Курсовая работа по дискретной математике
Третья задача

Клименко В. М. – М8О-103Б-22 – 11 вариант

Март, 2023

Дано

Матрица смежности A орграфа:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание

Используя алгоритм "фронта волны", найти все минимальные пути из первой вершины в последнюю орграфа, заданного матрицей смежности A

Решение

Находим фронты волны:

$$\begin{aligned} & w_0(x_1) = \{x_1\} \\ & w_1(x_1) = \Gamma_{x_1} = \{x_4, x_6\} \\ & w_2(x_1) = \Gamma_{x_4, x_6} = \{x_1, x_5, x_4\} \\ & w_3(x_1) = \Gamma_{x_5} = \{x_1, x_3, x_4, x_6\} \\ & w_4(x_1) = \Gamma_{x_3} = \{x_2, x_4, x_5, x_6\} \\ & w_5(x_1) = \Gamma_{x_2} = \{x_1, x_3, x_5, x_7\} \end{aligned}$$

Нашли x_7 на шестом шаге, следовательно путь состоит из шести вершин из x_1 в x_7 равен:

$$x_1 \to z_1 \to z_2 \to z_3 \to z_4 \to x_7,$$

где

1. $z_4 \in w_4(x_1) \cap \Gamma_{x_7}^{-1} = \{x_2, x_4, x_5, x_6\} \cap \{x_2\} = \{x_2\} \Rightarrow z_5 = x_2$
2. $z_3 \in w_3(x_1) \cap \Gamma_{x_2}^{-1} = \{x_1, x_3, x_4, x_6\} \cap \{x_3\} = \{x_3\} \Rightarrow z_4 = x_3$
3. $z_2 \in w_2(x_1) \cap \Gamma_{x_3}^{-1} = \{x_1, x_5, x_4\} \cap \{x_2, x_5, x_7\} = \{x_5\} \Rightarrow z_3 = x_5$
4. $z_1 \in w_1(x_1) \cap \Gamma_{x_5}^{-1} = \{x_4, x_6\} \cap \{x_2, x_3, x_4, x_6\} = \{x_4, x_6\} \Rightarrow z_1 \in \{x_4, x_6\}$

5.1. $x_1 \in w_0(x_1) \cap \Gamma_{x_4}^{-1} = \{x_1\} \cap \{x_1, x_3, x_5, x_6\} = \{x_1\}$

5.2. $x_1 \in w_0(x_1) \cap \Gamma_{x_6}^{-1} = \{x_1\} \cap \{x_1, x_3, x_5, x_7\} = \{x_1\}$

Из этого следует, что всего найдено два минимальных пути из x_1 в x_7:

$$x_1 \to x_4 \to x_5 \to x_3 \to x_2 \to x_7$$
$$x_1 \to x_6 \to x_5 \to x_3 \to x_2 \to x_7$$

Ответ

Найдено два кратчайших пути:

$$x_1 \to x_4 \to x_5 \to x_3 \to x_2 \to x_7$$
$$x_1 \to x_6 \to x_5 \to x_3 \to x_2 \to x_7$$