Отчет по лабораторной работе № 22 по курсу Алгоритмы и структуры данных

Студент группы М8О-103Б-22 Клименко Виталий Максимович, № по списку 11

Контакты www, e-mail, icq, skype vitalikklimenko96@gmail.com

Работа выполнена: 10 марта 2022 г.

Преподаватель: доцент Никулин С.П.

Входной контроль знаний с оценкой ________________

Отчет сдан « » ________ 202 __ г., итоговая оценка ___

Подпись преподавателя ________________

1. **Тема:** Издательская система TEX

2. **Цель работы:** Научиться пользоваться издательской системой TEX

3. **Задание** (*вариант № 11*): Сверстать две страницы из учебника по дифференциальным уравнениям

4. **Оборудование** (*лабораторное*):
ЭВМ ____________, процессор ____________, имя узла сети ____________ с ОП ____________ Мб,
НМД ____________ Мб. Терминал ____________ адрес ____________. Принтер ____________
Другие устройства ____________

Оборудование ПЭВМ студента, если использовалось:
Процессор Intel 4x 3.5GHz с ОП 16 ГБ НМД HDD 200 ГБ . Монитор Встроенный 1920x1080
Другие устройства Touchpad Synaptics

5. **Программное обеспечение** (*лабораторное*):
Операционная система семейства ____________, наименование ____________ версия ____________
интерпретатор команд ____________ версия ____________
Система программирования ____________ версия ____________
Редактор текстов ____________ версия ____________
Утилиты операционной системы ____________
Прикладные системы и программы ____________
Местонахождение и имена файлов программ и данных ____________

Программное обеспечение ЭВМ студента, если использовалось:
Операционная система семейства UNIX, наименование Pop!_OS версия 22.04 jammy
интерпретатор команд bash версия 5.1.16
Система программирования ____________ версия ____________
Редактор текстов ____________ версия ____________
Утилиты операционной системы ____________
Прикладные системы и программы ____________
Местонахождение и имена файлов программ и данных на домашнем компьютере ____________

6. **Идея, метод, алгоритм** решение задачи (в формах: словесной, псевдокода, графической [блок-схема, диаграмма, рисунок, таблица] или формальные спецификации с пред- и постусловиями)

7. **Сценарий выполнения работы** (план работы, первоначальный текст программы в черновике [можно на отдельном листе] и тесты либо соображения по тестированию)

Пункты 1-7 отчета составляются строго до начала лабораторной работы.
Допущен к выполнению работы. **Подпись преподавателя** ______________________

