

РГР по дискретной математике

Пятая задача

Клименко В. М. – М8О-103Б-22 – 11 вариант

Апрель, 2023

Дано

Квадратные матрицы порядка 4: $\langle M, +, \times \rangle$ с элементами из \mathbb{R}

Задание

Определить, является ли полем или кольцом заданная алгебраическая структура. Проверить, существуют ли делители нуля.

Решение

Сложение

1. коммутативность, ассоциативность, замкнутость - очевидно по свойствам матриц

2. единичный элемент $- (0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3. обратный элемент $- A_+^{-1} = -A = -1 \times A: A + (-A) = (0)$

Умножение

1. коммутативность – не выполняется
2. ассоциативность, замкнутость – очевидно по свойствам матриц

3. единичный элемент $- E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

4. обратный элемент $- A_{\times}^{-1} = A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} \times (A_{ij})^T: A \times A^{-1} = E$

Дистрибутивность

$A \times (B + C) = A \times B + A \times C$ – по дистрибутивности матриц

Делители нуля

делители нуля существуют, например:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответ

Алгебраическая структура квадратные матрицы порядка 4: $\langle M, +, \times \rangle$ с элементами из \mathbb{R} является **кольцом**