

Trabalho 2: Projeto de um sistema de comunicação em frequência modulada

Aluno: Vitor Eduardo Schuh
Número de matrícula: 19100591

Data: 09/09/2021

1 Introdução

Ao longo da disciplina, viemos sendo apresentados a diferentes técnicas de modulação por onda contínua, processos onde uma portadora $c(t)$ é utilizada para transportar uma mensagem $m(t)$. Quando a componente angular $\phi(t)$ da portadora está relacionada de alguma forma com $m(t)$, o processo de modulação é denotado como uma modulação em ângulo, podendo ainda ser classificado como uma modulação em fase (PM) ou em frequência (FM).

Este trabalho consiste no projeto de um sistema de comunicação em frequência modulada, isto é, um sistema onde um par de mensagens é inserido na entrada, multiplexado, modulado em frequência, transmitido através de um canal de comunicação compartilhado, demodulado em frequência, demultiplexado e recuperado na saída com fidelidade às características originais no domínio tempo e no domínio frequência.

Na etapa de transmissão das mensagens foi empregado o processo de multiplexação estereofônica (assumindo um sinal piloto com frequência central de 19 kHz e uma amplitude limitada superiormente por 30% da amplitude da mensagem) junto à técnica de modulação FM direta. Na etapa de recepção e reconstrução das mensagens, foram utilizadas funções auxiliares do software MATLAB para a demodulação FM e projeto de filtros *butterworth* passa-baixa e passa-faixas da etapa de demultiplexação estereofônica. Ao final, obteve-se o sistema de comunicação esperado, preservando as características das mensagens transmitidas e respeitando os requisitos propostos no trabalho.

2 Discussão

O ponto de partida do projeto foi a instância das mensagens, isto é, o par de sinais modulantes que carregam as informações. Neste trabalho, $m_L(t)$ e $m_R(t)$ seguem as relações:

$$m_L(t) = \frac{1}{10} \cdot [10 + A_1 \cos(\omega_1 t) + A_2 \cos(\omega_2 t) + A_3 \cos(\omega_3 t) + A_4 \cos(\omega_4 t) + A_5 \cos(\omega_5 t) + A_6 \cos(\omega_6 t) + A_7 \cos(\omega_7 t) + A_8 \cos(\omega_8 t)]$$
$$m_R(t) = \frac{1}{10} \cdot [10 + A_8 \cos(\omega_1 t) + A_7 \cos(\omega_2 t) + A_6 \cos(\omega_3 t) + A_5 \cos(\omega_4 t) + A_4 \cos(\omega_5 t) + A_3 \cos(\omega_6 t) + A_2 \cos(\omega_7 t) + A_1 \cos(\omega_8 t)]$$

cujos coeficientes A_n e frequências ω_n são dados pelas tabelas 1 e 2.

| Parâmetro | ω_1 | ω_2 | ω_3 | ω_4 | ω_5 | ω_6 | ω_7 | ω_8 |
|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Valor [rad/s] | 640π | 1040π | 1700π | 2800π | 4600π | 7400π | 12200π | 20000π |

Tabela 1: Frequências angulares dos cossenos das mensagens.

| Parâmetro | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 | A_5 | A_6 | A_7 | A_8 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Matrícula | 1 | 9 | 1 | 0 | 0 | 5 | 9 | 1 |

Tabela 2: Coeficientes dos cossenos das mensagens.

Substituindo os coeficientes e as frequências angulares das tabelas nas equações das mensagens, obtemos:

$$m_L(t) = 1 + \frac{1}{10}\cos(640\pi t) + \frac{9}{10}\cos(1040\pi t) + \frac{1}{10}\cos(1700\pi t) + \frac{1}{2}\cos(7400\pi t) + \frac{9}{10}\cos(12200\pi t) + \frac{1}{10}\cos(20000\pi t)$$

$$m_R(t) = 1 + \frac{1}{10}\cos(640\pi t) + \frac{9}{10}\cos(1040\pi t) + \frac{1}{2}\cos(1700\pi t) + \frac{1}{10}\cos(7400\pi t) + \frac{9}{10}\cos(12200\pi t) + \frac{1}{10}\cos(20000\pi t)$$

As representações das mensagens acima no domínio tempo se encontram na figura 1. Os espectros correspondentes no domínio frequência estão na figura 2. Assim como no trabalho anterior, a obtenção das correspondentes em frequência destes e dos demais sinais contínuos presentes ao longo do projeto foram obtidas utilizando a transformada rápida de Fourier, método que amostra o sinal de tempo contínuo com uma frequência de amostragem relativamente alta e converte o mesmo em componentes espectrais individuais, fornecendo ao final a representação em frequência do sinal.

