

MAC317

Introdução ao Processamento de Sinais Digitais

Prof. Marcel P. Jackowski

mjack@ime.usp.br

Aula #12: Transformada discreta de cosseno

Transformada de Cosseno

- Transformada Discreta de Cosseno (DCT) é uma transformada relacionada com a transformada discreta de Fourier
- É muito utilizada em processamento digital de imagens e compressão de dados
- Expressa uma sequência finita de dados em termos de uma soma de funções do cosseno oscilando em frequências diferentes

Compressão

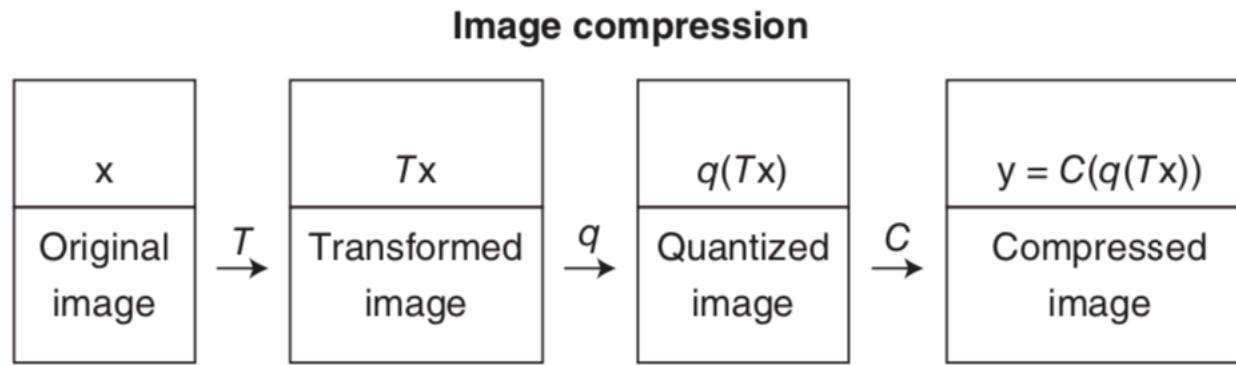


Figure 3.1 Overview of compression.

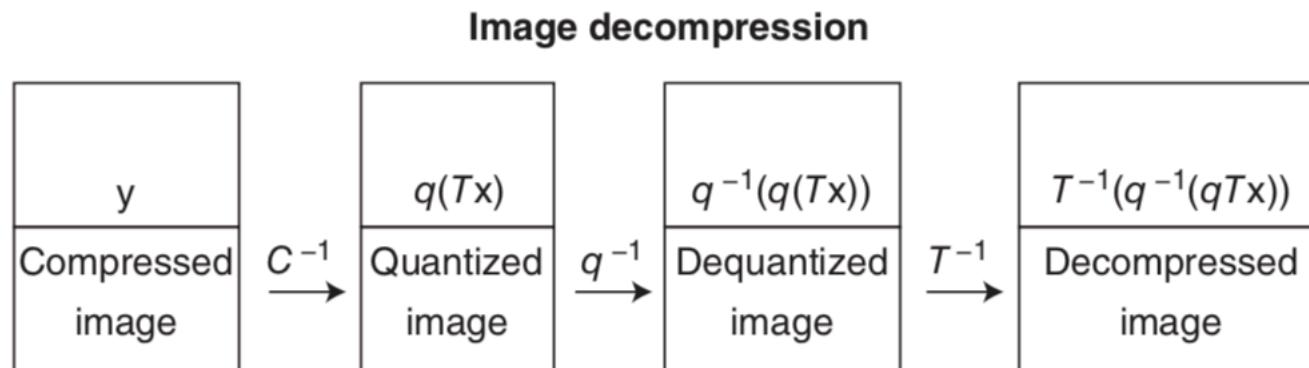


Figure 3.2 Overview of decompression.

Primeiro exemplo

Consider a sampled signal \mathbf{x} with components $x_k = f(k\Delta T)$, $0 \leq k \leq N - 1$ for some function f defined on $[0, 1]$, where $\Delta T = 1/N$. The first simple compression scheme will be as follows: Choose a threshold parameter $0 \leq c \leq 1$. Then

1. compute $\mathbf{X} = \text{DFT}(\mathbf{x})$. Let $M = \max_{0 \leq k \leq N-1} (|X_k|)$;
2. define $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{C}^N$ with components

$$\tilde{X}_k = \begin{cases} X_k, & \text{if } |X_k| \geq cM, \\ 0, & \text{if } |X_k| < cM. \end{cases}$$

Eficiência na compressão

I. Proporção de compressão

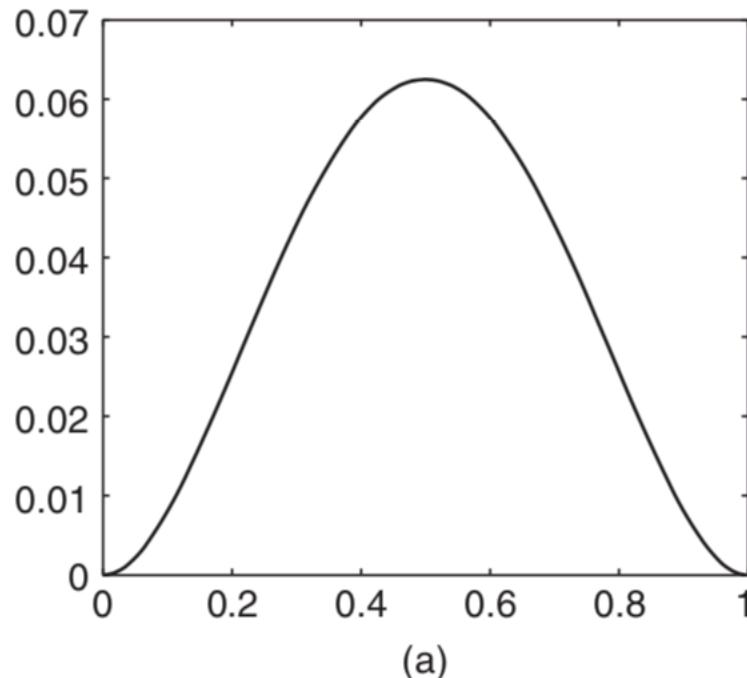
$$P(c) = \frac{\#\{k : |\tilde{X}_k| > 0\}}{N} = \frac{\#\{k : |X_k| > cM\}}{N},$$

2. Distorção pós-compressão

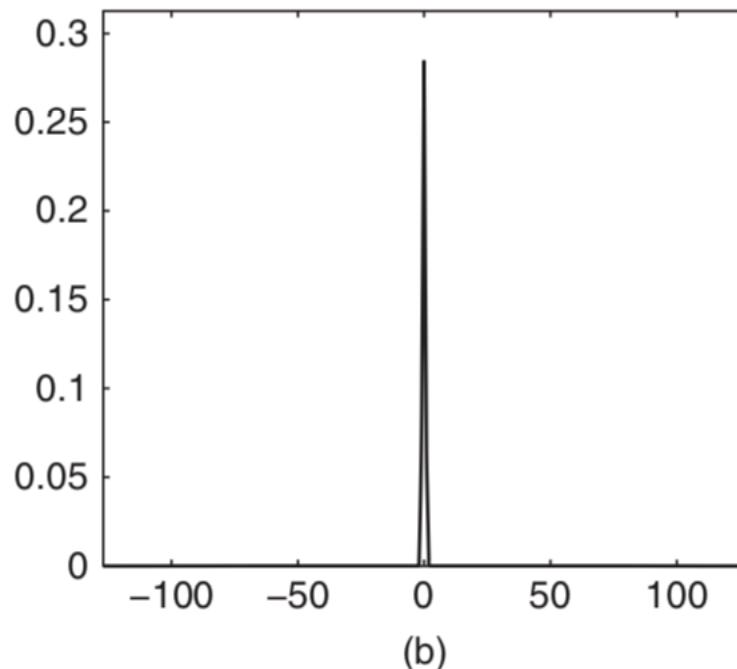
$$D(c) = \frac{\|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}\|^2}{\|\mathbf{x}\|^2}$$

Exemplo

Let $f(t) = (t - t^2)^2$ in the scheme above, with $N = 256$. This function is plotted in Figure 3.3a. In Figure 3.3b, we plot the DFT \mathbf{X} , as pairs $(k, |X_k|^2/N)$ on the range $-127 \leq k \leq 128$.



