



# Automatizační cvičení

<b>A4</b>	109. Statická a dynamická charakteristika regulované soustavy		
Vít Petřík		1/17	Známka:
2. 10. 2019	9.10. 2019		Odevzdáno:



# Obsah

1	Zadání.....	3
1.1	Měřené soustavy.....	3
2	Měření 100W žárovky.....	3
2.1	Ideové schéma pracoviště.....	3
2.2	Postup.....	3
2.3	Měření s luxmetrem.....	3
2.3.1	Zákon zpětných čtverců.....	3
2.3.2	Tabulovaná data.....	5
2.3.3	Grafy.....	5
2.3.4	Závěr měření 100W žárovky luxmetrem.....	6
2.4	Měření s fotorezistorem.....	6
2.4.1	Tabulovaná data.....	7
2.4.2	Grafy.....	7
2.4.3	Závěr měření 100W žárovky fotorezistorem.....	7
2.5	Porovnání luxmetru a fotorezistoru.....	8
2.6	Závěr měření 100W žárovky.....	9
3	Měření topné dlaždice.....	9
3.1	Postup.....	9
3.2	Ideové schéma pracoviště.....	10
3.3	Tabulovaná data.....	10
3.4	Graf.....	11
3.5	Výpočet inflexního bodu.....	11
3.6	Tečna k bodu $I_B$ .....	12
3.7	$T_N$ a $T_U$ .....	12
3.8	Hodnocení regulovatelnosti.....	12
3.9	Určení operátorového přenosu.....	12
3.10	Závěr měření topné dlaždice.....	14
4	Měření motorku M2.....	14
4.1	Postup.....	14
4.2	Schéma zapojení.....	14
4.3	Tabulovaná data.....	15
4.4	Graf.....	15
4.5	Závěr měření motorku.....	16
5	Závěr.....	16
6	Bibliografie.....	17
7	Seznam obrázků.....	17
8	Seznam tabulek.....	17
9	Seznam rovnic.....	17



# 1 Zadání

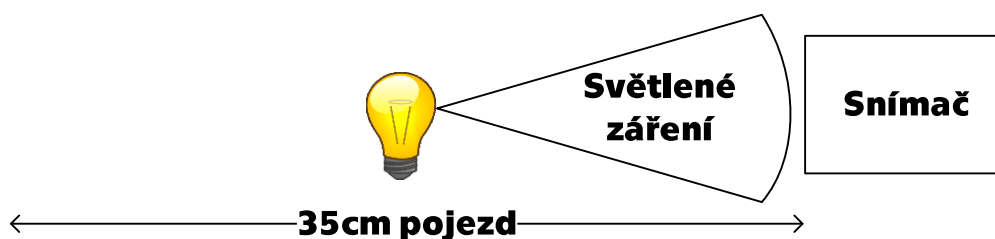
Změřte statickou a dynamickou charakteristiku zadané regulované soustavy pomocí více snímačů.

## 1.1 Měřené soustavy

- 100W žárovka na pojezdu – luxmetr a fotorezistor
- Topná dlaždice – pt100
- Motorek M2 – čidlo otáček na bázi optického rotačního enkodéru

## 2 Měření 100W žárovky

### 2.1 Ideové schéma pracoviště



Obrázek 1 Ideové schéma pracoviště 100 W žárovky

### 2.2 Postup

1. Zapojení pracoviště
2. Pohyb s žárovkou po námi zvoleném intervalu a odečítání ze snímače

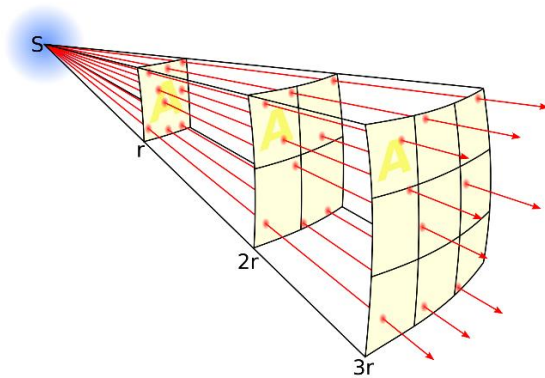
### 2.3 Měření s luxmetrem

#### 2.3.1 Zákon zpětných čtverců

Při matematické analýze a internetové rešerši jsem narazil na zákon zpětných čtverců. Jde o fyzikální zákon, který říká, že intenzita klesá s druhou mocninou vzdálenosti od zdroje.

