- UFERSA - Universidade Federal Rural do Semi-Árido
- Estatística
- Jailma Suarda Silva de Lima
- Vitor Oliveira Ropke

- Unidade III - Variáveis aleatórias e distribuição de probabilidade

Atividade em classe

1 Esperança $E(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i . P(x_i) = 1.0,3 + 2.0,3 + 3.0,15 + 4.0,05$

$= 0,3 + 0,6 + 0,45 + 0,2 = \underline{1,55}$

$\boxed{E(x) = 1,55 \text{ refrigeradores}}$

---

2 $E(x) = 1.\frac{1}{6} + 2.\frac{1}{6} + 3.\frac{1}{6} + 4.\frac{1}{6} + 5.\frac{1}{6} + 6.\frac{1}{6} =$

$= \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} = \frac{21}{6} = \underline{3,5}$

$\boxed{E(x) = 3,5 \text{ é o valor esperado}}$

---

3 $E(x) = 25000.0,4 + (-15000).0,6 = 10000 + (-9000) = \underline{1000}$

$\boxed{E(x) = R\$ 1000}$

---

4 $E(x) = 10.0,3 + 15.0,2 + 20.0,5 = 3 + 3 + 10 = \underline{16}$

$\boxed{E(x) = 16 \text{ dias}}$

---

5 $E(x) = 82.0,1 = \underline{8,2}$ $\boxed{E(x) = 8,2 \text{ carros com lataria defeituosa}}$

---

6 $E(x) = 1.0,07 + 2.0,09 + 3.0,12 + 4.0,2 + 5.0,2 + 6.0,18 + 7.0,1 + 8.0,01 + 9.0,01 =$

$= 0,07 + 0,18 + 0,36 + 0,8 + 1 + 1,08 + 0,7 + 0,08 + 0,09 = \underline{4,36}$

$\boxed{E(x) = 4,36 \text{ bolos encomendados}}$

Variância $= \sigma^2 = E(x^2) - [E(x)]^2 =$

$= 1.0,07 + 4.0,09 + 9.0,12 + 16.0,2 + 25.0,2 + 36.0,18 + 49.0,1 + 64.0,01 + 81.0,01$

$= 0,07 + 0,36 + 1,08 + 3,2 + 5 + 6,48 + 4,9 + 0,64 + 0,81 - 19,01$ $(4,36)^2$

$\boxed{\sigma^2 = 3,53}$

Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{3,53} \simeq 1,88 \qquad \boxed{\sigma = 1,88}$$

Coeficiente de variação

$$CV = \frac{\sigma}{E(x)} \cdot 100 = \frac{1,88}{4,36} \cdot 100 = 0,4312 \cdot 100 = \boxed{43,12\%}$$

7

Nº de acidentes	Frequência	Frequência relativa
0	22	0,73
1	5	0,17
2	2	0,07
3	1	0,03
Σ	30	1,00

a) 73%

b) 17%

c) 7%

d) 3%

- Média dos acidentes

$$E(x) = 1 \cdot 0,17 + 2 \cdot 0,07 + 3 \cdot 0,03 = 0,17 + 0,14 + 0,09 = 0,4$$

$$\boxed{E(x) = 0,4}$$

- Variância

$$\sigma^2 = 1^2 \cdot 0,17 + 2^2 \cdot 0,07 + 3^2 \cdot 0,03 - (0,4)^2 = 1 \cdot 0,17 + 4 \cdot 0,07 + 9 \cdot 0,03 - 0,16$$

$$= 0,17 + 0,28 + 0,27 - 0,16 = 0,56$$

$$\boxed{\sigma^2 = 0,56}$$

- Desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{0,56} \simeq 0,75 \qquad \boxed{\sigma = 0,75}$$

- Coeficiente de variação

$$CV = \frac{0,75}{0,4} \cdot 100 = \boxed{187,5\%} \qquad \boxed{CV = 187,50\%}$$

Exercício Geral

(1) Variável aleatória é uma variável quantitativa, onde os resultados são incertos e podem ser qualquer valor, ou seja, são aleatórios.

Variável aleatória discreta possui valores enumeráveis (podem ser contados, geralmente finitos).

Exemplos: • Vezes que um servidor pode cair em um intervalo de tempo, • número de computadores que podem parar de funcionar em um mês, • possíveis quedas de energia por ano, • instabilidade do sistema.

Variável aleatória contínua está disposto em um intervalo ou conjunto de intervalos.

Exemplos: • Velocidades da internet em um computador, • gasto energético de um servidor, • temperatura média de um processador, • trabalho de uma geladeira.

