Численные методы: лабораторная работа №2

Выполнил **Клименко В. М., М8О-403Б-22**

Цель работы

Изучить метод конечно-разностных схем для решения дифференциальных уравнений гиперболического типа.

Задание

Используя явную схему крест и неявную схему, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения гиперболического типа. Аппроксимацию второго начального условия произвести с первым и со вторым порядком.

Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком.

В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x,t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ, h.

Вариант

Вариант 10:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 3\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} - u - \cos(x)\exp(-t),$$
$$u_x(0,t) = \exp(-t),$$
$$u_x(\pi,t) = -\exp(-t),$$
$$u(x,0) = \sin(x),$$
$$u_t(x,0) = -\sin(x)$$

Аналитическое решение: $U(x,t) = \exp(-t)\sin(x)$

Решение

Решение представлено в виде библиотеки на Rust. Для запуска необходимо иметь Rust тулчейн: `rustc`, `cargo`, а также `make`. Для запуска лабораторной работы используйте команду:

```
make test-plot TEST_SUITE=lab_6
```

Сначала в `stdout` будут выведены сведения об ошибках в определенных моментах времени. Спустя какое-то время будет открыто GIF-изображением с эволюцией функции по времени.

Ниже приведены значения ошибок при различных сетках

`nx = 100, nt = 100000`

```
EFDS t = 1.500: L2 error = 0.0000207, max error = 0.0000444
EFDS t = 3.000: L2 error = 0.0000063, max error = 0.0000143
IFDS t = 1.500: L2 error = 0.0000222, max error = 0.0000518
IFDS t = 3.000: L2 error = 0.0000073, max error = 0.0000130
```

`nx = 100, nt = 10000`

```
EFDS t = 1.500: L2 error = 0.0000432, max error = 0.0000677
EFDS t = 3.000: L2 error = 0.0000298, max error = 0.0000484
```

```
IFDS t = 1.500: L2 error = 0.0000270, max error = 0.0000621
IFDS t = 3.000: L2 error = 0.0000049, max error = 0.0000115
```

nx = 25, nt = 1000

```
EFDS t = 1.500: L2 error = 0.0004678, max error = 0.0008545
EFDS t = 3.000: L2 error = 0.0002762, max error = 0.0004209
IFDS t = 1.500: L2 error = 0.0004244, max error = 0.0009273
IFDS t = 3.000: L2 error = 0.0001017, max error = 0.0002019
```

Как можно заметить — чем мельче сетка, тем выше точность аппроксимации

Графики

Эволюция L2 и максимальной ошибки по времени