Tento zákon se dá aplikovat na tyto jevy

- Intenzity fyzikálních polí
  - Magnetické
  - Elektrické
  - Gravitace
- Intenzity záření
  - Světelné
  - Elektromagnetické
- Intenzita zvuku



Obrázek 2 Grafické znázornění zákona zpětných čtverců (1)

„Intenzita světla na zadním plátně je 4x nižší i přesto, že plátno je jen 2x dál. Světlo se totiž "ředí" na jeho 4x větší plochu.“ (2)

Obecnou rovnici jsem upravil tak, aby vyhovovala naší měřené soustavě.

$$\text{Zákon převrácených čtverců} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_2^2}{l_1^2} \Rightarrow E(lx) = \left( \frac{l_0}{l_0 + \Delta l} \right)^2 \times E_0$$

Rovnice 1 Úprava zákona převrácených čtverců pro soustavu

Pro ověření zákona jsem do tabulky přidal sloupec  $E_{\text{TEOR}}$  jenž obsahuje hodnoty vypočtené pomocí rovnice. Jako výchozí hodnotu jsem zvolil 1. měření s absolutní vzdáleností od zdroje světla (vlákno žárovky) zhruba 4,5 cm.

	A	B	C	D
1	<b>Luxmetr</b>			
2	Δl (cm)	E (lx)	$E_{\text{TEOR}}$ (lx)	
3	0	47500	$5)^2 * \$B\$3$	
4	5	9450	10658	
5	10	3940	4575	
6	15	2345	2530	

Obrázek 3 Snímek obrazovky z programu MS Excel se zapsanou rovnicí

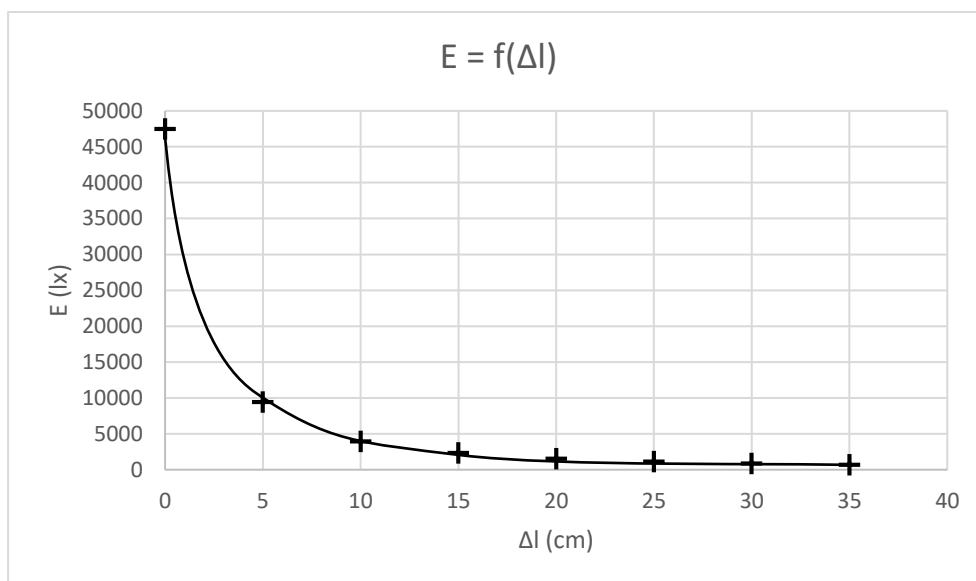


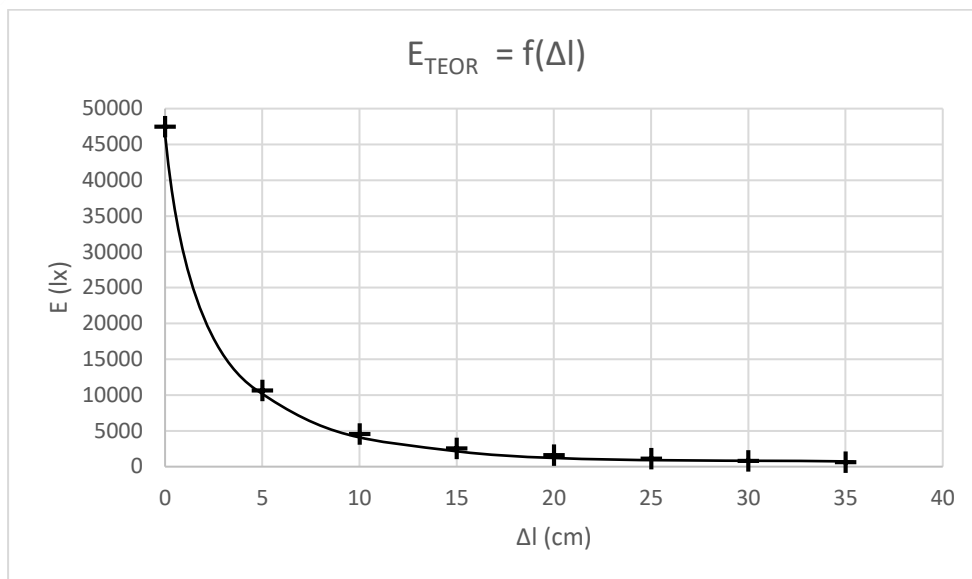
### 2.3.2 Tabulovaná data

Luxmetr		
$\Delta l$ (cm)	E (lx)	$E_{TEOR}$ (lx)
0	47500	47500
5	9450	10658
10	3940	4575
15	2345	2530
20	1565	1602
25	1140	1105
30	889	808
35	719	616
Počáteční vzdálenost od zdroje (vlákno žárovky) $\approx 4,5$ cm		

