

Relatório 7: Ajuste de parâmetros de controladores PID

Aluno: Vitor Eduardo Schuh
Número de matrícula: 19100591

Data: 06/06/2021

1 Introdução

O controlador PID em um sistema de controle pode ser descrito como um bloco atuador que combina três ações distintas: proporcional, integral e derivativa. A construção desse bloco é mais robusta do que os demais tipos de controladores (PI e PD, por exemplo) e devido a sua estratégia de controle o controlador PID é vastamente utilizado na indústria.

Podemos descrever matematicamente um PID como:

$$u(t) = K_p(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt}) \quad (1)$$

e através da combinação das ações citadas acima, o controlador será capaz de garantir para o sistema um erro nulo de regime permanente (ação integral), uma rápida resposta transiente (ação derivativa) e uma reação quase que imediata à entrada (ação proporcional).

2 Discussão

Para ajustar os parâmetros de um controlador PID podemos utilizar métodos distintos, dentre eles o método da resposta ao salto e o método do ponto crítico. A tomada de decisão relacionada ao método de ajuste ideal para cada projeto está diretamente relacionada com as características da planta sobre a qual o controlador irá atuar.

Caso o sistema possua uma planta de primeiro grau (i.e., $N - M = 1$) o método da resposta ao salto pode ser utilizado. Caso contrário (i.e., $N - M \neq 1$), o método do ponto crítico passa a apresentar resultados melhores. As variáveis N e M correspondem, respectivamente, à quantidade de polos e zeros da planta do sistema.

Na prática, ambas as metodologias consistem em avaliar o sistema perante algum ensaio e extrair métricas da sua resposta a partir dessas simulações. Após a extração destas métricas, utilizamos tabelas de sintonia para ajustar os parâmetros do controlador PID. Esse tipo de tabela relaciona as características extraídas de cada um dos ensaios com os parâmetros K_p , T_i e T_d de (1). Uma das tabelas de ajuste de parâmetros mais utilizada em sistemas em controle é a tabela de Ziegler-Nichols:

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
PI	$\frac{1}{a}$	-	-
PD	$\frac{0,9}{a}$	$3L$	-
PID	$\frac{1,2}{a}$	$2L$	$\frac{L}{2}$

Tabela 1: Tabela de Ziegler-Nichols para o método da resposta ao salto.

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
PI	$0,5k_c$	-	-
PD	$0,4k_c$	$0,8T_c$	-
PID	$0,6k_c$	$0,5T_c$	$0,125T_c$

Tabela 2: Tabela de Ziegler-Nichols para o método do ponto crítico.

Além dela, as tabelas de Chien, Hrones e Reswick também aparecem como alternativas quando queremos otimizar o controlador quanto a resposta à referência ou a resposta à perturbação.

No método de ajuste de parâmetros pela resposta ao salto, avaliamos o sistema aplicando uma entrada do tipo degrau e avaliando a sua resposta em malha aberta. Após o ensaio, é necessário traçar uma linha tangente à curva de subida da resposta ao degrau. Através desta curva obtemos duas métricas da resposta do sistema à essa entrada: o atraso aparente (L) e o tempo dominante (T). O atraso aparente é dado pelo valor (em segundos) onde a reta tangente intercepta a amplitude zero. O tempo dominante é o intervalo de tempo (em segundos) entre o ponto onde a reta intercepta a amplitude zero (L) e o ponto onde a reta intercepta o valor de regime permanente da resposta. Em posse de L e T, podemos obter o parâmetro a utilizando as propriedades da equação da reta, e enfim ajustar o controlador de acordo com a tabela de sintonia desejada.

A planta utilizada na execução do primeiro ajuste da especificação foi:

$$G1(s) = \frac{s + 30}{(s + 1)(s + 3)} \quad (2)$$

Aplicando uma entrada do tipo degrau (Figura 1) e adicionando uma reta tangente à curva de subida da resposta do sistema (conforme a Figura 2) obtemos os *measures* $L \approx 0.118$ s e $T = 1.732$ s (Figuras 3 e 4). Obtendo o ganho integral equivalente:

$$a = \frac{K^{[1]} * L}{T} = \frac{(10)(0.118)}{1.732} = 0.6806 \quad (3)$$

[1] Valor do sistema em RP

ajustamos os parâmetros conforme a Tabela 3:

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
PI	1.4692	-	-
PD	1,3223	5.196	-
PID	1.7631	3.464	0.866

Tabela 3: Tabela de Ziegler-Nichols para o ajuste dos parâmetros do PID da planta $G1(s)$.

e por fim, modelamos os parâmetros do controlador conforme a equação:

$$C(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s \quad (4)$$

onde $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ e $K_d = K_p T_d$, resultando no controlador:

$$C1(s) = 1.76 + \frac{7.46}{s} + 0.104s \quad (5)$$

Em posse do controlador $C1(s)$ com seus parâmetros devidamente ajustados, podemos avaliar a resposta do sistema realimentado a um degrau de referência (Figura 5) e também a resposta do sistema em relação a uma saída do tipo degrau (Figura 6). Após isso, a mesma sequência de passos foi repetida utilizando as tabelas alternativas de Chien, Hrones e Reswick, buscando otimizações da resposta à referência e da resposta à perturbações. Os controladores PID obtidos foram os seguintes:

$$C1^{[1]}(s) = 0.881 + \frac{0.508}{s} + 0.052s \quad (6)$$

[1] PID com otimização da resposta à referência com 0% de sobrepasso.

$$C1^{[2]}(s) = 1.39 + \frac{0.575}{s} + 0.0773s \quad (7)$$

[2] PID com otimização da resposta à referência com 20% de sobrepasso.

$$C1^{[3]}(s) = 1.39 + \frac{4.92}{s} + 0.0773s \quad (8)$$

[3] PID com otimização da resposta à perturbação com 0% de sobrepasso.

$$C1^{[4]}(s) = 1.76 + \frac{7.46}{s} + 0.0873s \quad (9)$$

[4] PID com otimização da resposta à perturbação com 20% de sobrepasso.

Os *plots* das respectivas respostas à um degrau de referência e também em relação a uma saída do tipo degrau dos sistemas realimentados com os controladores acima encontram-se na seção de anexos (Figuras 7 a 14) devidamente identificados.

Comparando a ação dos controladores $C1(s)$, $C1^{[1]}(s)$, ..., $C1^{[4]}(s)$ e seu impacto nas características transientes do sistema realimentado é possível perceber que os projetos utilizando tabelas de sintonia alternativas realmente otimizam o sistema em relação a característica desejada.

Avaliando o sistema com a adição dos controladores $C1^{[1]}(s)$ e $C1^{[2]}(s)$, observa-se que ambos cumprem a premissa de otimização da resposta à referência, i.e., no caso da aplicação de uma entrada do tipo degrau, ambos devem diminuir o tempo que o sistema leva para se acomodar no valor de saída esperado (no caso do degrau, a saída do sistema deve apresentar o valor 1). Como o controlador $C1^{[2]}(s)$ tolera um sobrepasso maior (20%), ele consegue reduzir o tempo de acomodação e otimizar ainda mais a resposta à referência do sistema $C1^{[2]}(s) \cdot G1(s)$, pagando isso com seu sobrepasso mais alto. Essa análise pode ser feita comparando as Figuras 7 e 9 inserindo os tempos de acomodação do sistema na janela de *plot* no MATLAB. As tabelas de ajuste com otimizações quanto a resposta à perturbação apresentam o mesmo *throughput*, e quanto maior o sobrepasso permitido, maior a otimização quanto a característica em questão.

A tomada de decisão relacionada a qual das tabelas deverá ser utilizada no ajuste de parâmetros através deste método deve ser feita com base na especificação do projeto. Caso um sobrepasso maior não seja demasiadamente negativo para o sistema de controle, a utilização das tabelas com sobrepasso de 20% pode fazer com que o sistema melhore suas respostas quanto à referência e à perturbações. Caso este sobrepasso não seja tolerável, as tabelas de Chien, Hrones e Reswick com sobrepasso 0% podem ser utilizadas para otimizar o sistema sem o custo de *overshoot*.