(a)



(b)

Figure 3.3 $f(t) = (t - t^2)^2$ and DFT.

Eficiência

Table 3.1 Compression data for $f(t) = (t - t^2)^2$.

| | | | | | | |
|--------|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|
| c | 0.5 | 0.1 | 0.01 | 0.001 | 10^{-4} | 10^{-8} |
| $P(c)$ | 0.004 | 0.012 | 0.02 | 0.035 | 0.066 | 0.652 |
| $D(c)$ | 0.300 | 1.2×10^{-3} | 5.2×10^{-5} | 1.0×10^{-6} | 1.3×10^{-8} | $< 10^{-15}$ |

Indeed we can compress the signal 10-fold and still obtain distortion less than 10^{-8} . At this level of compression, the original signal and reconstructed compressed signal are visually indistinguishable.

Segundo exemplo

This time let

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t \leq 0.2, \\ 0, & t > 0.2, \end{cases} \quad (3.1)$$

on $[0, 1]$, a discontinuous step function. We again take $N = 256$ and sample as in the previous example. In Figure 3.4a, we plot the DFT \mathbf{X} , as pairs $(k, |X_k|^2/N)$ on the range $-127 \leq k \leq 128$

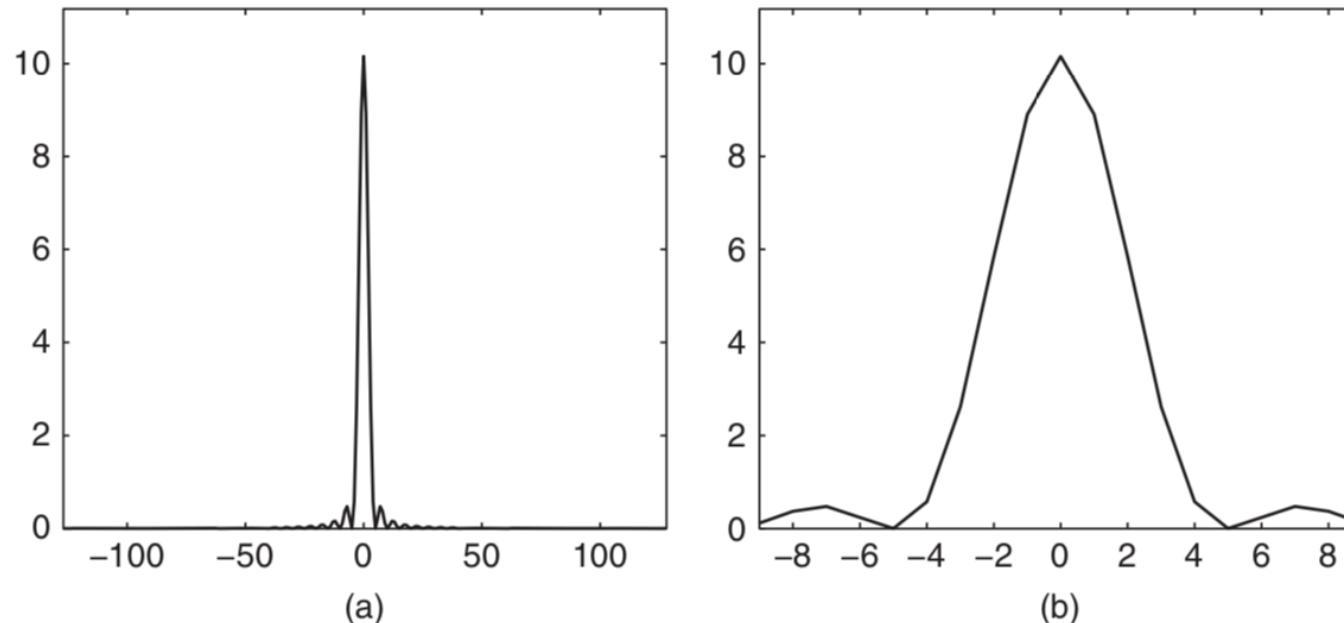


Figure 3.4 Two views of the DFT for step function $f(t)$.

Eficiência

Table 3.2 Compression data for discontinuous $f(t)$ of equation (3.1).

| | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|--------|-----------------------|-----------------------|
| c | 0.5 | 0.1 | 0.03 | 0.02 | 0.01 | 0.001 |
| $P(c)$ | 0.027 | 0.082 | 0.262 | 0.543 | 0.793 | 0.988 |
| $D(c)$ | 0.124 | 0.039 | 0.011 | 0.0035 | 3.64×10^{-4} | 1.23×10^{-7} |

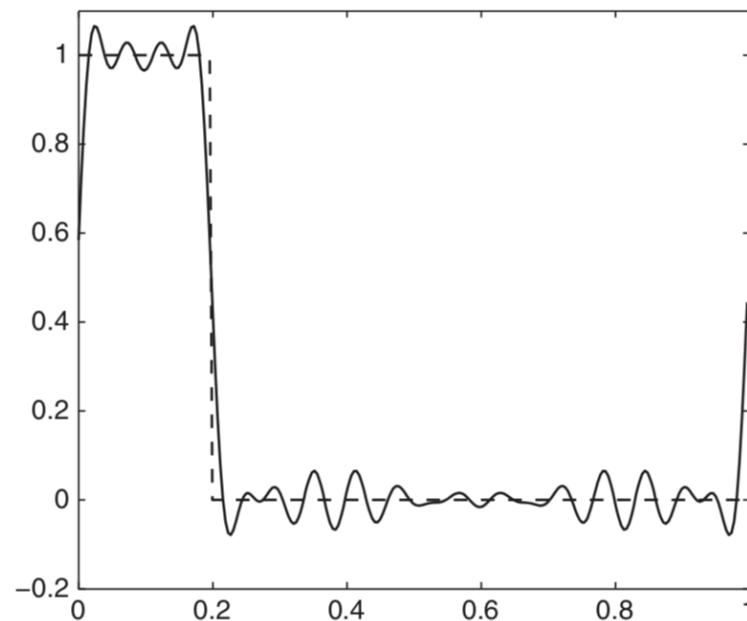
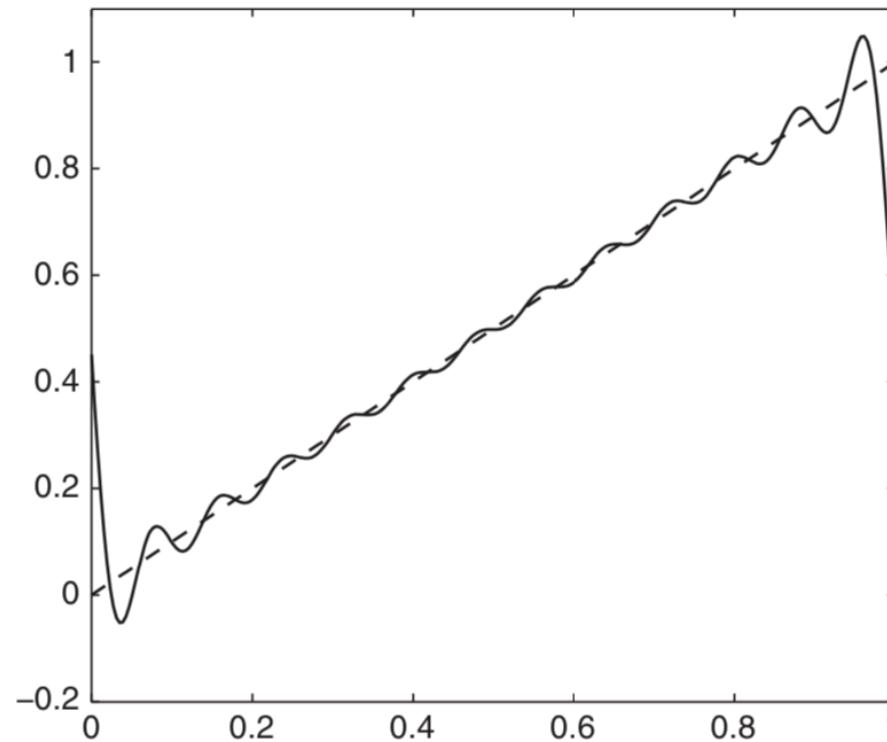


