

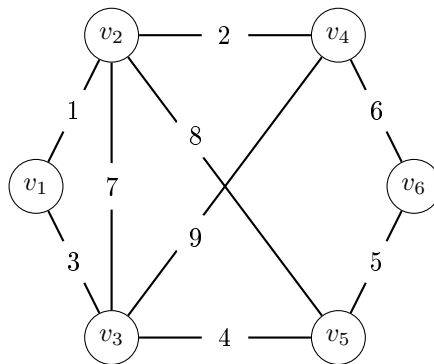
Курсовая работа по дискретной математике

Шестая задача

Клименко В. М. – М8О-103Б-22 – 11 вариант

Май, 2023

Дано

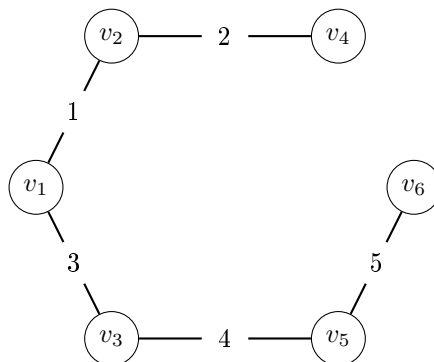


Задание

Пусть каждому ребру неориентированного графа соответствует некоторый элемент электрической цепи. Составить линейно независимые системы уравнений Кирхгофа для токов и напряжений. Пусть первому и пятому ребру соответствуют источники тока с ЭДС E_1 и E_2 (полярность выбирается произвольно), а остальные элементы являются сопротивлениями. Используя закон Ома, и, предполагая внутренние сопротивления источников тока равными нулю, получить систему уравнений для токов

Решение

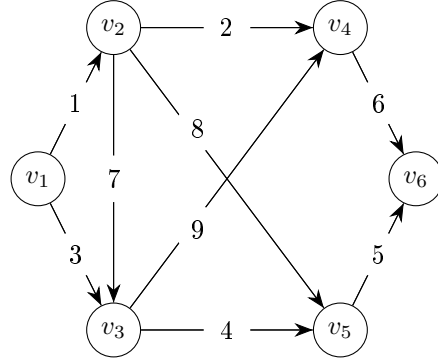
Находим остовное дерево $D =$



Пусть ребру под номером i будет соответствовать букве q_i , где $i \in 1..9$, тогда:

1. $(D + q_6) = \mu_1 = v_1 - v_2 - v_4 - v_6 - v_5 - v_3 - v_1$
2. $(D + q_7) = \mu_2 = v_1 - v_2 - v_3 - v_1$
3. $(D + q_8) = \mu_3 = v_1 - v_2 - v_5 - v_3 - v_1$
4. $(D + q_9) = \mu_4 = v_1 - v_2 - v_4 - v_3 - v_1$

Зададим произвольную ориентацию на графе:



Получаем цикломатическую матрицу

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

По закону Кирхгофа для напряжения:

$$C \times U = 0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_9 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 - u_3 - u_4 - u_5 + u_6 = 0 \\ u_1 - u_3 + u_7 = 0 \\ u_1 - u_3 - u_4 + u_8 = 0 \\ u_1 + u_2 - u_9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_6 = -u_1 - u_2 + u_3 + u_4 + u_5 \\ u_7 = -u_1 + u_3 \\ u_8 = -u_1 + u_3 + u_4 \\ u_9 = u_1 + u_2 \end{cases} \Rightarrow u_6, u_7, u_8, u_9 - \text{базис}$$

Составим матрицу инцидентности

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

По закону Кирхгофа для тока:

$$\begin{aligned}
 B \times I = 0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ \dots \\ i_9 \end{pmatrix} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{cases} i_1 = i_6 + i_7 + i_8 \\ i_2 = i_6 \\ i_3 = -i_6 - i_7 - i_8 \\ i_4 = -i_6 - i_8 \\ i_5 = -i_6 \\ i_9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = i_6 + i_7 + i_8 \\ i_2 = i_6 \\ i_3 = -i_6 - i_7 - i_8 \\ i_4 = -i_6 - i_8 \\ i_5 = -i_6 \\ i_9 = 0 \\ u_6 = -u_1 - u_2 + u_3 + u_4 + u_5 \\ u_7 = -u_1 + u_3 \\ u_8 = -u_1 + u_3 + u_4 \\ u_9 = u_1 + u_2 \end{cases} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{cases} i_1 = i_6 + i_7 + i_8 \\ i_2 = i_6 \\ i_3 = -i_6 - i_7 - i_8 \\ i_4 = -i_6 - i_8 \\ i_5 = -i_6 \\ i_9 = 0 \\ i_6 r_6 = -e_1 - i_2 r_2 + i_3 r_3 + i_4 r_4 + e_5 \\ i_7 r_7 = -e_1 + i_3 r_3 \\ i_8 r_8 = -e_1 + i_3 r_3 + i_4 r_4 \\ i_9 r_9 = e_1 + i_2 r_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = i_6 + i_7 + i_8 \\ i_2 = i_6 \\ i_3 = -i_6 - i_7 - i_8 \\ i_4 = -i_6 - i_8 \\ i_5 = -i_6 \\ i_9 = 0 \\ i_6 r_6 = i_3 r_3 + i_4 r_4 + e_5 \\ i_7 r_7 = -e_1 + i_3 r_3 \\ i_8 r_8 = -e_1 + i_3 r_3 + i_4 r_4 \\ e_1 = -i_2 r_2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Ответ

$$\begin{cases} i_1 = i_6 + i_7 + i_8 \\ i_2 = i_6 \\ i_3 = -i_6 - i_7 - i_8 \\ i_4 = -i_6 - i_8 \\ i_5 = -i_6 \\ i_9 = 0 \\ i_6 r_6 = i_3 r_3 + i_4 r_4 + e_5 \\ i_7 r_7 = -e_1 + i_3 r_3 \\ i_8 r_8 = -e_1 + i_3 r_3 + i_4 r_4 \\ e_1 = -i_2 r_2 \end{cases}$$