Tabulka 1 Naměřená data z měření luxmetrem

### 2.3.3 Grafy





### 2.3.4 Závěr měření 100W žárovky luxmetrem

Při porovnání obou charakteristik můžeme říci, že rovnice věrně popisuje regulovanou soustavu. Drobné odchylky mezi naměřenými a vypočtenými hodnotami jsou způsobeny tím, že jsme neměřili v izolovaném prostředí. Do měření tedy zasáhly vnější vlivy např. pohyb osob v místnosti, měnící se oblačnost, manipulace s osvětlením v místnosti či použití jiných zařízení emitujících světlo (mobilní telefon, PC monitor, digitronové stopky).

$$E(lx) = \left( \frac{4,5}{4,5 + \Delta l} \right)^2 \times 47500$$

*Rovnice 2 Výpočet  $E$  (lx) 100W žárovky s dosazenými hodnoty*

## 2.4 Měření s fotorezistorem

Pro měření s fotorezistorem byl použit již hotový obvod se zapojením fotorezistoru do napětového děliče.

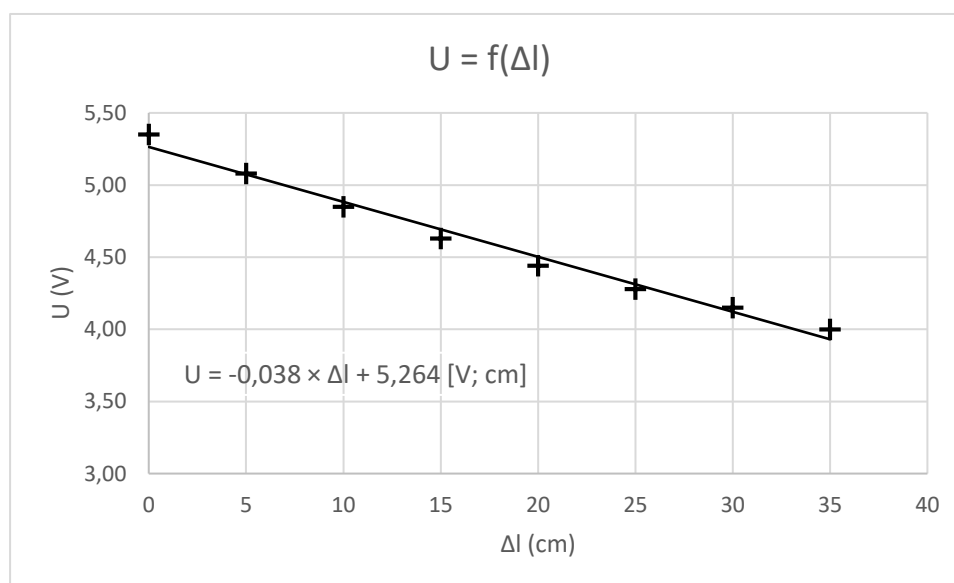


### 2.4.1 Tabulovaná data

Fotorezistor	
$\Delta l$ (cm)	U (V)
0	5,35
5	5,08
10	4,85
15	4,63
20	4,44
25	4,28
30	4,15
35	4,00
Počáteční vzdálenost od zdroje (vlákno žárovky) $\approx 4,5\text{cm}$	

Tabulka 2 Naměřená data z měření fotorezistorem

### 2.4.2 Grafy



V naší soustavě je charakteristika při použití fotorezistoru téměř lineární, stačí tedy sestavit lineární rovnici. Kdybychom chtěli fotorezistor použít na širším rozsahu, nebo chtěli větší přesnost museli bychom sestavit rovnici složitější, protože průběh připomíná tvarem parabolu.

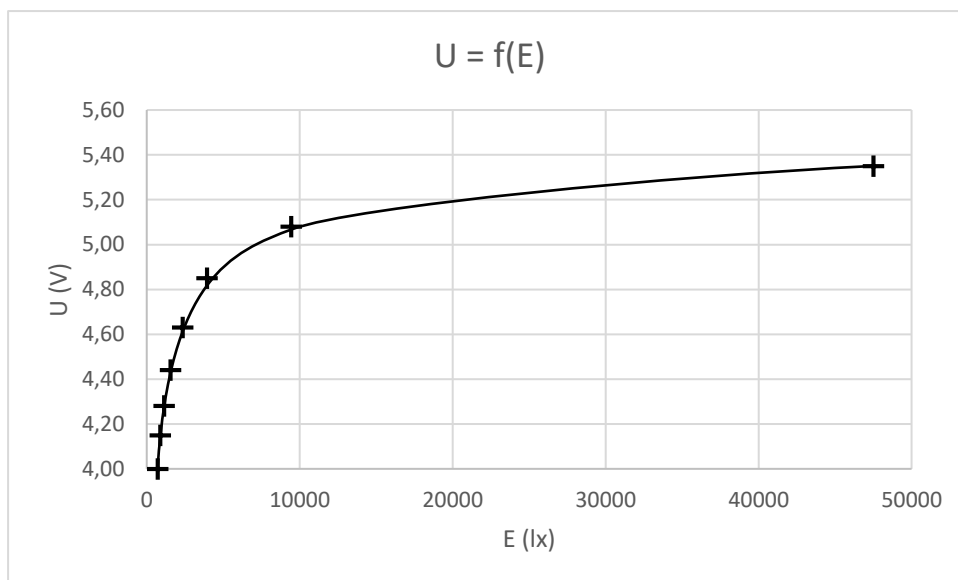
### 2.4.3 Závěr měření 100W žárovky fotorezistorem