Após o projeto do controlador $C1(s)$ para a planta $G1(s)$ seguindo as diferentes tabelas de sintonia de parâmetros, foi solicitada uma nova planta elegível para ajuste através do método do ponto crítico, cujo ensaio é realizado avaliando o sistema em malha fechada.

Neste método, o ajuste começa com a variação ganho proporcional até que o sistema esteja na sua condição de estabilidade marginal. Nesse ponto, o sistema passa a apresentar oscilações na sua resposta, e a partir dessas oscilações são extraídas as métricas k_c e T_c , que correspondem, respectivamente, ao ganho mínimo para que o sistema passe a apresentar este comportamento e à frequência entre as oscilações da resposta.

A planta escolhida para este segundo ajuste foi:

$$G2(s) = \frac{s + 30}{s^3 + 18s^2 + 99s + 162} \quad (10)$$

através da qual foram extraídos o ganho crítico $k_c = 135$ (variando o ganho utilizando *rlocus*, Figura 15) e o tempo crítico $T_c = 0.5s$ (avaliando a distância de pico a pico da oscilação obtida na resposta do sistema após a aplicação do ganho k_c , Figura 16).

Inserindo k_c e T_c na Tabela 2, obtemos a tabela:

Tipo de controlador	K_p	T_i	T_d
PI	67.5	-	-
PD	54	0,4	-
PID	81	0,25	0,0625

Tabela 4: Tabela de Ziegler-Nichols para o ajuste dos parâmetros do PID da planta $G2(s)$.

e modelando novamente o controlador conforme a equação (4) obtemos como resultado:

$$C2(s) = 81 + \frac{324}{s} + 5.06s \quad (11)$$

Adicionando o controlador $C2(s)$ na malha fechada do sistema $G2(s)$, também é possível avaliar sua resposta quanto a uma determinada referência e quanto a uma determinada perturbação na saída. A Figura 17 mostra a resposta do sistema a um degrau de referência e a Figura 18 mostra a resposta do sistema em relação a uma perturbação do tipo degrau na saída.

Com base situações para as quais cada método de ajuste é adequado, é coerente pensar que seja possível ajustar os parâmetros de um controlador PID para a planta $G4(s)$ dos trabalhos anteriores através do método da resposta ao salto, visto que o grau da planta em questão não descaracterizaria a utilização deste método.

A parte dois do trabalho consistiu na exploração das ferramentas de *PID Tunning* do MATLAB. Essas ferramentas podem ser acessadas no *software* utilizando a função *sisotool(SYS)*, e através dela é possível realizar o ajuste de forma automática dos ganhos de um controlador PID para uma planta SISO através da variação do seu mapa de polos e zeros.

Utilizando o método de ajuste *Classical design formulas* com a fórmula *Ziegler-Nichols step response* nas plantas da primeira parte do trabalho obtemos resultados muito próximos dos obtidos através do ajuste manual. Quando a planta não é adequada para algum dos métodos o MATLAB retorna um erro e não é possível ajustar o controlador.

Para a última etapa do trabalho, foi solicitada uma nova planta que possuísse três polos e mais do que zeros. A planta escolhida foi:

$$G3(s) = \frac{12}{(s+1)(s+3)(s+7)} \quad (12)$$

que possui três polos reais e nenhum zero.

Após a definição da planta, o mapa de polos e zeros da mesma foi alterado utilizando a interface do *sisotool(SYS)* para deixar a resposta ao degrau menos parecida com a de um sistema de primeira ordem. Após a alteração, a planta foi exportada e obteve-se a planta abaixo:

$$G3^{[1]}(s) = \frac{160.75}{s^3 + 11s^2 + 31s + 181.7} \quad (13)$$

Em posse das plantas $G3(s)$ e $G3^{[1]}(s)$, aplicamos o método da resposta ao salto (Figuras 19 e 20) e obtemos os controladores:

$$C3(s) = 13.9 + \frac{25.6}{s} + 1.89s \quad (14)$$

$$C3^{[1]}(s) = 2.24 + \frac{5.91}{s} + 0.213s \quad (15)$$

Por fim, comparou-se as respostas ao degrau de cada um dos sistemas realimentados a fim de avaliar o impacto do aumento do sobrepasso neste tipo de resposta.

A Figura 21 mostra a resposta a resposta ao degrau do sistema após a adição do controlador $C3(s)$ sem alteração dos polos de $G3(s)$ e consequentemente sem aumento do sobrepasso. O controlador projetado utilizando o método da resposta ao salto e ajustado conforme a tabela de Ziegler-Nichols aparentemente realiza o controle PID da planta.

A Figura 22 mostra a resposta ao degrau do sistema após a adição do controlador $C3^{[1]}(s)$ na planta $G3^{[1]}(s)$, a planta original com os polos deslocados. O controlador em questão também foi projetado seguindo o método da resposta ao salto e ajustado conforme a tabela de Ziegler-Nichols, porém neste ensaio o controle não apresenta o comportamento esperado. Este comportamento divergente pode ser decorrente do método utilizado não ser ideal para o grau da planta do sistema.

3 Conclusão

Através deste trabalho foi possível aprender de forma concreta os fundamentos de ajuste de parâmetros de controladores PID, tanto através do ajuste manual utilizando os métodos da resposta ao salto e do ponto crítico quanto através do *PID Tunning* do MATLAB.

Independentemente da metodologia adotada, é possível projetar controladores baseando-se nas mais diversas especificações de projeto, geralmente relacionadas às características transientes do sistema realimentado após a adição do controlador. De maneira geral, é mais fácil atender os requisitos de projeto em especificações menos restritivas quanto ao sobrepasso do sistema.

Com as metodologias utilizadas neste trabalho somadas às outras etapas de projeto vistas ao longo da disciplina, avalio que seja possível projetar sistemas de controle na sua totalidade, desde a concepção e modelagem matemática da planta do sistema até o projeto de compensadores e (agora) controladores para o mesmo, visando o atendimento das mais diversas especificações de projeto e um equilíbrio entre o tempo de resposta e o custo implementacional do sistema.

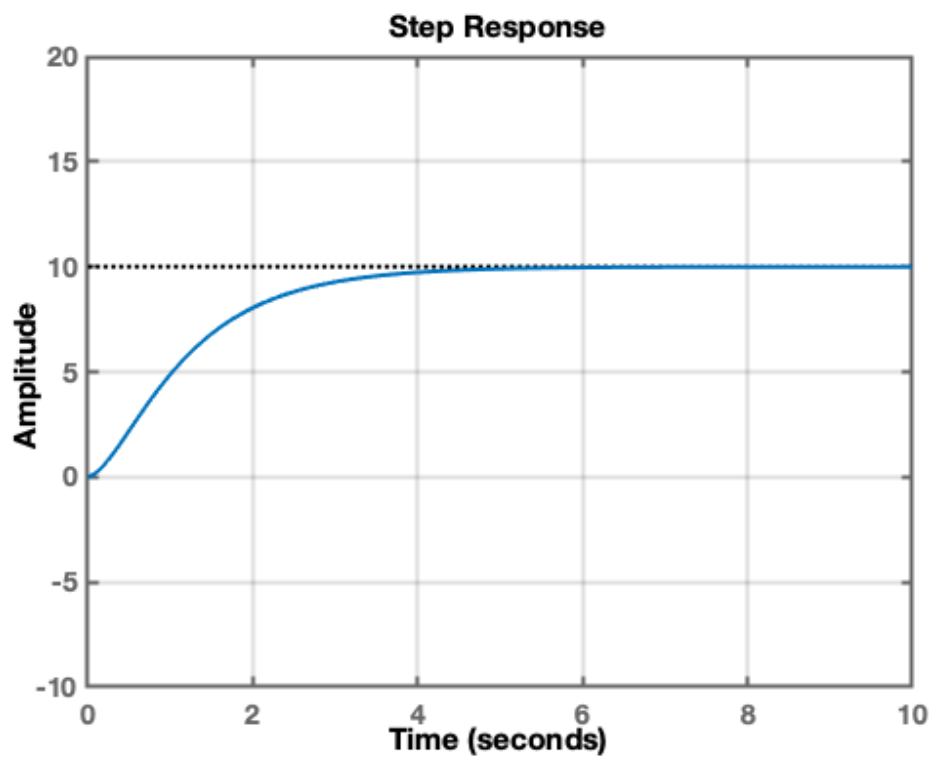


Figura 1: Resposta ao salto da planta $G1(s)$.