Figure 3.5 Original (dashed) and decompressed (solid) signal, 10-fold compression.

Terceiro exemplo

In this case, let $f(t) = t$ on the interval $[0, 1]$ with $N = 256$, sampled as above. The function f is continuous on the closed interval.

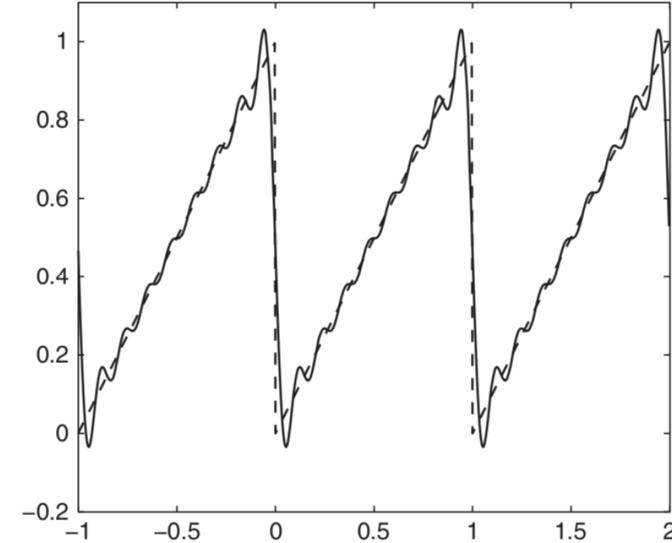
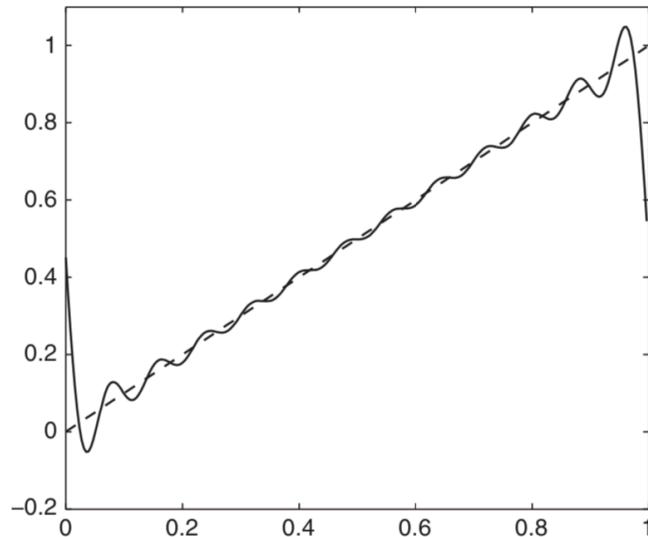
Figure 3.6 Original (dashed) and decompressed (solid) signal, 10-fold compression.



Eficiência

Table 3.3 Compression data for $f(t) = t$.

| c | 0.5 | 0.1 | 0.03 | 0.02 | 0.01 | 0.005 |
|--------|-------|-------|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| $P(c)$ | 0.004 | 0.027 | 0.082 | 0.129 | 0.254 | 0.574 |
| $D(c)$ | 0.252 | 0.043 | 1.44×10^{-2} | 9.2×10^{-3} | 4.49×10^{-3} | 1.5×10^{-3} |



Desvantagem da DFT

- A presença de descontinuidades nas bordas no sinal criará um extravazamento de energia em grande parte do espectro
 - O mesmo acontece na versão n-D da transformada (e.g. 2-D, em imagens)
 - Seria necessário um limiar relativamente alto para manter a maior parte da informação original, diminuindo significativamente a taxa de compressão.
- Como podemos resolver esse problema ?

Divisão em blocos

- Uma forma é dividir o sinal em blocos, e comprimí-los individualmente
- Se os blocos forem relativamente pequenos, essas descontinuidades não irão aparecer
 - Aumentando a taxa de compressão
- No caso de imagens, o padrão JPEG especifica que a imagem seja dividida em blocos de 8x8 pixels
- Também ainda não nos utilizamos de nenhum processo de quantização das frequências

Idéia

- Podemos tentar resolver o problema da descontinuidade nas bordas, estendendo o sinal para o dobro do seu comprimento original
- Essa extensão é criada através da reflexão do sinal a partir do seu fim
- Calcularemos a DFT deste sinal agora dobrado em comprimento, mas somente manteremos a sua metade para reconstrução.

Reflexão simétrica

Compression difficulties arise when x_0 differs substantially from x_{N-1} . Let us thus define an extension $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{2N}$ of \mathbf{x} as

$$\tilde{x}_k = \begin{cases} x_k, & 0 \leq k \leq N-1, \\ x_{2N-k-1}, & N \leq k \leq 2N-1. \end{cases} \quad (3.2)$$

We then have $\tilde{\mathbf{x}} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-2}, x_{N-1}, x_{N-1}, x_{N-2}, \dots, x_1, x_0)$, so $\tilde{\mathbf{x}}$ is just \mathbf{x} reflected about the right endpoint and $\tilde{x}_0 = \tilde{x}_{2N-1} = x_0$. When we take the $2N$ -point DFT of $\tilde{\mathbf{x}}$, we will not encounter the kind of edge effects discussed above. Note that we duplicate x_{N-1} in our extension, called the *half-point symmetric extension*.

DFT do sinal estendido

The DFT $\tilde{\mathbf{X}}$ of the vector $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbb{C}^{2N}$ has components

$$\tilde{X}_k = \sum_{m=0}^{2N-1} \tilde{x}_m e^{-2\pi i k m / (2N)} = \sum_{m=0}^{2N-1} \tilde{x}_m e^{-\pi i k m / N}. \quad (3.3)$$

Note that we use a $2N$ -point DFT. We can split the sum on the right in equation (3.3) and obtain

$$\tilde{X}_k = \sum_{m=0}^{N-1} (\tilde{x}_m e^{-\pi i k m / N} + \tilde{x}_{2N-m-1} e^{-\pi i k (2N-m-1) / N}), \quad (3.4)$$

since as the index of summation m in (3.4) assumes values $m = 0, \dots, N - 1$, the quantity $2N - m - 1$ in the second part of the summand assumes values $2N - 1, \dots, N$ in that order. Thus the sums in (3.3) and (3.4) are in fact identical.

