



Estatística Aplicada aos Processos Industriais

Introdução
O que é o CEP
Base Estatística
Gráficos de Controle
Interpretação dos Gráficos de Controle
Duas maneiras de implementar melhoria de processos

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

1



Estatística Aplicada aos Processos Industriais

Metodologia didática

Aulas Teóricas às quartas-feiras
Aulas práticas às sextas feiras, em grupo, simulando processos com a catapulta

Avaliação

Apresentação das soluções com interpretação das práticas feitas com a catapulta

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

2



Introdução

A variabilidade

Segundo, Montgomery, Quando excessiva resulta em desperdício

Buscar a melhoria de um processo resulta na redução do desperdício

As organizações têm dificuldade em fornecer produtos que tenham características idênticas em todas as unidades, devido a **variabilidade**

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

3



Introdução

Como a **variabilidade** só pode ser descrita em termos estatísticos, os métodos estatísticos desempenham um papel importante na melhoria dos processos.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

4



Estatística

A estatística é uma ciência preocupada com a organização, descrição, análise e interpretação de dados experimentais. Segundo Costa Neto, 1986, ela pode ser dividida em duas partes:

1. a estatística descritiva que trata da organização e descrição dos dados, isto é, extrair o máximo de informações contidas neles; e,
2. a estatística indutiva que cuida da análise e interpretação de elementos que se constituem, em geral, de uma amostra retirada de uma população que se deseja estudar.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

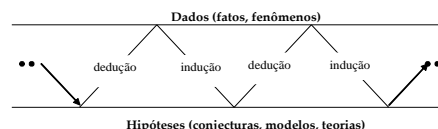
5



Estatística

A ciência e a estatística segundo Box e Hunter, 2005.

A figura apresenta um processo de interação entre a ciência e a aplicação dos métodos estatísticos na evolução de um desenvolvimento ou melhoria de um processo/atividade



EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

6



Estatística

O que é um raciocínio dedutivo?

- ✓ Da teoria à prática;
- ✓ Do geral ao particular;
- ✓ Das Considerações às consequências lógicas.

Usado para testar hipóteses.



Estatística

O que é um raciocínio indutivo?

- ✓ Da prática à teoria;
- ✓ Do particular ao geral;
- ✓ Dos resultados às implicações.

Usado para gerar hipóteses.



Alguns termos da Estatística Básica

POPULAÇÃO:

Número total de observações agrupadas que devem ocorrer, como resultado do desempenho de uma medida. É sempre representada por uma distribuição.

AMOSTRA

Um número limitado de observações, retiradas aleatoriamente de uma população, capaz de representar a população. A amostra é melhor representada por um diagrama de pontos.



Alguns termos da Estatística Básica

Para que os testes estatísticos possam ser aplicados aos nossos dados experimentais, é necessário que eles sejam distribuídos aproximadamente como uma normal.



Alguns termos da Estatística Básica

Uma observação importante a ser feita é que, antes de se analisar um conjunto de dados por meio de métodos da **Estatística Indutiva**, eles devem ser organizados por meio da **Estatística Descritiva**, lembrando que o método de **Amostragem** empregado na coleta dos dados é muito importante.



Alguns termos da Estatística Básica

Medidas de posição

As medidas de posição mais importantes de uma distribuição são: **a média, a mediana e a moda**. Elas servem para localizar a variável em seu eixo de variação. A média e a mediana indicam o centro da distribuição por critérios diferentes, portanto elas coincidem quando a distribuição é perfeitamente simétrica.



Alguns termos da Estatística Básica

Medidas de posição

As medidas de posição mais importantes de uma distribuição são: **a média, a mediana e a moda**. Elas servem para localizar a variável em seu eixo de variação. A média e a mediana indicam o centro da distribuição por critérios diferentes, portanto elas coincidem quando a distribuição é perfeitamente simétrica.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

13



Alguns termos da Estatística Básica

Erro experimental

Quando um experimento é conduzido sob determinadas condições experimentais por mais de uma vez, os resultados nunca são completamente idênticos.

Esta flutuação nos resultados é comumente conhecida como ruído, variação experimental ou simplesmente erro.

No contexto da estatística o erro se refere à variação que é inevitável.