Após a instância das mensagens, o passo seguinte do projeto é a multiplexação estereofônica do conjunto de sinais que deve ser transmitido. Como visto nas disciplinas introdutórias de circuitos digitais, o processo de multiplexação consiste em manipular uma série de entradas seguindo algum critério produzindo uma só saída. No contexto de transmissão estereofônica em sistemas de comunicação, é necessário multiplexar os sinais para viabilizar a transmissão dos mesmos em um canal compartilhado e posteriormente recuperá-los na topologia receptora. O processo de multiplexação emprega a utilização de três componentes: a componente de soma, que corresponde à soma dos sinais estéreo R e L e ocupa uma faixa de frequências de 0 Hz até ± 10 kHz (máxima frequência das mensagens, conforme a tabela 1); a componente de subtração, que consiste na diferença dos sinais estéreos multiplicados por uma subportadora com frequência centrada em $2\omega_p$ (ou 38 kHz) que ocupará as faixas de frequências de ± 38 kHz ± 10 kHz; a componente piloto, centrada em ω_p , que é multiplexada e transmitida junto ao restante da informação devido ao custo de enviar a subportadora de 38 kHz junto à transmissão (como visto anteriormente, existem técnicas de modulação focadas justamente em suprimir a portadora sempre que possível para contornar tais custos). A fórmula final desta etapa é descrita por:

$$m(t) = [m_L(t) + m_R(t)] + [m_L(t) - m_R(t)] \cdot \cos(2\omega_p t) + k \cdot \cos(\omega_p t) \quad (1)$$

e o resultado da implementação prática da multiplexação estereofônica está na figura 3, considerando a constante $k = 0.3$ visando o atendimento das especificações do projeto quanto à máxima amplitude do sinal piloto.

Após a etapa de multiplexação parte-se para a etapa de modulação da mensagem. Matematicamente, a modulação FM segue a relação:

$$\varphi_{FM}(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + k_f \cdot \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha) \quad (2)$$

que demanda o cálculo da variável k_f (ou desvio de frequência) e a escolha da constante A .

Da relação entre a largura de banda bw com a variação de frequência $\Delta\omega$ e a máxima frequência ω_m da mensagem, temos:

$$bw = 2\Delta\omega + 2\omega_m \therefore \Delta\omega = \frac{bw - 2\omega_m}{2}$$

assumindo uma largura de banda ligeiramente inferior à largura de 200 kHz disponível:

$$\Delta\omega = \frac{bw - 2\omega_m}{2} = \frac{180kHz - 2 \cdot 10kHz}{2} = 85kHz$$

e por fim, obtemos a constante de desvio de frequência através de:

$$k_f = \frac{\beta \cdot \omega_m}{A_m}, \beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} \therefore k_f = \frac{\Delta\omega}{A_m} = 102.84 \text{ kHz}$$

Em posse do desvio de frequência, modulamos a mensagem seguindo a expressão 2 assumindo uma amplitude $A = 1$ (para facilitar os cálculos). Os resultados gráficos da modulação FM nos domínios tempo e frequência encontram-se respectivamente nas figuras 5 e 6.

Como a banda disponível para a transmissão das mensagens é de 200 kHz situados entre 76 kHz e 76.2 kHz , a frequência ω_c da portadora foi centrada em 76.1 kHz . A onda portadora pode ser descrita matematicamente como $c(t) = \cos(\omega_c t)$ e sua representação em ambos domínios encontra-se na figura 4.

Na etapa de demodulação FM foi utilizada a função *fmdemod()* do MATLAB. Esta função apresenta o escopo **fmdemod**($Y, F_C, F_S, FREQDEV$), cujos argumentos correspondem respectivamente ao sinal modulado em FM, à frequência central da portadora, à frequência de amostragem e o desvio de frequência, e como todos estes parâmetros são conhecidos neste ponto do projeto, basta executar a função no software a atribuir o seu resultado a uma nova variável. A figura 7 apresenta o resultado da demodulação nos domínios tempo e frequência, e nota-se aqui que obtemos um sinal muito próximo ao sinal de saída do processo de multiplexação (figura 3), o que sugere que o método tenha funcionado como esperado.

No último bloco do sistema, é necessário demultiplexar o sinal de saída da função *fmdemod()* para obter novamente as duas componentes monoaurais distintas (R e L). Como no processo de multiplexação estereofônica foram empregados três componentes para multiplexar as mensagens, no bloco demux são necessários três filtros dedicados a tratar cada uma destas componentes. O primeiro é um filtro *butterworth* passa-baixa com frequência de corte de 13 kHz , projetado para recuperar o sinal da componente de soma. O segundo é um *butterworth* passa-faixa de banda estreita com frequência centrada em 19 kHz que tolera frequências situadas em $19 \text{ kHz} \pm 2 \text{ kHz}$, projetado visando recuperar o sinal piloto. O terceiro filtro empregado também é um *butterworth* passa-faixa, porém centralizado em uma frequência de 38 kHz (ou $2\omega_p$) que tolera frequências entre $\pm 13 \text{ kHz}$ em relação à frequência central, que posteriormente será utilizado para recuperar a componente da diferença. Devido a dinamicidade do MATLAB, tanto a ordem dos filtros quanto as faixas de corte dos mesmos foram ajustados de maneira empírica, avaliando o impacto de cada parâmetro na proximidade do sinal recuperado com suas características originais. A figura 8 apresenta uma representação dos filtros projetados no espectro do sinal demodulado em FM.

Passada a etapa filtragem, a frequência de saída do filtro de banda estreita centrado em 19 kHz é duplicada seguindo a relação $[2 \cdot (FPF_19) - 1]$, onde *FPF_19* corresponde à saída do filtro. O resultado da duplicação é então multiplicado pela saída do filtro passa-faixa centrado em 38 kHz , produzindo então um sinal que carrega a informação $m_L(t) - m_R(t)$. No outro fluxo do módulo demux do receptor FM temos apenas a mensagem demodulada passando pelo filtro passa-baixa de banda base, esse outro sinal carregará, portanto, a informação $m_L(t) + m_R(t)$.