---

(2) a) Discreta

b) Contínua

c) Discreta

d) Contínua

e) Discreta

f) Discreta

g) Discreta

h) Contínua

i) Contínua

j) Contínua

---

(3)

$p + q = 1$

$q = 1 - 0{,}02$

$q = 0{,}98$

$p = 0{,}02$

$q = 0{,}98$

$x = 3$

$n = 100$

$P(X=3) = C_x^n \cdot p^x \, q^{n-x}$

$P(X=3) = 161700 \cdot 0{,}02^3 \cdot 0{,}98^{100-3}$

$P(X=3) = 161700 \cdot 0{,}000008 \cdot 0{,}140906$

$P(X=3) = 0{,}1823 = 18{,}23\%$

$\boxed{P(X=3) = 18{,}23\%}$

(4) $p = 0,17 \quad q = 0,83$

a) $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

X	Fr
1	1/6
2	1/6
3	1/6
4	1/6
5	1/6
6	1/6
Σ	1

$P(X=1) = C_1^6 \cdot 0,17^1 \cdot 0,83^5 = 6 \cdot 0,17 \cdot 0,39 = 0,3978 = \boxed{39,78\%}$

$P(X=2) = C_2^6 \cdot 0,17^2 \cdot 0,83^4 = 15 \cdot 0,03 \cdot 0,47 = 0,2115 = \boxed{21,15\%}$

$P(X=3) = C_3^6 \cdot 0,17^3 \cdot 0,83^3 = 20 \cdot 0,005 \cdot 0,572 = 0,0572 = \boxed{5,72\%}$

$P(X=4) = C_4^6 \cdot 0,17^4 \cdot 0,83^2 = 15 \cdot 0,0008 \cdot 0,6889 = 0,008 = \boxed{0,8\%}$

$P(X=5) = C_5^6 \cdot 0,17^5 \cdot 0,83^1 = 6 \cdot 0001 \cdot 0,83 = 0,0005 = \boxed{0,05\%}$

$P(X=6) = C_6^6 \cdot 0,17^6 \cdot 0,83^0 = 1 \cdot 0,00002 \cdot 1 = 0,00002 = \boxed{0,002\%}$

b) $P(X=2) = 1/6 \qquad P(X=3) = 1/6$

(5) a) $P(X=x) = K \underbrace{(3-x)}_{p} \cdot \underbrace{(4-x)}_{q}$

$p + q = 1 \to (3-X)+(4-X) = 1 \to 3-X+4-X = 1 \to 7-2X = 1$

$\to -2X = -6 \to X = -\frac{6}{-2} = 3$

$P(X=0) = K(3-0) \cdot (4-0) = K \cdot 3 \cdot 4 = K12$

$P(X=1) = K(3-1)(4-1) = K \cdot 2 \cdot 3 = K6$

$P(X=2) = K(3-2) \cdot (4-2) = K \cdot 1 \cdot 2 = K2$

$P(X=3) = K(3-3) \cdot (4-3) = K \cdot 0 \cdot 1 = 0$

$K12 + K6 + K2 = 1$

$20K = 1$

$\boxed{K = \frac{1}{20}}$

b) $P(X=0) = K(3-0) \cdot (4-0) = \frac{1}{20} \cdot 3 \cdot 4 = \frac{12}{20} = 0,6 = \boxed{60\%}$

c) $P(X=1) = K(3-1)(4-1) = K \cdot 2 \cdot 3 = K6 = \frac{6}{20} = 0,3 = \boxed{30\%}$

$P(X=2) = K(3-2)(4-2) = \frac{1}{20} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2}{20} = 0,1 = \boxed{10\%}$

$P(X=3) = K(3-3)(4-3) = \frac{1}{20} \cdot 0 \cdot 1 = 0\%$

$30\% + 10\% = \boxed{40\%}$

d) $P(x=0) = K(3-0)(4-0) = K.3.4 = K12 = \frac{12}{20} = 0{,}6 = 60\%$

$P(x=1) = K(3-1)(4-1) = \frac{1}{20}\cdot 2.3 = \frac{6}{20} = 0{,}3 = 30\%$

$60\% + 30\% = \boxed{90\%}$

---

(6) $E(x) = 1.\frac{4}{28} + 2.\frac{6}{28} + 3.\frac{10}{28} + 4.\frac{3}{28} + 5.\frac{2}{28} + 6.\frac{1}{28}$

$= \frac{4}{28} + \frac{12}{28} + \frac{30}{28} + \frac{12}{28} + \frac{10}{28} + \frac{6}{28} = \frac{74}{28} = \boxed{2{,}64}$

2,64 avarias por máquina

- Variância

$E(x^2) = 1^2.\frac{4}{28} + 2^2.\frac{6}{28} + 3^2.\frac{10}{28} + 4^2.\frac{3}{28} + 5^2.\frac{2}{28} + 6^2.\frac{1}{28}$

$= 1.\frac{4}{28} + 4.\frac{6}{28} + 9.\frac{10}{28} + 16.\frac{3}{28} + 25.\frac{2}{28} + 36.\frac{1}{28}$

