

Trabalho 3: Projeto de transmissão de um sistema digital

Aluno: Vitor Eduardo Schuh
Número de matrícula: 19100591

Data: 18/10/2021

1 Introdução

Além das topologias de transmissão de sinais analógicos abordados na primeira metade da disciplina, técnicas de transmissão de sinais digitais são usualmente empregadas em sistemas de comunicação e possuem vantagens consideráveis em relação às técnicas analógicas.

Sistemas de comunicação digitais podem ser descritos como sistemas pouco suscetíveis à interferência que são capazes de transmitir um fluxo de dados de natureza digital através de um canal de comunicação. Além da alta imunidade à interferência (ou ruído), a recuperação da informação transmitida no canal possui uma alta integridade devido à facilidade de regeneração que os sinais digitais possuem. Tais vantagens são suficientes para que sistemas de comunicação digitais sejam considerados não somente para a transmissão de sinais digitais mas também para a transmissão de sinais analógicos digitalizados.

Um sistema de transmissão digital é tipicamente composto por seis blocos principais: o codificador de fonte; o codificador de linha; o modulador em portadora digital; o multiplexador digital; o canal de comunicação e o repetidor regenerador.

Este trabalho apresenta o projeto de transmissão de um sistema digital onde um sinal digital é codificado utilizando a técnica *PAM4 encoding* e transmitido através de um canal de comunicação hipotético. Assim como em trabalhos anteriores o software *MATLAB* foi utilizado como ferramenta de suporte às etapas de projeto, auxiliando tanto nos cálculos quanto na construção das figuras e diagramas. Além do *MATLAB*, o *datasheet* do *PAM4 encoder* também foi utilizado como referência teórica para a implementação do codificador de linha em questão.

2 Discussão

A primeira tarefa solicitada foi a geração de uma *bitstream* de 200 amostras de 2 bits. No contexto de um sistema de comunicação digital, essa *bitstream* já representa o sinal de saída do bloco codificador de fonte, isto é, uma mensagem com a cara de um sinal digital ou de um sinal analógico digitalizado (composto apenas por 0's e 1's).

O bloco seguinte ao codificador de fonte é o codificador de linha, uma arquitetura que transforma o sinal digital aplicado na entrada em pulsos elétricos adequados para a transmissão dependendo do protocolo utilizado no sistema. São exemplos de codificações de linha: *RZ*, *NRZ*, *HDB3* e *Manchester*. Para implementar um codificador de linha é necessário entender a relação do pulso elétrico de saída com os bits da palavra que está sendo processada. No caso do codificador utilizado, o *PAM4*, a palavra de entrada é processada de 2 em 2 bits e o sinal de saída segue a relação:

$$PAM4 = \begin{cases} -3, & \text{se } word[i] = 0 \text{ e } word[i + 1] = 0 \\ -1, & \text{se } word[i] = 0 \text{ e } word[i + 1] = 1 \\ 1, & \text{se } word[i] = 1 \text{ e } word[i + 1] = 0 \\ 3, & \text{se } word[i] = 1 \text{ e } word[i + 1] = 1 \end{cases}$$

onde o índice i deve ser iterado pelo pseudo-laço $i = 0 : 2 : \text{len}(word) - 1$.

Após o entendimento da codificação de linha do *PAM4*, foi implementado um *script* capaz de realizar a codificação alvo em cima de uma *bitstream* de entrada. A função possui o escopo:

$$function[x, t] = pam4(bitstream, ts, dt)$$

e recebe como parâmetros a *bitstream*, o período de transmissão e o passo da simulação, retornando para o arquivo principal a *bitstream* codificada x e o vetor de tempo t associado à codificação.

A figura 1 exibe o sinal de saída da função acima para uma *bitstream* de 10 amostras de 2 bits. Através da mesma é possível verificar o correto funcionamento do *script* do codificador e ainda identificar a palavra codificada avaliando os intervalos de 2 bits do sinal, neste caso 10010011011001000110. A figura 2 apresenta a codificação de linha da *bitstream* de 100 amostras de 2 bits que será utilizada no restante do trabalho. O escopo completo da função pode ser encontrado no arquivo **pam4.m** submetido em anexo.

Após a etapa de codificação de linha tipicamente é empregado um bloco multiplexador que permite que mais de uma mensagem seja transmitida no canal de comunicação. Como visto anteriormente na disciplina, sinais podem ser multiplexados por tempo, frequência, ou ainda por código, dependendo do contexto de cada sistema de comunicação. Como neste projeto apenas uma *bitstream* será transmitida não se fez necessária a implementação de um bloco multiplexador.

