Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет)

Институт №8 «Компьютерные науки и прикладная математика»

Кафедра 806 «Вычислительная математика и программирование»

КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

по курсу "Дискретная математика"

II семестр

на тему «Нахождения максимальной клики в графе»

Студент: Клименко В.М.

Группа: М8О-103Б-22, № 11

Руководитель: Яшина Н. П., доцент 805 кафедры

Москва, 2023

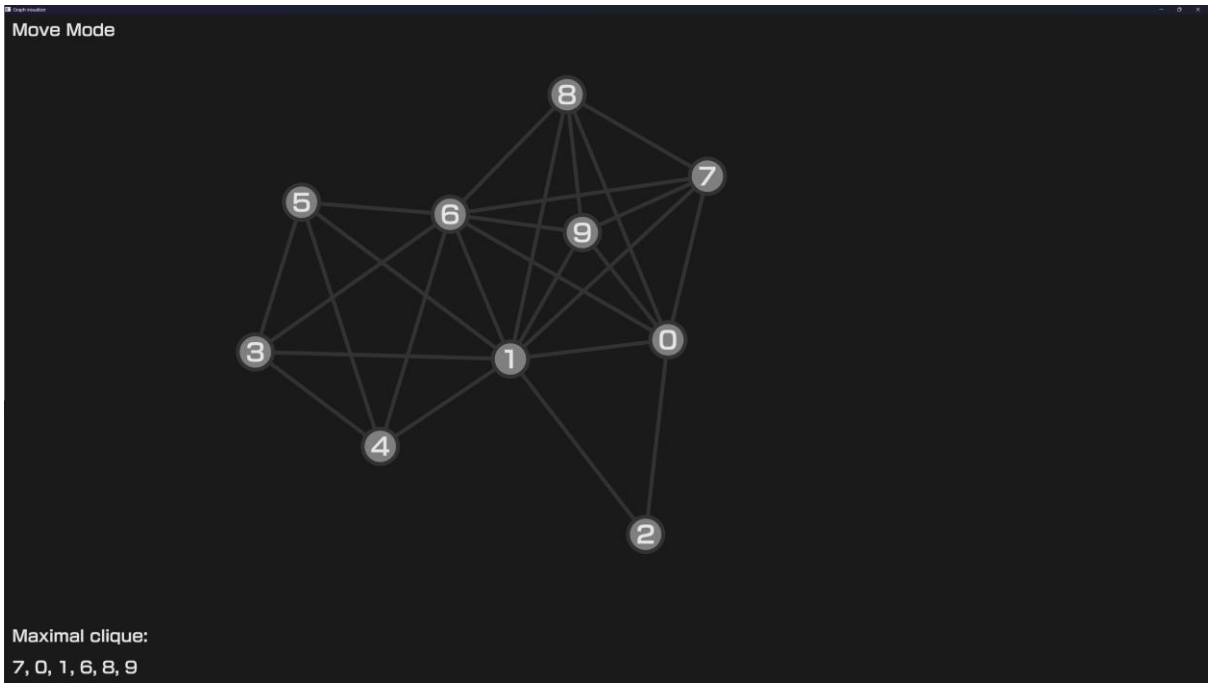
Contents

Теоретические сведения

Задан простой неориентированный граф. Нужно найти максимальную клику и вывести ее.

Клика – это множество вершин, в котором каждая вершина соединена с каждой. Максимальная клика – клика, с наибольшим количеством вершин, среди всех найденных клик.

Для поиска максимальной клики использован жадный алгоритм, который работает за $O(n^3)$. Это не так много в реалиях моей программы. Так как у программы есть интерфейс, на котором красиво рисуется граф, физически невозможно его построить настолько большим, что поиск максимальной клики в нем будет высчитываться непозволительно долго.

