

Relatório 8: Projeto de sistemas de controle

Aluno: Vitor Eduardo Schuh
Número de matrícula: 19100591

Data: 12/06/2021

1 Introdução

Sistemas de controle podem ser definidos como um conjunto de blocos que compõe a estratégia de controle (analógica ou digital) de um sistema, seja ele eletrônico, hidráulico, mecânico, pneumático, entre outros.

Ao longo da disciplina foram estudadas diferentes metodologias para modelagem, identificação e projeto de sistemas de controle, visando o atendimento das mais diversas especificações de projeto e um equilíbrio entre as características finais do sistema e o seu custo implementacional.

Somando os conhecimentos vistos e aplicados em trabalhos anteriores, este trabalho tem como objetivo o projeto de um sistema de controle na sua totalidade, desde a modelagem matemática do circuito elétrico correspondente à planta do sistema, até o projeto de controladores e/ou compensadores para o atendimento das especificações de projeto.

2 Discussão

O primeiro passo na execução deste trabalho foi a modelagem matemática da planta $G_2(s)$, apresentada na figura 1. Para modelá-la, transpomos a planta para o domínio frequência (figura 2) e a partir das relações tensão-corrente do capacitor e do indutor neste domínio, simplificamos o circuito obtendo um resultante apenas em termos de impedâncias equivalentes, conforme a figura 3.

Após, podemos aplicar quaisquer técnicas de análise de circuitos para a obtenção da função de transferência do sistema. Neste caso em particular, o circuito foi analisado utilizando o método das tensões de nó junto à modelagens por divisor de tensão, relacionando a tensão de controle v_a em termos das variáveis do circuito, obtendo as relações entre as tensões nodais e as componentes de entrada e saída do sistema e por fim extraindo a planta através da relação $H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ da teoria de sinais e sistemas. Os cálculos completos encontram-se no anexo *calculos.pdf* e a planta obtida foi:

$$G_2(s) = \frac{0.251s + 0.01255}{s^2 + 0.659s + 0.01674} \quad (1)$$

Analisando a posição das raízes no mapa de polos e zeros do sistema (figura 4) é possível perceber que o mesmo possui um zero (-0.05) e dois polos (-0.0265 e -0.6325), ambos puramente reais. Como todas as raízes se encontram no semiplano esquerdo do mapa, a planta é classificada como estável.

Após a modelagem da planta e a análise das suas características, foi solicitado o projeto da estratégia de controle para que o sistema atenda à três requisitos: erro nulo em regime permanente, tempo de subida inferior à 10 segundos e máximo sobrepasso inferior à 50%. A tabela 1 mostra as características solicitadas na especificação antes da adição de controladores e/ou compensadores à malha do sistema. Ambas podem ser observadas na figura 5, correspondente à resposta ao degrau do sistema em malha aberta.

Parâmetro	Valor original
e_{RP}	0.253
t_r	59.8 s
$M_{0\%}$	0%

Tabela 1: Relação de valores originais dos parâmetros da especificação.

Para ajustar o sistema à primeira especificação, devemos diminuir o erro de regime permanente original do sistema para o valor zero. Para tal ajuste, utilizamos um controlador proporcional integral com a cara:

$$C(s) = \frac{k(s + \frac{1}{T_i})}{s} \quad (2)$$

Sabemos que a função de transferência $T(s)$ de um sistema de malha fechada apenas com um controlador e uma planta no seu ramo principal é dada por:

$$T(s) = \frac{C(s) \cdot G(s)}{1 + C(s) \cdot G(s)} \quad (3)$$

substituindo (2) em (3) e adotando $T_i = 1$, temos:

$$T(s) = \frac{(k + \frac{k}{s}) \cdot G_2(s)}{1 + (k + \frac{k}{s}) \cdot G_2(s)} \quad (4)$$

