Exercício (em aula) 5

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

(a) Use resolução para encontrar o assassino: formalize os fatos como um conjunto de cláusulas, prove que há um assassino, e identifique-o a partir da derivação.

(b) Suponha que descobrimos que estávamos errados: não podemos supor que havia apenas um assassino (pode ter havido uma conspiração). Mostre que neste caso os fatos não dão suporte à culpa de suspeito algum, ou seja, para cada suspeito, apresente uma interpretação lógica que esteja de acordo com todos os fatos mas em que tal suspeito é inocente e os outros dois são culpados.

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$
Predicados (todos unários):

- $M(x)$: x é o assassino

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$
Predicados (todos unários):

- $M(x)$: x é o assassino
- $F(x)$: x é amigo da vítima

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$
Predicados (todos unários):

- $M(x)$: x é o assassino
- $F(x)$: x é amigo da vítima
- $H(x)$: x odiava a vítima

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$
Predicados (todos unários):

- $M(x)$: x é o assassino
- $F(x)$: x é amigo da vítima
- $H(x)$: x odiava a vítima
- $O(x)$: x estava fora da cidade no dia do crime

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$
Predicados (todos unários):

- $M(x)$: x é o assassino
- $F(x)$: x é amigo da vítima
- $H(x)$: x odiava a vítima
- $O(x)$: x estava fora da cidade no dia do crime
- $K(x)$: x conhecia a vítima

Exercício (em aula) 5a

Domínio: $\{a, b, c\}$
Predicados (todos unários):

- $M(x)$: x é o assassino
- $F(x)$: x é amigo da vítima
- $H(x)$: x odiava a vítima
- $O(x)$: x estava fora da cidade no dia do crime
- $K(x)$: x conhecia a vítima
- $W(x)$: x estava com a vítima logo antes do crime

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e **Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino)**. Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e **Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino)**. Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

$$M(a) \vee M(b) \vee M(c)$$

$$\neg\big(M(a) \wedge M(b)\big)$$

$$\neg\big(M(a) \wedge M(c)\big)$$

$$\neg\big(M(b) \wedge M(c)\big)$$

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. **Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade**.

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). **Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima**. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). **Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima**. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

$$\neg M(a) \to \big(F(b) \land H(c)\big)$$

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. **Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima**. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. **Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima**. Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

$$\neg M(b) \rightarrow \big(O(b) \land \neg K(b)\big)$$

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. **Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato**. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

Exercício (em aula) 5a

Houve um assassinato, e Arthur, Beto e Carlos são os únicos suspeitos (isto é, exatamente um deles é o assassino). Arthur diz que Beto era amigo da vítima e que Carlos odiava a vítima. Beto diz que estava fora da cidade no dia do crime, e que nem conhecia a vítima. **Carlos diz que viu Arthur e Beto com a vítima logo antes do assassinato**. Todos (exceto possivelmente o assassino) estão falando a verdade.

$$\neg M(c) \rightarrow \big(W(a) \wedge W(b)\big)$$

Exercício (em aula) 5a

1. $[M(a), M(b), M(c)]$
2. $[\neg M(a), \neg M(b)]$
3. $[\neg M(a), \neg M(c)]$
4. $[\neg M(b), \neg M(c)]$
5. $[M(a), F(b)]$
6. $[M(a), H(c)]$
7. $[M(b), O(b)]$
8. $[M(b), \neg K(b)]$
9. $[M(c), W(a)]$
10. $[M(c), W(b)]$

Exercício (em aula) 5a

Conhecimento geral:

