

Курсовая работа по дискретной математики

Первая задача

Клименко В. М. – М8О-103Б-22 – 11 вариант

Март, 2023

Дано

Матрица смежности орграфа

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Найти

1. матрицу односторонней связности
2. матрицу сильной связности
3. компоненты сильной связности
4. матрицу контуров

Решение

Найдем матрицу односторонней связности при помощи итерационного алгоритма:

1.

$$1. \quad T^{(0)} = E \vee A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad T^{(1)} = ||t_{ij}^{(1)}||, t_{ij}^{(1)} = t_{ij}^{(0)} \vee (t_{i1}^{(0)} \& t_{1j}^{(0)}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_{13} = 0$$

$$t_{14} = 0$$

$$t_{24} = 0$$

$$t_{31} = 0$$

$$t_{34} = 0$$

$$3. \ T^{(2)} = ||t_{ij}^{(2)}||, t_{ij}^{(2)} = t_{ij}^{(1)} \vee (t_{i2}^{(1)} \& t_{2j}^{(1)}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_{13} = 1$$

$$t_{14} = 0$$

$$t_{24} = 0$$

$$t_{31} = 1$$

$$t_{34} = 0$$

$$4. \ T^{(3)} = ||t_{ij}^{(3)}||, t_{ij}^{(3)} = t_{ij}^{(2)} \vee (t_{i3}^{(2)} \& t_{3j}^{(2)}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_{14} = 0$$

$$t_{24} = 0$$

$$t_{34} = 0$$

$$5. \ T^{(4)} = ||t_{ij}^{(4)}||, t_{ij}^{(4)} = t_{ij}^{(3)} \vee (t_{i4}^{(3)} \& t_{4j}^{(3)}) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$t_{14} = 0$$

$$t_{24} = 0$$

$$t_{34} = 0$$

$$\text{Ответ: } T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2.

$$\bar{S} = T \& T^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \& \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\bar{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3.

Вершины в первой строке \bar{S} соответствуют первой компоненте сильной связности, следовательно первая компонента сильной связности — $\{v_1, v_2, v_3\}$

$$\Rightarrow \bar{S}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ вторая компонента — } \{v_4\}$$

Ответ: $\{v_1, v_2, v_3\}, \{v_4\}$

4.

Матрица контуров вычисляется как: $\bar{S} \& A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ответ: $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$