Da teoria de sinais e sistemas, sabemos que o valor em regime permanente $y(\infty)$ de um sistema é dado por:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot U(s) \cdot T(s) \quad (5)$$

substituindo $U(s)$ pela cara do degrau no domínio frequência e $T(s)$ por (4), temos:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{(k + \frac{k}{s}) \cdot G_2(s)}{1 + (k + \frac{k}{s}) \cdot G_2(s)} \quad (6)$$

simplificando a equação e considerando $G_2(0) \approx 0.7497$, aplicamos o limite e obtemos:

$$y(\infty) = \frac{0.7497k}{1 + 0.7497k} \quad (7)$$

Como a especificação solicita um erro nulo em regime permanente, queremos que a condição $|1 - y(\infty)| = 0$ seja atendida. Isolando o valor de k , temos que $k > 0$ para que $e_{RP} = 0$, o que de fato é verificado aplicando diferentes componentes proporcionais ao controlador e verificando os erros associados a cada um.

O segundo ajuste necessário foi relacionado ao tempo de subida t_r , valor referente ao tempo necessário para a saída transicionar de 10% a 90% na resposta do sistema ao degrau. Apesar do erro em regime permanente permanecer nulo para qualquer componente proporcional maior que 0, devemos escolher um ganho que implique em um $t_r < 10s$. Além do tempo de subida, o sobrepasso máximo M_o não deve ultrapassar 50% do valor esperado na saída após a aplicação do degrau. Utilizando $k = 1$, por exemplo, obtemos um sistema que atende ambas às especificações, conforme apresentado na figura 6.

Para um controle mais preciso, o ajuste de controladores utilizando as tabelas de sintonia pode ser utilizado. Na tabela de ajuste de Chien, Hrones e Reswick com otimização quanto a resposta à referência com sobrepasso de 0%, obtemos as relações

$$k = \frac{0.35}{a}$$

$$T_i = 1.2T$$

onde a e T correspondem, respectivamente, ao ganho integral equivalente e à constante de tempo dominante extraídas da resposta ao degrau da planta $G_2(s)$ em malha aberta (figura 7). Extrairdo a e T , encontramos os parâmetros de ajuste do controlador e substituímos na equação 2, obtendo:

$$C_{tuned}(s) = \frac{1.395 \cdot 10^{-4}s + 3905}{s} \quad (8)$$

Adicionando o controlador acima ao sistema, pode se observar um tempo de subida t_r menor do que o do sistema anterior e uma queda no sobrepasso de 4.82% para 0% (premissa de utilização desta tabela), porém esse aumento de desempenho demanda um esforço de controle muito maior.

A resposta ao degrau do sistema em malha fechada após a adição do controlador ajustado pelo método da resposta ao salto está na figura 8. O esforço de controle de ambos controladores (para fins de comparação) encontram-se nas figuras 9 e 10, devidamente identificados. Como citado anteriormente, o custo do tempo de subida significativamente menor (na casa de 10^{-4} segundos) fica visível no *plot* da quantidade de potência consumida pelo controlador $C_{tunned}(s)$.

3 Conclusão

Este trabalho propôs o projeto de um sistema de controle desde a modelagem da sua planta a partir de um circuito elétrico até o planejamento da sua estratégia de controle, visando o atendimento de três requisitos.

O controlador proporcional integral foi utilizado porque a ação integral tem por objetivo fazer com que o sistema tenha erro de regime permanente nulo (uma das especificações deste projeto), e a combinação com a ação proporcional corrige as variações na estabilidade que a ação integral pode causar ao sistema.

O controlador PI não possui uma estratégia de controle tão robusta quando a dos controladores PID, mas foi suficiente para o atendimento dos requisitos solicitados.