8. Распечатка протокола (подклеить листинг окончательного варианта программы с тестовыми примерами, подписанный преподавателем)

```
vital@vitos-hp16 MINGW64 /c/important/docs/mai/labs (master)
$ cd l22

vital@vitos-hp16 MINGW64 /c/important/docs/mai/labs/l22 (master)
$ pdflatex main.tex
This is pdfTeX, Version 3.141592653-2.6-1.40.24 (MiKTeX 23.1) (preloaded format=pdflatex.fmt)
 restricted \write18 enabled.
entering extended mode
(main.tex
LaTeX2e <2022-11-01> patch level 1
L3 programming layer <2023-02-07>
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/base\article.cls
Document Class: article 2022/07/02 v1.4n Standard LaTeX document class
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/base\size10.clo))
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/amsmath\amsmath.sty
For additional information on amsmath, use the '?' option.
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/amsmath\amstext.sty
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/amsmath\amsgen.sty))
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/amsmath\amsbsy.sty)
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/amsmath\amsopn.sty))
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/generic/babel\babel.sty
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/generic/babel\txtbabel.def)
*************************************
* Local config file bblopts.cfg used
*
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/arabi\bblopts.cfg)
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/babel-russian\russianb.
ldf

Package babel Warning: No Cyrillic font encoding has been loaded so far.
(babel)                A font encoding should be declared before babel.
(babel)                Default 'T2A' encoding will be loaded  on input line 78.


(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/cyrillic\t2aenc.def
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/base\t2aenc.dfu))))
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/generic/babel/locale/ru\babel
-russian.tex)
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/geometry\geometry.sty
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/graphics\keyval.sty)
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/generic/iftex\ifvtex.sty
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/generic/iftex\iftex.sty))
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/geometry\geometry.cfg))
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/ragged2e\ragged2e.sty)
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/fancyhdr\fancyhdr.sty)
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/l3backend\l3backend-pdf
tex.def) (main.aux
(C:\Users\vital\AppData\Local\Programs\MiKTeX\tex/latex/cyrillic\t2acmr.fd))
*geometry* driver: auto-detecting
*geometry* detected driver: pdftex

Overfull \hbox (43.90503pt too wide) detected at line 38
\OML/cmm/m/it/17.28 f\OT1/cmr/m/n/17.28 (\OML/cmm/m/it/17.28 tx; ty\OT1/cmr/m/n
/17.28 ) = \OML/cmm/m/it/17.28 t[]f\OT1/cmr/m/n/17.28 (\OML/cmm/m/it/17.28 x; y
\OT1/cmr/m/n/17.28 ) = [][] \OML/cmm/m/it/17.28 f\OT1/cmr/m/n/17.28 (\OML/cmm/m
/it/17.28 x; y\OT1/cmr/m/n/17.28 ) = \OML/cmm/m/it/17.28 f [] \OT1/cmr/m/n/17.2
8 = \OML/cmm/m/it/17.28 f [] \OT1/cmr/m/n/17.28 = \OML/cmm/m/it/17.28 ' []

Overfull \hbox (3.06079pt too wide) in paragraph at lines 38--43
\T2A/cmr/m/n/17.28  --, ----- -- 1- -
-, -

Overfull \hbox (12.19838pt too wide) in paragraph at lines 38--43
\T2A/cmr/m/n/17.28 -- ---- ---, --- \T2A
/cmr/m/it/17.28 --- -
[28{C:/Users/vital/AppData/Local/MiKTeX/fonts/map/pdftex/pdftex.map}] [29]
(main.aux) )
(see the transcript file for additional information) <C:\Users\vital\AppData\Lo