- quem era amigo da vítima a conhecia

$$\forall w \left[F(w) \rightarrow K(w) \right]$$

- quem odiava a vítima a conhecia

$$\forall x \left[H(x) \rightarrow K(x) \right]$$

- quem estava fora da cidade não estava com a vítima

$$\forall y \left[O(y) \rightarrow \neg W(y) \right]$$

- quem era amigo da vítima não a odiava

$$\forall z \left[F(z) \rightarrow \neg H(z) \right]$$

Exercício (em aula) 5a

11. $[\neg F(w), K(w)]$

12. $[\neg H(x), K(x)]$

13. $[\neg O(y), \neg W(y)]$

14. $[\neg F(z), \neg H(z)]$

Exercício (em aula) 5a

(a) Use **resolução** para encontrar o assassino. Em outras palavras, formalize os fatos como um conjunto de cláusulas, **prove que há um assassino, e identifique-o a partir da derivação**.

$$\neg\exists u\left[M(u) \land \neg A(u)\right]$$

$$[\neg M(u), A(u)]$$

Exercício (em aula) 5a

1. $[M(a), M(b), M(c)]$ **2**. $[\neg M(a), \neg M(b)]$ **4**. $[\neg M(b), \neg M(c)]$ **6**. $[M(a), H(c)]$

9. $[M(c), W(a)]$ **12**. $[\neg H(x), K(x)]$ **5**. $[M(a), F(b)]$ **14**. $[\neg F(z), \neg H(z)]$

11. $[\neg F(w), K(w)]$ **10**. $[M(c), W(b)]$ **13**. $[\neg O(y), \neg W(y)]$

y/b

8. $[M(b), \neg K(b)]$ w/b **17**. $[M(c), \neg O(b)]$ **7**. $[M(b), O(b)]$

16. $[M(a), K(b)]$ **18**. $[M(b), M(c)]$ **3**. $[\neg M(a), \neg M(b)]$

19. $[M(a), M(b)]$ **20**. $[\neg M(a), M(b)]$ **15**. $[\neg M(u), A(u)]$

21. $[M(b)]$

u/b

22. $[A(b)]$

Beto é o assassino.

Exercício 1

Considere os seguintes fatos sobre o Clube da Ponte da Rua Elm: Joe, Sally, Bill, e Ellen são os únicos membros do clube. Joe é casado com Sally. Bill é irmão de Ellen. O cônjuge de toda pessoa casada do clube também está no clube.
Desses fatos, a maioria das pessoas seria capaz de determinar que Ellen não é casada.

(a) Represente esses fatos como sentenças em lógica de primeira ordem, e mostre semanticamente que apenas por elas não podemos concluir que Ellen não é casada.

(b) Escreva em lógica de primeira ordem alguns fatos adicionais que a maioria das pessoas sabe, e mostre que esse conjunto de sentenças expandido agora permite concluir que Ellen não é casada.

Resolução: Igualdade

- Tratar como predicado
- Assumir reflexividade, transitividade, simetria

$$\forall x[x = x]$$

$$\forall x \forall y \forall z[(x = y) \land (y = z) \rightarrow (x = z)]$$
$$\forall x \forall y[(x = y) \rightarrow (y = x)]$$

- Assumir substituição em funções e em predicados, para toda função e todo predicado

$$\forall x_1 \forall y_1 \ldots \forall x_n \forall y_n \Big[((x_1 = y_1) \land \cdots \land (x_n = y_n)) \rightarrow$$
$$f(x_1, \ldots, x_n) = f(y_1, \ldots, x_n) \Big]$$

Resolução: Igualdade

- Tratar como predicado
- Assumir reflexividade, transitividade, simetria

$$\forall x[x = x]$$

$$\forall x \forall y \forall z[(x = y) \land (y = z) \to (x = z)]$$
$$\forall x \forall y[(x = y) \to (y = x)]$$

- Assumir substituição em funções e em predicados, para toda função e todo predicado

$$\forall x_1 \forall y_1 \ldots \forall x_n \forall y_n \Big[\big((x_1 = y_1) \land \cdots \land (x_n = y_n)\big) \to$$
$$P(x_1, \ldots, x_n) \leftrightarrow P(y_1, \ldots, y_n) \Big]$$