Com as duas informações acima, podemos recuperar os sinais monoaurais originais através de blocos combinadores de soma e subtração simples, dado que:

$$\begin{aligned} [m_L(t) + m_R(t)] + [m_L(t) - m_R(t)] &= 2m_L \\ [m_L(t) + m_R(t)] - [m_L(t) - m_R(t)] &= 2m_R \end{aligned}$$

O diagrama de blocos que ilustra o comportamento do demultiplexador encontra-se no slide 20 da segunda aula de modulação em ângulo da disciplina. A comparação dos sinais recuperados com os sinais originalmente emitidos nos domínios tempo e frequência encontram-se, nas figuras 9, 10, 11 e 12.

3 Conclusão

Através do desenvolvimento deste trabalho foi possível projetar um sistema de comunicação completo para a transmissão de mensagens em frequência modulada. Assim como no trabalho 1 da disciplina, a dinamicidade do *software* MATLAB auxiliou muito ao longo do projeto, tanto na automatização do processo de demodulação através do recurso *fmdemod()*, quanto no suporte às decisões de projeto como um todo, visto que é possível variar os parâmetros do sistema quantas vezes forem necessárias e avaliar o impacto das alterações logo em seguida.

Apesar do processo de modulação em frequência ser mais complexo e demandar uma largura de banda maior quando comparado à modulação em amplitude, a sua utilização deve ser considerada em sistemas intolerantes à ruído.

No entanto, apesar da baixa susceptibilidade à ruído/interferência as mensagens recuperadas ainda não foram totalmente idênticas às transmitidas tanto no domínio tempo quanto no domínio frequência. Aproximar ainda mais às mensagens recuperadas das suas características originais demandaria ajustes mais precisos de parâmetros utilizados ao longo do processo de modulação e demodulação, além do emprego de filtros ideais durante a etapa de recuperação das mensagens.

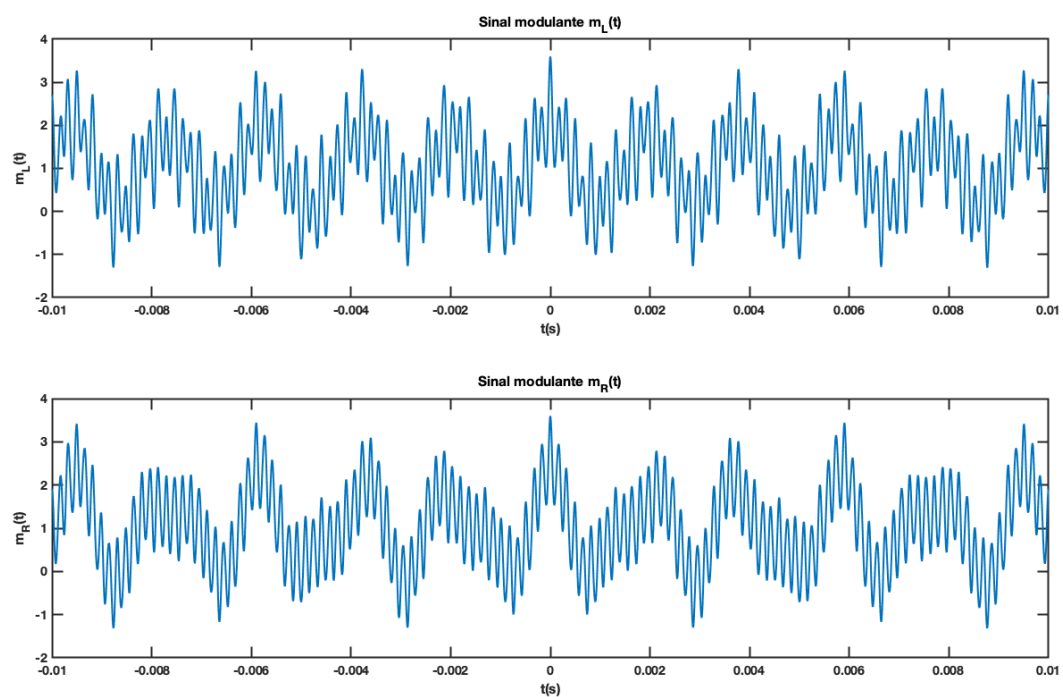


Figura 1: Mensagens no domínio tempo.

