

# MÉTODOS ITERATIVOS PARA SOLUÇÃO DE SISTEMAS LINEARES ALTAMENTE ANISOTRÓPICOS



Autores: Vitor M. V. Ferreira, Millena M. Villar, Aristeu da Silveira Neto

#### **RESUMO**

Solução de sistemas lineares via métodos iterativos para problemas com elevada anisotropia resultante de fluidos com diferentes densidades. Associações entre métodos de otimização e multi-nível se mostraram eficazes e eficientes.

## INTRODUÇÃO

Equações elípticas são utilizadas como modelos matemáticos de fenômenos físicos estacionários sujeitos a condições de contorno. Em problemas da mecânica dos fluidos, esta equação surge do acoplamento entre pressão e velocidade da equação de Navier-Stokes.

Para uma correta validação das técnicas implementadas mediante as variadas condições de contorno e diferentes saltos entre a propriedade física p (massa específica), recorre-se as soluções manufaturadas, as quais permitem observar a ordem de convergência dos métodos de discretização utilizados, ou seja, 2ª ordem.

## MÉTODOS

A discretização espacial é realizada pelo método dos Volumes Finitos em coordenadas cartesidanas e domínio tridimensional, adotando-se malha uniforme. Para o problema monofásico da cavidade com tampa deslizante, as equações de Navier-Stokes são discretizadas temporalmente pelo método de Euler Explícito e o acoplamento é realizado com o método dos Passos-Fracionados. Para os campos bifásicos, as matrizes dos coeficientes e do termo direito do sistema linear são geradas via funções manufaturadas e apenas a equação elíptica é aproximada sob condições de contorno Dirichlet e Neumann.

Os métodos iterativos implementados são: *S.O.R*, *Multigrid*, Gradiente Conjugado, Gradiente Conjugado Pré-Condicionado, *Nested CG* e *Nested Multigrid*.

### **RESULTADOS**

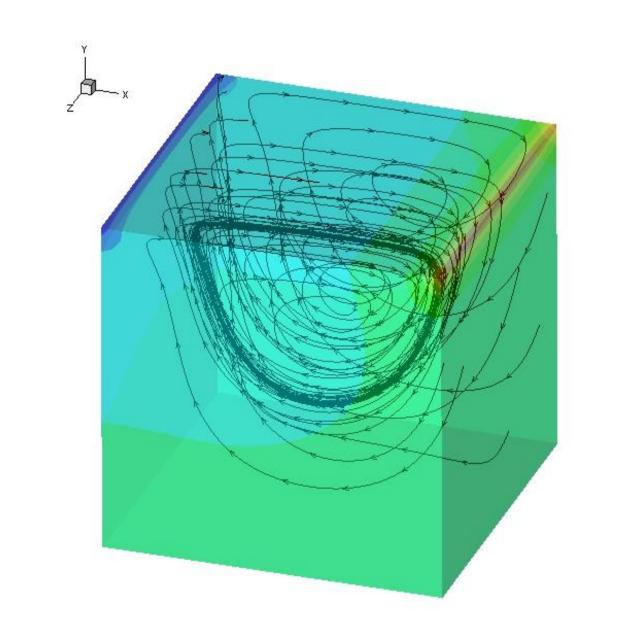


Figura 1: Campo de pressão e linhas de corrente do escoamento.

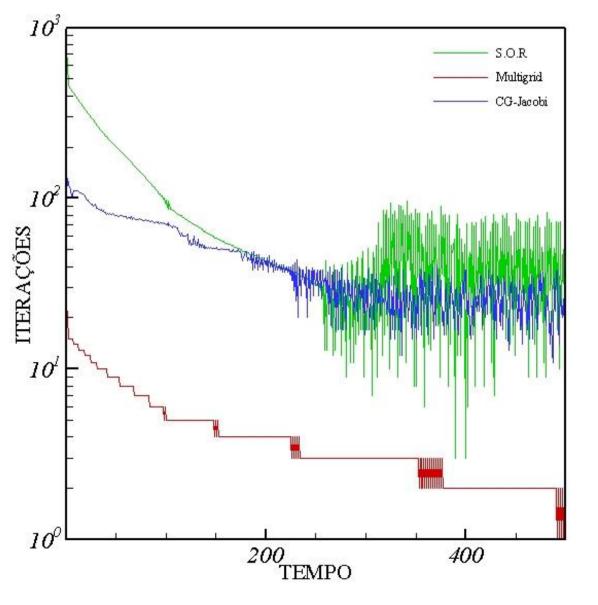


Figura 2: Número de iterações até a convergência em função do tempo.

Através desta simulação é possível verificar a eficiência do método *Multigrid* na solução de escoamentos monofásicos.