DFT do sinal estendido

From equation (3.2), we have $\tilde{x}_{2N-m-1} = \tilde{x}_m = x_m$ for $0 \leq m \leq N - 1$. Use this in (3.4), along with

$$e^{-\pi ik(2N-m-1)/N} = e^{i\pi k(m+1)/N} e^{2\pi ik} = e^{i\pi k(m+1)/N}$$

to obtain

$$\begin{aligned}\tilde{X}_k &= \sum_{m=0}^{N-1} (x_m e^{-\pi i km/N} + x_m e^{i\pi k(m+1)/N}) \\ &= e^{\pi ik/2N} \sum_{m=0}^{N-1} (x_m e^{-\pi i k(m+1/2)/N} + x_m e^{\pi i k(m+1/2)/N}) \\ &= 2e^{\pi ik/2N} \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cos\left(\frac{\pi k(m+1/2)}{N}\right).\end{aligned}$$

This defines the DFT coefficients \tilde{X}_k on the range of $0 \leq k \leq 2N - 1$.

Definição de DCT e IDCT

Equations (3.6) through (3.9) form a natural transform/inverse transform pair and are, up to a minor change of scale, the DCT. Let us modify the definition of the c_k slightly (we will of course compensate in equation (3.9)) and replace the c_k by C_k with

$$C_0 = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cos\left(\frac{\pi 0(m + 1/2)}{N}\right) = \sqrt{\frac{1}{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x_m, \quad (3.10)$$

$$C_k = \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cos\left(\frac{\pi k(m + 1/2)}{N}\right), \quad 1 \leq k \leq N - 1. \quad (3.11)$$

Definition 3.3 Let $\mathbf{C} \in \mathbb{C}^N$. The IDCT of \mathbf{C} is the vector $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$ defined by

$$x_m = \frac{1}{\sqrt{N}} C_0 + \sqrt{\frac{2}{N}} \sum_{k=1}^{N-1} C_k \cos\left(\frac{\pi k(m + 1/2)}{N}\right) \quad (3.12)$$

for $0 \leq m \leq N - 1$.

Formulação matricial

From equations (3.10) and (3.11), it is easy to see that we can compute the DCT as $\mathbf{C} = \mathcal{C}_N \mathbf{x}$, where

$$\mathcal{C}_N = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} & \frac{1}{\sqrt{N}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{N}} \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi}{N}\frac{1}{2}\right) & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi}{N}\frac{3}{2}\right) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi}{N}\frac{2N-1}{2}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi k}{N}\frac{1}{2}\right) & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi k}{N}\frac{3}{2}\right) & \cdots & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi k}{N}\frac{2N-1}{2}\right) \end{bmatrix}.$$

The first row consists entirely of entries $1/\sqrt{N}$. For $k \geq 1$, the row k and column m entries are given by $\sqrt{2/N} \cos([\pi k(2m+1)]/2N)$.

A careful examination of the IDCT in equation (3.12) shows that $\mathbf{x} = \mathcal{C}_N^T \mathbf{C}$ so that $\mathcal{C}_N^{-1} = \mathcal{C}_N^T$. The matrix \mathcal{C}_N is thus orthogonal, that is,

$$\mathcal{C}_N^T \mathcal{C}_N = \mathcal{C}_N \mathcal{C}_N^T = \mathbf{I}_N. \quad (3.14)$$

Exemplo de funções base

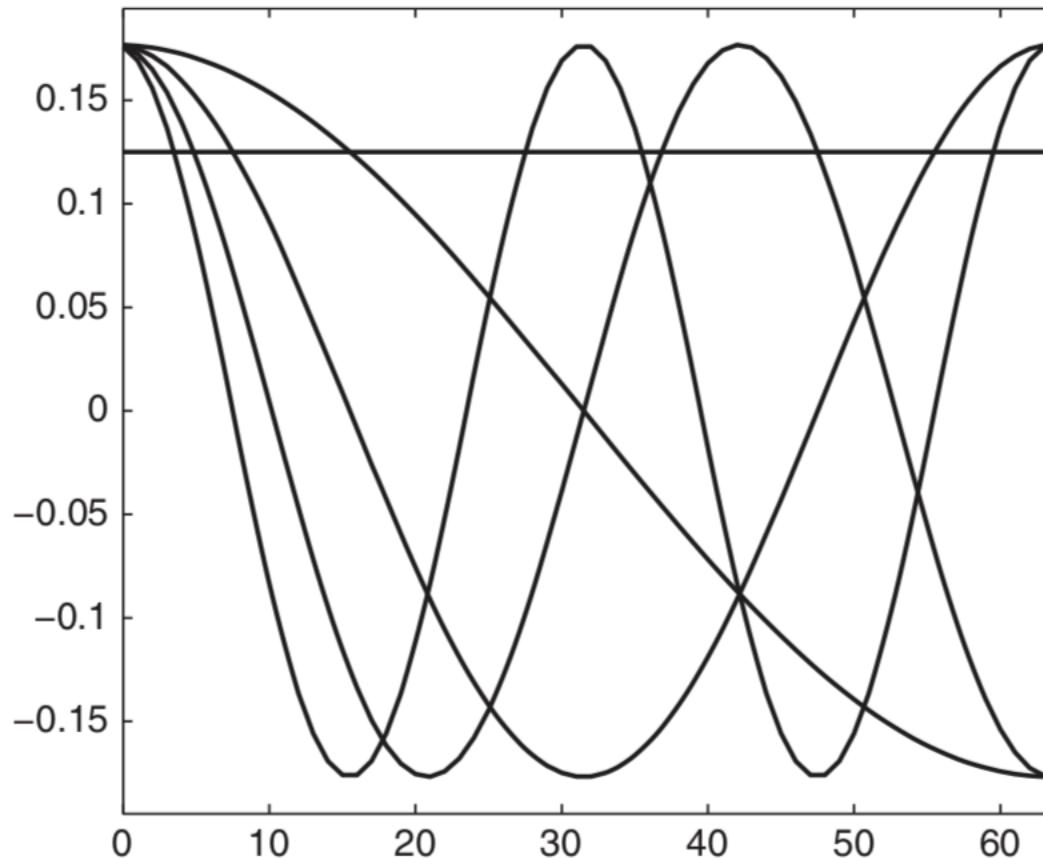


Figure 3.8 DCT basis functions $C_{64,k}$, $0 \leq k \leq 4$.