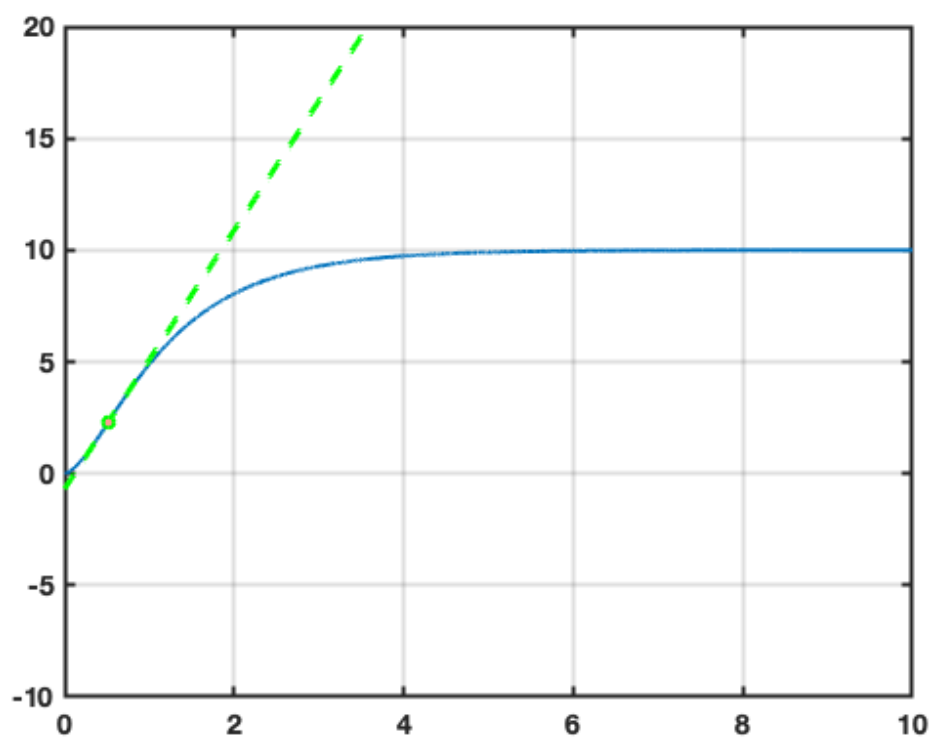


Figura 2: Reta tangente à subida da resposta ao salto da planta $G1(s)$.

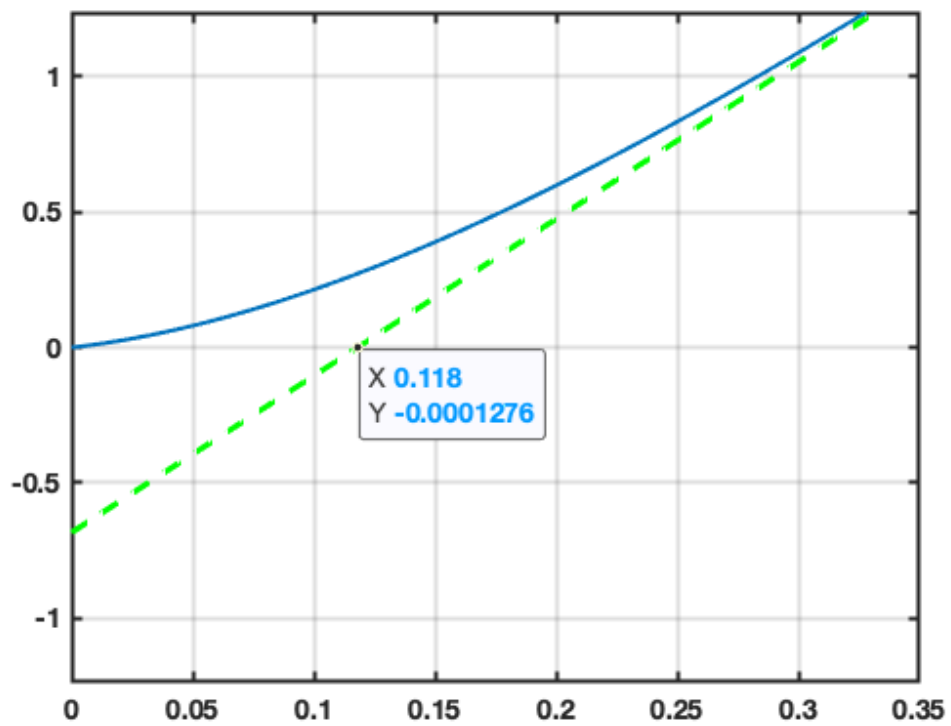


Figura 3: Extração do atraso aparente (L) da planta $G1(s)$. $L \approx 0.118s$

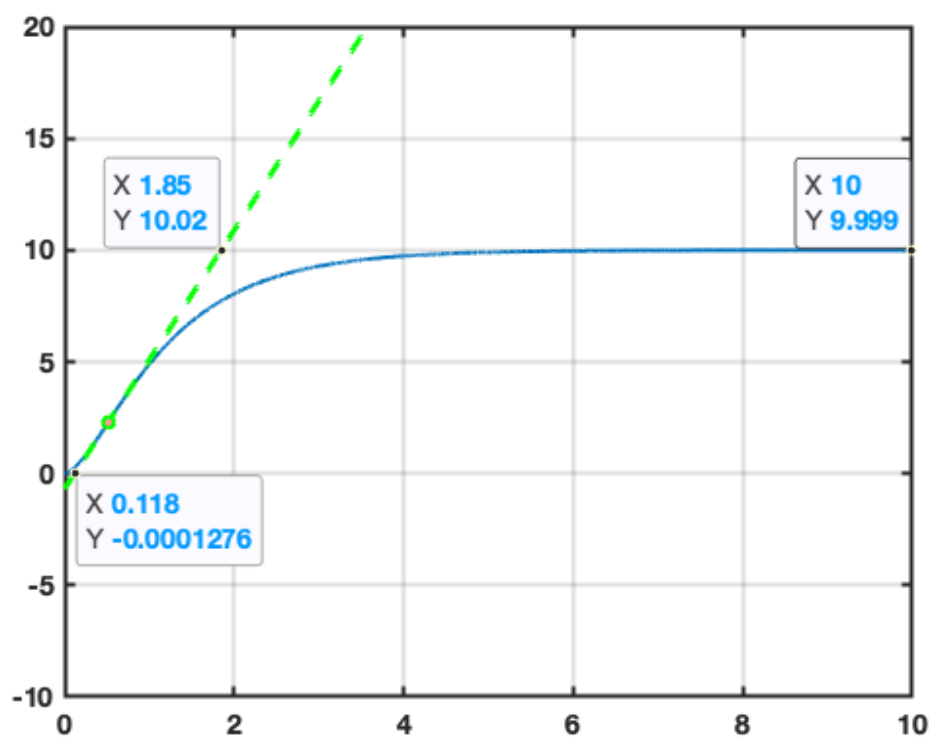


Figura 4: Extração da constante de tempo dominante (T) da planta $G1(s)$. $T = 1.732s$ $[0.118s; 1, 85s]$