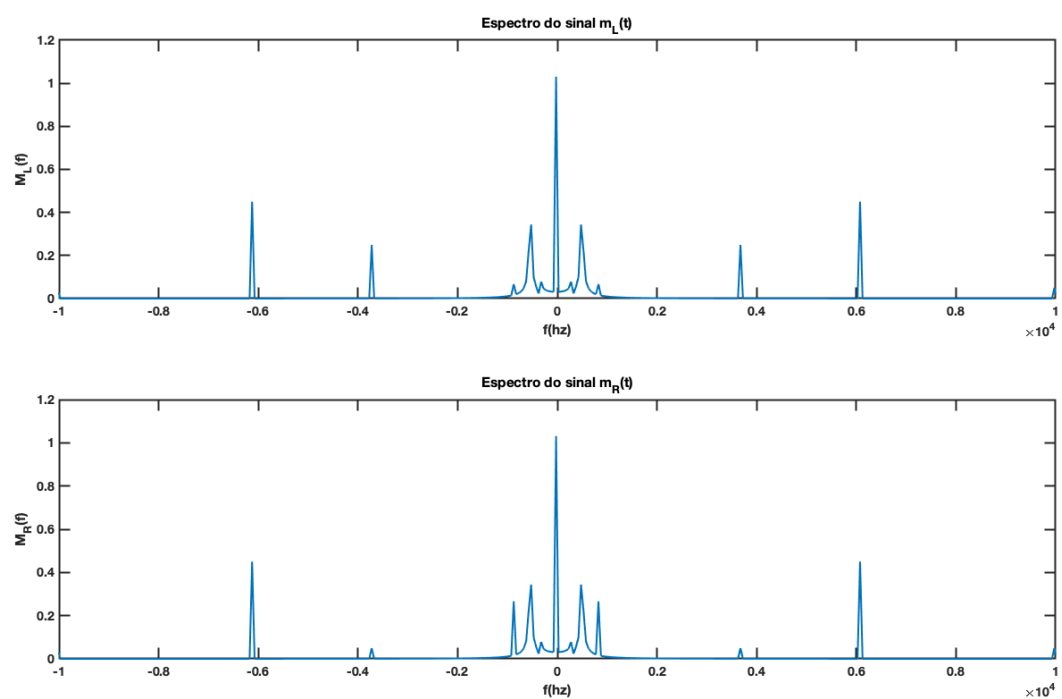


Figura 2: Espectro das mensagens no domínio frequência.

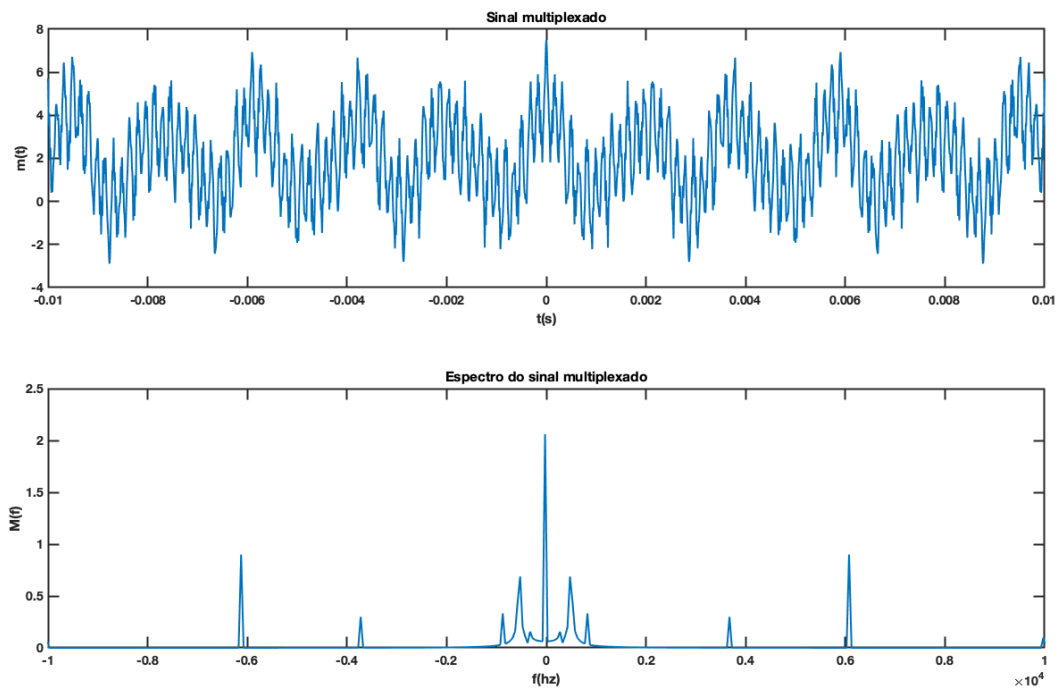


Figura 3: Multiplexação estereofônica das mensagens.