O bloco seguinte do sistema de transmissão digital é o canal de comunicação. O canal utilizado para transmitir o sinal codificado foi:

$$H_2(j\omega) = \frac{7.5 \cdot 10^{12}}{(j\omega)^3 + 37 \cdot 10^3(j\omega)^2 + 610 \cdot 10^6 j\omega + 7.5 \cdot 10^{12}}$$

cujas representação no domínio frequência apresenta características passa-baixas (Figura 5).

Para que fosse possível realizar a convolução entre o sinal codificado e o canal de comunicação se fez necessário o cálculo da transformada inversa de Fourier do canal acima. Realizando a transformada utilizando propriedades e pares básicos, obtém-se:

$$h_2(t) = (12400e^{-24597t} + 18682e^{-6202t} \cdot \cos(2.2966 - 16324t))u(t)$$

cujos cálculo completo encontra-se no anexo 1 e o *plot* no domínio tempo na figura 3.

Alternativamente, é possível verificar o comportamento da transformada inversa do canal no domínio tempo aplicando a função *impulse()* diretamente na função de transferência $H_2(j\omega)$ do canal, resultando no comportamento apresentado na figura 4 e validando os resultados obtidos nos cálculos manuais. Com base nas características do sinal é possível perceber que o canal apresenta característica hipoamortecida e um tempo de acomodação relativamente alto, na casa dos 0.7 ms.

Em posse do sinal codificado e da transformada inversa do canal de transmissão, é possível finalmente transmitir a informação. O sinal transmitido terá a cara:

$$s(t) = h_2(t) * x(t)$$

onde $h_2(t)$ representa a transformada⁻¹ do canal $H_2(j\omega)$ e $x(t)$ o sinal codificado em PAM4.

O sinal transmitido resultante da convolução acima se encontra na figura 6. As figuras 7 e 8 representam o espectro da mensagem transmitida sob diferentes janelas de exibição.

Assim como em sistemas projetados anteriormente que possuíam diagramas auxiliares para sua análise e compreensão (como Bode e Nyquist), existe um tipo de diagrama que permite a visualização de distorções na forma do sinal transmitido: o diagrama de olho. A partir deste tipo de diagrama é possível visualizar, dentre outras características, o intervalo de tempo Δt onde o sinal pode ser amostrado sem que haja erros decorrentes da interferência intersimbólica (dada largura de abertura do olho), e a quantidade de ruído que pode ser adicionada ao sinal sem que haja uma interpretação errada de um valor (margem de ruído).

A especificação da tarefa solicitou a utilização de um *bitrate* (taxa de transmissão de dados em bits/s) suficiente para que a margem de ruído no melhor ponto de amostragem seja superior a 30% da máxima amplitude do sinal. Utilizando um tempo $T_S = 0.55 \times 10^{-3}$, obtém-se uma margem de ruído que satisfaz a condição do trabalho (vide figura 9). Variando os parâmetros T_S e dt (e consequentemente

o *bitrate*) é possível realizar o *tuning* do diagrama de olho de forma a aumentar a legibilidade das informações do mesmo (como o exemplo da figura 10, onde o tempo de amostragem é mantido mas o passo é reduzido quando comparado à figura anterior).

Além das possibilidades de ajuste dos parâmetros do diagrama, também é possível, por exemplo, amostrar o sinal em um tempo t deslocado da origem, porém neste tipo de abordagem existe um *trade-off* entre o ganho obtido em termos de margem de ruído o aumento no *jitter* temporal (ou distorção de fase) do sinal.

3 Conclusão

Através do desenvolvimento deste trabalho foi possível projetar e avaliar alguns blocos presentes em um sistema de transmissão digital (do codificador de linha até o canal de comunicação). Assim como em trabalhos anteriores o software *MATLAB* foi muito útil ao longo do projeto, provendo desde recursos auxiliares para a realização dos cálculos do projeto até operações complexas e funções de síntese de diagramas. Além disso, a dinamicidade de ajuste dos parâmetros T_S , dt e *offset* do diagrama de olho foi essencial para a realização de testes durante o *tuning* do mesmo (visando maior legibilidade das informações).

O *datasheet* do *PAM4* disponibilizado foi suficiente para o entendimento da codificação de linha utilizada. Vale ressaltar que este tipo de codificação pode ser vantajosa devido a possibilidade de transmissão de 2 bits por unidade de informação, possibilitando dobrar a taxa de dados sem a necessidade de dobrar a frequência de Nyquist do sistema.