DCT da função $(t-t^2)^2$

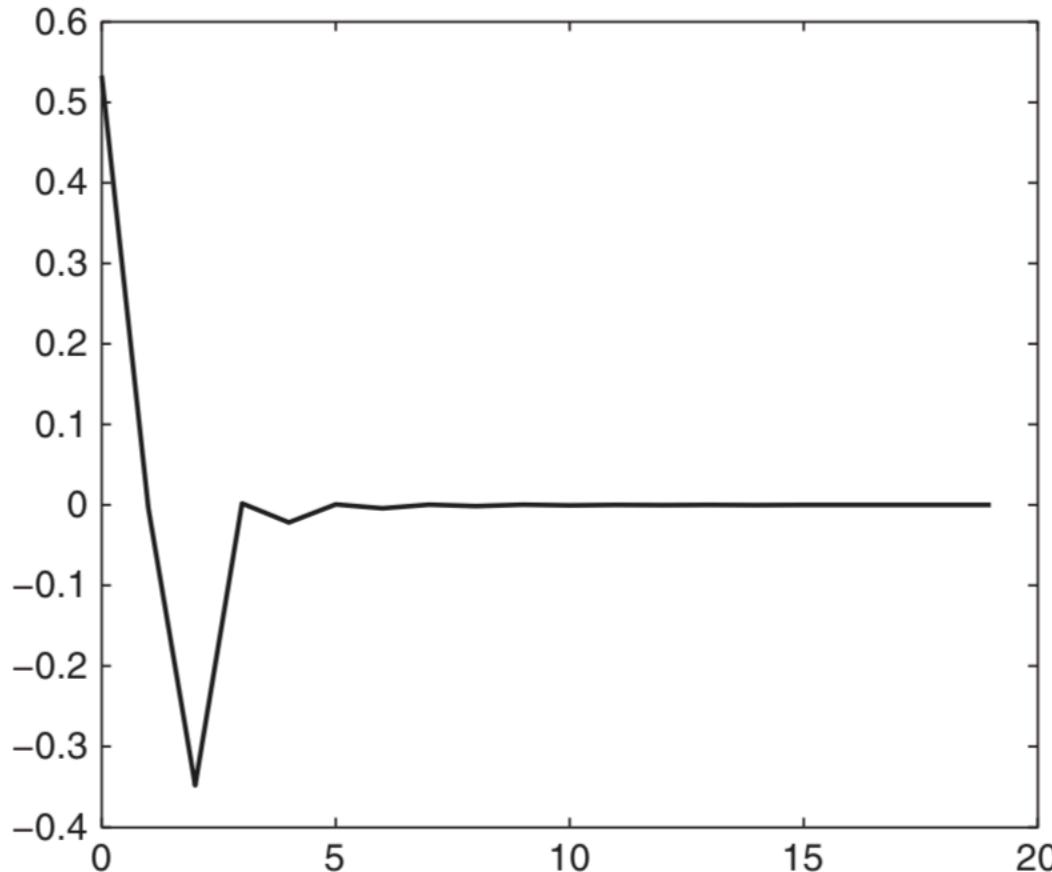


Figure 3.9 DCT of sampled function $f(t) = (t - t^2)^2$.

Eficiência na compressão

Table 3.4 Compression data for $f(t) = (t - t^2)^2$.

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|----------------------|----------------------|----------------------|--------------|
| c | 0.5 | 0.1 | 0.01 | 0.001 | 10^{-4} | 10^{-8} |
| $P(c)$ | 0.008 | 0.008 | 0.012 | 0.035 | 0.070 | 0.805 |
| $D(c)$ | 0.0013 | 0.0013 | 1.0×10^{-6} | 8.1×10^{-7} | 3.5×10^{-8} | $< 10^{-15}$ |

Table 3.5 Compression data for discontinuous f of equation (3.1).

| | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|--------|--------|----------------------|
| c | 0.5 | 0.1 | 0.03 | 0.02 | 0.01 | 0.001 |
| $P(c)$ | 0.016 | 0.043 | 0.137 | 0.250 | 0.559 | 0.973 |
| $D(c)$ | 0.124 | 0.039 | 0.012 | 0.0062 | 0.0015 | 5.8×10^{-7} |

Table 3.6 Compression data for $f(t) = t$.

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| c | 0.5 | 0.1 | 0.03 | 0.02 | 0.01 | 0.005 |
| $P(c)$ | 0.008 | 0.008 | 0.012 | 0.016 | 0.020 | 0.023 |
| $D(c)$ | 0.0036 | 0.0036 | 5.7×10^{-4} | 2.0×10^{-4} | 8.1×10^{-5} | 3.6×10^{-5} |

Eficiência na compressão

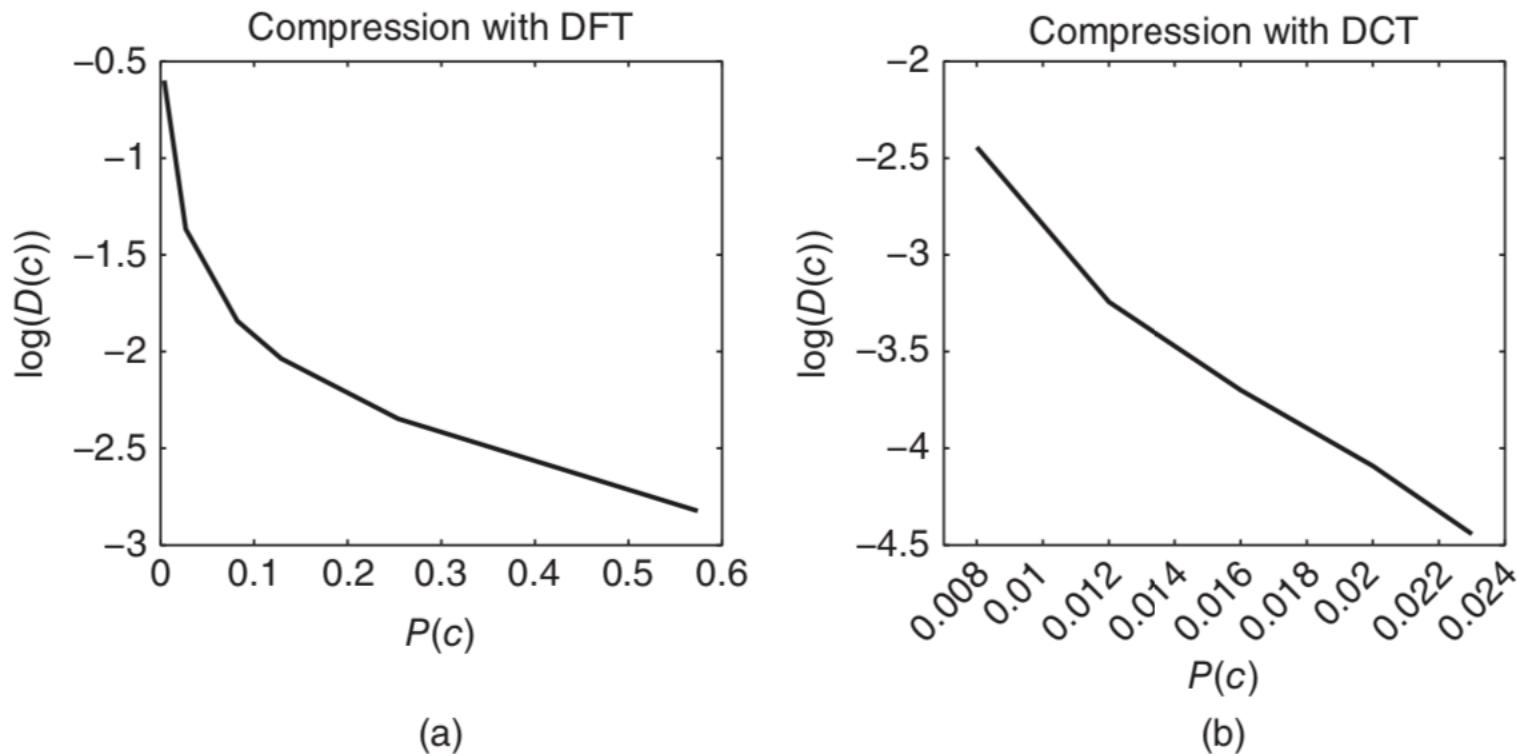
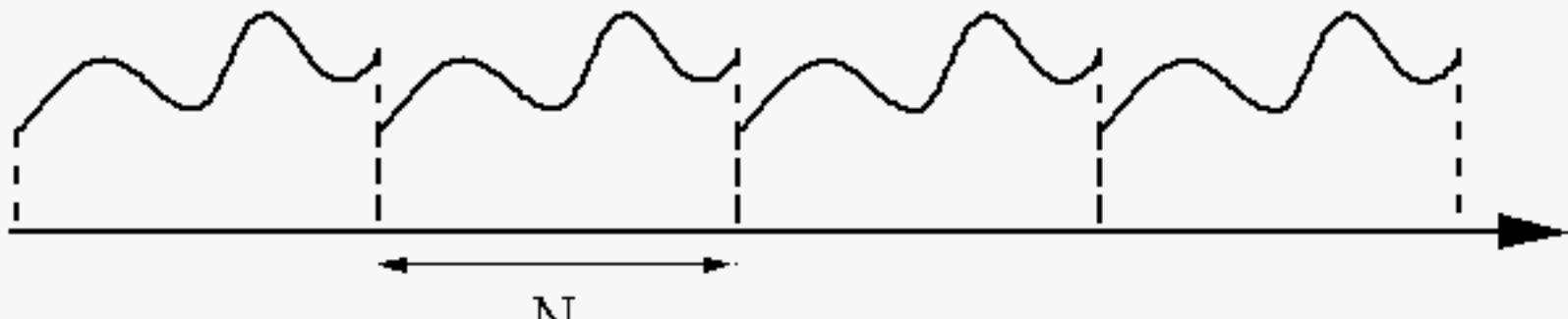


