

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Exemplo de um projeto 2^3 , Investigação em uma planta piloto

Neste tipo de projeto pode-se trabalhar com variáveis

- ☐ contínuas (quantitativas), e
- ☐ descontínuas (qualitativas)

No caso, as variáveis independentes (controláveis ou de entrada):

- ☐ Quantitativas: **temperatura e concentração**
- ☐ Qualitativa: **catalisador**

Variável dependente (resposta):

- ☐ Quantitativa: **rendimento da reação**

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

1

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Matriz de ensaios (variáveis codificadas em ordem padrão)

ensaio	temperatura	concentração	catalisador	resposta
1	-	-	-	y_1
2	+	-	-	y_2
3	-	+	-	y_3
4	+	+	-	y_4
5	-	-	+	y_5
6	+	-	+	y_6
7	-	+	+	y_7
8	+	+	+	y_8

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

2

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Matriz de ensaios com as variáveis em unidades originais

ensaio	temperatura	concentração	catalisador	resposta
1	160	20	A	60
2	180	20	A	72
3	160	40	A	54
4	180	40	A	68
5	160	20	B	52
6	180	20	B	83
7	160	40	B	45
8	180	40	B	80

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

3

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Este arranjo Permite estimar:

- ☐ Efeitos principais de cada variável (3 efeitos)
- ☐ Efeitos interativos de dois fatores (3 efeitos)
- ☐ Efeito interativo de três fatores (1 efeito)
- ☐ A grande média

Um total de 8 parâmetros podem ser estimados.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

4

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Importante!!!

Todas as observações são usadas na determinação de cada efeito;

- ☐ Cada efeito é determinado com a precisão de uma diferença repetida 4 vezes;

- ☐ A Estimativa dos efeitos de cada variável pode ser vista da seguinte forma:

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

5

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa do efeito da temperatura

medida individual dos efeitos variando a temperatura de 160°C a 180°C	condições nas quais a comparação é feita	
	concentração	catalisador
	C	K
$y_2 - y_1 = 72 - 60 = 12$	20	A
$y_4 - y_3 = 68 - 54 = 14$	40	A
$y_6 - y_5 = 83 - 52 = 31$	20	B
$y_8 - y_7 = 80 - 45 = 35$	40	B
efeito principal da temperatura, $T = 23$		

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

6

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa do efeito da concentração

medida individual dos efeitos variando a concentração de 20% a 40%	condições nas quais a comparação é feita	
	temperatura T	catalisador K
$y_3 - y_1 = 54 - 60 = -6$	160	A
$y_4 - y_2 = 68 - 72 = -4$	180	A
$y_7 - y_5 = 45 - 52 = -7$	160	B
$y_8 - y_6 = 80 - 83 = -3$	180	B
efeito principal da concentração, C = -5		

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

7

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa do efeito do catalisador

medida individual dos efeitos variando a catalisador de A ou B	condições nas quais a comparação é feita	
	temperatura T	concentração C
$y_5 - y_1 = 52 - 60 = -8$	160	20
$y_6 - y_2 = 83 - 72 = 11$	180	20
$y_7 - y_3 = 45 - 54 = -9$	160	40
$y_8 - y_4 = 80 - 68 = 12$	180	40
efeito principal do catalisador, K = 1,5		

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

8

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa do efeito da interação Temperatura x catalisador

catalisador	efeito médio da temperatura
(+)B	33
(-)A	13
diferença	20
interação TxK = 20/2 = 10	

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

9

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Interpretação geométrica dos efeitos

Os efeitos podem ser estimados também como diferença entre duas médias, isto é:

$$\text{efeito principal} = \bar{y}_+ - \bar{y}_-$$

efeito da temperatura:

$$T = \frac{72 + 68 + 83 + 80}{4} - \frac{60 + 54 + 52 + 45}{4}$$

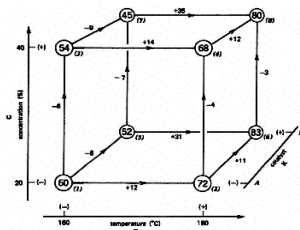
EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