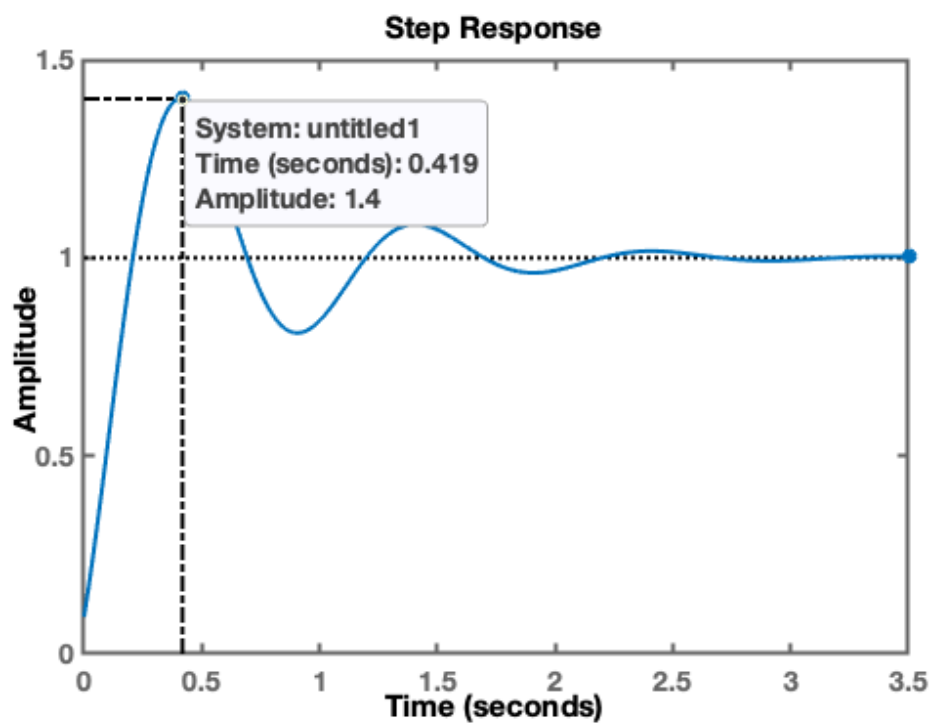


Figura 5: Resposta do sistema realimentado a um degrau de referência.

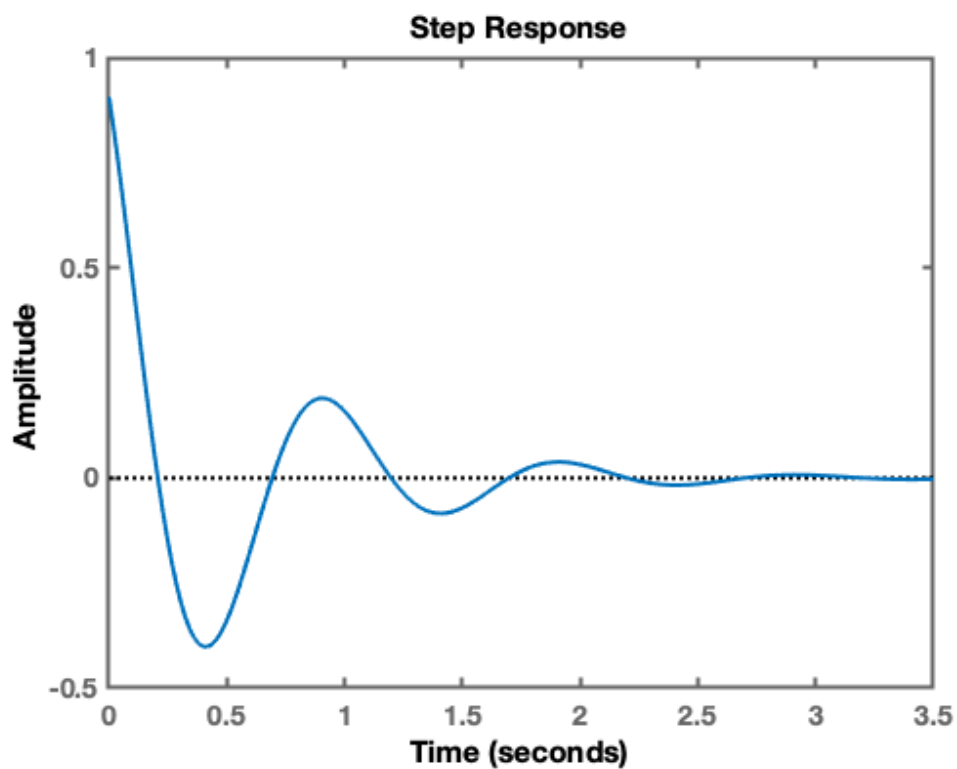


Figura 6: Resposta do sistema a uma perturbação do tipo degrau na saída.

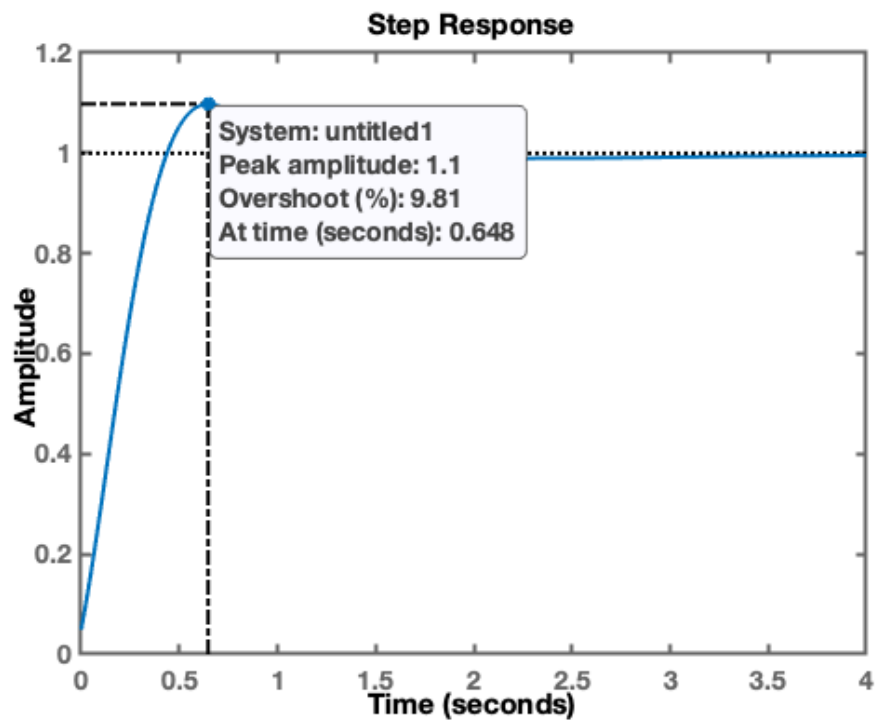


Figura 7: Resposta do sistema a um degrau de referência com ajuste otimizado quanto a resposta à referência. Sobrepasso=0%.

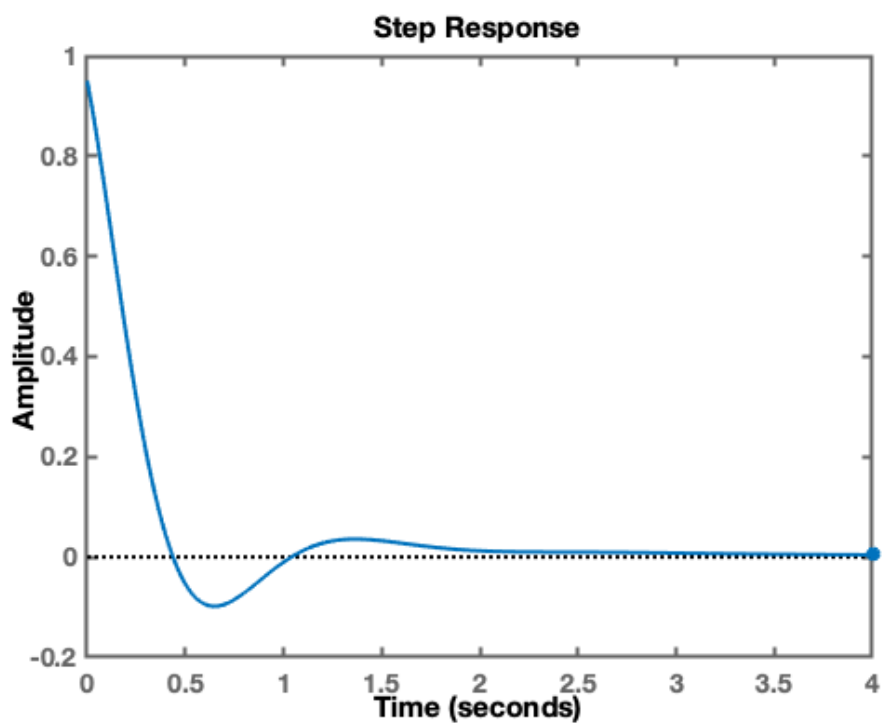


Figura 8: Resposta do sistema a uma perturbação do tipo degrau na saída com ajuste otimizado quanto a resposta à referência. Sobrepasso=0%.