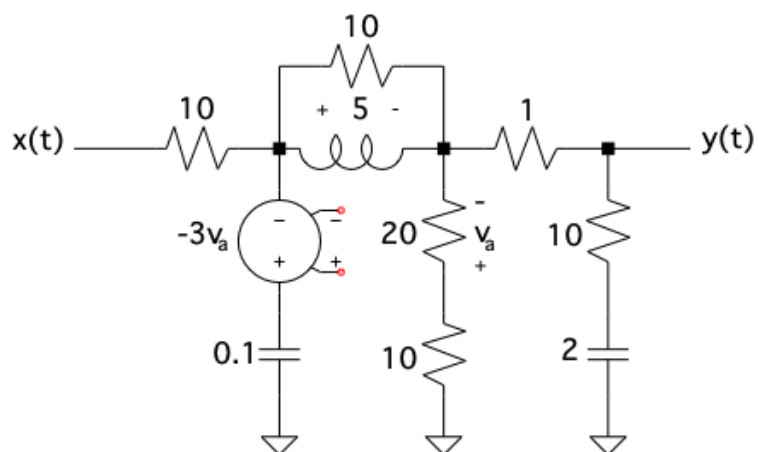


Figura 1: Planta do sistema.

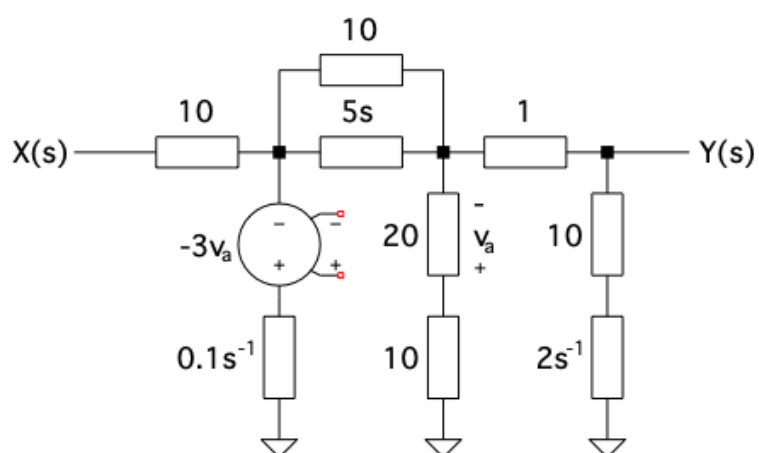


Figura 2: Planta do sistema no domínio frequência.

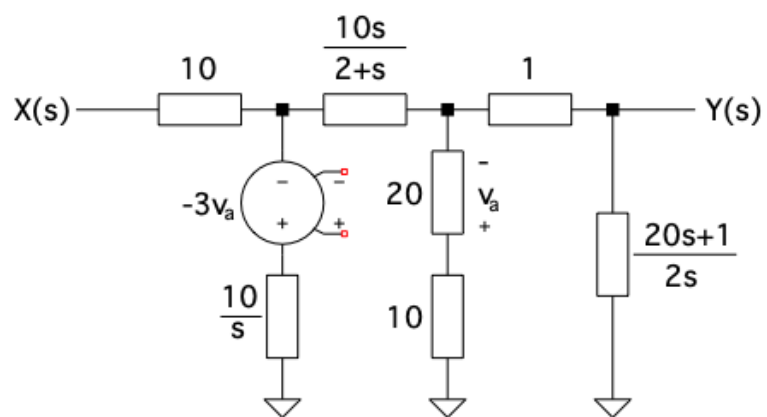


Figura 3: Planta do sistema no domínio frequência com as impedâncias simplificadas.