$= \frac{4}{28} + \frac{24}{28} + \frac{90}{28} + \frac{48}{28} + \frac{50}{28} + \frac{36}{28} = \frac{252}{28} = 9$

$[E(x)]^2 = 6{,}97$

$\sigma^2 = 9 - 6{,}97 = \boxed{2{,}03}$

$\sigma^2 = 2{,}03$

- Desvio padrão

$\sigma = \sqrt{2{,}03} = 1{,}42$ $\quad \boxed{\sigma = 1{,}42}$

---

(7) a) $2{,}64 \cdot 2 =$ 5,28 por máquina

---

b) $P(x=0) = C_0^{28} \cdot 0{,}07^0 . 0{,}93^{28} = 1.1.0{,}1311 = 13{,}11\%$ $\quad$ 13,11% +

$P(x=1) = C_1^{28} \cdot 0{,}14^1 . 0{,}86^{27} = 28.0{,}14.0{,}02 = 0{,}0784 = 7{,}84\%$ $\quad$ 7,84% +

$P(x=2) = C_2^{28} . 0{,}21^2 . 0{,}79^{26} = 378.0{,}0441.0{,}0022 = 0{,}0367 = 3{,}67\%$ $\quad$ 3,67%

$= \boxed{24{,}62\%}$ 3

8

a) $\int_0^6 Kx^2 dx = \frac{Kx^3}{3}\Big|_0^6 + c = 72K \rightarrow 72K = 1 \rightarrow \boxed{K = \frac{1}{72}}$

b) $\int_2^6 Kx^2 dx = \frac{Kx^3}{3}\Big|_2^6 = \frac{208}{3}K = \frac{208}{3} \cdot \frac{1}{72} = \frac{208}{216} \approx 0{,}963 \approx \boxed{96{,}3\%}$

$\boxed{P(X>2) \approx 96{,}3\%}$

c) $\int_0^4 Kx^2 = \frac{Kx^3}{3}\Big|_0^4 = \frac{8}{27} \approx 0{,}2963 \approx 29{,}63\%$

$\boxed{P(0<X \leq 4) \approx 29{,}63\%}$

d) $E(X) = \int_0^6 X\, Kx^2\, dx = \int_0^6 Kx^3 dx = \int_0^6 \frac{x^3}{72} dx = \frac{x^4}{288}\Big|_0^6 = \frac{9}{2} = \boxed{4{,}5}$

- Variância

$E(X^2) = \int_0^6 x^2\, Kx^2 dx = \int_0^6 Kx^4 dx = \frac{x^5}{360}\Big|_0^6 = \frac{108}{5} = 21{,}6$

$\sigma^2 = 21{,}6 - 20{,}25 = 1{,}35$

$\boxed{\sigma^2 = 1{,}35}$

- Desvio padrão

$\sigma = \sqrt{1{,}35} = 1{,}16 \qquad \boxed{\sigma = 1{,}16}$

- Coeficiente de Variação

$CV = \frac{1{,}16}{4{,}5} \cdot 100 \approx \boxed{25{,}78\%}$

9

a) $\int_0^4 Kx\, dx = \int_0^4 Kx\, dx = \frac{Kx^2}{2}\Big|_0^4 = 8K \rightarrow 8K = 1 \rightarrow K = \frac{1}{8}$

$E(X) = \int_0^4 x \frac{x}{8} dx = \int_0^4 \frac{x^2}{8} dx = \frac{x^3}{24}\Big|_0^4 = \frac{8}{3} \approx 2{,}67$

$\boxed{E(X) \approx 2{,}67 \text{ horas}}$

b) $E(X^2) = \int_0^4 x^2 \frac{x}{8} dx = \int_0^4 \frac{x^3}{8} dx = \frac{x^4}{32}\Big|_0^4 = 8$

$\sigma^2 = 8 - 2{,}67^2$
$= 8 - 7{,}13$
$\boxed{\sigma^2 = 0{,}87} \rightarrow \sqrt{0{,}87} = \boxed{\sigma = 0{,}93}$

10

a) $\int_1^3 cx^2\,dx = \frac{cx^3}{3}\Big|_1^3 = \frac{26c}{3} \rightarrow \frac{26c}{3} = 1 \rightarrow 26c = 3 \rightarrow \boxed{c = \frac{3}{26}}$

b) $P(x>2) = \int_2^3 cx^2\,dx = \frac{cx^3}{3}\Big|_2^3 = \frac{3x^3}{78}\Big|_2^3 = \frac{19}{26} \approx 0{,}7308 \approx 73{,}08\%$

$\boxed{P(x>2) \approx 73{,}08\%}$

c) $P(1<x<1{,}5) \quad \int_1^{1{,}5} \frac{3x^2}{26}\,dx = \frac{3x^3}{78}\Big|_1^{1{,}5} = \frac{19}{208} = 0{,}0913 = 9{,}13\%$

$\boxed{P(1<x<1{,}5) = 9{,}13\%}$

5