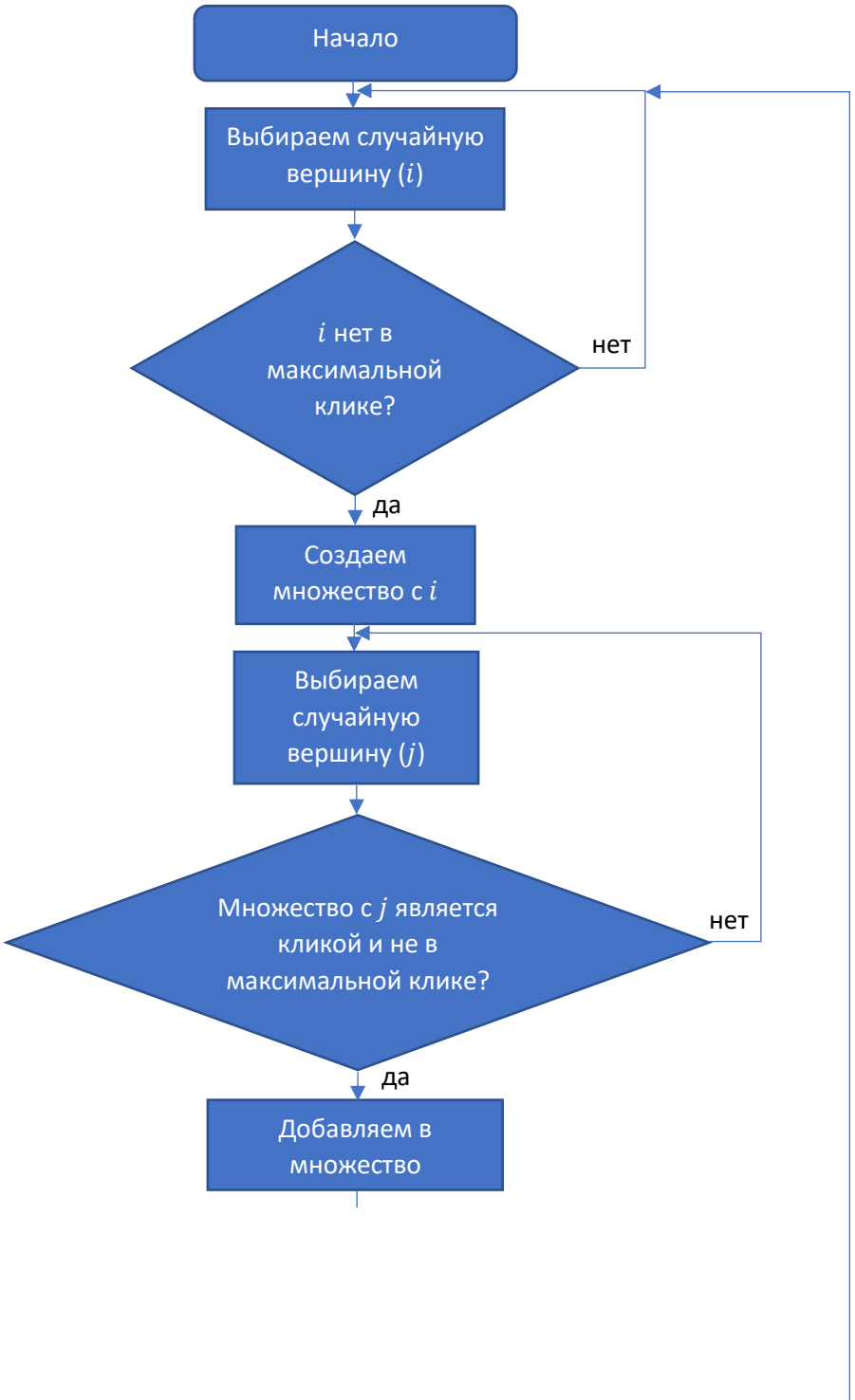


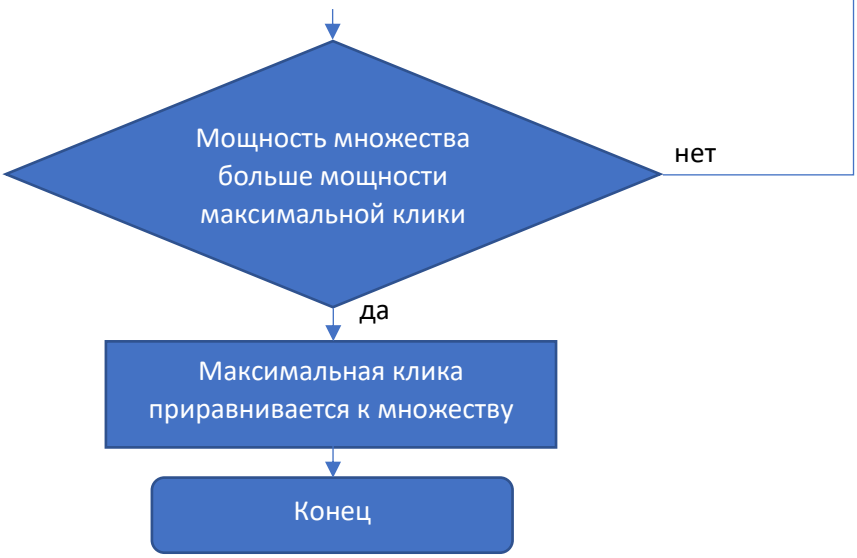
Описание алгоритма

Алгоритм поиска максимальной клики:

1. Задаем, что максимальная клика M – пустое множество. Начнем пункт 2 со случайной вершины.
2. Если вершина уже есть в максимальной клики, пропускаем эту вершину, иначе создаем новое множество C_i, единственным элементом которого является вершина под номером i.
3. Проходим все вершины кроме вершины i, проверяем, если $C_i \cup \{j\}$ является кликой, то добавляем вершину j в C_i, иначе идем дальше. По окончанию прохода, проверяем, больше ли мощность C_i мощности M. Если больше, то приравниваем M к C_i. Если еще не прошли все вершины – выбираем любую другую вершину и возвращаемся к пункту 2, иначе максимальная клика найдена.

Блок-схема алгоритма:




Мощность множества
больше мощности
максимальной клики
нет
да
Максимальная клика
приравнивается к множеству
Конец

Программная реализация

Программа из себя представляет приложение с графикой, в котором можно строить неориентированные графы, двигать отдельные вершины, выводить номера вершин, которые образуют максимальную клику в введенном графе.

Программа написана на языке программирования Rust. Такой выбор был сделан в виду того, что у меня был опыт написания графических приложений на Расте. Помимо этого, Раст – очень быстрый язык программирования, что конечно не может не радовать.

Для вершины была реализована структура данных **`Vertex`**:

```
pub struct Vertex {
    pub id: usize,
    pub connected: Vec<Vertex>,
    pub coords: Vec2,
    pub velocity: Vec2,
    pub acceleration: Vec2,
}
```

В этой структуре данных лежит айди, который используется для обращение к вершинам в разных функциях, а также для графического обозначения вершин. Список вершин, присоединенных к этой вершине, реализованный на векторе. Остальные поля этой структуры данных используются исключительно для графического представления.

Для неориентированного графа была сделана отдельная структура данных **`Graph`**:

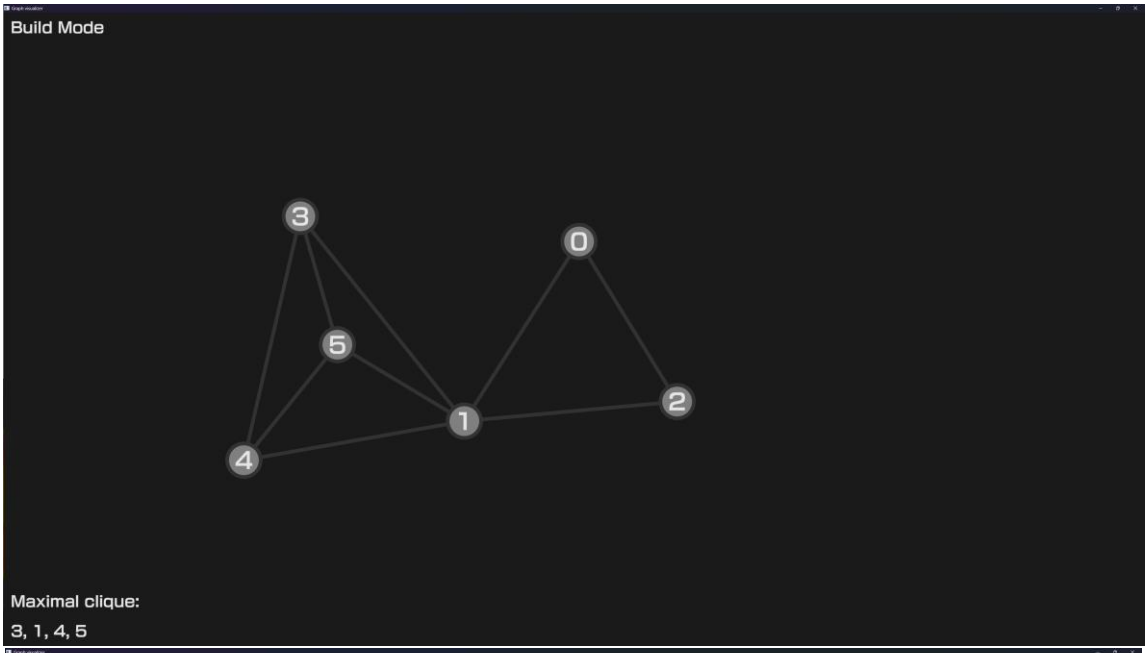
```
pub struct Graph {
    pub vertices: Vec<Vertex>,
    pub arcs: HashMap<usize, Vec<usize>>,
}
```