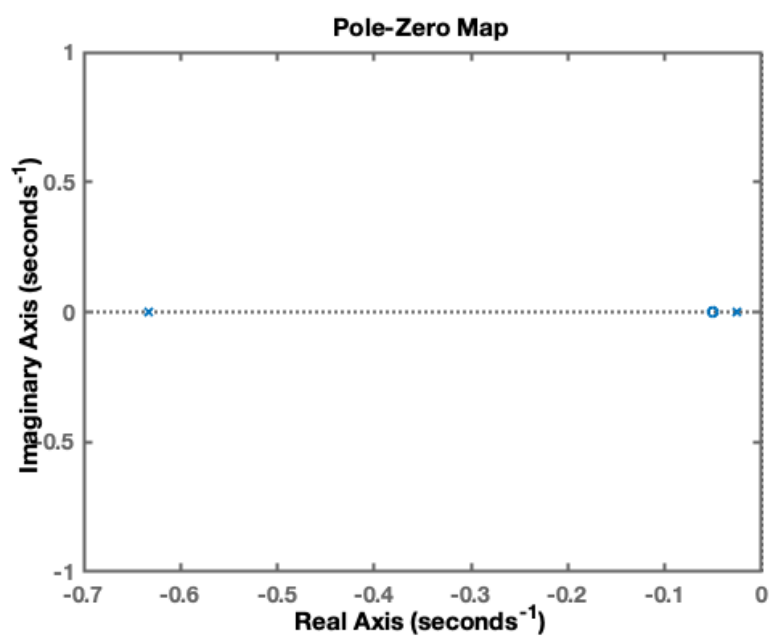


Figura 4: Mapa de polos e zeros da planta $G_2(s)$.

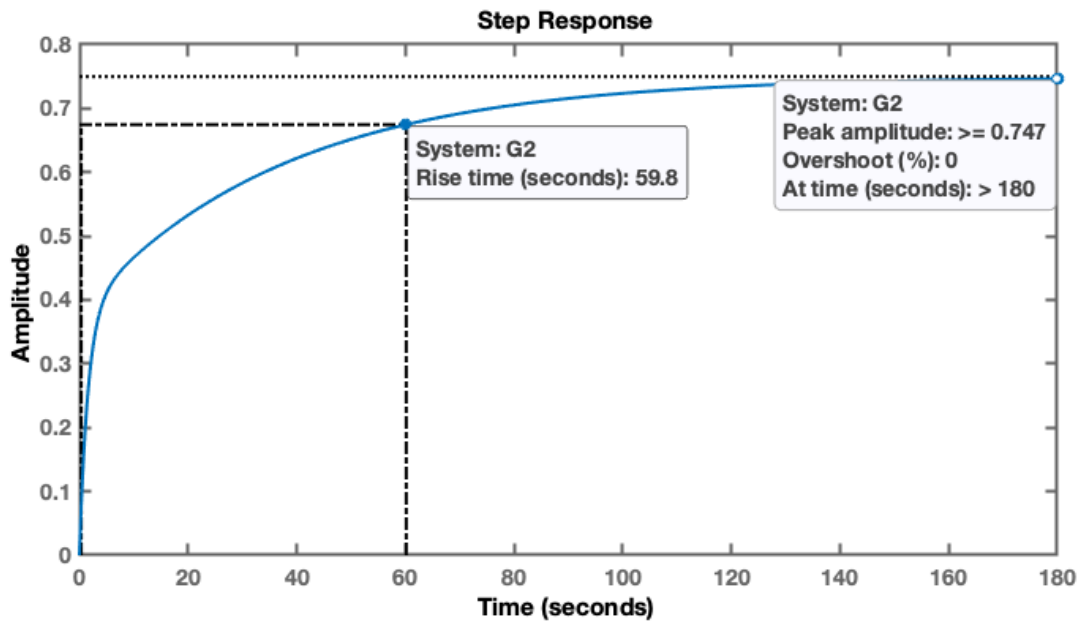


Figura 5: Resposta ao degrau do sistema G_2 em malha aberta.