10

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

O planejamento do exemplo da planta piloto



EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

11

Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Como estimar os efeitos dos fatores pelo método rápido

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquela

12



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

#	Designação do fator						
saída	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	- x1
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

As colunas das interações podem ser geradas, na matriz, multiplicando-se as colunas apropriadas, anotando-se o sinal resultante em uma coluna, usando as regras da álgebra convencional.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taguella

13



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Tabela dos efeitos estimados para o exemplo da planta piloto

efeito	estimativa ± erro padrão
Média	64,25 ± 0,7
efeitos principais:	
• temperatura	23,0 ± 1,4
• concentração	15,0 ± 1,4
• catalisador	1,5 ± 1,4
interações de dois fatores	
• temperatura x concentração	1,5 ± 1,4
• temperatura x catalisador	10,0 ± 1,4
• concentração x catalisador	0,0 ± 1,4
interação de três fatores	
temp. x concent. x catal.	0,5 ± 1,4

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taguella

14



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

CONCLUSÕES:

- ❑ Os efeitos significativos estão assinalados;
- ❑ O efeito da concentração é o único que pode ser estudado separadamente, isto é, independentemente dos níveis testados para as outras variáveis;
- ❑ Os efeitos temperatura e catalisador não podem ser interpretados separadamente, por causa da forte interação entre eles.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taguella

15



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Como estimar os erros com ensaios repetidos

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taguella

16



Estimativa da variância do erro e do erro padrão dos efeitos para ensaios replicados

Uma estimativa da variância com 1 grau de liberdade $s^2 = d^2/2$

d = a diferença entre os resultados dos dois experimentos repetidos genuinamente.

Se um projeto 2^3 é replicado genuinamente, gera um par de respostas para cada ensaio, isto é, 8 diferenças d .

É importante lembrar, ainda, que o divisor é 2 porque não foi consumido um grau de liberdade para a estimativa da média.

As médias dessas 8 variâncias estimadas para cada par, com 8 graus de liberdade, produz a estimativa da variância do erro, s^2

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taguella

17



Estimativa da variância do erro e do erro padrão dos efeitos para ensaios replicados

Como a estimativa de cada efeito é uma diferença entre duas médias de 8 observações (16 ensaios no total), a variância de um efeito é dado por:

$$V(\text{efeito}) = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) s^2$$

A raiz quadrada dessa variância é o erro padrão do efeito. De uma maneira geral, a variância global estimada para o experimento a partir de g conjuntos, seria:

$$s^2 = \frac{V_1 s_1^2 + V_2 s_2^2 + \dots + V_g s_g^2}{V_1 + V_2 + \dots + V_g}$$

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taguella

18



Estimativa da variância do erro e do erro padrão dos efeitos para ensaios replicados

Em que $V = V_1 + V_2 + \dots + V_g$

é o número de graus de liberdade com os quais foi feita a estimativa. No caso de g duplicatas a equação anterior, torna-se:

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{2g}$$

A interpretação dos efeitos é feita como de costume

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

19



Estimativa da variância do erro e do erro padrão dos efeitos para ensaios replicados

Matriz de ensaios

ensaio	temp	conc	catal	2 replic		d	s_i^2
1	-	-	-	59	61	-2	2
2	+	-	-	74	70	4	8
3	-	+	-	50	58	-8	32
4	+	+	-	69	67	2	2
5	-	-	+	50	54	-4	8
6	+	-	+	81	85	-4	8
7	-	+	+	46	44	2	2
8	+	+	+	79	81	-2	2
							64

s^2 = estimativa de σ^2 = média das variâncias estimadas = $64/8=8$ com 8 graus de liberdade

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

20



Estimativa da variância do erro e do erro padrão dos efeitos para ensaios replicados