A função manufaturada para a pressão e dois campos manufaturados distintos de massa específica são ilustrados abaixo.

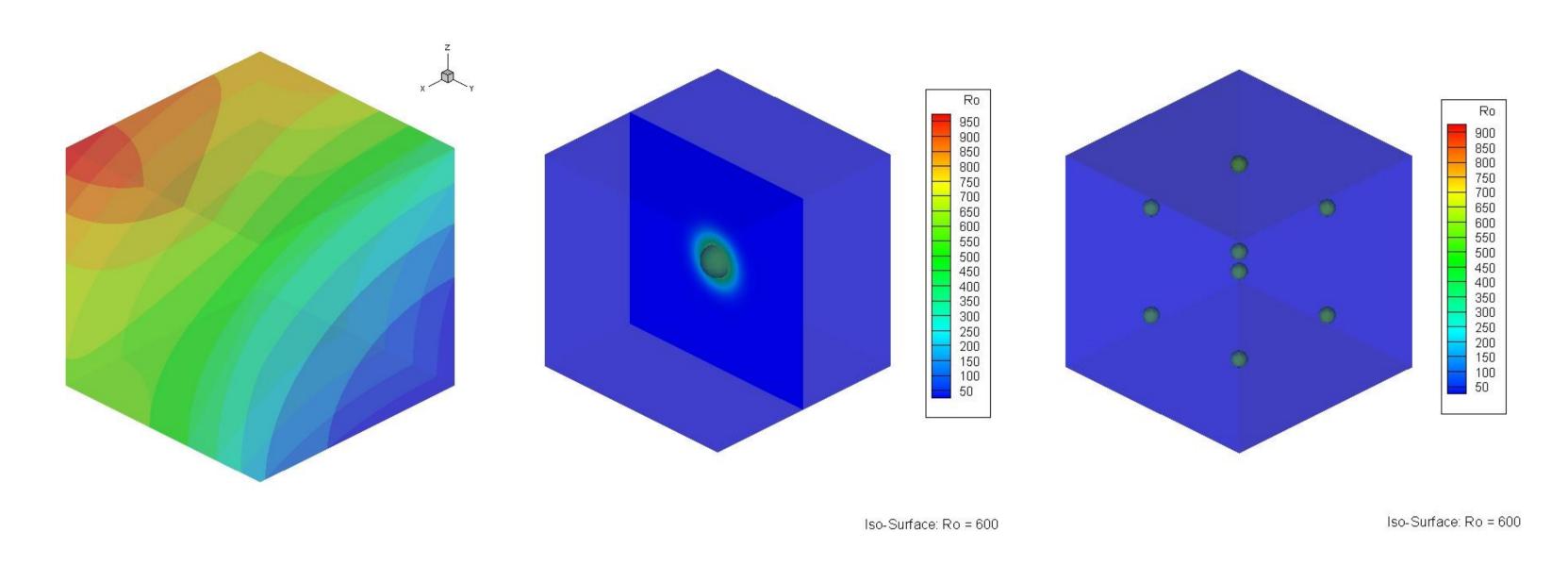
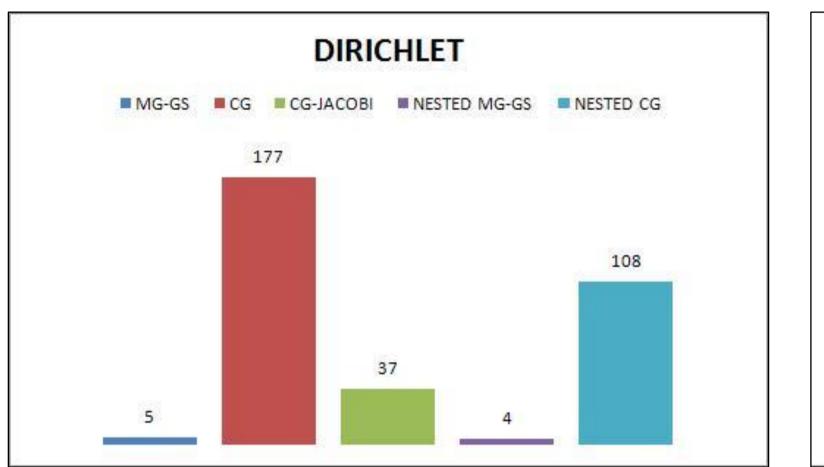


Figura 3: Campos manufaturados.

A Figura 4 apresenta o tempo gasto para que o resíduo alcance a tolerância para os diversos *solvers*, considerando a presença de apenas uma interface contendo um salto de 1 para 1000.