cal\MiKTeX\fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/dpi600\labi1728.pk> <C:\Users\vital\AppDat
a\Local\MiKTeX\fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/dpi600\lati1728.pk> <C:\Users\vital\Ap
pData\Local\MiKTeX\fonts/pk/ljfour/lh/lh-t2a/dpi600\larm1728.pk><C:/Users/vital
/AppData/Local/Programs/MiKTeX/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmex10.pfb><C:/Us
ers/vital/AppData/Local/Programs/MiKTeX/fonts/type1/public/amsfonts/cm/cmmi10.p
fb><C:/Users/vital/AppData/Local/Programs/MiKTeX/fonts/type1/public/amsfonts/cm
/cmmi12.pfb><C:/Users/vital/AppData/Local/Programs/MiKTeX/fonts/type1/public/am
sfonts/cm/cmr12.pfb><C:/Users/vital/AppData/Local/Programs/MiKTeX/fonts/type1/p
ublic/amsfonts/cm/cmr17.pfb><C:/Users/vital/AppData/Local/Programs/MiKTeX/fonts
/type1/public/amsfonts/cm/cmsy10.pfb>
Output written on main.pdf (2 pages, 101415 bytes).
```

```
Transcript written on main.log.

vital@vitos-hp16 MINGW64 /c/important/docs/mai/labs/l22 (master)
$ ls
./  ../  l22-2012.djvu  main.aux  main.fdb_latexmk  main.fls  main.log  main.pdf  main.tex  protocol.txt

vital@vitos-hp16 MINGW64 /c/important/docs/mai/labs/l22 (master)
$ cat main.tex
\documentclass{article}

\usepackage{amsmath}
\usepackage[russian]{babel}

\usepackage[top=1.5cm, bottom=2.5cm, left=2.5cm, right=2.5cm]{geometry}
\usepackage{ragged2e}
\usepackage{fancyhdr}

% remove header line
\renewcommand{\headrulewidth}{0pt}

\setcounter{page}{28}

\pagestyle{fancy}
\fancyhf{}
\fancyfoot[L]{\LARGE\thepage}


\begin{document}
\LARGE
\begin{justify}



для $(6.1)$, так как, если $(6.1)$ записать в виде $y'=-\dfrac{M(x,y)}{N(x,y)}=f(x,y)$,
то, очевидно, в этом случае будет выполняться равенство
\begin{equation}
    f(tx,ty)=t^0f(x,y)=f(x,y) \tag{6.2} \label{eq:first}
\end{equation}

\quad 2) Если в (\ref{eq:first}) принять $t = \dfrac{1}{x}(x \ne 0)$, то (\ref{eq:first})
преобразуется к следующему эквивалентному виду:
\begin{equation*}
    f(tx, ty)=t^0f(x,y)=\left(\dfrac{1}{x}\right)^0f(x,y)=
    f\left(\dfrac{1}{x}x\dfrac{1}{x}y\right)=
    f\left(1,\dfrac{y}{x}\right)=\varphi\left(\dfrac{y}{x}\right)
\end{equation*}
\\
Таким образом, дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешённое относительно производной,
является \textit{однородным уравнением}, если его можно в \textit{следующем виде}:
$y'=\varphi\left(\dfrac{y}{x}\right)$

\quad Однородное дифференциальное уравнение решается приведением к уравнению с
разделяющимися переменными с помощью \textit{подстановки} (замены переменных):
\begin{equation}
    \begin{cases}
        y=ux,\\
        x=x
    \end{cases}
    \textnormal{или} \quad
    \begin{cases}
        x=uy,\\
        y=y
    \end{cases}
    \tag{6.3} \label{eq:system}
\end{equation}
\\
Действительно, применяя первую из (\ref{eq:system}) подстановку в уравнении $(6.1)$,
полагая, что функции $M(x,y)$ и $N(x, y)$ являются однородными функциями относительно
аргументов одинаковой степени однородности $m$, получаем $M(x,ux)dx + N(x,ux)(xdu + udx) = 0$
или $x^mM(1,u)dx + x^mN(1, u)(xdx+udx) = 0$ и, сократив на множитель $x^m$, получаем
следующее уравнение с разделяющимися переменными, к которому сводится данное уравнеие:
\begin{equation*}
    [M(1,u) + N(1,u)u]dx + [xN(1,u)]du = 0
\end{equation*}


\newpage
\textbf{\textit{Пример.}} Решить дифференциальное уравнение $(x+y)dx=xdy$.

\textbf{\textit{Решение.}} Так как функция $x+y$ и $x$ являются однородными функциями первой
степени однородности, данное уравнение -- однородное. Применяем для его решения подстановку
$\begin{aligned}
    \begin{cases}
        y=ux,\\
        x=x
```