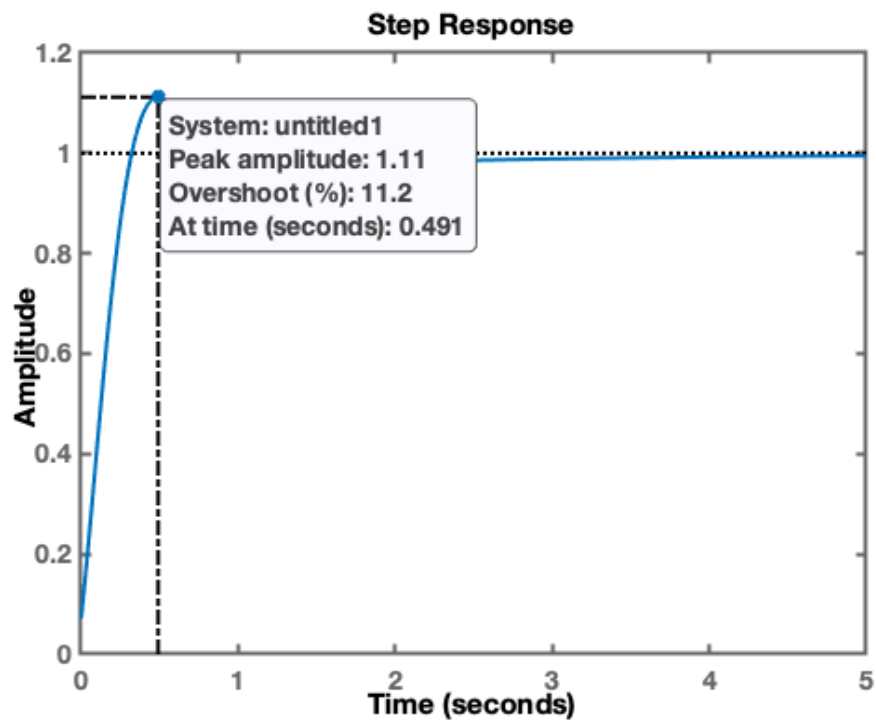


Figura 9: Resposta do sistema a um degrau de referência com ajuste otimizado quanto a resposta à referência. Sobrepasso=20%.

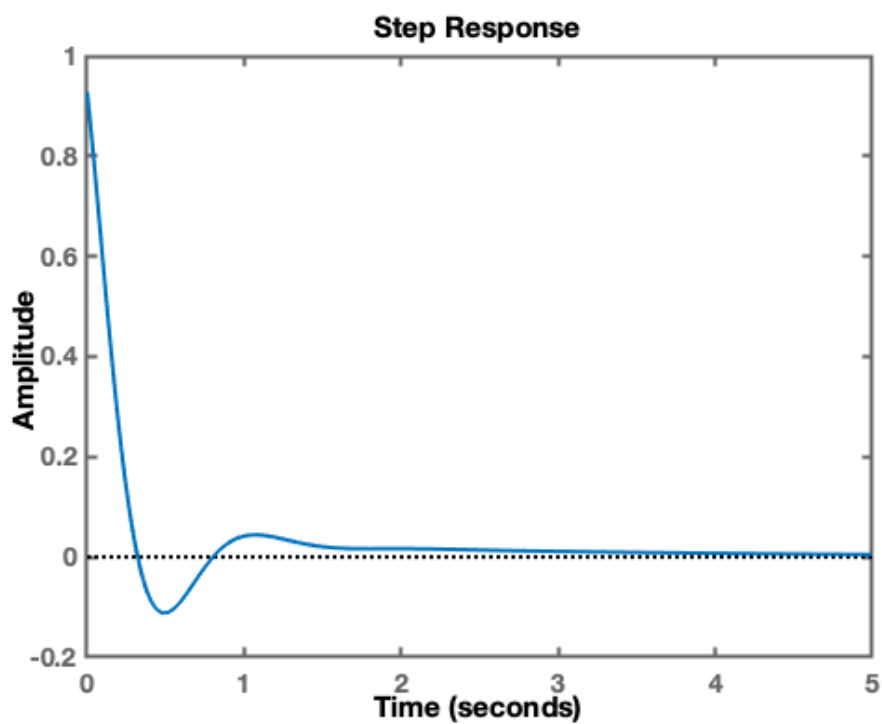


Figura 10: Resposta do sistema a uma perturbação do tipo degrau na saída com ajuste otimizado quanto a resposta à referência. Sobrepasso=20%.

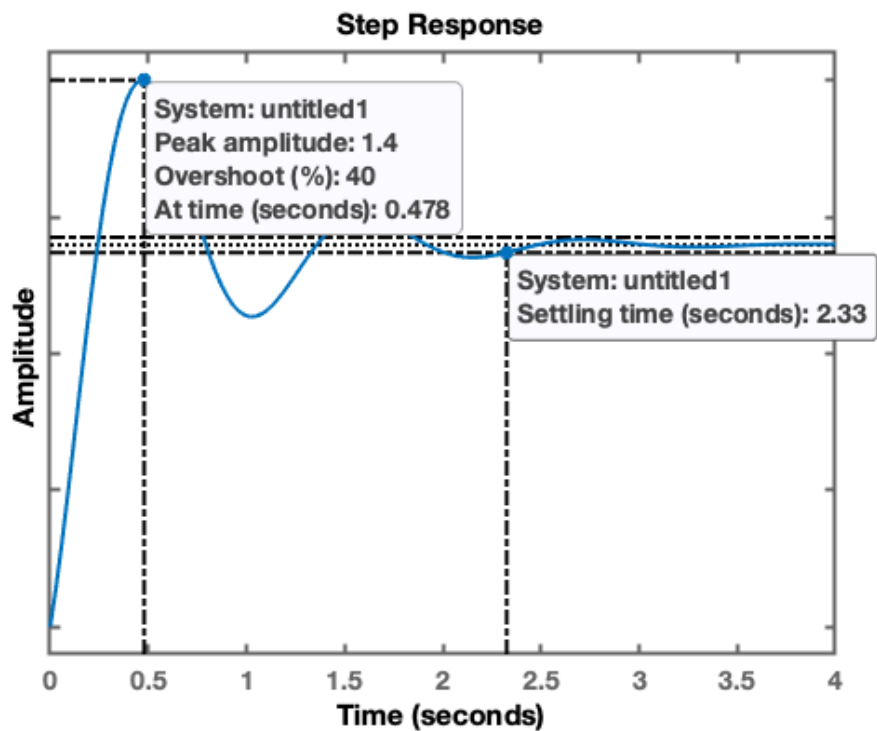


Figura 11: Resposta do sistema a um degrau de referência com ajuste otimizado quanto a resposta à perturbação. Sobrepasso=0%.