Avalio que as oscilações presentes superior e inferiormente nos diagramas de olho sejam correspondentes as características do canal. Na figura 11 é possível perceber com mais clareza que a oscilação ao longo dos olhos acompanha as formas do sinal $h_2(t)$, comportamento esperado dado que a altura de abertura/fechamento dos olhos neste tipo de representação deve acompanhar as variações de amplitude do sinal base. Além disso, a frequência utilizada no ajuste do diagrama é muito próxima das altas frequências da figura 7, indicando que a representação de Fourier do sinal codificado talvez pudesse ter sido utilizada como referência para a escolha de T_S no projeto do diagrama, diminuindo o custo de tempo do ajuste empírico. Também é possível verificar através das imagens a relação direta entre a amplitude da mensagem codificada (figura 6) com a variação da amplitude dos diagramas de olho.

Anexo 1 - Transformada inversa de Fourier do canal $H_2(j\omega)$

$$H_2(j\omega) = \frac{7.5 \cdot 10^{12}}{(j\omega)^3 + 37 \cdot 10^3(j\omega)^2 + 610 \cdot 10^6 j\omega + 7.5 \cdot 10^{12}}$$

denotando $j\omega = u$:

$$H_2(u) = \frac{7.5 \cdot 10^{12}}{u^3 + 37 \cdot 10^3 u^2 + 610 \cdot 10^6 u + 7.5 \cdot 10^{12}}$$

decompondo $H_2(u)$ em frações parciais:

$$H_2(u) = \frac{1.24 \cdot 10^4}{u + 2.4597 \cdot 10^4} + \frac{(0.62 - 0.6987j) \cdot 10^4}{u + (0.6202 - 1.6324j) \cdot 10^4} + \frac{(0.62 + 0.6987j) \cdot 10^4}{u + (0.6202 + 1.6324j) \cdot 10^4}$$

$$H_2(u) = \frac{12400}{u + 24597} + \frac{(6200 - 6987j)}{u + (6202 - 16324j)} + \frac{(6200 + 6987j)}{u + (6202 + 16324j)}$$

calculando os equivalentes polares dos numeradores complexos:

$$H_2(u) = \frac{12400}{u + 24597} + \frac{9341e^{-2.2966j}}{u + (6202 - 16324j)} + \frac{9341e^{2.2966j}}{u + (6202 + 16324j)}$$

dos pares básicos da transformada de Fourier, temos:

$$e^{-\alpha t} \cdot u(t) \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha + j\omega} \quad (1)$$

$$\pm k \cdot e^{-\alpha t} \cdot u(t) \Leftrightarrow \frac{\pm k}{\alpha + j\omega} \quad (2)$$

aplicando (2) em cada uma das frações parciais de $H_2(u)$:

$$h_2(t) = 12400e^{-24597t}u(t) + 9341e^{-2.2966j}e^{-(6202-16324j)t}u(t) + 9341e^{2.2966j}e^{-(6202+16324j)t}u(t)$$

$$h_2(t) = 12400e^{-24597t}u(t) + 9341(e^{-2.2966j}e^{-(6202-16324j)t} + e^{2.2966j}e^{-(6202+16324j)t})u(t)$$

expandindo as exponenciais complexas:

$$h_2(t) = 12400e^{-24597t}u(t) + 9341(e^{-2.2966j}e^{-6202}e^{16324j \cdot t} + e^{2.2966j}e^{-6202}e^{-16324j \cdot t})u(t)$$

$$h_2(t) = 12400e^{-24597t}u(t) + 9341e^{-6202}(e^{-2.2966j}e^{16324j \cdot t} + e^{2.2966j}e^{-16324j \cdot t})u(t)$$

$$h_2(t) = 12400e^{-24597t}u(t) + 9341e^{-6202}(e^{(-2.2966+16324t)j} + e^{(2.2966-16324t)j})u(t)$$

aplicando Euler nas exponenciais complexas:

$$h_2(t) = (12400e^{-24597t} + 9341e^{-6202} \cdot 2 \cdot \cos(2.2966 - 16324t))u(t)$$

