Численные методы: лабораторная работа №4

Выполнил **Клименко В. М., М8О-403Б-22**

Цель работы

Изучить метод конечно-разностных схем для решения дифференциальных уравнений гиперболического типа.

Задание

Используя схемы переменных направлений и дробных шагов, решить двумерную начально-краевую задачу для дифференциального уравнения параболического типа.

В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением $U(x, y, t)$. Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров τ, h_x, h_y.

Вариант

Вариант 10:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sin(x)\sin(y)(\mu\cos(\mu t) + (a+b)\sin(\mu t)),$$
$$u(0, y, t) = 0,$$
$$u_x(\pi, y, t) = -\sin(y)\sin(\mu t),$$
$$u(x, 0, t) = 0,$$
$$u_y(x, \pi, t) = -\sin(x)\sin(\mu t),$$
$$u(x, y, 0) = 0$$

Аналитическое решение: $U(x, y, t) = \sin(x)\sin(y)\sin(\mu t)$

1. $a = 1, b = 1, \mu = 1$
2. $a = 2, b = 1, \mu = 1$
3. $a = 1, b = 2, \mu = 1$
4. $a = 1, b = 1, \mu = 2$

Решение

Решение представлено в виде библиотеки на Rust. Для запуска необходимо иметь Rust тулчейн: `rustc`, `cargo`, а также `make`. Для запуска лабораторной работы используйте команду:

```
make test-plot TEST_SUITE=lab_8
```

Сначала в `stdout` будут выведены сведения об ошибках и количестве итераций, выполненных определенным методом. Спустя какое-то время будет открыто GIF-изображение с эволюцией функции по времени.

Ниже приведен вывод программы при различных сетках

`nx = 101, ny = 101, nt = 800, max_t =` 2π

```
VDM t = 1.571, iter = 200: max_error = 3.155e-2
VDM t = 3.142, iter = 400: max_error = 2.345e-3
VDM t = 6.283, iter = 800: max_error = 2.005e-3
FSM t = 1.571, iter = 200: max_error = 2.979e-2
```

```
FSM t = 3.142, iter = 400: max_error = 1.426e-3
FSM t = 6.283, iter = 800: max_error = 1.292e-3
```

nx = 151, ny = 151, nt = 400, max_t = 2π

```
VDM t = 1.571, iter = 100: max_error = 6.227e-2
VDM t = 3.142, iter = 200: max_error = 4.759e-3
VDM t = 6.283, iter = 400: max_error = 4.049e-3
FSM t = 1.571, iter = 100: max_error = 5.872e-2
FSM t = 3.142, iter = 200: max_error = 2.823e-3
FSM t = 6.283, iter = 400: max_error = 2.565e-3
```

nx = 51, ny = 51, nt = 400, max_t = 2π

```
VDM t = 1.571, iter = 100: max_error = 2.186e-2
VDM t = 3.142, iter = 200: max_error = 4.650e-3
VDM t = 6.283, iter = 400: max_error = 3.990e-3
FSM t = 1.571, iter = 100: max_error = 1.836e-2
FSM t = 3.142, iter = 200: max_error = 2.848e-3
FSM t = 6.283, iter = 400: max_error = 2.570e-3
```

Как можно заметить — чем мельче сетка, тем выше точность аппроксимации

Графики

Скриншот GIF-изображения эволюции аналитического решения и аппрокисмаций