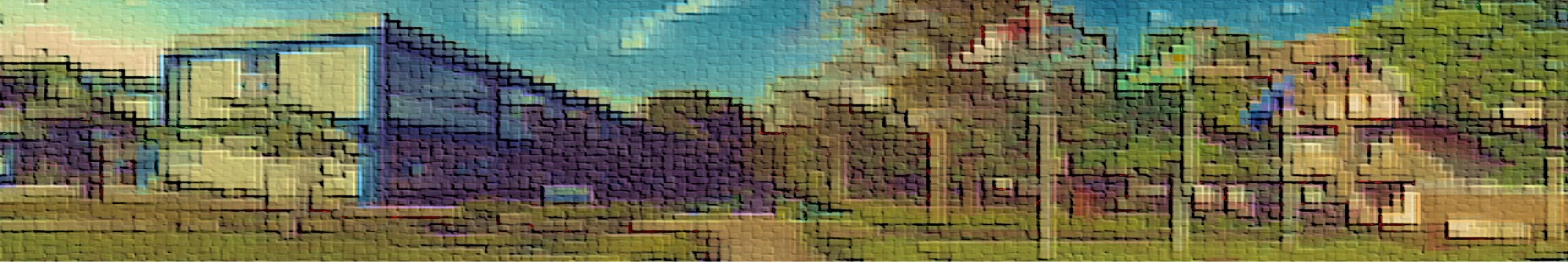


MAC317
Introdução ao Processamento de Sinais Digitais

Prof. Marcel P. Jackowski

mjack@ime.usp.br

Aula #7: Transformada discreta de Fourier (Exercícios)

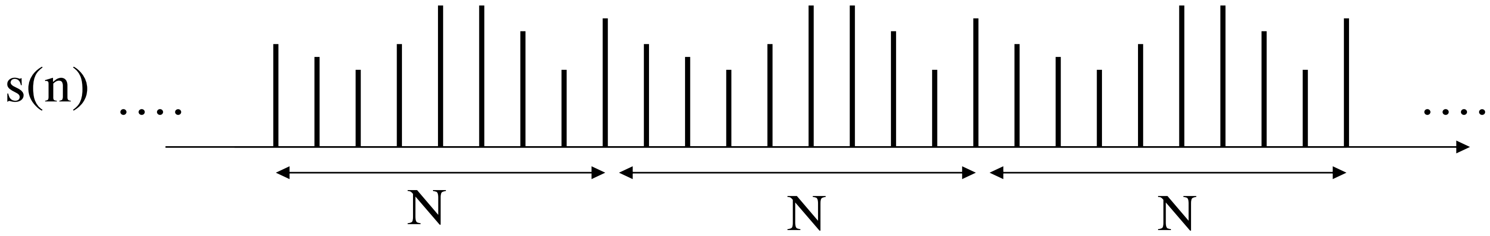
Transformada discreta

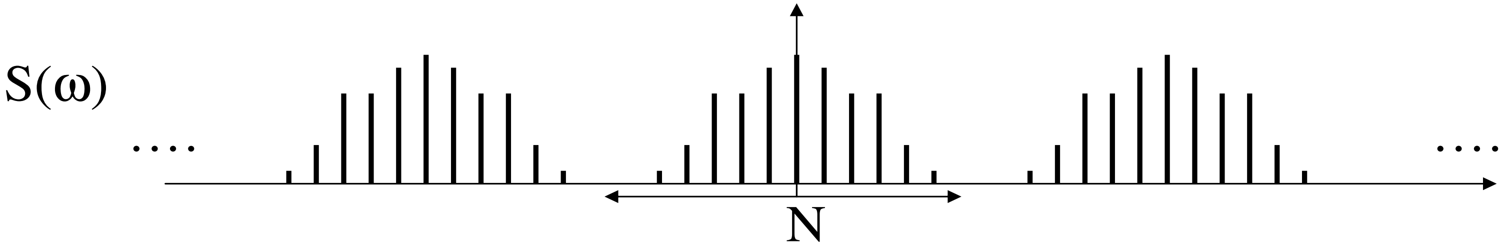
Discrete Fourier Transform (DFT)

- assumes that the signal is discrete and finite

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) e^{\frac{-i2\pi kn}{N}} \qquad s(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} S(k) e^{\frac{i2\pi kn}{N}}$$

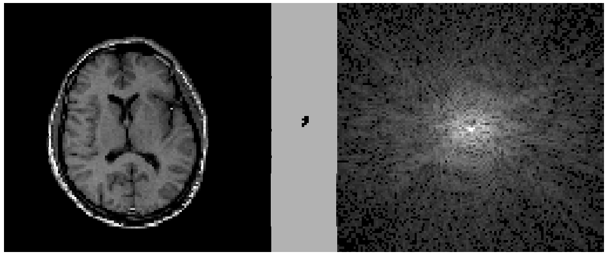
- now we have only N samples, and we can calculate N frequencies
- the frequency spectrum is now <u>discrete</u>, and it is <u>periodic</u> in N





Exemplo

The 2D transform:



$$S(k,l)=\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}s(n,m)e^{\frac{-i2\pi(kn+lm)}{NM}}$$

$$s(n,m)=\frac{1}{NM}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}S(k,l)e^{\frac{i2\pi(kn+lm)}{NM}}$$

Separability:

$$S(k,l)=\frac{1}{NM}\sum_{m=0}^{M-1}e^{\frac{-i2\pi lm}{M}}P(k,m) \quad \text{where } P(k,m)=\sum_{n=0}^{N-1}s(n,m)e^{\frac{-i2\pi kn}{N}}$$

$$s(n,m)=\frac{1}{NM}\sum_{l=0}^{M-1}e^{\frac{-i2\pi lm}{M}}p(n,l) \quad \text{where p}(n,l)=\sum_{k=0}^{N-1}S(n,m)e^{\frac{-i2\pi kn}{N}}$$

Exercícios em sala

- Objetivo:
  - Converter um sinal unidimensional para o domínio de frequências, examinar e entender as suas contribuições espectrais.

Exercício 1

- Utilizando uma função senoidal de uma única frequência $\mathrm{f(t)} = \sin(2\pi f t)$:
  a) Criar uma função em python que realize a operação de DFT
  b) Amostrar a função f(t) de forma a não introduzir aliasing
     1. Plotar f[n]
  c) Converter estas amostras para o domínio de frequência utilizando a função DFT
     1. Plotar |F[k]|
     2. Plotar fase: $\tan^{-1}\{Im(F[k] / Re(F[k]\}$
  d) Utilize agora a função numpy.fft.fft para fazer o mesmo exercício
  e) Como normalizar a magnitude ?
  f) Se $\mathrm{f(t)} = cos(2\pi f t)$, |F[k]| seria diferente ?

Exercício 2

- Agora, utilizando uma função senoidal de três frequências $f(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t) + \sin(2\pi f_3 t)$:
  a) Amostrar a função f(t) de forma a não introduzir aliasing
     1. Plotar f[n]
  b) Converter estas amostras para o domínio de frequência
     1. Plotar |F[k]|
     2. Plotar fase: $\tan^{-1}$\{Im(F[k] / Re(F[k]\}
  c) Agora mude a amostragem para criar aliasing
  d) Examine o efeito no domínio da frequência
     a) Quantos picos você vê ?
     b) Eles correspondem à frequências corretas ?
  e) Transforme para o domínio do tempo as amostras do espaço de frequência (numpy.fft.ifft)