$$h_2(t) = (12400e^{-24597t} + 18682e^{-6202} \cdot \cos(2.2966 - 16324t))u(t)$$

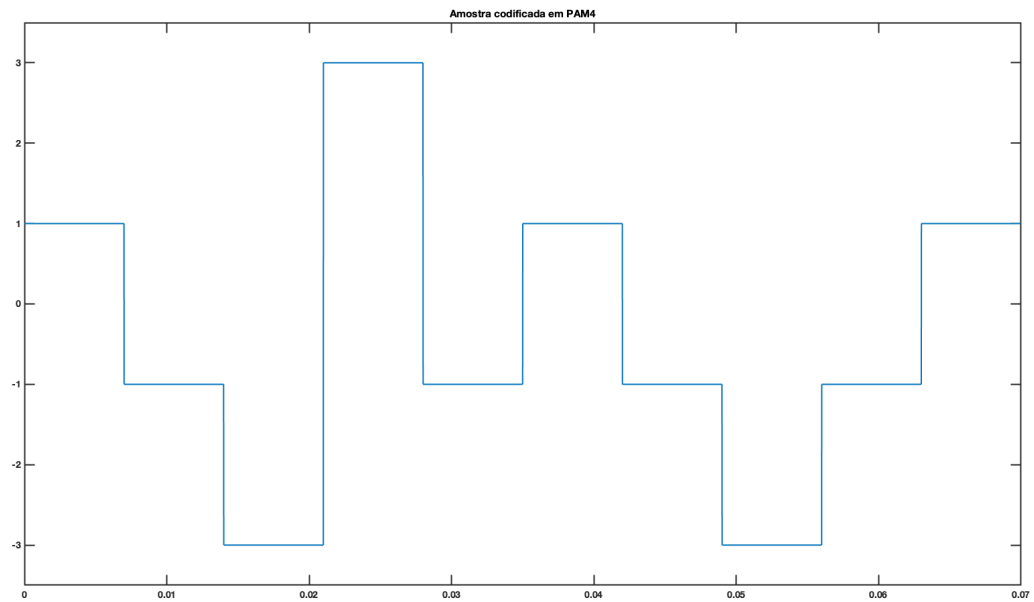


Figura 1: Exemplo da codificação de linha do PAM_4 em uma *bitstream* de 10x2 *samples*.

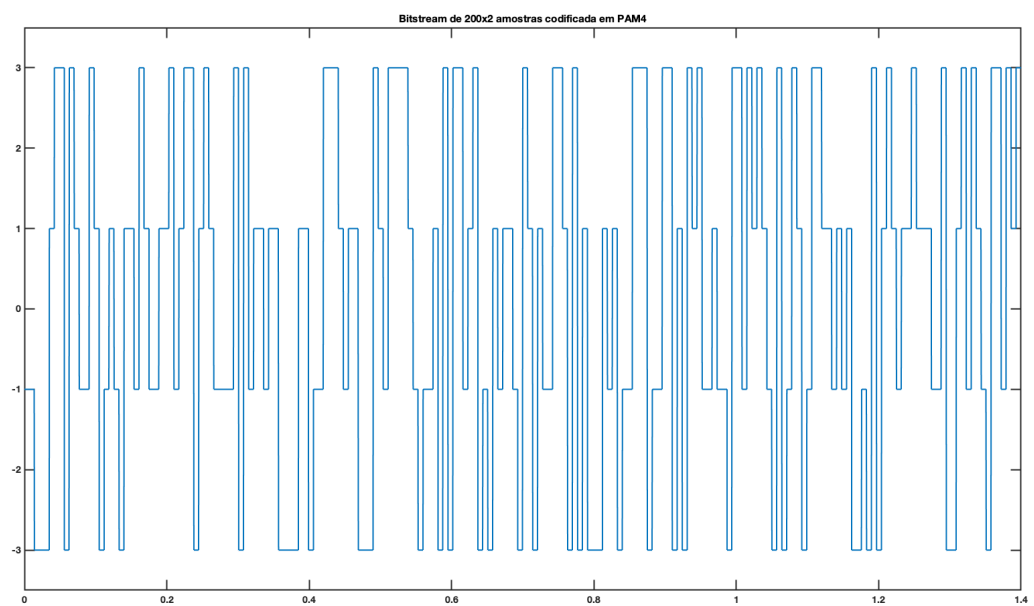


Figura 2: *Bitstream* de 200 *samples* de 2 bits codificada em *PAM4*.