Díky vlastnostem fotorezistoru jsem dostali charakteristiku, která téměř úměrně odpovídá změnám ve vzdálenosti od zdroje, nikoliv však úměrně světlené intenzitě.



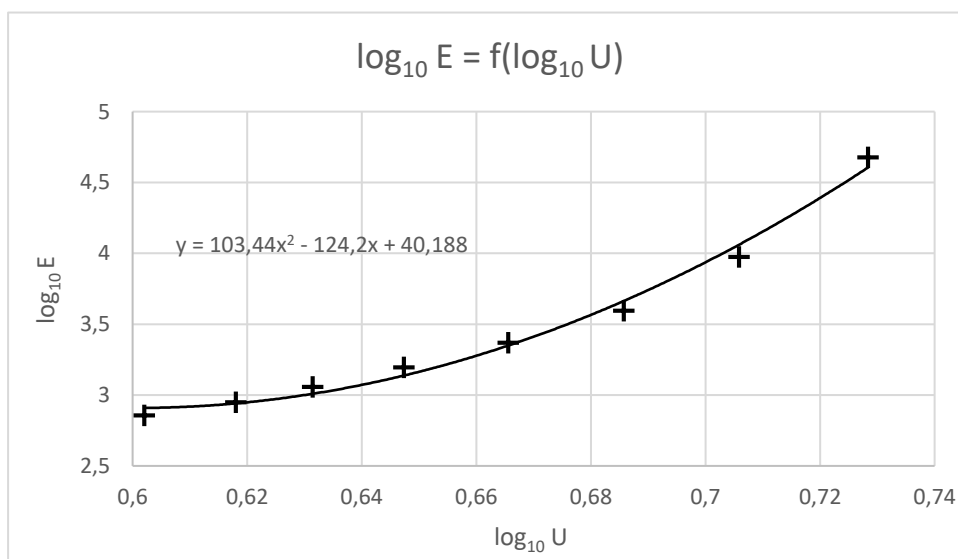
## 2.5 Porovnání luxmetru a fotorezistoru

Máme hodnoty z luxmetru a fotorezistoru pro téměř stejné hodnoty světelného záření. Skoro by se dalo říci, že bychom mohli sestavit funkci takovou, která by nám z fotorezistoru udělala luxmetr.



*Porovnání fotorezistoru proti luxmetru*

Tento graf nám nic moc neřekne, je pro nás téměř nepoužitelný. Tak tam hodíme desítkovej logaritmus a prohodíme osy 😊



Kvadratická rovnice, to se nám líbí takže docela pohoda. 😊 Zkusíme vypočítat rovnici pro 15 cm ( $E = 2345$  lx;  $U = 4,63$  V)





$$\log_{10}E = 103,44 \times \log_{10}U^2 - 124,2 \times \log_{10}U + 40,188$$

$$\log_{10}E = 103,44 \times \log_{10}4,63^2 - 124,2 \times \log_{10}4,63 + 40,188$$

$$\log_{10}E = 3,347 \dots \Rightarrow E = 10^{3,347} = 2221,1 \text{ lx} \cong 2345 \text{ lx}$$

*Rovnice 3 Rovnice převodu napětí na luxy*

Vypočtená hodnota se přibližně rovná skutečné hodnotě, naše „ocejchování“ fotorezistoru dopadlo docela dobře. Přesnost by se dala vylepšit použitím polynomicke rovnice vyššího stupně, ale pro potřeby referátu to není potřeba... vlastně celá tahle kapitola není potřeba.

## 2.6 Závěr měření 100W žárovky

Pro přehlednost zde přikládám kompletní tabulku jak změřených, tak i vypočítaných hodnot.

