

## Relatório 6: Projeto por resposta em frequência

**Aluno:** Vitor Eduardo Schuh  
**Número de matrícula:** 19100591

Data: 24/05/2021

### 1 Introdução

Como mencionado no último trabalho, a resposta em frequência de um sistema de controle pode ser observada quando o mesmo entra em regime permanente após a aplicação de uma determinada entrada.

Conhecendo esse tipo de resposta é possível projetar compensadores para ajustar o sistema com base em especificações do mesmo no domínio frequência. A verificação quanto ao atendimento das especificações de projeto pode ser feita a partir dos diagramas de análise de resposta em frequência. As características do sistema no domínio frequência se relacionam diretamente com as características transientes do sistema no domínio do tempo.

Neste trabalho será apresentado o projeto de um sistema de controle que deve atender especificações quanto ao erro em regime permanente  $e_{RP}$  e à largura de banda  $BW$ .

### 2 Discussão

O primeiro passo deste projeto foi o ajuste do erro de regime permanente  $e_{RP}$ . A especificação solicitou que erro de regime permanente fosse igual a  $0.05 \text{ dB}$ , no entanto os compensadores estudados ao longo da última semana não são úteis para ajuste desse parâmetro. Para ajustá-lo, foi necessária a adição de um controlador PI.

Adicionando o PI:

$$C(s) = \frac{k}{s} \quad (1)$$

e aplicando uma entrada do tipo degrau:

$$U(s) = \frac{1}{s} \quad (2)$$

podemos equacionar o sistema de controle como:

$$U(s) - e_{RP} \cdot C(s) \cdot G(s) = e_{RP} \quad (3)$$

$$\frac{1}{s} - e_{RP} \cdot \frac{k}{s} \cdot G(s) = \frac{e_{RP}}{s} \cdot s \quad (4)$$

$$1 - e_{RP} \cdot k \cdot G(s) = e_{RP} \cdot s \quad (5)$$

onde a planta  $G(s)$  é a função de transferência do circuito elétrico da Figura 1, dada por:

$$G(s) = \frac{-0,56s}{0,16s^2 - 0,26s + 8} \quad (6)$$

Da teoria de sistemas LIT sabemos que o erro em regime permanente pode ser encontrado através do teorema do valor final. Isolando o erro  $e_{RP}$  em (5) e aplicando o TVF temos:

$$e_{RP} = \lim_{s \rightarrow 0} \left( s \cdot \frac{1}{s + k \cdot G(s)} \right) \quad (7)$$

A equação acima relaciona o erro  $e_{RP}$  com o ganho  $k$  do integrador. Como o valor do erro desejado é conhecido, utilizamos a equação para obter o ganho  $k$  relativo do integrador, nesse caso  $k = -271,4$  para  $e_{RP} = 0,05$ . O *plot* do diagrama de Bode do sistema antes e depois da adição do controlador estão na Figura 2. Os cálculos encontram-se em *calculos.pdf*.

O segundo ajuste necessário é a adição que um compensador para atender a especificação de largura de banda mínima. A largura de banda  $BW$  é dada pela frequência  $\omega_n$  onde a magnitude cruza o valor  $0 \text{ dB}$ . Como a especificação solicita que  $BW > 10 \text{ rad/s}$  foi arbitrado um valor de  $12 \text{ rad/s}$  para o projeto do compensador. Com  $\omega_n = 12 \text{ rad/s}$  obtém-se um ganho associado de  $-7,23 \text{ dB}$  nessa frequência.

Das relações:

$$\begin{aligned} \text{Ganho em } \omega_n &= \sqrt{a_2} \therefore a_2 = (\text{Ganho em } \omega_n)^2 \\ \omega_n &= \frac{1}{\tau \sqrt{a_2}} \therefore \tau = \frac{1}{\omega_n \sqrt{a_2}} \end{aligned} \quad (8)$$

obtemos:

$$a_2 = 52,2729 \quad (9)$$

$$\tau = 0,01152 \quad (10)$$

Um compensador do tipo *lead* (utilizado para gerar um avanço de fase) é dado por:

$$C_{lead}(s) = \frac{a_2 \tau s + 1}{\tau s + 1} \quad (11)$$

utilizando os valores de  $\tau$  e  $a_2$  encontrados anteriormente, o compensador deste projeto resulta em:

$$C_{lead}(s) = \frac{0,6022s + 1}{0,0115s + 1} \quad (12)$$

O *plot* do diagrama de Bode do controlador *lead* adicionado se encontra na Figura 3.