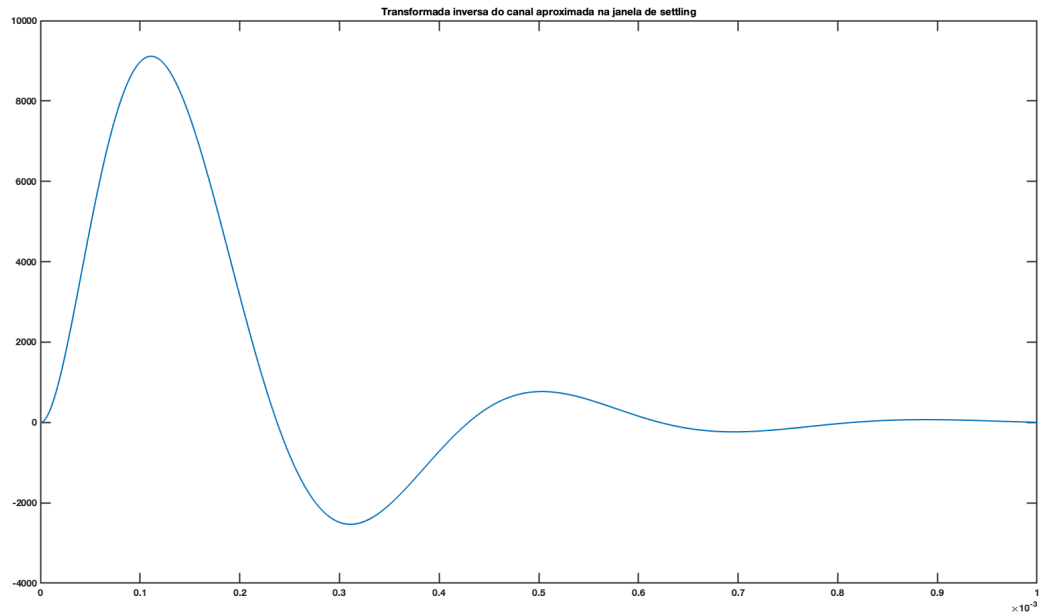


Figura 3: Transformada inversa de Fourier do canal $H_2(j\omega)$ calculada manualmente através dos pares básicos.

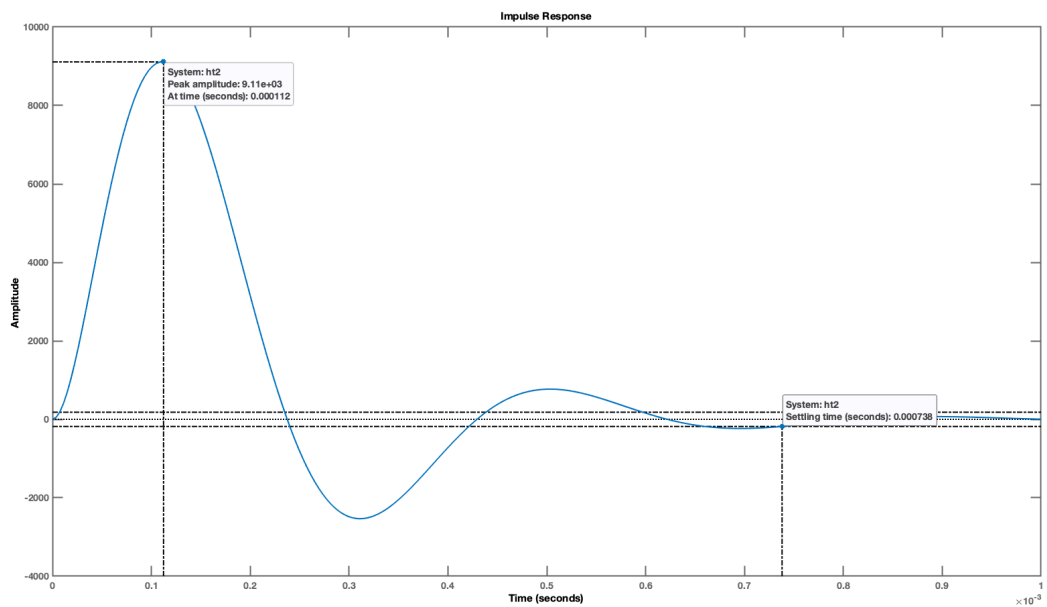


Figura 4: Transformada inversa do canal obtida através do recurso *impulse()* aplicado a função de transferência do canal do canal $H_2(j\omega)$.

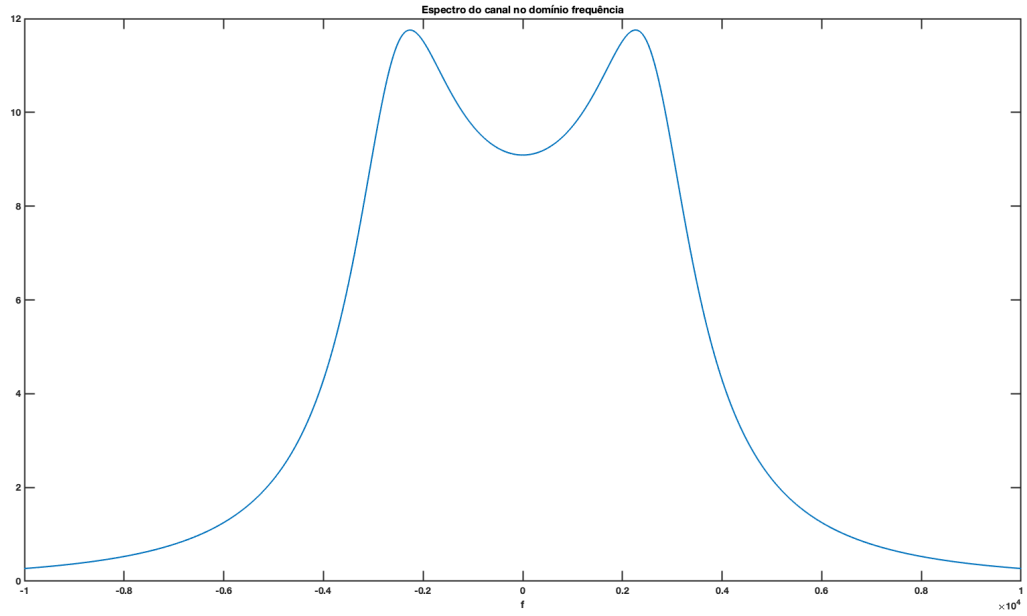


Figura 5: Espectro do canal $H_2(j\omega)$ no domínio frequência.