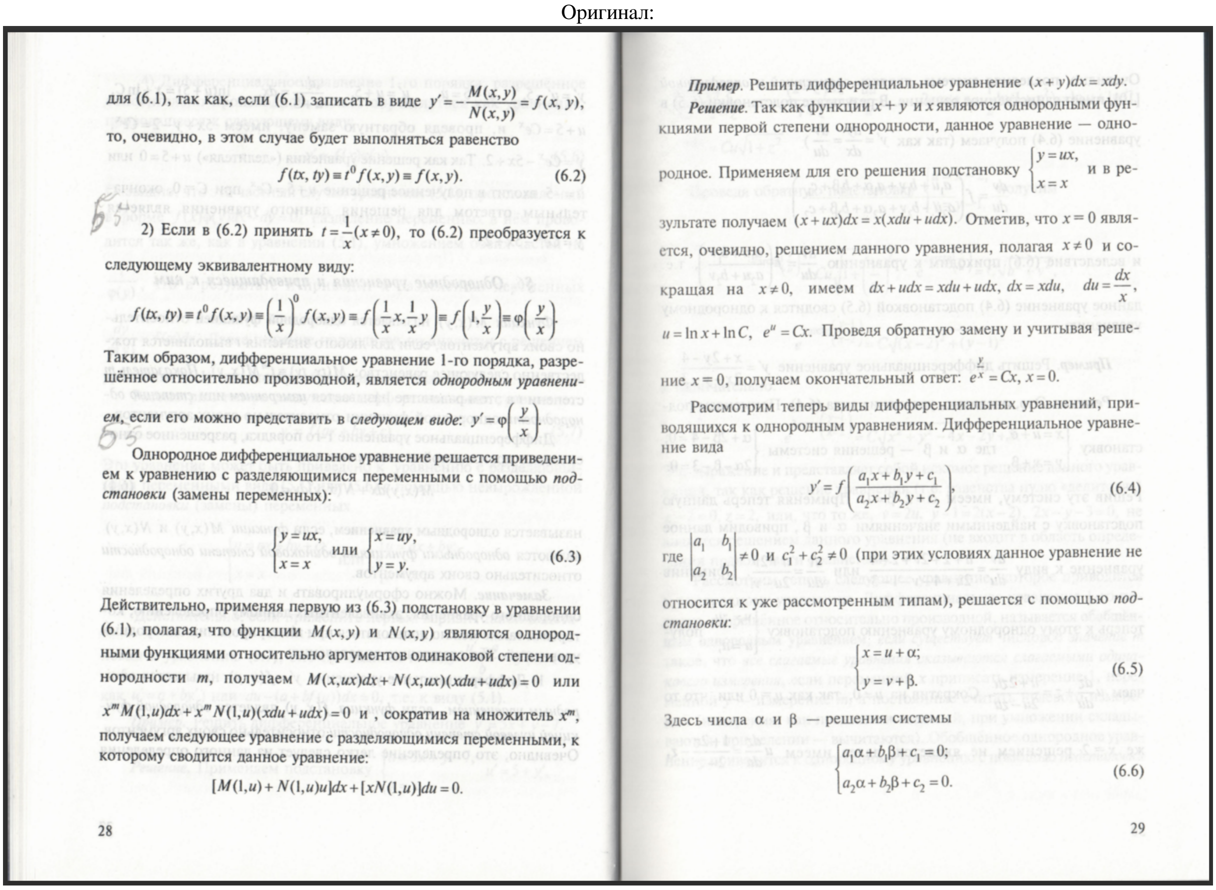
```
    \end{cases}
\end{aligned}$
и в результате получаем $(x+ux)dx=x(xdu+udx)$. Отметив, что $x=0$ является, очевидно, решением
данного уравнения, полагая, что $x\ne0$ и сокращая на $x\ne0$, имеем $dx+udx=xdu+udx, dx=xdu,
du=\dfrac{dx}{x}, u=\ln x+ \ln C, e^u=Cx$. Проведя обратную замену и учитывая решение $x=0$,
получаем окончательный ответ: $e^{\frac{y}{x}}=Cx, x=0$.

\quad Рассмотрим теперь виды дифференциальных уравнений, приводящихся к однородным уравнениям.
Дифференциальное уравнение вида
\begin{equation}
    y'=f\left(\dfrac{a_1x+b_1y+c_1}{a_2x+b_2y+c_2}\right), \tag{6.4}
\end{equation}
где
$\begin{aligned}
    \begin{vmatrix}
        a_1 && b_1 \\
        a_2 && b_2
    \end{vmatrix}
\end{aligned} \ne 0$
и $c_1^2+c_2^2 \ne 0$ (при этих условиях данное уравнение не относится к уже рассмотренным
типам), решается с помощью \textit{подстановки}:
\begin{equation}
    \begin{cases}
        x=u+\alpha; \\
        y=v+\beta.
    \end{cases} \tag{6.5}
\end{equation}
Здесь числа $\alpha$ и $\beta$ -- решения системы
\begin{equation}
    \begin{cases}
        a_1\alpha+b_1\beta+c_1=0; \\
        a_2\alpha+b_2\beta+c_2=0.
    \end{cases} \tag{6.6}
\end{equation}



\end{justify}
\end{document}
```