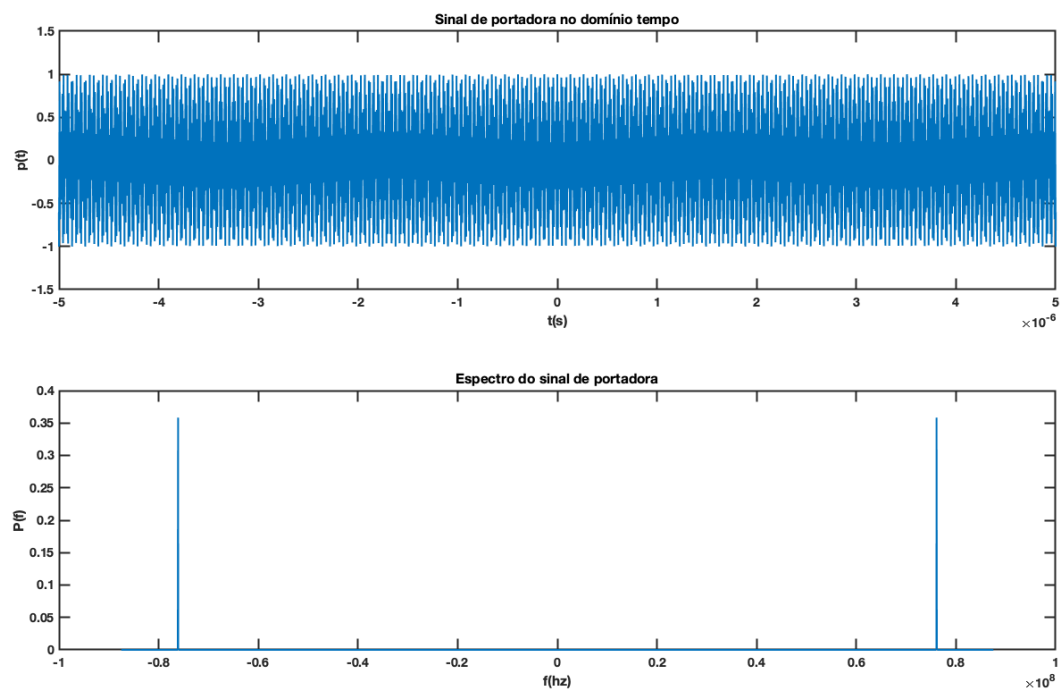


Figura 4: Sinal de portadora da mensagem multiplexada.

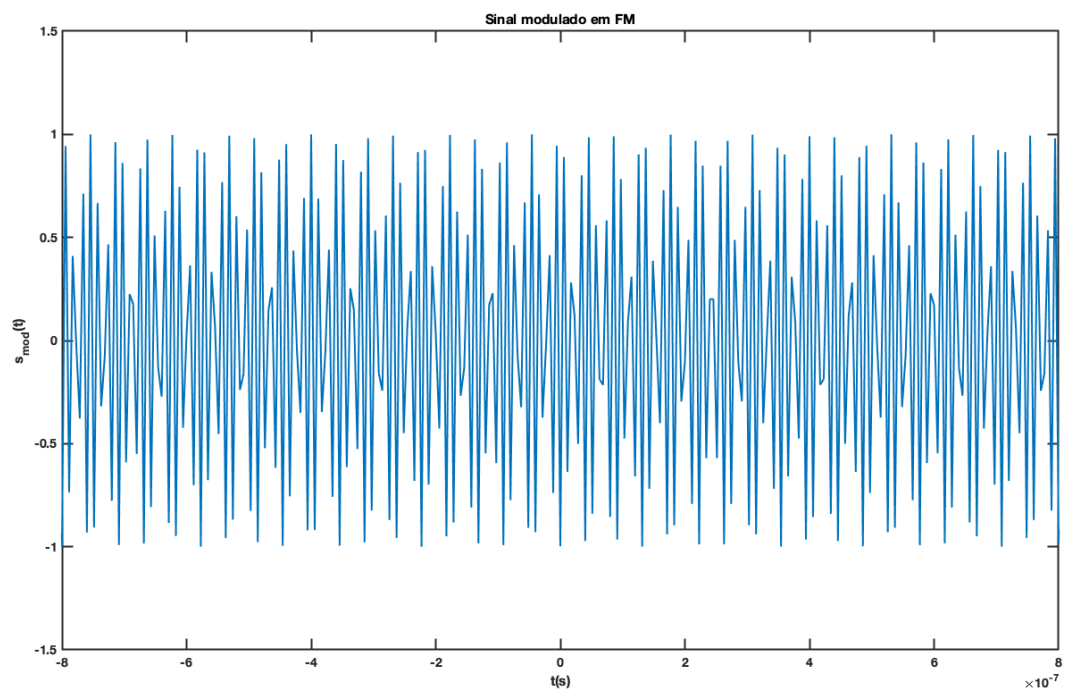


Figura 5: Modulação FM no domínio tempo.