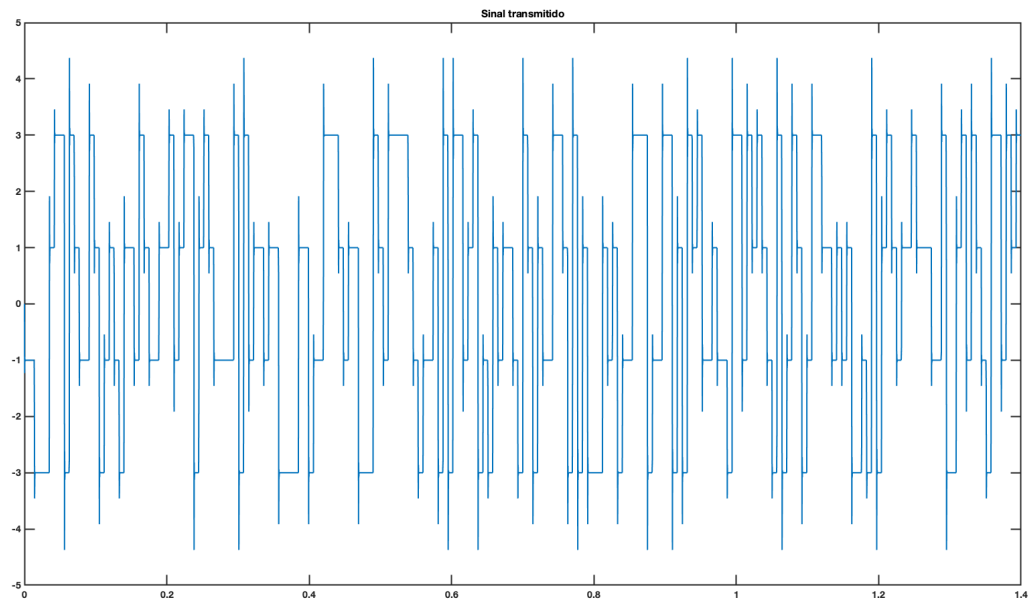


Figura 6: Sinal resultante da convolução entre a função $h_2(t)$ e a *bitstream* 200x2 codificada em PAM_4 .

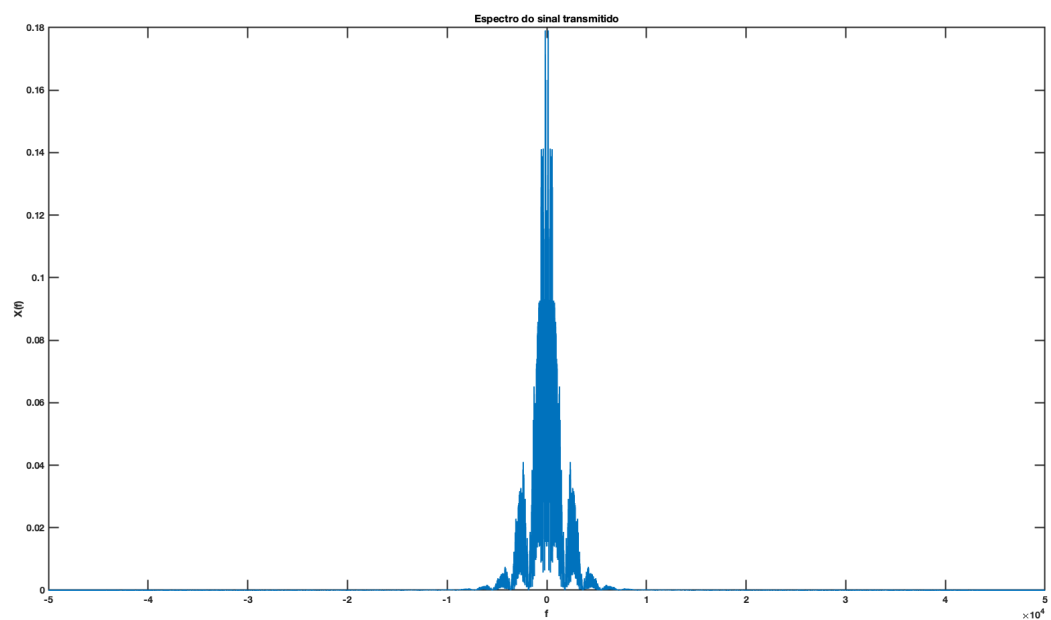


Figura 7: Transformada de Fourier do sinal transmitido.