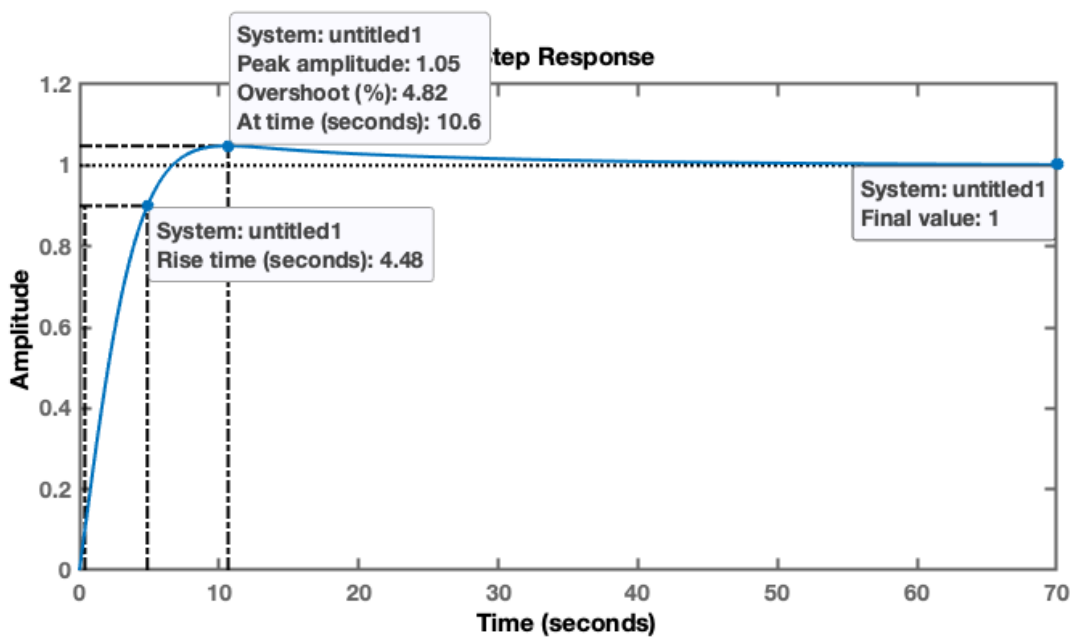


Figura 6: Resposta ao degrau do sistema em malha fechada após a adição do controlador PI com ganho proporcional $k = 1$.

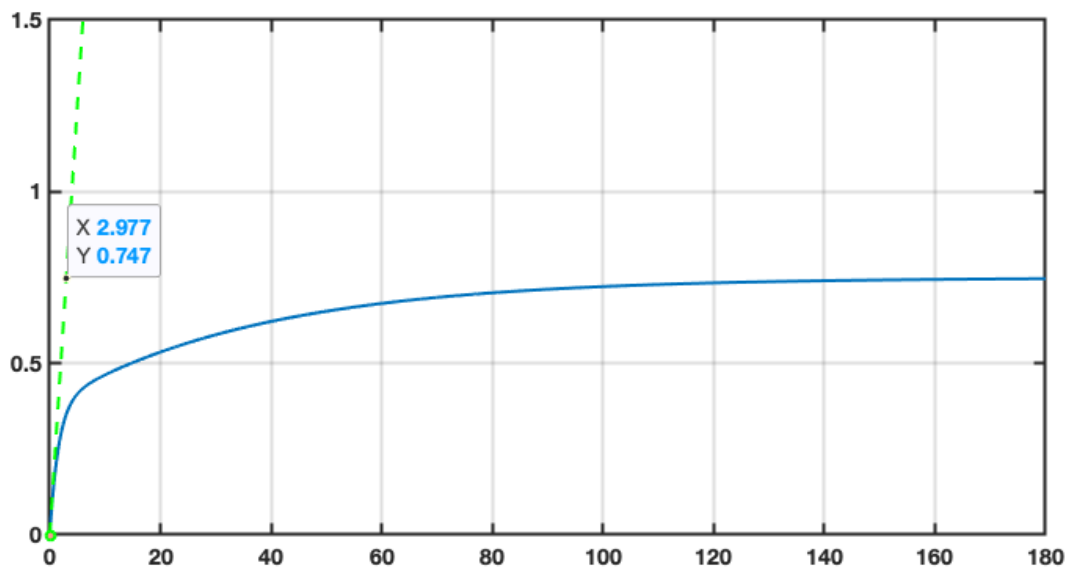


Figura 7: Método da resposta ao salto aplicado na planta $G_2(s)$.