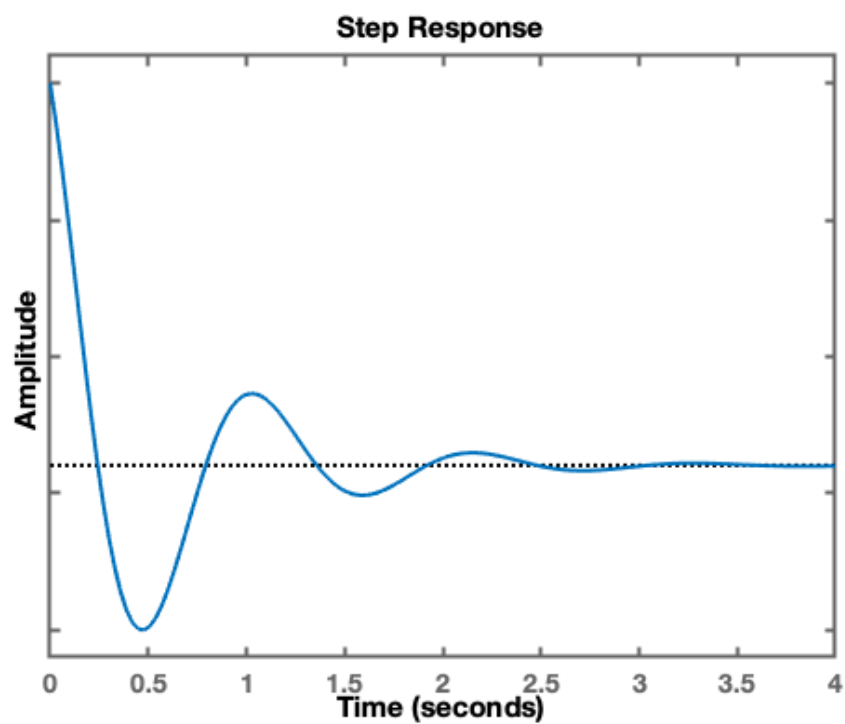


Figura 12: Resposta do sistema a uma perturbação do tipo degrau na saída com ajuste otimizado quanto a resposta à perturbação. Sobrepasso=0%.

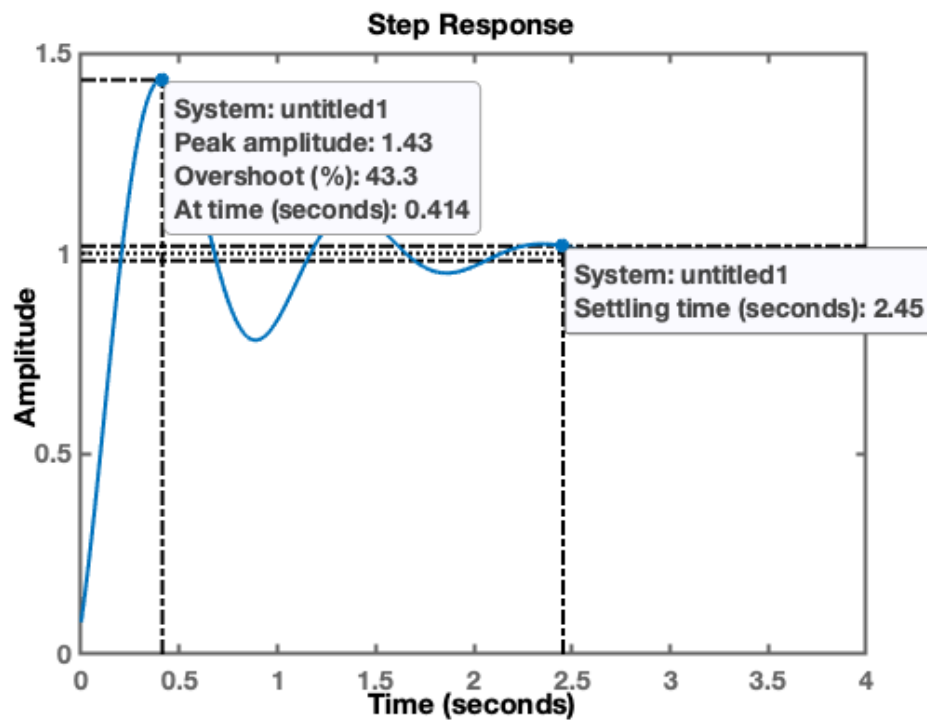


Figura 13: Resposta do sistema a um degrau de referência com ajuste otimizado quanto a resposta à perturbação. Sobrepasso=20%.

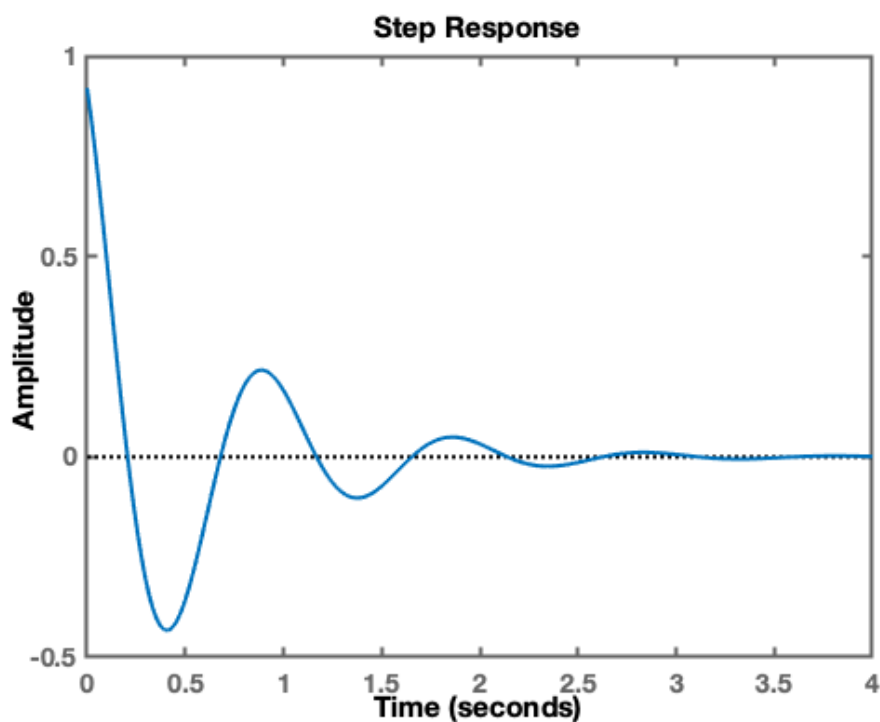


Figura 14: Resposta do sistema a uma perturbação do tipo degrau na saída com ajuste otimizado quanto a resposta à perturbação. Sobrepasso=20%.

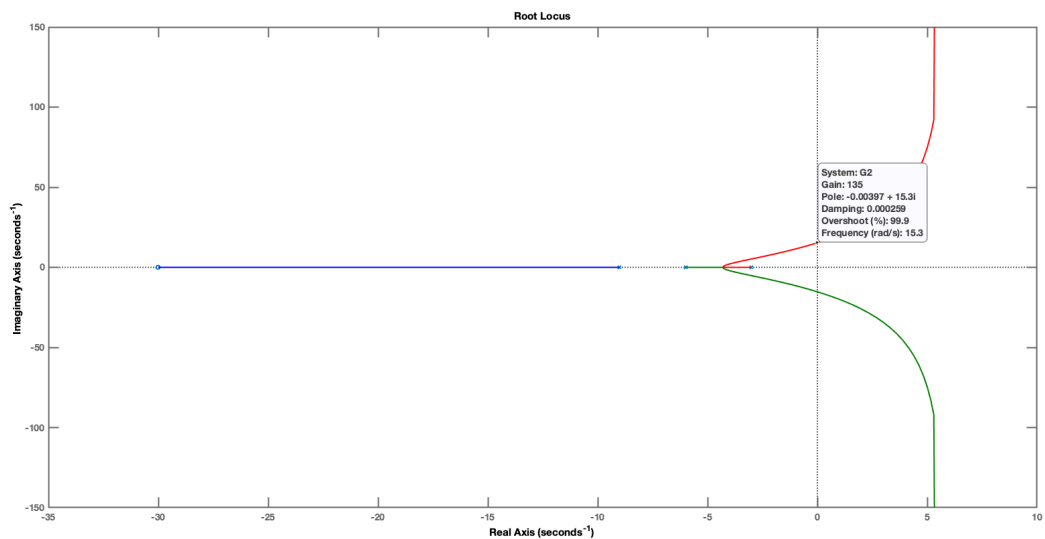


Figura 15: Obtenção do ganho k_c através do ajuste dos polos utilizando *rlocus*.