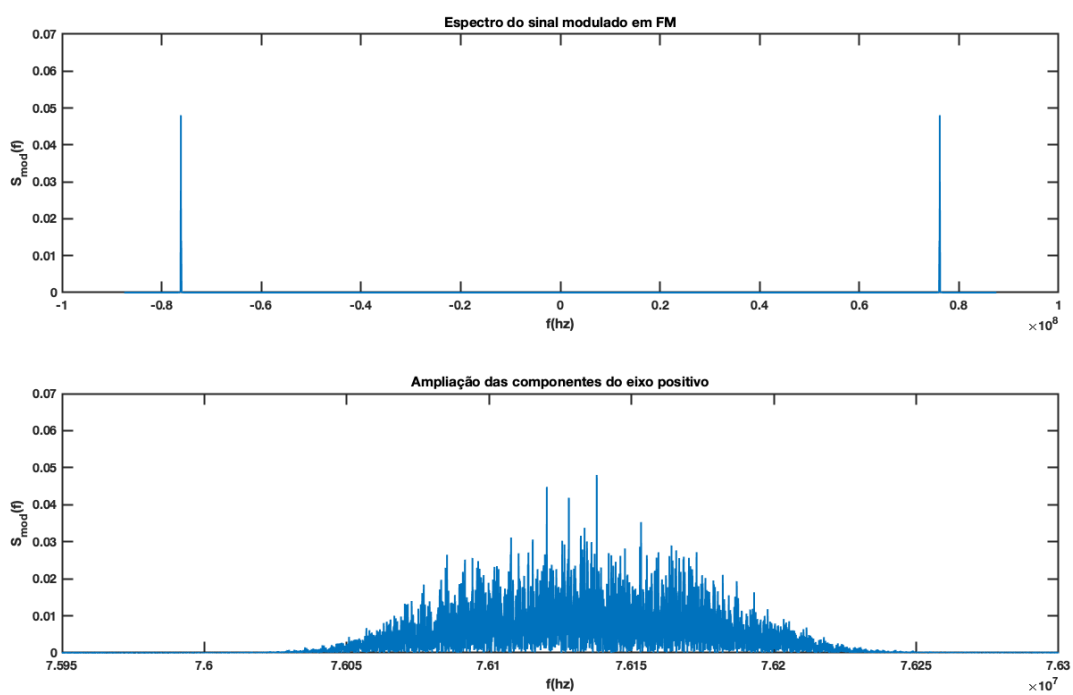


Figura 6: Modulação FM no domínio frequência.

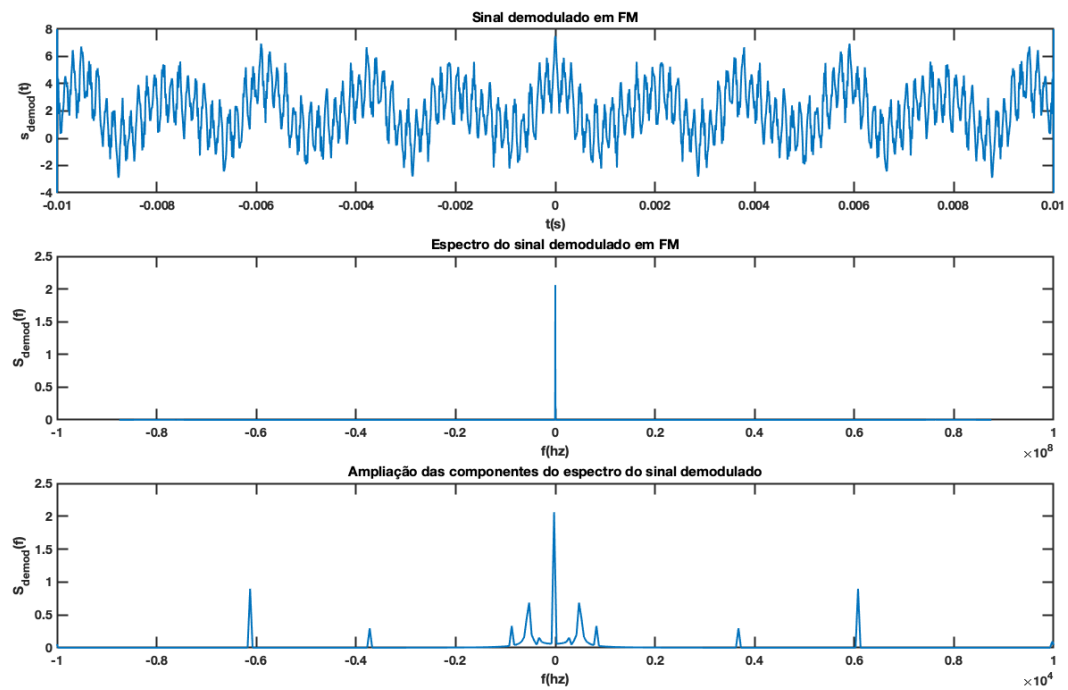


Figura 7: Demodulação com $fmdemod()$ nos domínios tempo e frequência.

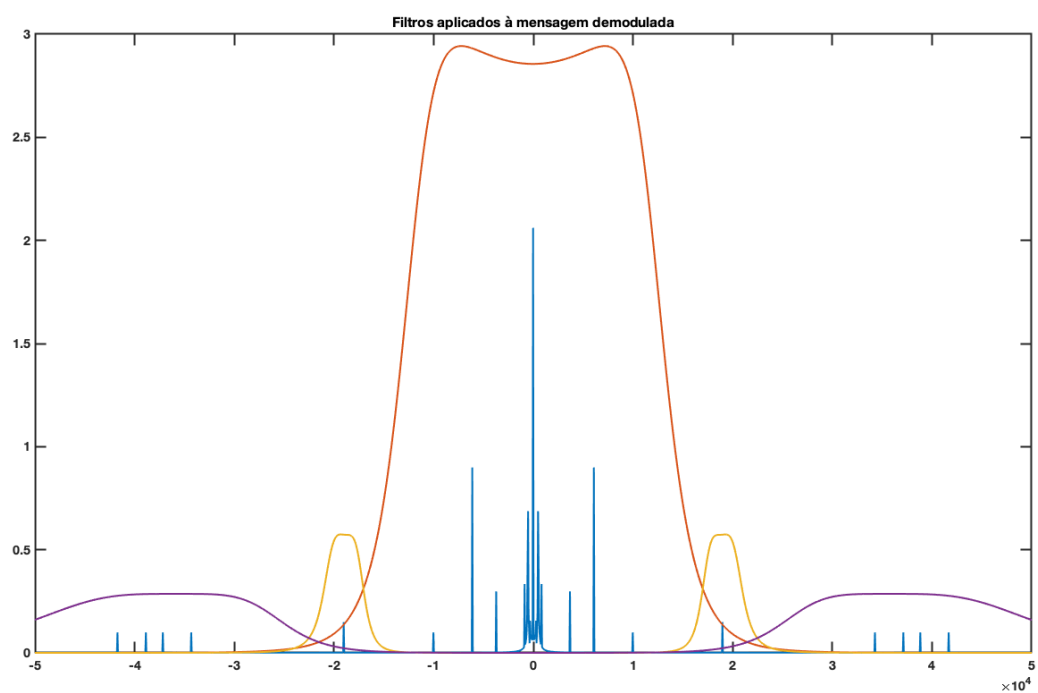


Figura 8: Representação dos filtros *butterworth* passa-baixa e passa-faixa aplicados ao sinal demodulado.