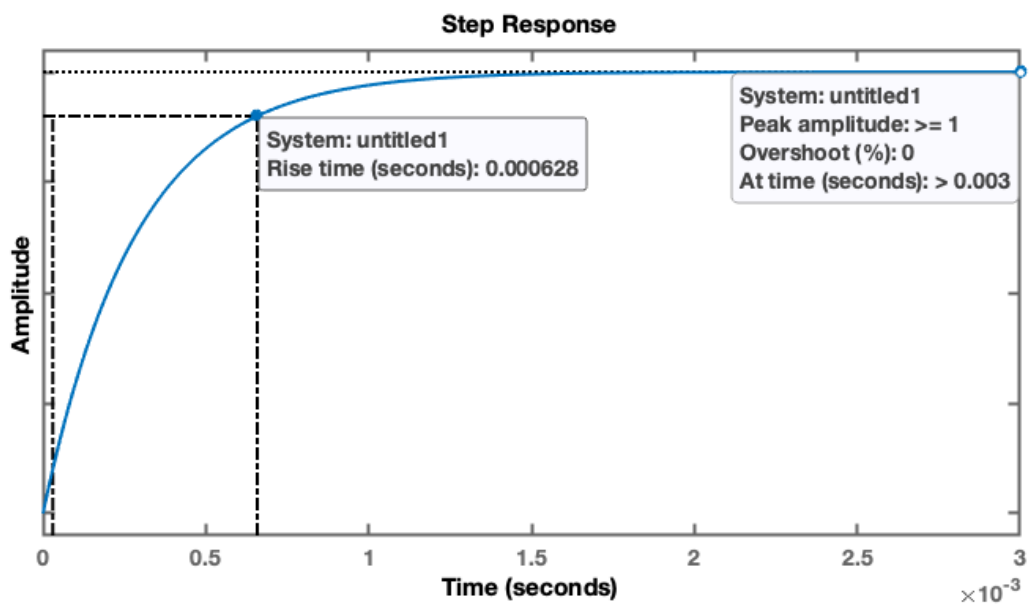


Figura 8: Resposta ao degrau do sistema em malha fechada com o controlador ajustado de acordo com as tabelas de Chien, Hrones e Reswick (otimização da resposta à referência e 0% sobrepasso).