A variância do efeito seria:

$$V(efeito) = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) s^2$$

$$V(efeito) = \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) 8 = 2$$

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

21



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Uma questão de interesse em um planejamento fatorial é, se os efeitos calculados são grandes o suficiente para serem considerados "significantes".

i.e., precisamos determinar se, o valor resultante dos cálculos anteriores é um número grande em relação às variações causadas pelo erro experimental.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

22



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Análise da significância dos efeitos

- ☐ Os efeitos, principais e interativos, podem ser comparados em relação a distribuição de referência "t", com 8 graus de liberdade e fator de escala 1,4, ou;
- ☐ Quando não existem graus de liberdade para estimativa do erro, os efeitos e os resíduos podem ser plotados em papel de probabilidade normal para verificação da significância dos efeitos e da adequação do modelo, respectivamente.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

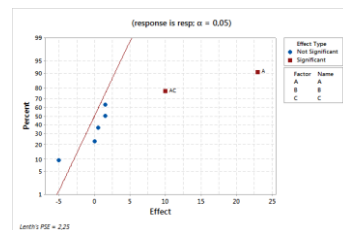
M. E. S. Taquella

23



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Análise da significância dos efeitos em papel de probabilidade normal



EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

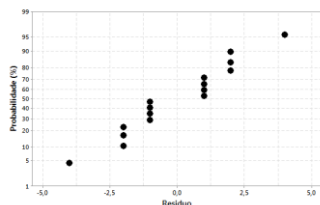
M. E. S. Taquella

24



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Resíduos em papel de probabilidade normal



EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

25



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa grosseira do erro

Em uma investigação muitas vezes é preferível realizar 16 ensaios com 4 variáveis, do que suprimir uma variável da qual não se conhece seu efeito, para realização de duas réplicas.

A vantagem de se realizar um projeto 2^4 é que as quatro variáveis que, em princípio, podem interferir no processo têm seus efeitos avaliados.

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

26



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa grosseira do erro

Usando-se a regra da hierarquia dos efeitos, isto é, geralmente os efeitos principais são maiores do que as interações de dois fatores, que são maiores do que as de três fatores e assim por diante, pode-se negligenciar efeitos de interações de ordem maiores do que dois ou três e, assim usar estes valores como resíduos.

Embora possa haver exceções essa regra é fundamental para o uso dos planejamentos fatoriais fracionados em dois níveis

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

27



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa grosseira do erro

Constata-se, por exemplo para o 2^4 , que as interações de terceira ordem em diante não apresentam valores expressivos, atribuindo-se esses valores apenas ao ruído.

Essas interações são usadas como um conjunto de referência para os outros efeitos. Então estima-se o erro padrão dos efeitos pela equação:

$$[SE(\text{efeito})]^2 = \frac{(\text{efeito } 123)^2 + (\text{efeito } 124)^2 + (\text{efeito } 134)^2 + (\text{efeito } 234)^2 + (\text{efeito } 1234)^2}{5}$$

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

28



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Estimativa grosseira do erro

Esse procedimento pode ser estendido a outras situações, e a interpretação é feita da mesma maneira que o caso de duas réplicas.

O t usado como referência, neste caso, tem 5 graus de liberdade

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

29



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Considerações sobre os projetos fatoriais em dois níveis

Como o número de ensaios cresce geometricamente em função do número de variáveis, recomenda-se o uso de projetos completos com até 4 variáveis (SCHMIDT E LAUNSBY, 1996). Isto não tira o brilho destes projetos por todas as razões já apresentadas neste texto. Atualmente eles são tão usados na melhoria de processos industriais, quanto em desenvolvimento de produtos, trazendo conclusões importantes para os estudos por eles direcionados

EPUSP/2018 - E. A. aos Processos Industriais

M. E. S. Taquella

30



Compreendendo um projeto completo em dois níveis

Considerações sobre os projetos fatoriais em dois níveis

Atualmente eles são tão usados na melhoria de processos industriais, quanto em desenvolvimento de produtos, trazendo conclusões importantes para os estudos por eles direcionados