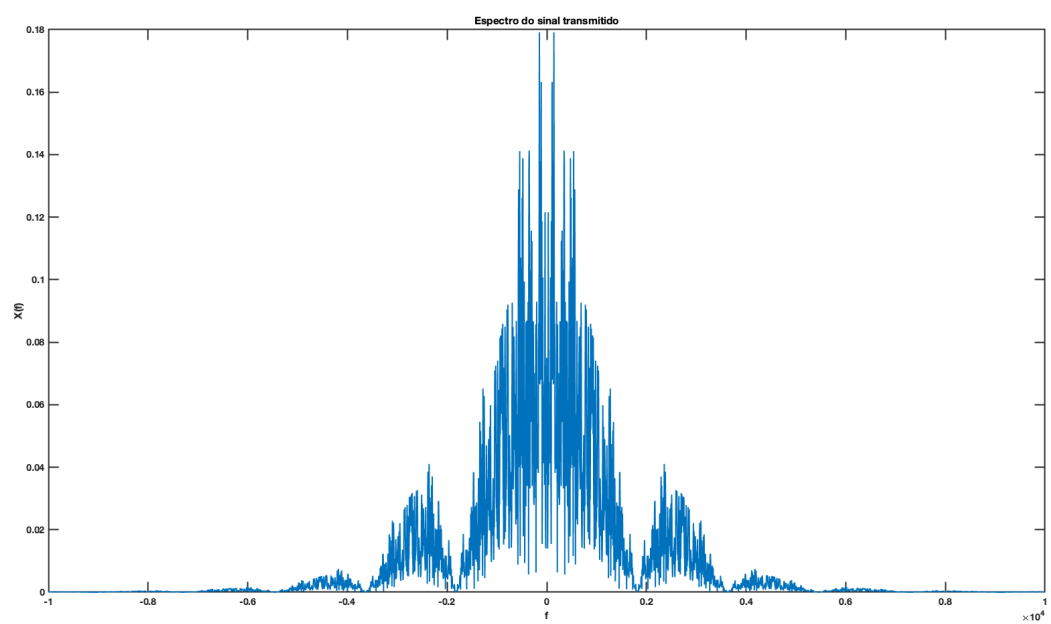


Figura 8: Transformada de Fourier do sinal transmitido com a janela ajustada nas componentes de frequência.

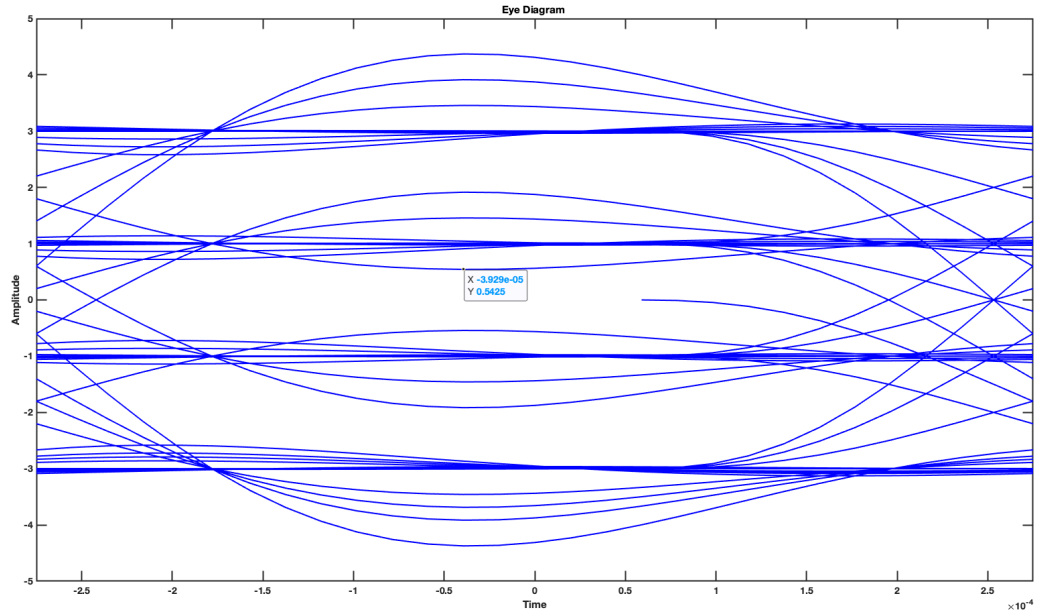


Figura 9: Diagrama de olho com $T_S = 0.55 \times 10^{-3}$.