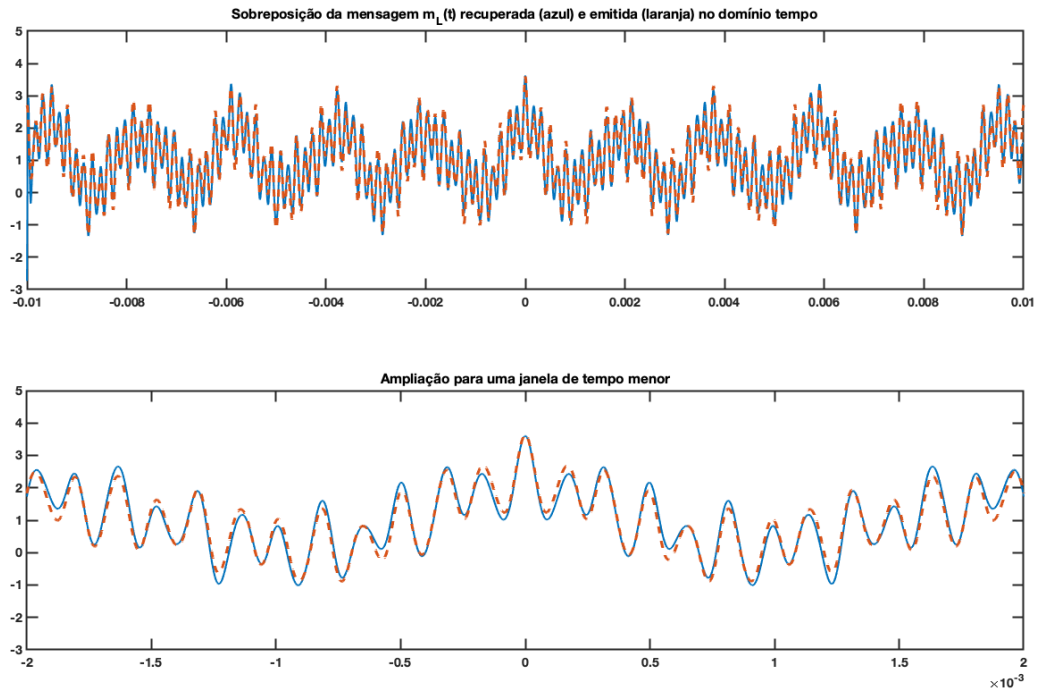


Figura 9: Comparativo entre as mensagens $m_L(t)$ e $m_L'(t)$ no domínio tempo.

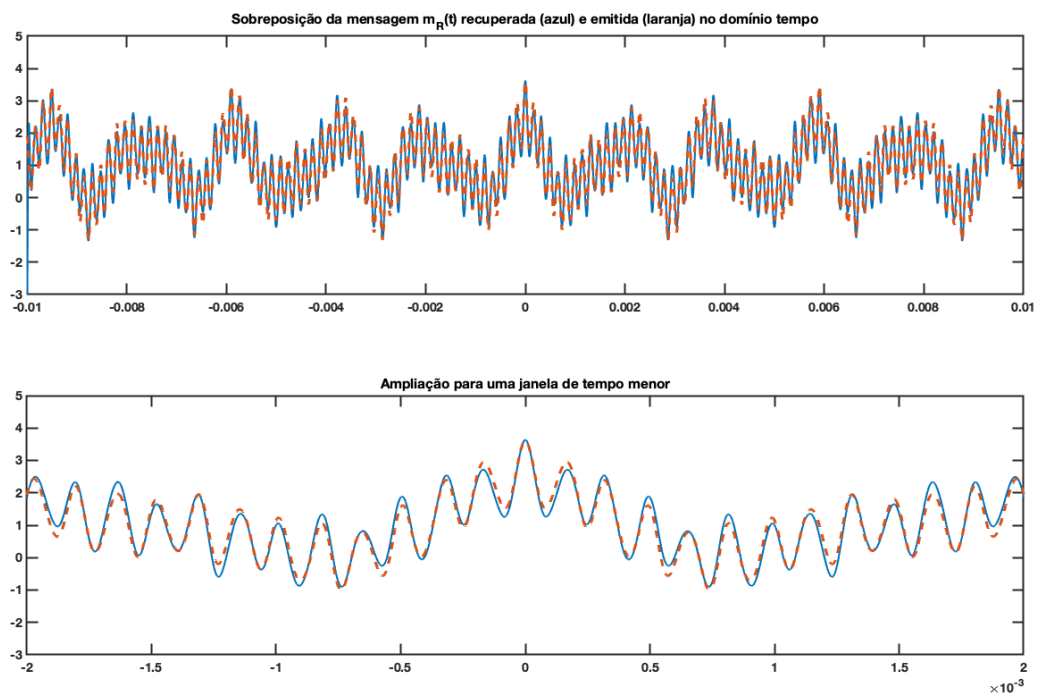


Figura 10: Comparativo entre as mensagens $m_R(t)$ e $m_R'(t)$ no domínio tempo.

