

Курсовая работа по дискретной математике

Третья задача

Клименко В. М. – М8О-103Б-22 – 11 вариант

Март, 2023

Дано

Матрица смежности A орграфа:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Задание

Используя алгоритм "фронта волны", найти все минимальные пути из первой вершины в последнюю орграфа, заданного матрицей смежности A

Решение

Находим фронты волны:

$$\begin{aligned} w_0(x_1) &= \{x_1\} \\ w_1(x_1) &= \Gamma_{x_1} = \{x_4, x_6\} \\ w_2(x_1) &= \Gamma_{x_4, x_6} = \{x_1, x_5, x_4\} \\ w_3(x_1) &= \Gamma_{x_5} = \{x_1, x_3, x_4, x_6\} \\ w_4(x_1) &= \Gamma_{x_3} = \{x_2, x_4, x_5, x_6\} \\ w_5(x_1) &= \Gamma_{x_2} = \{x_1, x_3, x_5, x_7\} \end{aligned}$$

Нашли x_7 на шестом шаге, следовательно путь состоит из шести вершин из x_1 в x_7 равен:

$$x_1 \rightarrow z_1 \rightarrow z_2 \rightarrow z_3 \rightarrow z_4 \rightarrow x_7,$$

где

1. $z_4 \in w_4(x_1) \cap \Gamma_{x_7}^{-1} = \{x_2\} \Rightarrow z_5 = x_2$
2. $z_3 \in w_3(x_1) \cap \Gamma_{x_2}^{-1} = \{x_3\} \Rightarrow z_4 = x_3$
3. $z_2 \in w_2(x_1) \cap \Gamma_{x_3}^{-1} = \{x_5\} \Rightarrow z_3 = x_5$
4. $z_1 \in w_1(x_1) \cap \Gamma_{x_5}^{-1} = \{x_4, x_6\} \Rightarrow z_1 \in \{x_4, x_6\}$
- 5.1. $x_1 \in w_0(x_1) \cap \Gamma_{x_4}^{-1} = \{x_1\}$
- 5.2. $x_1 \in w_0(x_1) \cap \Gamma_{x_6}^{-1} = \{x_1\}$

Из этого следует, что всего найдено два минимальных пути из x_1 в x_7 :

$$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_5 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2 \rightarrow x_7$$

$$x_1 \rightarrow x_6 \rightarrow x_5 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2 \rightarrow x_7$$

Ответ

Найдено два кратчайших пути:

$$x_1 \rightarrow x_4 \rightarrow x_5 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2 \rightarrow x_7$$

$$x_1 \rightarrow x_6 \rightarrow x_5 \rightarrow x_3 \rightarrow x_2 \rightarrow x_7$$