Principais fontes que contribuem para ampliar o erro: medições, análises, e amostragem.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

14



Alguns termos da Estatística Básica

Medidas de dispersão

A média não dá uma informação completa sobre a distribuição. A amplitude, a variância (σ^2 da população e s^2 da amostra) e o desvio padrão (σ da população e s da amostra), erro padrão da média e o coeficiente de variação, completam as informações da distribuição.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

15



Alguns termos da Estatística Básica

Medidas de assimetria

As medidas de assimetria indicam o quanto à distribuição é inclinada para:

à esquerda ou positivamente assimétricas;

à direita ou negativamente assimétricas;

nulas ou (simétricas).

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

16



Alguns termos da Estatística Básica

Medidas da achatamento ou curtose

Indicam quão diferente é o achatamento da distribuição normal:

mesocúrtica, isto é, a distribuição normal é tomada como referência e seu curtose é igual a 3;

Platicúrticas possuem curtose inferior a 3, distribuições mais achatadas;

leptocúrticas, possuem curtose superior a 3, distribuições mais alongadas.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

17



Alguns termos da Estatística Básica

Representação das distribuições

O diagrama de pontos → representação de poucos dados experimentais;

Distribuição de frequência, ou diagrama de frequência, ou histograma → representação de um número maior de resultado;

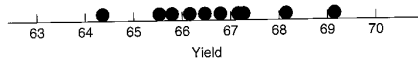
EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

18



Alguns termos da Estatística Básica

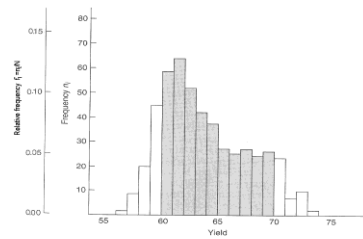


Dot diagram for a sample of 10 observations.

O diagrama de pontos → representação de poucos dados experimentais;



Alguns termos da Estatística Básica

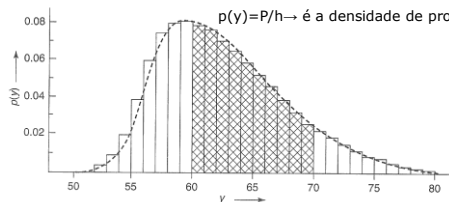


Frequency diagram (histogram, frequency distribution) for a sample of 500 observations...



Alguns termos da Estatística Básica

Largura do retângulo: h
 Altura do retângulo $p(y)$
 Área do retângulo: $P = p(y) \times h$; logo,
 $p(y) = P/h \rightarrow$ é a densidade de probabilidade



Hypothetical probability distribution for a conceptual population of observations.



Alguns termos da Estatística Básica

Amostra aleatória

Cada membro da população tem igual chance de está sendo escolhido.

Probabilidade

Escala de medida para descrever a frequência com que um evento ocorre

Evento: o registro de um valor específico de uma variável aleatória



Alguns termos da Estatística Básica

Média da população, (parâmetro)

η :

A medida da posição da distribuição ou o centro de gravidade; é também o primeiro momento da distribuição.

$$\eta = \frac{\sum y}{N}$$



Alguns termos da Estatística Básica

Média da amostra (estatística)

Se a população original se distribui normalmente, a média da amostra, \bar{y} , pode ser expressa pela média aritmética dos valores atribuídos às observações,

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$



Alguns termos da Estatística Básica

A média não dá uma informação completa sobre a distribuição.

A variância (σ^2) e desvio padrão (σ) da população:

completam as informações da distribuição. A variância representa a medida do espalhamento da distribuição. Ela diz quanto uma observação particular está afastada da média.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{N}$$



Alguns termos da Estatística Básica

Variância s^2 e desvio padrão da amostra

$$s^2 = \frac{\sum (y - \bar{y})^2}{n - 1}$$

Existem várias medidas do espalhamento da população e da amostra, mas a de maior interesse é a variância.



Alguns termos da Estatística Básica

Coefficiente de variação:

$\frac{\sigma}{\bar{y}}$ ou $100 \times \frac{\sigma}{\bar{y}}$ — conhecido como erro porcentual.

