deve ser realizado para quantificar melhor e confirmar a magnitude dos efeitos significativos.