

Trabalho 3 - FÍSICA COMPUTACIONAL 1 - UFSCar - 2022

1. Escreva um programa que obtenha as derivadas de primeira e segunda ordem a partir das fórmulas de 5 pontos (Veja as fórmulas no documento "Aula 8 Diferenciação e Integração" que está no AVA). Confira a precisão do programa com a função $f(x) = \cos(x)\sinh(x)$, considerando 1001 pontos uniformemente espaçados no intervalo $0 \leq x \leq \pi/2$. Seu programa deve tratar de forma apropriada os pontos nos extremos do intervalo. Faça um gráfico que compare as derivadas numéricas com a derivada analítica.

2. Usando os métodos do Trapézio, Simpson 1/3 e Simpson 3/8, determine numericamente o valor aproximado da seguinte integral:

$$\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx = \pi \quad (1)$$

Utilize 10000 pontos.

3. Nossa habilidade de resolver observações astronômicas detalhadas é limitada pela difração da luz nos telescópios. Luz de estrelas podem ser tratadas como provenientes de uma fonte pontual no infinito. Quando tal luz de comprimento λ passa através da abertura circular de um telescópio e é focalizada pelo telescópio no plano focal, não é produzido um único ponto, mas um padrão de difração circular, consistindo de uma mancha central rodeada por uma série de anéis concêntricos. A intensidade da luz nesse padrão de difração é dada por:

$$I(r) = \left(\frac{J_1(kr)}{kr} \right)^2,$$

onde r é a distância no plano focal a partir do centro do padrão de difração, $k = 2\pi/\lambda$, e $J_1(x)$ é uma função de Bessel. As funções de Bessel $J_m(x)$ são dadas por

$$J_m(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(m\theta - x \sin \theta) d\theta,$$

onde m é um inteiro não negativo e $x \geq 0$.

(a) Escreva uma FUNÇÃO em Python $Bessel(m, x)$ que calcule o valor de $J_m(x)$ utilizando a regra de Simpson 1/3 com $N = 1000$.

$$I_{\text{Simpson}} = \frac{h}{3} \sum_{k=0}^{N/2-1} [f(x_{2k}) + 4f(x_{2k+1}) + f(x_{2k+2})]$$

Faça um gráfico com as funções $J_0(x)$, $J_1(x)$ e $J_2(x)$ de $x = 0$ até $x = 20$.

(b) Considere a intensidade do padrão de difração circular como sendo $\lambda = 500\text{nm}$ de $r = 0$ até $r = 1\mu\text{m}$. Faça um gráfico da intensidade $I(r)$ em função de r .

(Dica: evite o ponto $r = 0$ e nesse ponto use o fato que $\lim_{x \rightarrow 0} J_1(x)/x = \frac{1}{2}$).