$\Delta l$ (cm)	Luxmetr		Fotorezistor	
	E (lx)	$E_{TEOR}$ (lx)	U (V)	$E_{TEOR}$ (lx)
0	47500	47500	5,35	39930,1
5	9450	10658	5,08	11429,9
10	3940	4575	4,85	4578,1
15	2345	2530	4,63	2221,1
20	1565	1602	4,44	1365,3
25	1140	1105	4,28	1014,9
30	889	808	4,15	868,5
35	719	616	4,00	806,7
Počáteční vzdálenost od zdroje (vlákno žárovky) $\approx$ 4,5cm				

*Tabulka 3 Kompletní tabulka měření a výpočtů 100W žárovky*

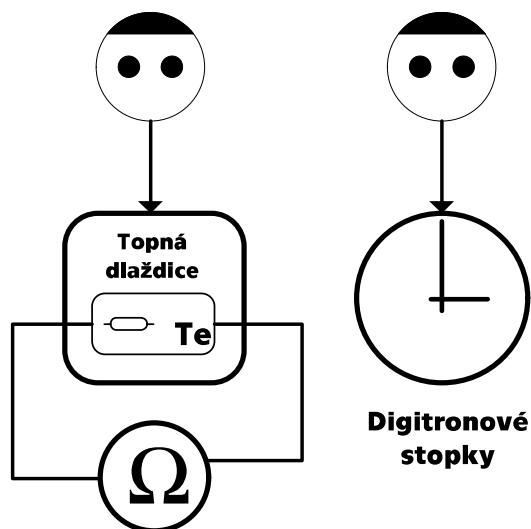
## 3 Měření topné dlaždice

### 3.1 Postup

1. Příprava pracoviště
2. Zapojení a vynulování stopek
3. Zapojení topné dlaždice do zásuvky, ve stejný okamžik musíme zapnout stopky
4. Odečítání odporu z multimetru po stanoveném časovém intervalu (1 minuta)
5. Po ustálení odporu (3-4 stejné hodnoty za sebou) můžeme měření ukončit a vypojit dlaždici ze zásuvky. POZOR!! Dlaždice má velkou tepelnou masu, je tedy potřeba být opatrný i po její vypojení ze zásuvky



### 3.2 Ideové schéma pracoviště



Obrázek 4 Ideové schéma pracoviště topné dlaždice

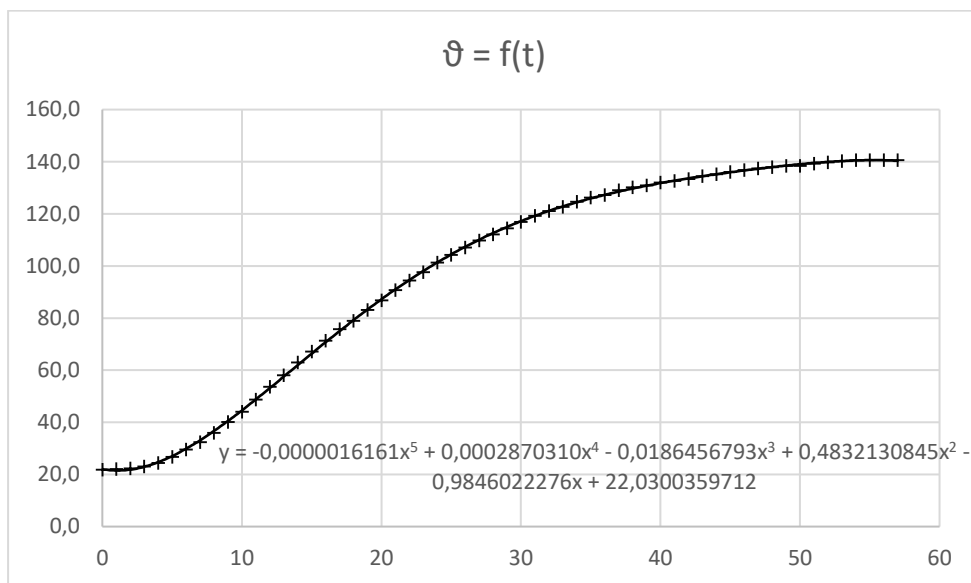
### 3.3 Tabulovaná data

t (m)	R (Ω)	θ (°C)	t (m)	R (Ω)	θ (°C)	t (m)	R (Ω)	θ (°C)
0	108,5	21,8	20	133,5	86,8	40	150,6	132,0
1	108,6	22,1	21	135,0	90,8	41	150,8	132,6
2	108,7	22,3	22	136,4	94,5	42	151,1	133,4
3	109,0	23,1	23	137,6	97,6	43	151,5	134,4
4	109,5	24,4	24	139,0	101,3	44	151,8	135,2
5	110,4	26,7	25	140,1	104,2	45	152,1	136,0
6	111,5	29,6	26	141,2	107,1	46	152,4	136,8
7	112,6	32,4	27	142,2	109,8	47	152,6	137,4
8	114,0	36,0	28	143,1	112,1	48	152,8	137,9
9	115,6	40,2	29	144,0	114,5	49	153,0	138,4
10	117,1	44,0	30	144,9	116,9	50	153,0	138,4
11	118,9	48,7	31	145,8	119,3	51	153,3	139,2
12	120,8	53,6	32	146,5	121,1	52	153,5	139,8
13	122,5	58,1	33	147,1	122,7	53	153,7	140,3
14	124,4	63,0	34	147,8	124,6	54	153,8	140,6
15	126,0	67,2	35	148,4	126,2	55	153,8	140,6
16	127,6	71,4	36	148,8	127,3	56	153,8	140,6
17	129,3	75,8	37	149,5	129,1	57	153,8	140,6
18	130,5	79,0	38	149,9	130,2			
19	132,1	83,2	39	150,2	131,0			