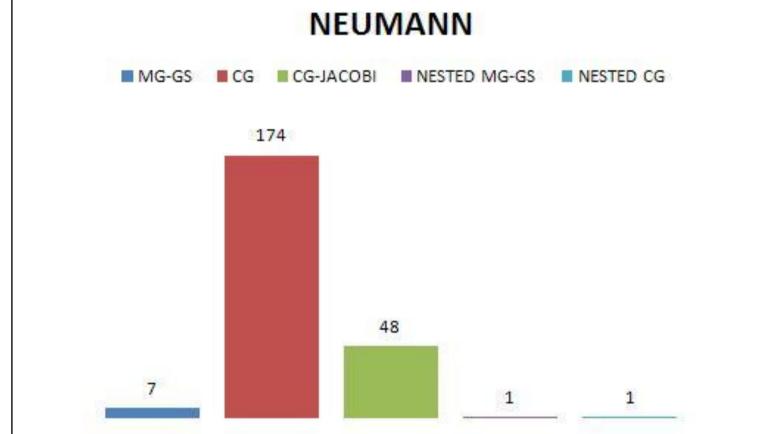
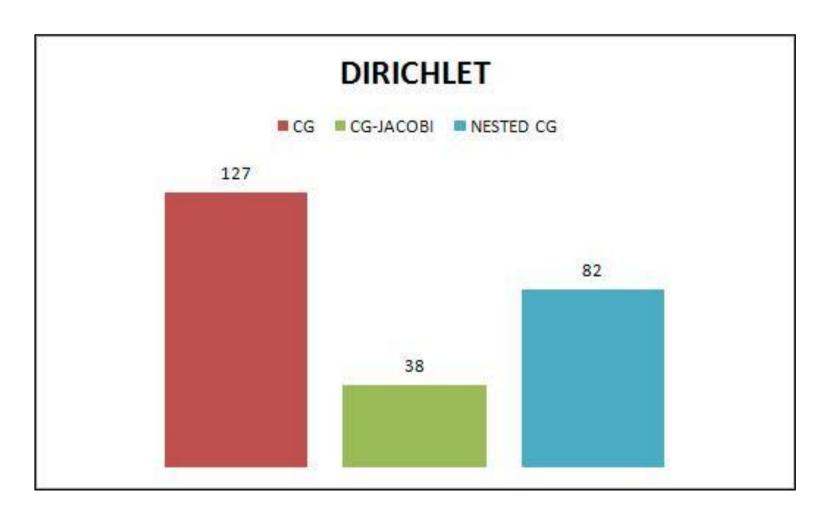


Figura 4: Resultado para campo manufaturado com uma interface.

Na Figura 5 o mesmo comportamento é avaliado considerando a presença de quatro interfaces.



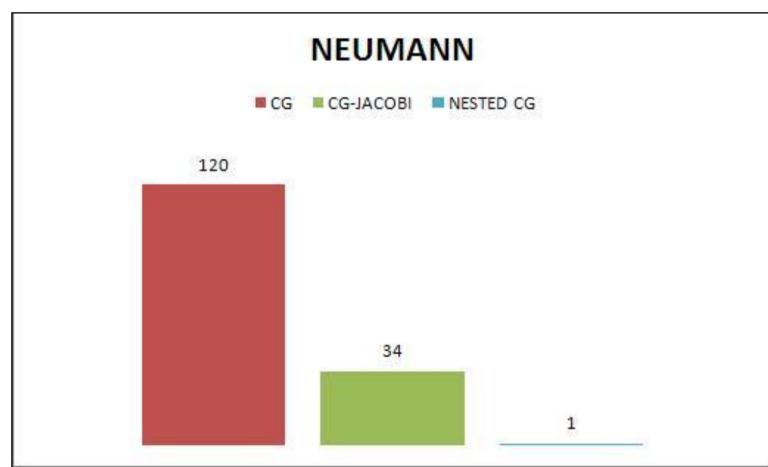


Figura 5: Resultado para campo manufaturado com quatro interfaces.

## CONCLUSÃO

Surpreendentemente o *Nested CG* se mostrou eficaz e eficiente, uma vez que convergiu com rapidez nas situações mais críticas. Posteriormente será verificado o comportamento de tal método nas aplicações que envolvam sistemas transientes, nos quais é necessário resolver a equação de Poisson a cada passo de tempo.

#### **BIBLIOGRAFIA**

Briggs, W. L., 1987, "A Multigrid Tutorial", Society for Industrial and Applied Mathematics.

Shewchuk, J. R., 1994, "An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain", Carnegie Mellon University.

Villar, M. M., 2007, "Análise Numérica Fina de Escoamentos Multifásicos Bidimensionais", Universidade Federal de Uberlândia.