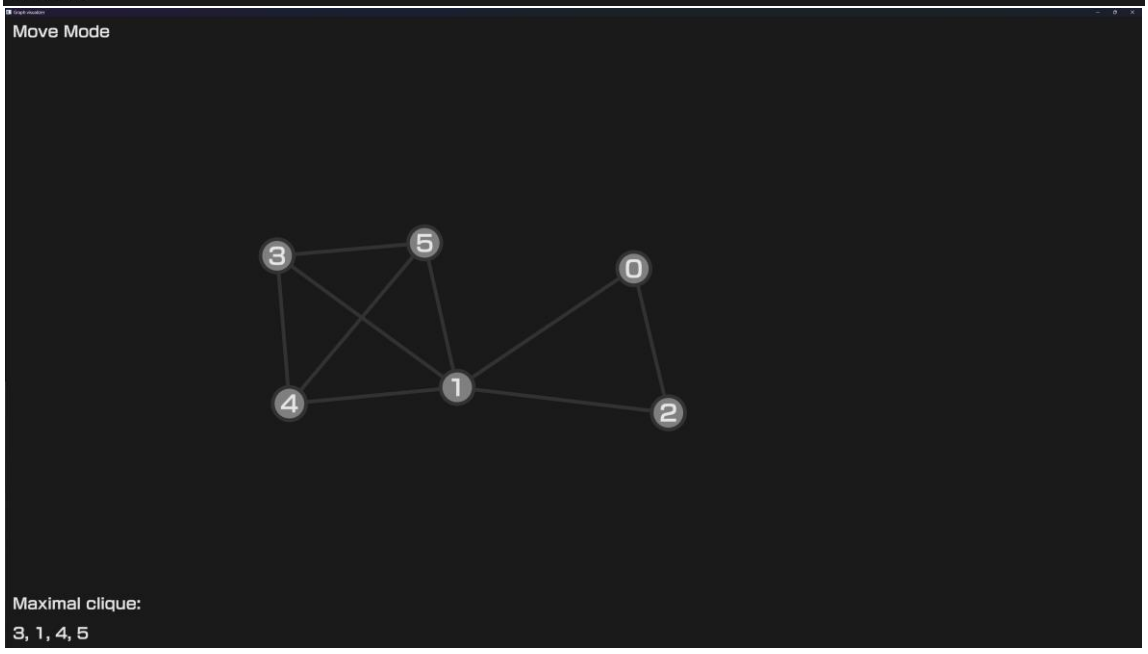
То есть в этой структуре находятся два поля – вектор со всеми вершинами и хэшмап, значение которого по данному ключу – вектор с айди всех вершин, с которыми соединена вершина с айди равным данному ключу.

Скриншоты программы:

В программе можно двигать вершины, причем при перемещении вершины, соединенные с выбранной тоже двигаются: если они слишком близко к передвигаемой, то вершины "отплывают" от выбранной, если слишком далеко, то пододвигаются ближе. Значения критических расстояний вынесены в константы **`MINIMAL_DISTANCE`** и **`MAXIMUM_DISTANCE`**. Помимо этих двух констант, есть еще несколько, отвечающих за движение вершин на экране.

Пример передвижения вершин:





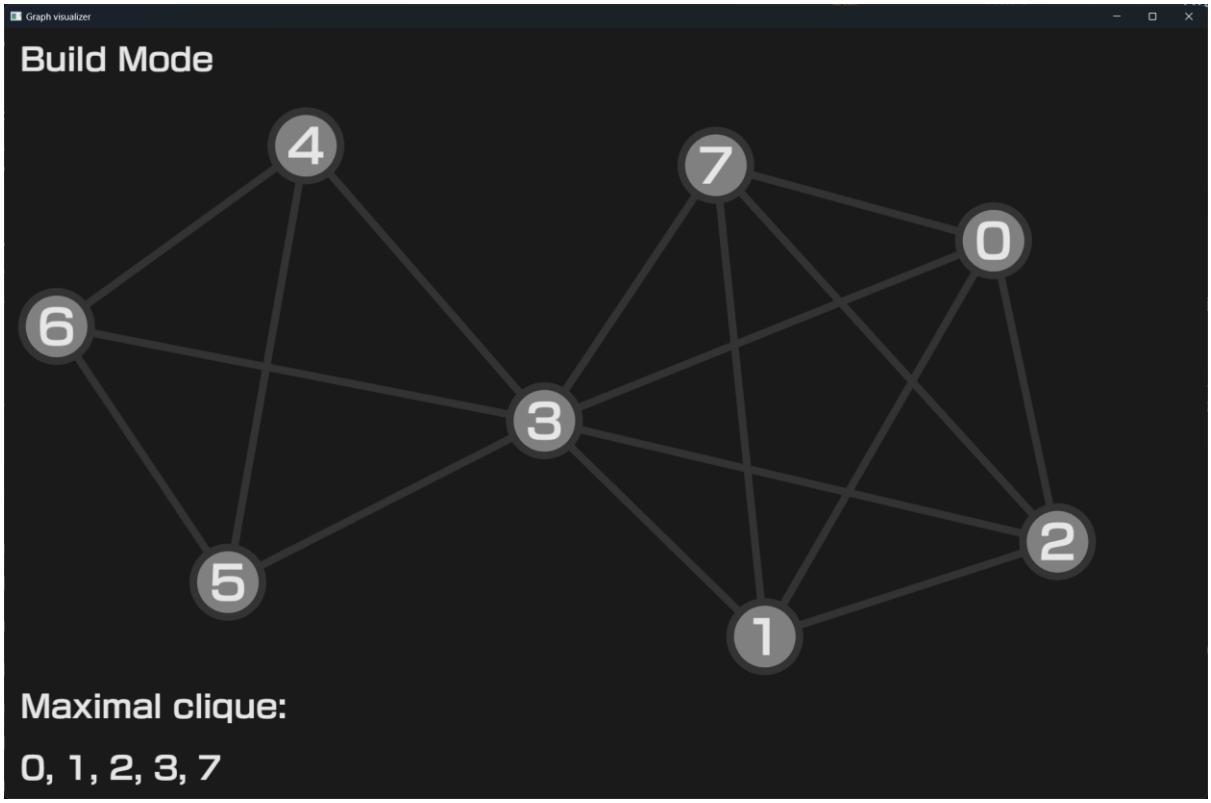
Для структур данных было реализовано несколько функций, необходимых для построения самого графа, но самое интересное это конечно функция поиска максимальной клики:

```
pub fn max_clique(&self) -> Vec<usize> {
   let mut max_clique: Vec<usize> = vec![];
```

```
        for i in 0..self.len() {
            if max_clique.contains(&i) { continue; }

            let mut current_clique: Vec<usize> = vec![];
            current_clique.push(i);

            for j in 0..self.len() {
                if i == j { continue; }
                if self.is_clique(&current_clique, j) {
                    current_clique.push(j);
                }
            }

            if current_clique.len() > max_clique.len() {
                max_clique = current_clique.clone();
            }
        }

        max_clique
    }
```

Помимо функции поиска максимальной клики, реализована вспомогательная функция проверки на то является ли список вершин с вершиной под номером *j* кликой.

```
    fn is_clique(&self, vec: &Vec<usize>, j: usize) -> bool {
        let mut answ: bool = true;

        for k in vec {
            answ &= self.arcs[&j].contains(k) ||
                    self.arcs[k].contains(&j);
        }

        answ
    }
```


Graph visualizer
Build Mode
4
7
0
6
3
2
5
1
Maximal clique:
0, 1, 2, 3, 7

Практическое применение

В реальном мире эта проблема может встать, например, во время организации вечеринки:

У Маши день рождения, она хочет позвать много-много друзей к себе в гости попить чаю и поесть тортик. Однако, из-за того что Маша – очень общительный и разносторонний человек, она дружит с совсем разными компаниями (в компаниях все люди дружат друг с другом), а как известно для хорошего праздника нужно подобрать хороших гостей. Задача – найти наибольшую компанию.

Для решения такой задачи можно представить дружбу людей в виде графа: люди будут вершинами, а ребра показывают, какие два человека дружат. В нашем случае компании людей – клики в графе, получается задача свелась к поиску максимальной клики.

Полезные ссылки

- Гитхаб с кодом программы
- Википедия про клики