Tabulka 4 Měření topné dlaždice



### 3.4 Graf



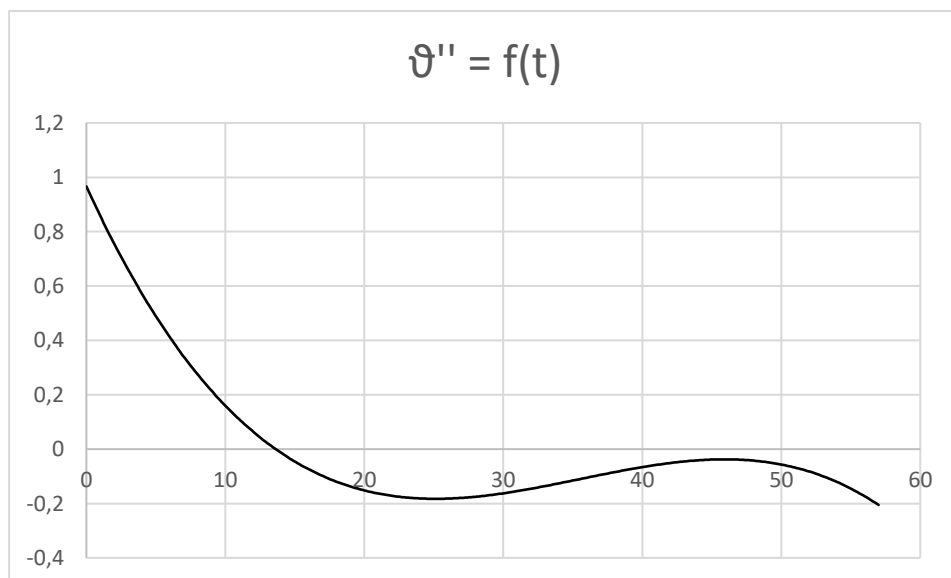
*Graf soustavy s polynomicickou rovnici 5. stupně*

### 3.5 Výpočet inflexního bodu

Inflexní bod určíme pomocí druhé derivace. Protože jsem hloupý a derivovat ještě neumím využil jsem matematického nástroje Wolfram Alpha.

$$\vartheta'' = -0,000032322 \times t^3 + 0,00344437 \times t^2 - 0,111874 \times t + 0,966426$$

*Rovnice 4 Rovnice druhé derivace funkce  $\vartheta = f(t)$*



*Graf druhé derivace měřené soustavy*

Inflexní bod se nachází v místě, kde derivace nabývá hodnoty 0. Nechceme se mi to počítat, tak to hodíme opět do nástroje Wolfram Alpha.



$$0 = -0,000032322 \times t^3 + 0,00344437 \times t^2 - 0,111874 \times t + 0,966426$$

$$t = I_B \approx 13,6196 \text{ m} = 13 \text{ minut } 37 \text{ sekund}$$

*Rovnice 5 Výpočet  $I_B$*

### 3.6 Tečna k bodu $I_B$

Směrnice tečny k bodu  $I_B$  je hodnota 1. derivace v bodě  $I_B$ . Opět nástroje Wolfram Alpha jsem se dostal ke směrnici o hodnotě 4,424306 a z toho sestavil rovnici tečny.

$$y = 4,424306 \times t + 0,0210676$$

*Rovnice 6 Rovnice tečny k bodu  $I_B$*

### 3.7 $T_N$ a $T_U$

Doba náběhu a průtahu se spočítá dosazením minimální a maximální teploty do rovnice tečny.

$$T_U = 4,424306 \times 21,8 + 0,0210676 = 4,9$$

$$T_N = 4,424306 \times 140,6 + 0,0210676 = 31,7$$

*Rovnice 7 Výpočet  $T_U$  a  $T_N$*

### 3.8 Hodnocení regulovatelnosti

Podle tabulky můžeme určit jak dobře lze regulovat soustavu.

Poměr $T_U$ a $T_N$	Slovní hodnocení
$0 \leq T_U / T_N < 0,1$	Velmi dobrá
$0,1 \leq T_U / T_N < 0,2$	Dobrá
$0,2 \leq T_U / T_N < 0,4$	Obtížná
$0,4 \leq T_U / T_N < 0,5$	Velmi obtížná
$0,5 \leq T_U / T_N$	nemožná

*Tabulka 5 Tabulka hodnocení regulovatelnosti (3)*

$$\frac{T_U}{T_N} = \frac{4,9}{31,7} = 0,15 \Rightarrow \text{dobrá regulovatelnost}$$

*Rovnice 8 Vyhodnocení regulovatelnosti*

### 3.9 Určení operátorového přenosu

Dle návodu (4) určíme operátorový přenos

**Výpočet  $t_{0,33}$  a  $t_{0,70}$**

$$\vartheta_{\max \times 33\%} = 140,6 \times 0,33 = 46,41 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \vartheta_{\max \times 70\%} = 140,6 \times 0,70 = 98,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