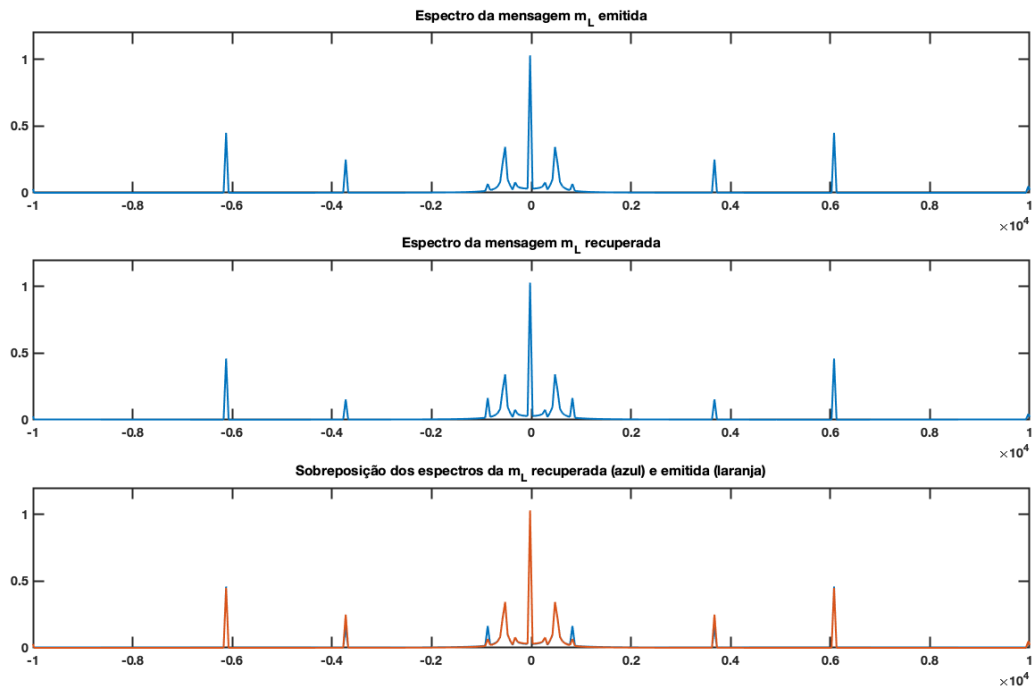


Figura 11: Comparativo entre os espectros das mensagens $m_L(t)$ e $m_L'(t)$.

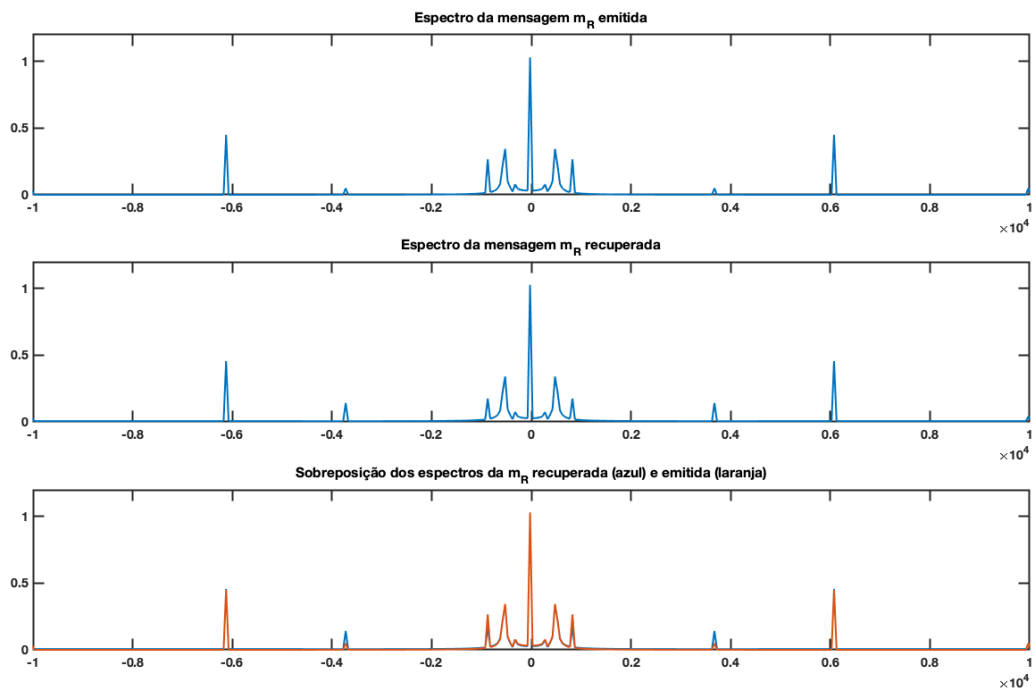


Figura 12: Comparativo entre os espectros das mensagens $m_R(t)$ e $m_R'(t)$.