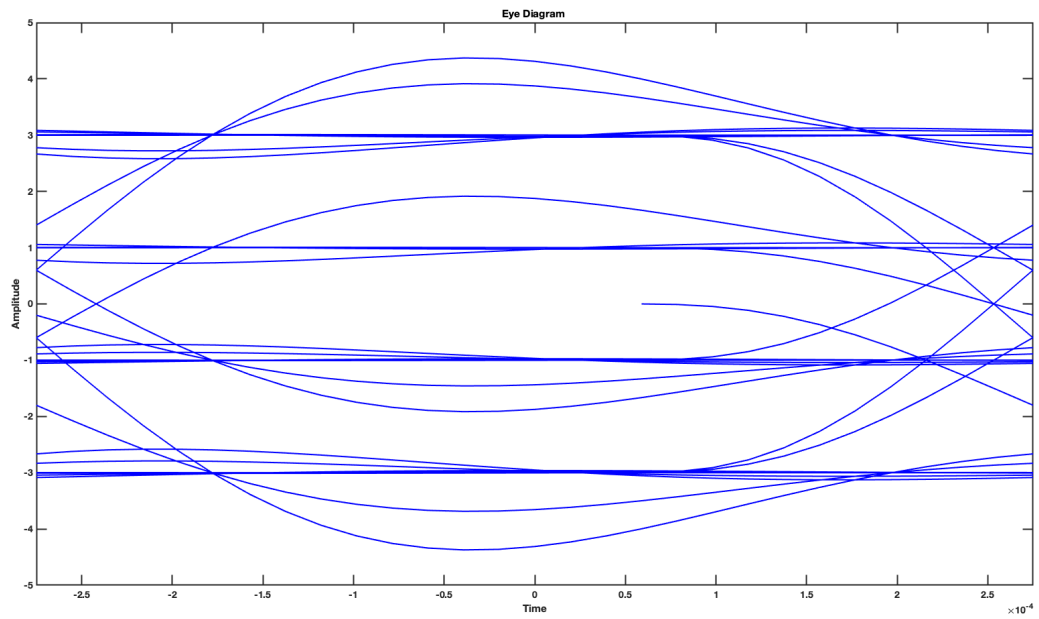


Figura 10: Diagrama de olho com $T_S = 0.55 \times 10^{-3}$ e passo dt inferior (menos componentes de frequência).

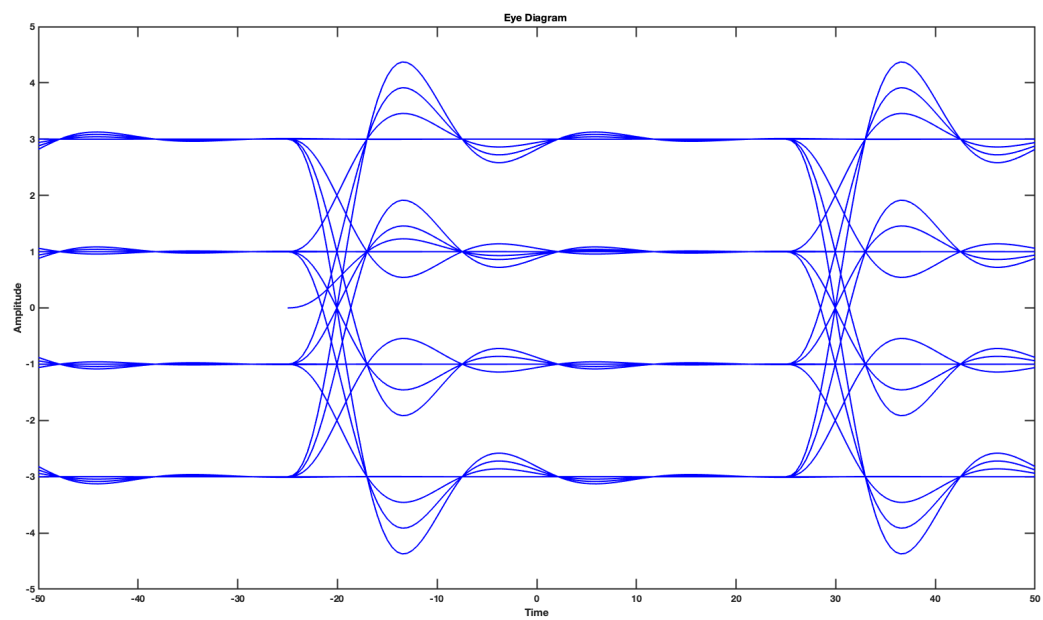


Figura 11: Diagrama de olho em janela de tempo com ampliação reduzida.