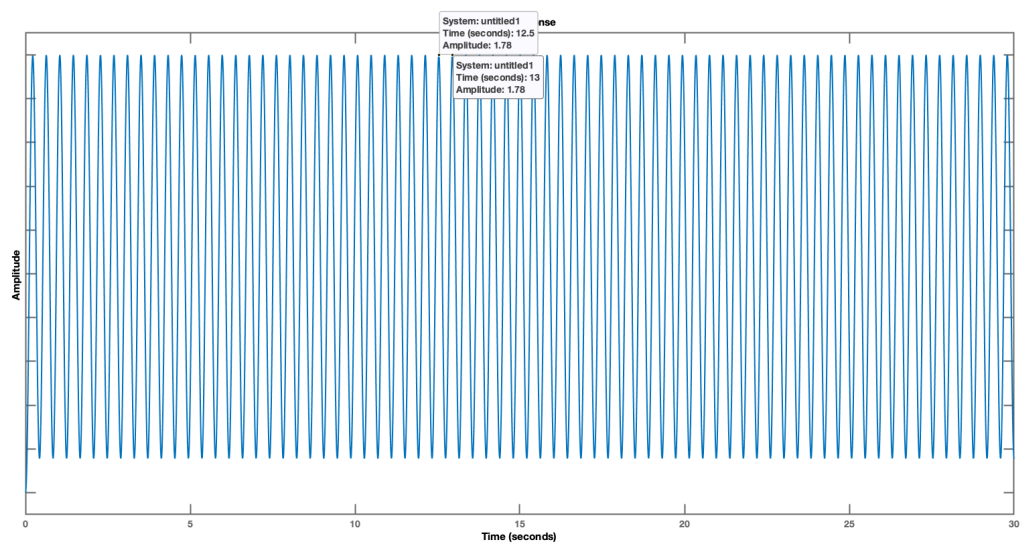


Figura 16: Extração do período crítico T_c avaliando o intervalo de pico a pico da ondulação de saída do sistema.

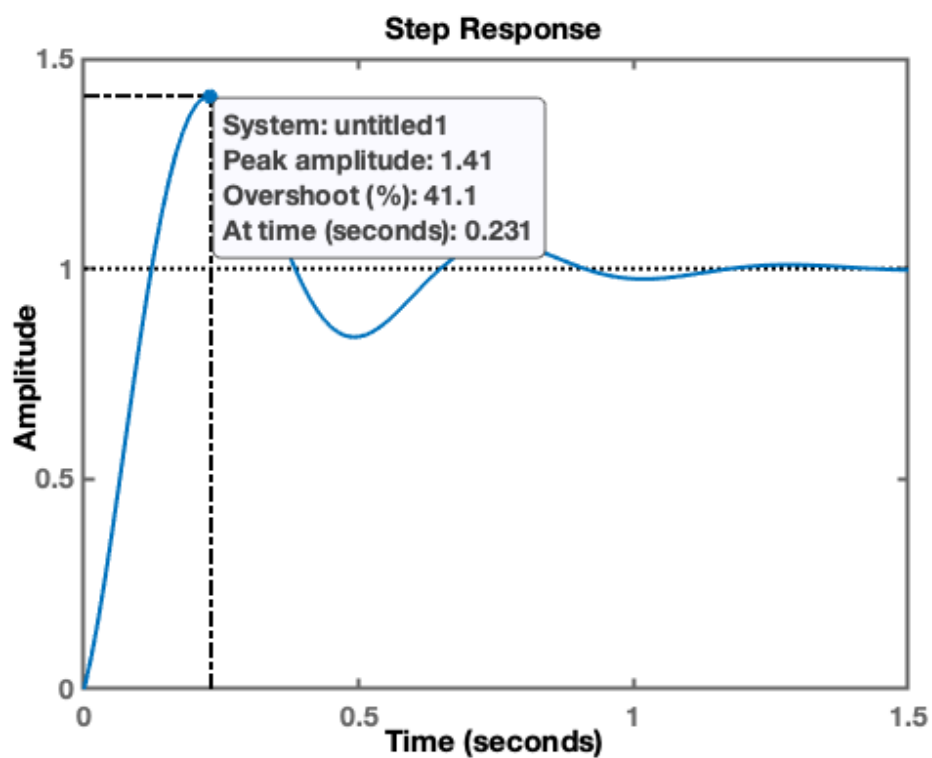


Figura 17: Resposta do sistema realimentado $C2(s) \cdot G2(s)$ a um degrau de referência.

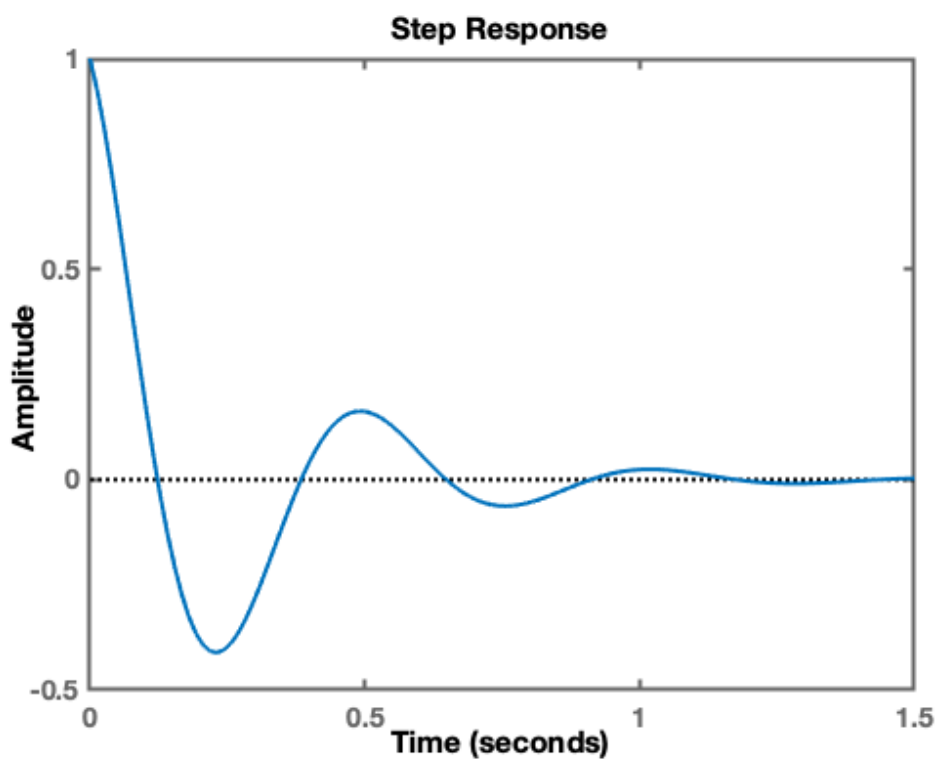


Figura 18: Resposta do sistema $C2(s) \cdot G2(s)$ a uma perturbação do tipo degrau na saída.