*Rovnice 9 Výpočet 33% a 70% maximální hodnoty*



Tyto hodnoty hodnoty dosadíme za y funkce a vyjádříme x, nebo můžeme hodnoty vyhledat v tabulce, nebo určit graficky, ale proč tu dělat jednoduše, když to jde složitě, že ano?

$$t_{0,33} = 10,44 \text{ min} \quad t_{0,70} = 23,1 \text{ min}$$

### Časové konstanty

$$T_1 = 1,245 \times (t_{0,70} - t_{0,33}) = 1,245 \times (23,1 - 10,44) = 15,76$$

$$T_{d1} = 1,498 \times t_{0,33} - 0,498 \times t_{0,70} = 1,498 \times 10,44 - 0,498 \times 23,1 = 4,14$$

*Rovnice 10 Výpočet časových konstant*

### Koeficient přenosu K

$$K = \frac{\Delta X}{\Delta U} = \frac{X_\infty - X_0}{U_\infty - U_0} = \frac{140,6 - 21,8}{230 - 0} = 0,517 \frac{^\circ\text{C}}{\text{V}}$$

*Rovnice 11 Výpočet koeficientu přenosu*

### Operátorový přenos

$$F(p) = \frac{K}{T_1 \times p + 1} \times e^{-T_{d1} \times p} = \frac{0,517}{15,76 \times p + 1} \times e^{-4,14 \times p}$$

*Rovnice 12 Rovnice operátorového přenosu*

### Koeficienty pro diferenciální rovnici

$$a_0 = \frac{1}{K} = \frac{1}{0,517} = 1,934 \quad a_1 = T_1 \times a_0 = 15,76 \times 1,934 = 30,484$$

*Rovnice 13 Koeficienty pro dosazení do diferenciální rovnice*

### Diferenciální rovnice

$$a_1 \times x'_t + a_0 \times x_t = u_{t-T_{d1}}$$

$$30,484 \times x'_t + 1,934 \times x_t = u_{t-4,14}$$

*Rovnice 14 Dosazení koeficientů do diferenciální rovnice*

### Originální časová funkce

$$x_t = X_0 + K \times \left(1 - e^{-\frac{t-T_{d1}}{T_1}}\right)$$

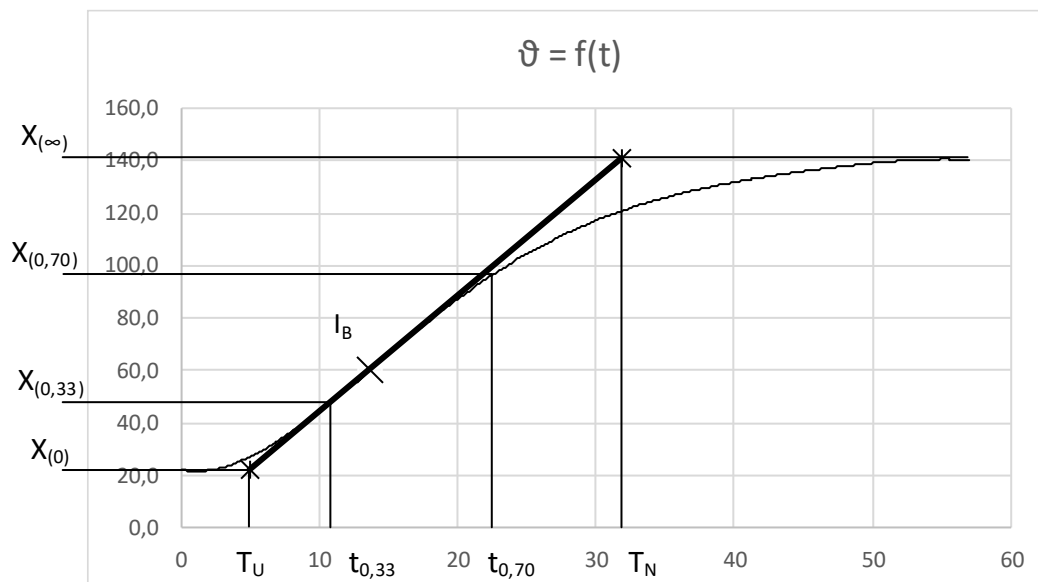
$$x_t = 21,8 + 0,517 \times \left(1 - e^{-\frac{t-4,14}{15,76}}\right)$$

*Rovnice 15 Rovnice originální časové funkce*



### 3.10 Závěr měření topné dlaždice

Leč samotné měření bylo velice nudné, samotná matematická analýza byla zábavná a mnohému jsem se naučil. Samotná soustava se dá dobře regulovat.