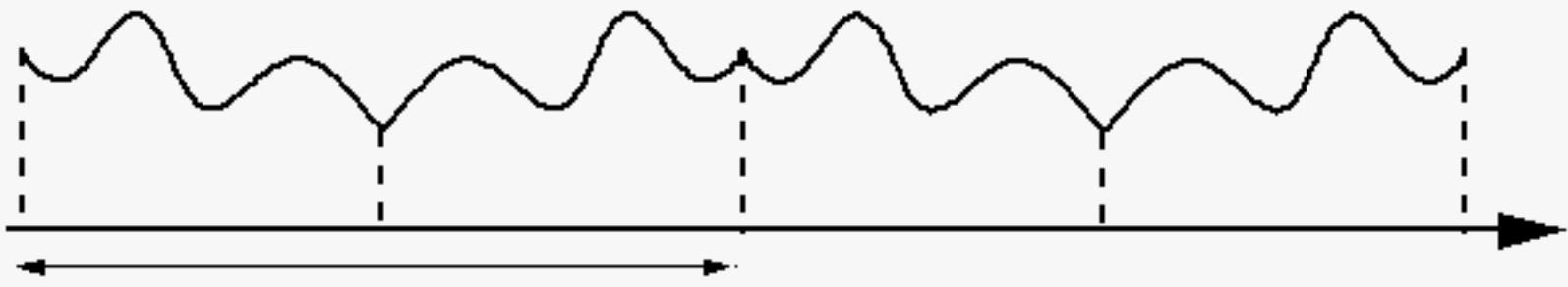
Figure 3.10 Data $\log(D(c))$ versus $P(c)$ for compression of $f(t) = t$ using DFT (a) and DCT (b).

DFT vs DCT

periodicity assumed by DFT



periodicity assumed by DCT





in 2D



Figure 3.11 Even reflections of dog image.

DCT em 2D

An explicit formula for the two-dimensional DCT easily falls out of equation (3.17) and is given by

$$\hat{a}_{k,l} = u_k v_l \sum_{r=0}^{m-1} \sum_{s=0}^{n-1} a_{r,s} \cos\left(\frac{\pi}{m} k \left(r + \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi}{n} l \left(s + \frac{1}{2}\right)\right), \quad (3.18)$$

where

$$\begin{aligned} u_0 &= \sqrt{\frac{1}{m}}, & u_k &= \sqrt{\frac{2}{m}}, & k > 0, \\ v_0 &= \sqrt{\frac{1}{n}}, & v_l &= \sqrt{\frac{2}{n}}, & l > 0. \end{aligned} \quad (3.19)$$

The basic waveforms are the $m \times n$ matrices $\mathcal{C}_{m,n,k,l}$ (or $\mathcal{C}_{k,l}$ when m, n are fixed) where $0 \leq k \leq m - 1, 0 \leq l \leq n - 1$. The row r and column s entries of $\mathcal{C}_{k,l}$ are given by

$$\mathcal{C}_{k,l}(r, s) = u_k v_l \cos\left(\frac{\pi}{m} k \left(r + \frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi}{n} l \left(s + \frac{1}{2}\right)\right).$$

DCT em blocos



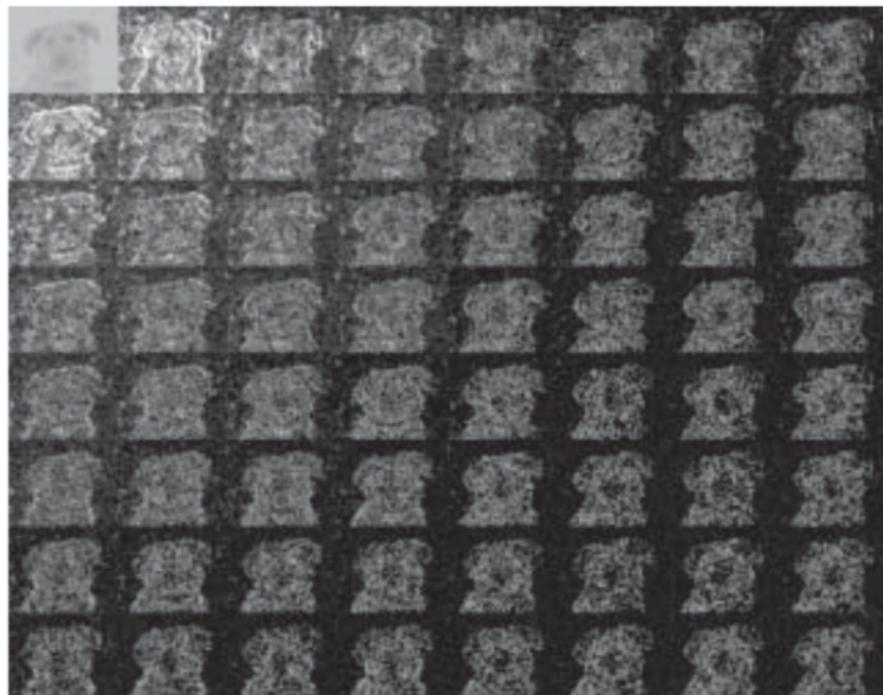
(a)



(b)

Figure 3.12 DCT and block DCT for dog image.