### 3 Conclusão

Assim como o projeto de controladores para o ajuste de características transientes, a adição de compensadores é igualmente conveniente para modificar um sistema avançando ou atrasando sua fase, avaliando somente suas características no domínio frequência através de diagramas de Bode e ferramentas como *sisotool*.

Nesse projeto os dois tipos de estruturas foram utilizados para atender as especificações em ambos os domínios, um controlador PI para ajuste de erro em regime permanente e um compensador *lead* para garantir um mínimo de largura de banda.

O *plot* do sistema completo atendendo às especificações de projeto se encontra na Figura 4

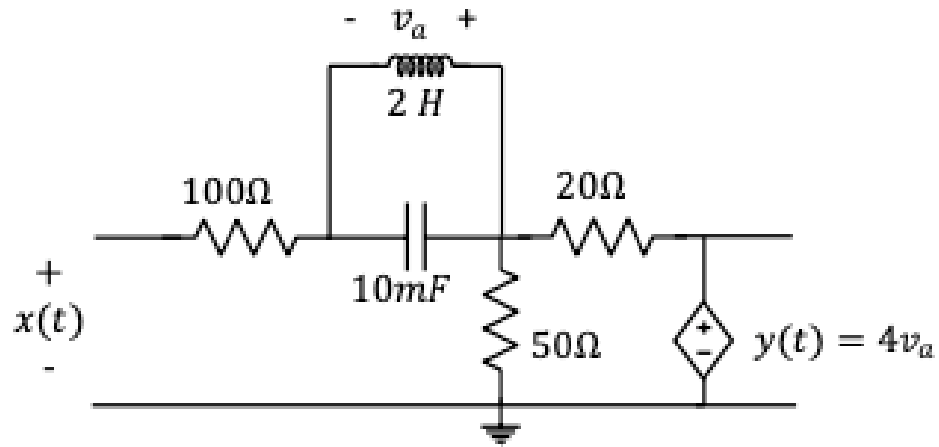


Figura 1: Circuito elétrico utilizado como planta  $G(s)$  do sistema.

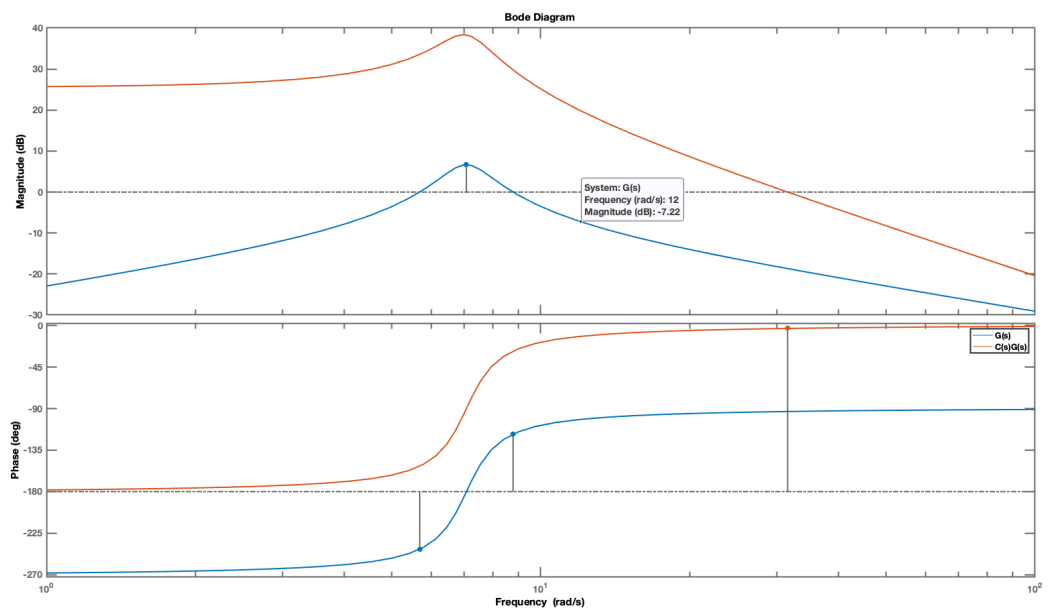


Figura 2: Diagrama de Bode do sistema antes e depois da adição do controlador  $C(s)$ .