Оригинал:



для (6.1), так как, если (6.1) записать в виде $y' = -\dfrac{M(x,y)}{N(x,y)} = f(x,y)$, то, очевидно, в этом случае будет выполняться равенство

$$f(tx, ty) \equiv t^0 f(x,y) \equiv f(x,y). \tag{6.2}$$

2) Если в (6.2) принять $t = \dfrac{1}{x} (x \ne 0)$, то (6.2) преобразуется к следующему эквивалентному виду:

$$f(tx, ty) \equiv t^0 f(x,y) \equiv \left(\frac{1}{x}\right)^0 f(x,y) \equiv f\left(\frac{1}{x}x, \frac{1}{x}y\right) \equiv f\left(1, \frac{y}{x}\right) \equiv \varphi\left(\frac{y}{x}\right).$$

Таким образом, дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешённое относительно производной, является *однородным уравнением*, если его можно представить в *следующем виде*: $y' = \varphi\left(\dfrac{y}{x}\right)$.

Однородное дифференциальное уравнение решается приведением к уравнению с разделяющимися переменными с помощью *подстановки* (замены переменных):

$$\begin{cases} y = ux, \\ x = x \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = uy, \\ y = y. \end{cases} \tag{6.3}$$

Действительно, применяя первую из (6.3) подстановку в уравнении (6.1), полагая, что функции $M(x,y)$ и $N(x,y)$ являются однородными функциями относительно аргументов одинаковой степени однородности m, получаем $M(x,ux)dx + N(x,ux)(xdu+udx) = 0$ или $x^m M(1,u)dx + x^m N(1,u)(xdu+udx) = 0$ и , сократив на множитель x^m, получаем следующее уравнение с разделяющимися переменными, к которому сводится данное уравнение:

$$[M(1,u) + N(1,u)u]dx + [xN(1,u)]du = 0.$$

28

Пример. Решить дифференциальное уравнение $(x+y)dx = xdy$.

Решение. Так как функции $x+y$ и x являются однородными функциями первой степени однородности, данное уравнение — однородное. Применяем для его решения подстановку $\begin{cases} y = ux, \\ x = x \end{cases}$ и в результате получаем $(x+ux)dx = x(xdu+udx)$. Отметив, что $x=0$ является, очевидно, решением данного уравнения, полагая $x \ne 0$ и сокращая на $x \ne 0$, имеем $dx + udx = xdu + udx$, $dx = xdu$, $du = \dfrac{dx}{x}$, $u = \ln x + \ln C$, $e^u = Cx$. Проведя обратную замену и учитывая решение $x=0$, получаем окончательный ответ: $e^{\frac{y}{x}} = Cx$, $x=0$.

Рассмотрим теперь виды дифференциальных уравнений, приводящихся к однородным уравнениям. Дифференциальное уравнение вида

$$y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right), \tag{6.4}$$

где $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \ne 0$ и $c_1^2 + c_2^2 \ne 0$ (при этих условиях данное уравнение не относится к уже рассмотренным типам), решается с помощью *подстановки*:

$$\begin{cases} x = u + \alpha; \\ y = v + \beta. \end{cases} \tag{6.5}$$

Здесь числа α и β — решения системы

$$\begin{cases} a_1\alpha + b_1\beta + c_1 = 0; \\ a_2\alpha + b_2\beta + c_2 = 0. \end{cases} \tag{6.6}$$

29

Моя версия:

для (6.1), так как, если (6.1) записать в виде $y' = -\dfrac{M(x,y)}{N(x,y)} = f(x,y)$, то, очевидно, в этом случае будет выполняться равенство

$$f(tx,ty) = t^0 f(x,y) = f(x,y) \qquad (6.2)$$

2) Если в (6.2) принять $t = \dfrac{1}{x}(x \neq 0)$, то (6.2) преобразуется к следующему эквивалентному виду:

$$f(tx,ty) = t^0 f(x,y) = \left(\frac{1}{x}\right)^0 f(x,y) = f\left(\frac{1}{x}x \frac{1}{x}y\right) = f\left(1, \frac{y}{x}\right) = \varphi\left(\frac{y}{x}\right)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение 1-го порядка, разрешённое относительно производной, является *однородным уравнением*, если его можно в *следующем виде*: $y' = \varphi\left(\dfrac{y}{x}\right)$

Однородное дифференциальное уравнение решается приведением к уравнению с разделяющимися переменными с помощью *подстановки* (замены переменных):

$$\begin{cases} y = ux, \\ x = x \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x = uy, \\ y = y \end{cases} \qquad (6.3)$$

Действительно, применяя первую из (6.3) подстановку в уравнении (6.1), полагая, что функции $M(x,y)$ и $N(x,y)$ являются однородными функциями относительно аргументов одинаковой степени однородности m, получаем $M(x,ux)dx + N(x,ux)(xdu + udx) = 0$ или $x^m M(1,u)dx + x^m N(1,u)(xdx + udx) = 0$ и, сократив на множитель x^m, получаем следующее уравнение с разделяющимися переменными, к которому сводится данное уравнение:

$$[M(1,u) + N(1,u)u]dx + [xN(1,u)]du = 0$$

Пример. Решить дифференциальное уравнение $(x+y)dx = xdy$.

Решение. Так как функция $x+y$ и x являются однородными функциями первой степени однородности, данное уравнение – однородное. Применяем для его решения подстановку $\begin{cases} y = ux, \\ x = x \end{cases}$ и в результате получаем $(x+ux)dx = x(xdu+udx)$. Отметив, что $x = 0$ является, очевидно, решением данного уравнения, полагая, что $x \neq 0$ и сокращая на $x \neq 0$, имеем $dx + udx = xdu + udx, dx = xdu, du = \dfrac{dx}{x}, u = \ln x + \ln C, e^u = Cx$. Проведя обратную замену и учитывая решение $x = 0$, получаем окончательный ответ: $e^{\frac{y}{x}} = Cx, x = 0$.

Рассмотрим теперь виды дифференциальных уравнений, приводящихся к однородным уравнениям. Дифференциальное уравнение вида

$$y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right), \qquad (6.4)$$

где $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$ и $c_1^2 + c_2^2 \neq 0$ (при этих условиях данное уравнение не относится к уже рассмотренным типам), решается с помощью *подстановки*:

$$\begin{cases} x = u + \alpha; \\ y = v + \beta. \end{cases} \qquad (6.5)$$

Здесь числа α и β – решения системы

$$\begin{cases} a_1\alpha + b_1\beta + c_1 = 0; \\ a_2\alpha + b_2\beta + c_2 = 0. \end{cases} \qquad (6.6)$$

9. **Дневник отладки** должен содержать дату и время сеансов отладки и основные события (ошибки в сценарии и программе, нестандартные ситуации) и краткие комментарии к ним. В дневнике отладки приводятся сведения об использовании ЭВМ, существенном участии преподавателя и других лиц в написании и отладке программы.

№	Лаб. или дом.	Дата	Время	Событие	Действие по исправлению	Примечание

10. **Замечания автора** по существу работы: ____

11. **Выводы:** Я научился использовать издательскую систему TEX для верстания просто текста и математических формул

Недочёты при выполнении задания могут быть устранены следующим образом: ______________________

Подпись студента ______________________