O inverso do coeficiente de variação da amostra é conhecido como:

sinale - ruído: $\frac{\bar{y}}{s}$



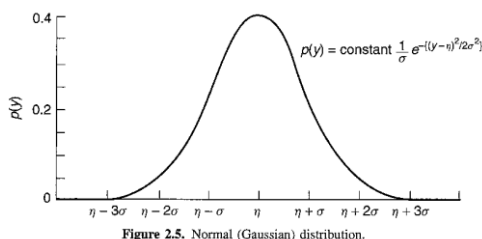
Alguns termos da Estatística Básica

Distribuição Normal:

Observações repetidas que diferem por causa do erro experimental, variam em torno de um valor central, em uma distribuição grosseiramente simétrica.



Alguns termos da Estatística Básica

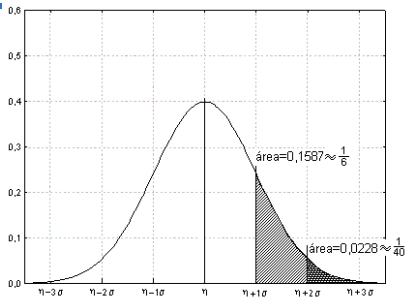


Alguns termos da Estatística Básica

- ✓ A probabilidade que um desvio positivo da média exceda 1 desvio padrão é 0,1587 (grosseiramente);
- ✓ Por causa da simetria da distribuição esta probabilidade é exatamente igual à chance de que um desvio negativo da média exceda um desvio padrão;
- ✓ Um desvio em cada sentido (positivo e negativo) exceda um desvio padrão é de $2 \times 0,1587 = 0,3174$ (grosseiramente), e a probabilidade de tais desvios menores do que 1 desvio padrão é 0,6826 (grosseiramente);
- ✓ A chance que um desvio positivo da média exceda 2 desvios padrões é 0,02275 (grosseiramente).



Alguns termos da Estatística Básica



EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

31



Alguns termos da Estatística Básica

Todas as curvas normais podem ser reduzidas a uma curva padrão, Z, por uma transformação de variáveis. Z é uma distribuição com média 0 (zero) e variância 1 (um).

$$Z = \frac{y - \eta}{\sigma}$$

$$Y = C \frac{1}{\sigma} e^{-[(y - \eta)^2 / 2\sigma^2]}$$

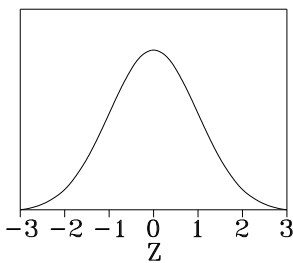
EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

32



Alguns termos da Estatística Básica



EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

33



Propriedades da média

- ✓ A média de uma soma de variáveis aleatórias é igual a soma das médias dessas variáveis;
- ✓ Multiplicando-se os valores de uma variável aleatória por uma constante, a média fica multiplicada por uma constante;

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

34



Propriedades da Variância

$$\sigma^2(k) = 0$$

$$\sigma^2(kx) = k^2 \sigma^2(x)$$

Se x e y são variáveis aleatórias, então:

$$\sigma^2(x \pm y) = \sigma^2(x) + \sigma^2(y)$$

$$\sigma^2(x+k) = \sigma^2(x)$$

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

35



Independência estatística

Quando a distribuição probabilidade de uma observação é afetada pelo nível da outra, as observações são estatisticamente dependentes.

A hipótese de amostragem aleatória a partir de uma população implica em independência estatística.

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

36



A média e a variância da média

Para observações independentes e identicamente distribuídas

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

37



Observações independentes e identicamente distribuídas

	Distribuição Pai para y observações	Distribuição de médias da amostra
Media	η	η
variância	σ^2	σ^2/n
Desvio padrão	σ	σ/\sqrt{n}
Forma da distribuição pai	qualquer	Mais próxima da distribuição normal do que a distribuição pai

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

38



Uma primeira olhadela na robustez

A amostragem aleatória é uma ação física que induz independência estatística. Logo, a consideração de amostragem aleatória assegura a validade que, as observações são consideradas identicamente e independentemente distribuídas, (IID assumption) .

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

39



Uma primeira olhadela na robustez

Esta consideração não é exatamente verdadeira. Mas, para alguns procedimentos como: comparação de médias proporcionam uma aproximação adequada a esta consideração.; isto é:

Os métodos de comparação de médias são usualmente robustos a consideração de observações IID

EPUSP/2017 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

40