DCT em blocos reagrupados



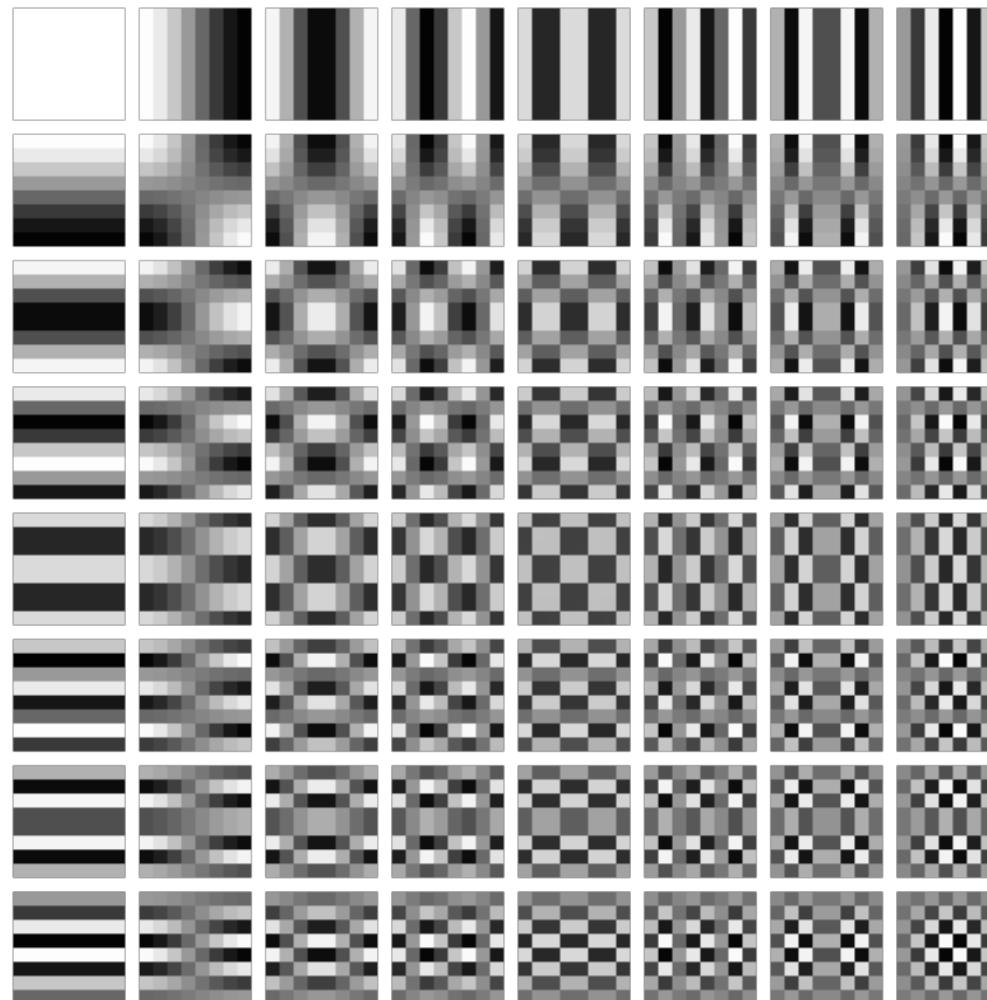
(a)



(b)

Figure 3.13 Regrouped block DCT (a) and dc components only (b).

Matriz DCT em intensidades



Formato JPEG

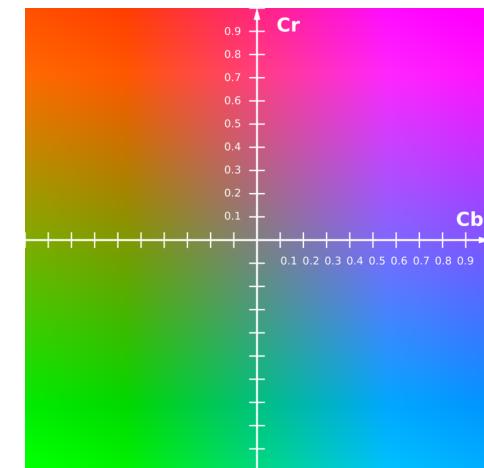
- JPEG (Joint Photographic Expert Group) é um padrão altamente utilizado para compressão de imagens, especialmente em imagens fotográficas
- O arquivo final apresenta perdas em relação ao original proporcionais a um coeficiente variável de compressão
- Possui 4 modos de operações definidos:
 - Sequencial DCT-based encoding
 - Progressive DCT-based encoding
 - Hierarchical encoding
 - Lossless encoding

Compressão JPEG

- É dividido em 5 etapas:
 - Transformação de RGB para YCbCr
 - Downsampling
 - Transformada discreta dos cossenos em 2D
 - Quantização
 - Codificação
- Toda a imagem a ser comprimida para JPEG é vista como um conjunto de blocos de 8x8 pixels.

RGB para YCbCr

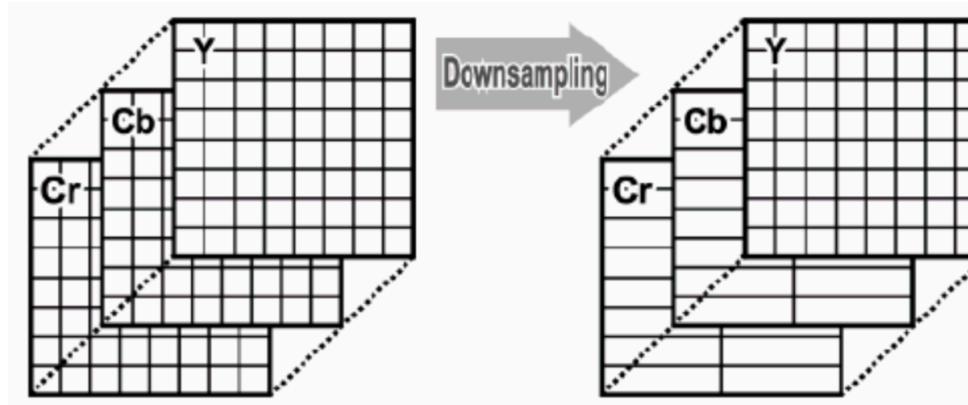
- Os componentes RGB são correlacionados entre si, o que torna inviável o processamento de cada uma das partes isoladas
- RGB é convertido para um espaço de cores formado por luminância e crominâncias
- Luminância (Y): é a imagem em tons de cinza
- Crominâncias (Cb, Cr): apresentam as informações de cor



Downsampling

- Inicia-se o processo de redução de dados (perdas irreversíveis)
- O olho humano é mais sensível às informações de luminância do que as de cores.
- Com isso, parte das informações de Cb e Cr podem ser descartadas sem prejuízo aparente
- Especifica-se a proporção:
 - 4:I:I = para cada 4 informações de luminância tem-se uma de Cb (azul) e uma de Cr (vermelho)

Downsampling



- Se uma unidade possuia $64+64+64 = 192$ bytes agora possui $64+16+16 = 96$ bytes
- Diminuição de 50% com uma perda pouco significativa