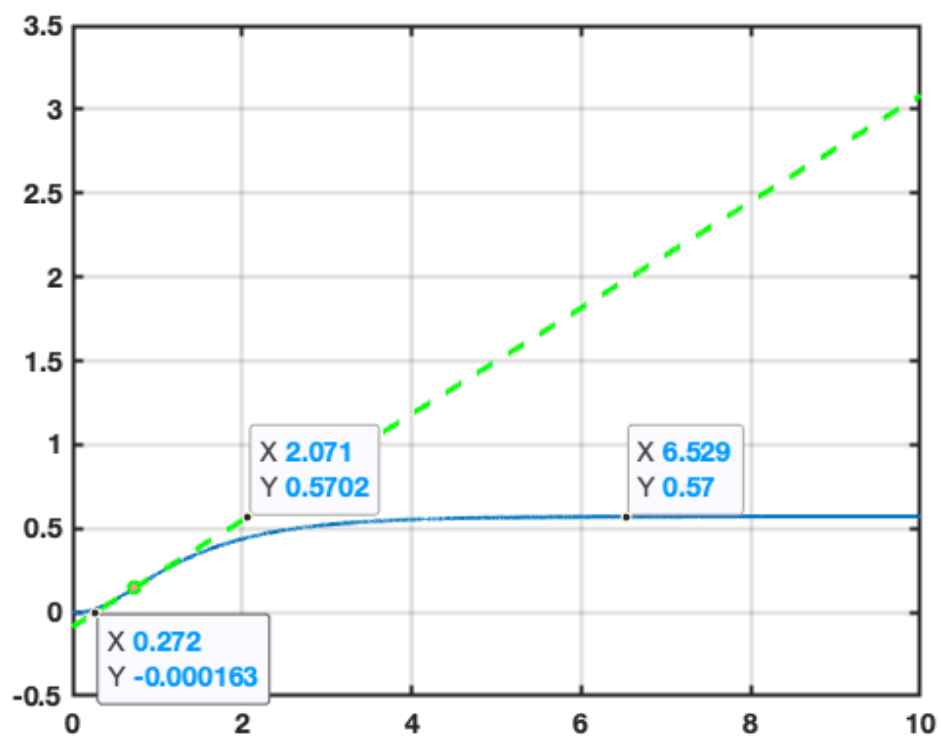


Figura 19: Obtenção dos parâmetros L e T para ajuste da planta $G_3(s)$.

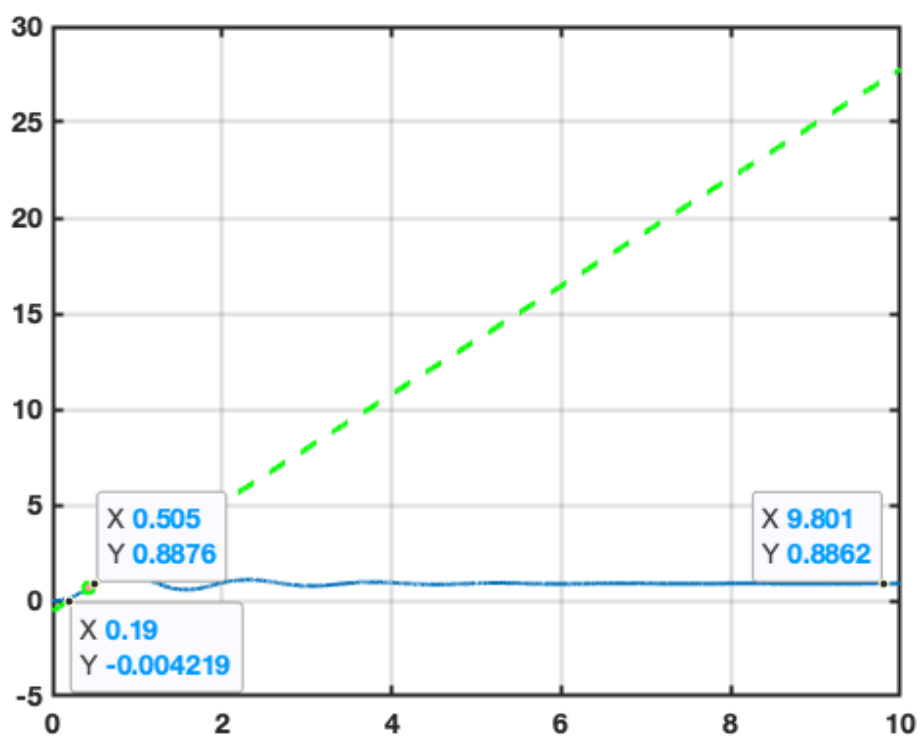


Figura 20: Obtenção dos parâmetros L e T para ajuste da planta $G_3^{[1]}(s)$.

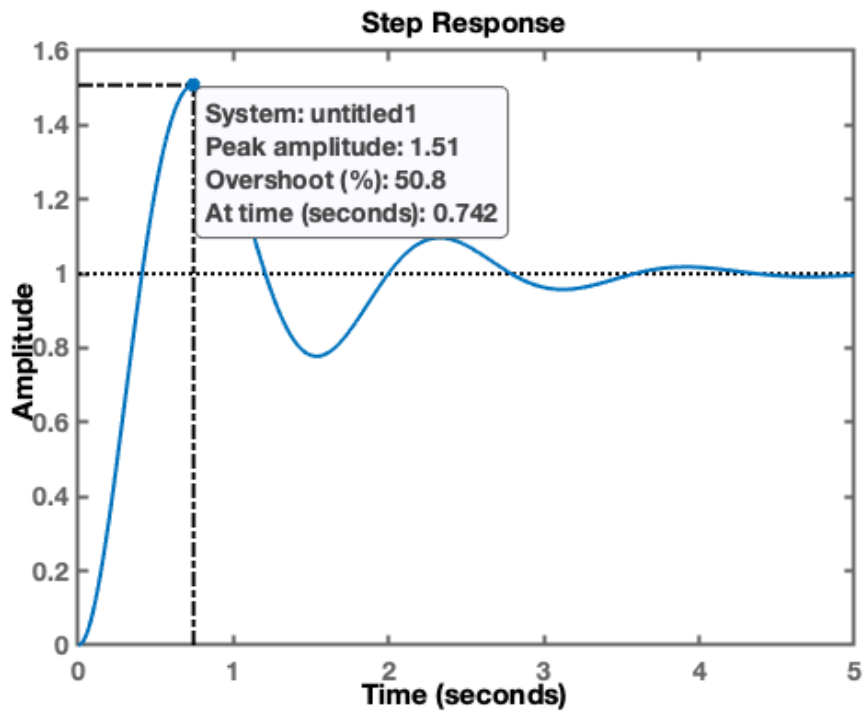


Figura 21: Resposta ao degrau do sistema realimentado após a adição do controlador $C3(s)$ na planta $G3(s)$.

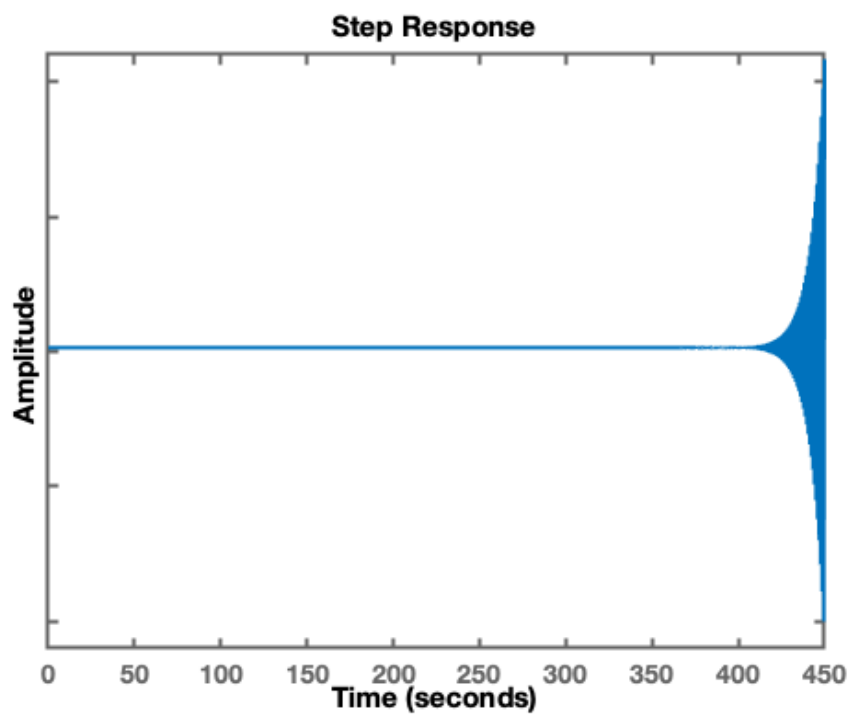


Figura 22: Resposta ao degrau do sistema realimentado após a adição do controlador $C3^{[1]}(s)$ na planta $G3^{[1]}(s)$.