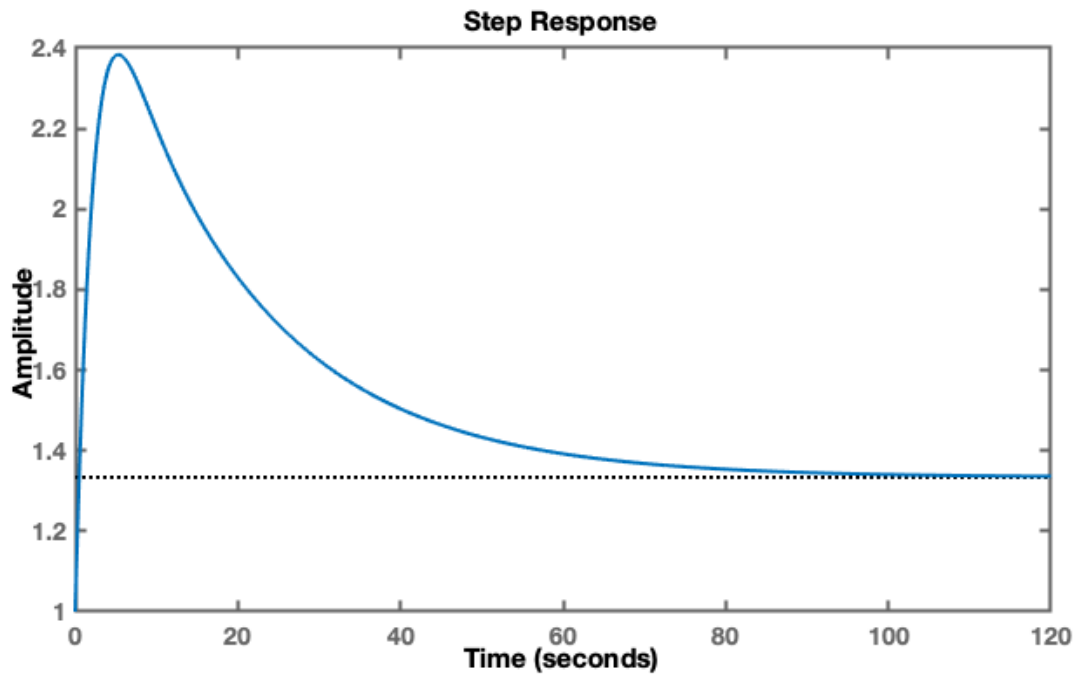


Figura 9: Esforço de controle do controlador $C(s)$.

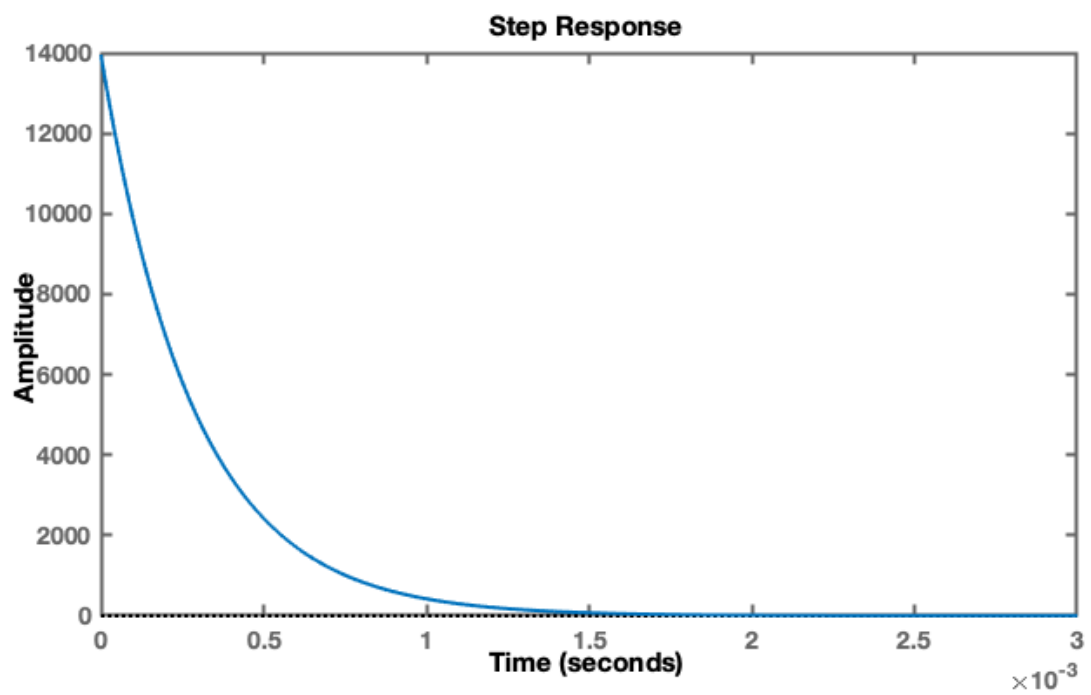


Figura 10: Esforço de controle do controlador $C_{tunned}(s)$.