Transformada discreta de cosseno

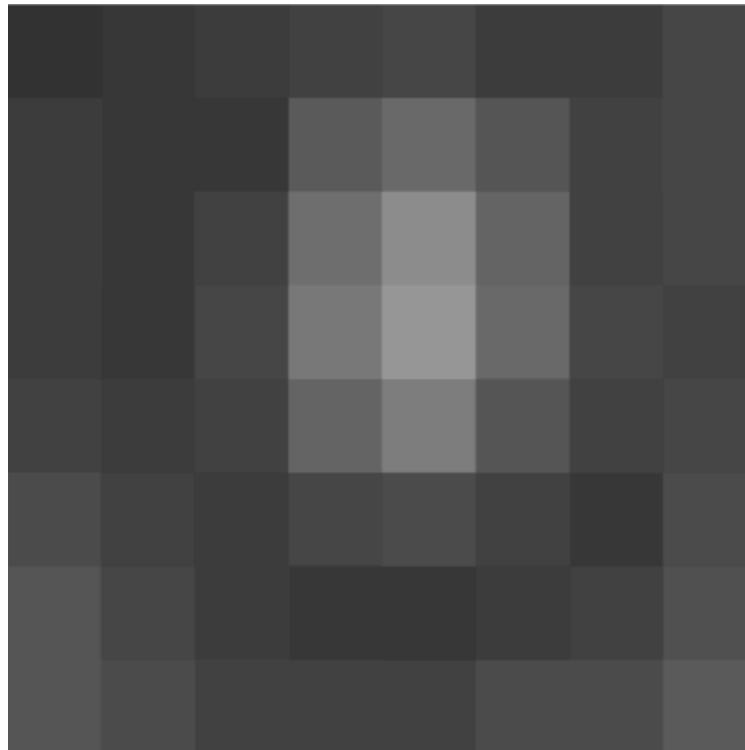
$$G_{u,v} = \alpha(u)\alpha(v) \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 g_{x,y} \cos\left[\frac{\pi}{8}\left(x + \frac{1}{2}\right)u\right] \cos\left[\frac{\pi}{8}\left(y + \frac{1}{2}\right)v\right]$$

where

- u is the horizontal spatial frequency, for the integers $0 \leq u < 8$.
- v is the vertical spatial frequency, for the integers $0 \leq v < 8$.
- $\alpha_p(n) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{8}}, & \text{if } n = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{8}}, & \text{otherwise} \end{cases}$ is a normalizing function
- $g_{x,y}$ is the pixel value at coordinates (x, y)
- $G_{u,v}$ is the DCT coefficient at coordinates (u, v)

Exemplo

- Um bloco de 8 bits a ser comprimido



| | | | | | | | |
|----|----|----|-----|-----|-----|----|----|
| 52 | 55 | 61 | 66 | 70 | 61 | 64 | 73 |
| 63 | 59 | 55 | 90 | 109 | 85 | 69 | 72 |
| 62 | 59 | 68 | 113 | 144 | 104 | 66 | 73 |
| 63 | 58 | 71 | 122 | 154 | 106 | 70 | 69 |
| 67 | 61 | 68 | 104 | 126 | 88 | 68 | 70 |
| 79 | 65 | 60 | 70 | 77 | 68 | 58 | 75 |
| 85 | 71 | 64 | 59 | 55 | 61 | 65 | 83 |
| 87 | 79 | 69 | 68 | 65 | 76 | 78 | 94 |

Normalização de intensidades

- Normalização para o intervalo [-128, 127]

| | | | | | | | |
|----|----|----|-----|-----|-----|----|----|
| 52 | 55 | 61 | 66 | 70 | 61 | 64 | 73 |
| 63 | 59 | 55 | 90 | 109 | 85 | 69 | 72 |
| 62 | 59 | 68 | 113 | 144 | 104 | 66 | 73 |
| 63 | 58 | 71 | 122 | 154 | 106 | 70 | 69 |
| 67 | 61 | 68 | 104 | 126 | 88 | 68 | 70 |
| 79 | 65 | 60 | 70 | 77 | 68 | 58 | 75 |
| 85 | 71 | 64 | 59 | 55 | 61 | 65 | 83 |
| 87 | 79 | 69 | 68 | 65 | 76 | 78 | 94 |



| | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| -76 | -73 | -67 | -62 | -58 | -67 | -64 | -55 |
| -65 | -69 | -73 | -38 | -19 | -43 | -59 | -56 |
| -66 | -69 | -60 | -15 | 16 | -24 | -62 | -55 |
| -65 | -70 | -57 | -6 | 26 | -22 | -58 | -59 |
| -61 | -67 | -60 | -24 | -2 | -40 | -60 | -58 |
| -49 | -63 | -68 | -58 | -51 | -60 | -70 | -53 |
| -43 | -57 | -64 | -69 | -73 | -67 | -63 | -45 |
| -41 | -49 | -59 | -60 | -63 | -52 | -50 | -34 |

Transformada DCT

- Após a transformada DCT, os coeficientes calculados serão:

$$\begin{bmatrix} -415 & -30 & -61 & 27 & 56 & -20 & -2 & 0 \\ 4 & -22 & -61 & 10 & 13 & -7 & -9 & 5 \\ -47 & 7 & 77 & -25 & -29 & 10 & 5 & -6 \\ -49 & 12 & 34 & -15 & -10 & 6 & 2 & 2 \\ 12 & -7 & -13 & -4 & -2 & 2 & -3 & 3 \\ -8 & 3 & 2 & -6 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & -2 & -1 & -3 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -4 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Quantização

- É nesta fase que o tamanho do arquivo diminui drasticamente
- A partir de um coeficiente de compactação, os coeficientes DCT são “truncados”
- A grande quantidade de informação perdida nesta fase é irreversível e por isso, uma imagem JPEG possui menos detalhes que a original

$$B_{j,k} = \text{round} \left(\frac{G_{j,k}}{Q_{j,k}} \right)$$

G são os coeficientes DCT
Q é a matriz de quantização

Matriz de quantização

- O padrão JPEG adota uma matriz de quantização:

$$\begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

- Porém, outras podem ser utilizadas, posto que no cabeçalho JPEG a matriz de quantização deve ser especificada

Exemplo de quantização

$$\begin{bmatrix} -415 & -30 & -61 & 27 & 56 & -20 & -2 & 0 \\ 4 & -22 & -61 & 10 & 13 & -7 & -9 & 5 \\ -47 & 7 & 77 & -25 & -29 & 10 & 5 & -6 \\ -49 & 12 & 34 & -15 & -10 & 6 & 2 & 2 \\ 12 & -7 & -13 & -4 & -2 & 2 & -3 & 3 \\ -8 & 3 & 2 & -6 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & -2 & -1 & -3 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -4 & -1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 16 & 11 & 10 & 16 & 24 & 40 & 51 & 61 \\ 12 & 12 & 14 & 19 & 26 & 58 & 60 & 55 \\ 14 & 13 & 16 & 24 & 40 & 57 & 69 & 56 \\ 14 & 17 & 22 & 29 & 51 & 87 & 80 & 62 \\ 18 & 22 & 37 & 56 & 68 & 109 & 103 & 77 \\ 24 & 35 & 55 & 64 & 81 & 104 & 113 & 92 \\ 49 & 64 & 78 & 87 & 103 & 121 & 120 & 101 \\ 72 & 92 & 95 & 98 & 112 & 100 & 103 & 99 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -26 & -3 & -6 & 2 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 5 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Codificação por entropia

- A codificação de Huffman é a mais utilizada
 - Usa as probabilidades de ocorrência dos símbolos no conjunto de dados a ser comprimido para determinar códigos de tamanho variável para cada símbolo
- Por isso, deve-se armazenar no cabeçalho do arquivo JPEG as tabelas de Huffman resultantes da codificação:
 - Y/DC
 - CbCr/DC
 - Y/AC
 - CbCr/AC

Descompressão

- Dado um arquivo JPEG (codificado), para descodificá-lo deve-se que executar os passos anteriores da forma reversa
 - Descodificar dados através das tabelas de Huffman
 - Descodificar zeros agrupados pelo RLE
 - “Desquantiza” blocos
 - Aplicar inversa da transformada DCT2
 - Transformar YCbCr para RGB

Tarefa de casa

- Leitura do livro-texto capítulo 3 e exercícios