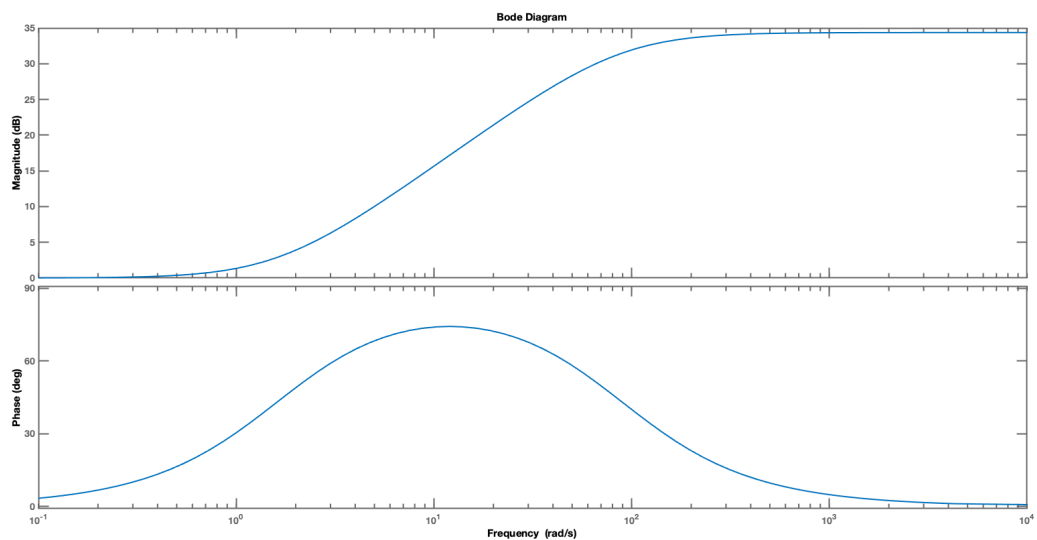


Figura 3: Controlador lead adicionado para atender à especificação de largura de banda.

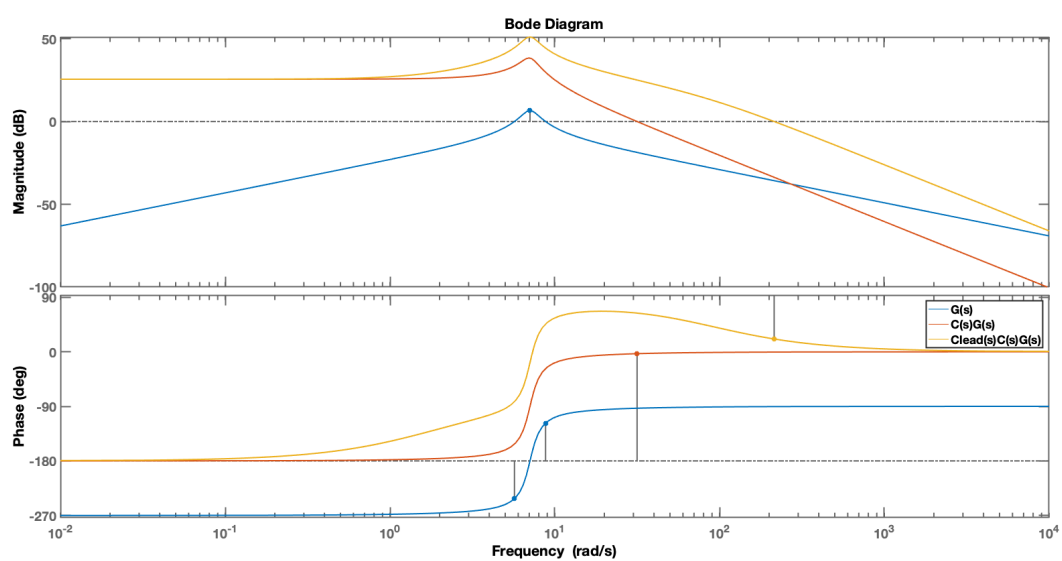


Figura 4: Comparação dos diagramas de Bode nas diferentes etapas de projeto.