Upravený graf s vyznačenými hodnotami  $T_U$ ,  $t_{0,33}$ ,  $t_{0,70}$ ,  $T_N$  a tečnou na bod  $I_B$

## 4 Měření motorku M2

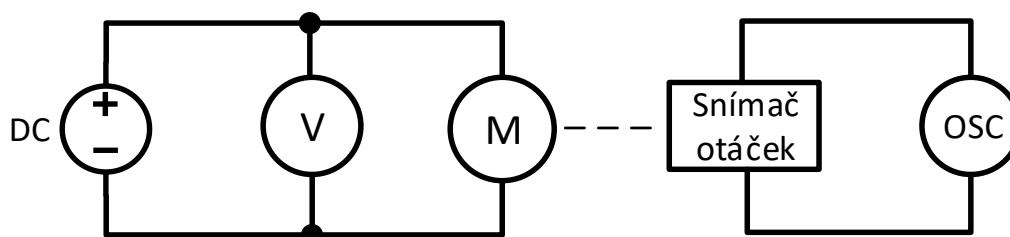
Měření motorku proběhlo se zdrojem 0-24V, optickým snímačem otáček a osciloskopem značky RIGOL.

Snímač otáček má 8 impulsů na jednu otáčku.

### 4.1 Postup

1. Zapojení obvodu
2. Nastavení nejvyššího přípustného napětí
3. Odečtení  $\Delta t$  8 pulsů z osciloskopu
4. Opakování měření do zastavení motorku

### 4.2 Schéma zapojení



Obrázek 5 Ideové schéma pracoviště motorku

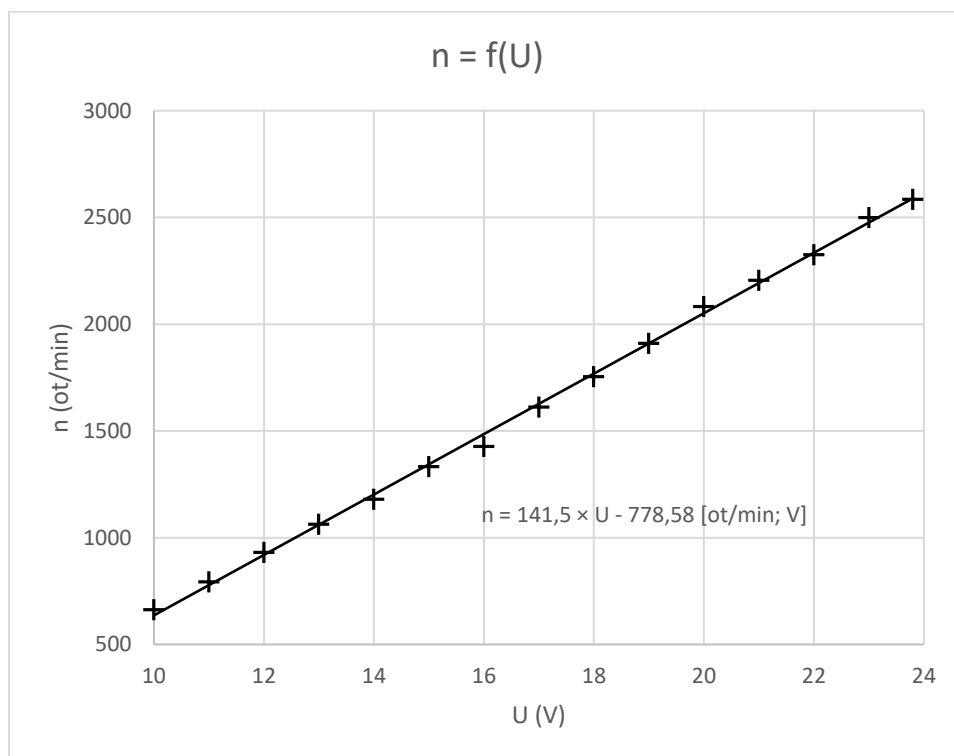


### 4.3 Tabulovaná data

U (V)	t (ms)	f (Hz)	n (ot/min)
23,8	23,2	43,1	2586
23	24,0	41,7	2500
22	25,8	38,8	2326
21	27,2	36,8	2206
20	28,8	34,7	2083
19	31,4	31,8	1911
18	34,2	29,2	1754
17	37,2	26,9	1613
16	42,0	23,8	1429
15	45,0	22,2	1333
14	50,8	19,7	1181
13	56,4	17,7	1064
12	64,4	15,5	932
11	75,6	13,2	794
10	90,4	11,1	664

Tabulka 6 Měření motorku M2

### 4.4 Graf





## 4.5 Závěr měření motorku

Motorek se netočil pod napětím 10V, jinak vykazoval lineární charakteristiku popsanu rovnicí.

$$n = 141,5 \times U - 778,58 \left[ \frac{ot}{min}; V \right]$$

*Rovnice 16 Lineární rovnice motorku M2*

## 5 Závěr

Všechna měření proběhla úspěšně a potvrdili jsme si teoretické znalosti nabyté v předchozích ročnících. Novinkou pro mě byla práce s dynamickou charakteristikou, která mi potvrdilo rčení mé babičky: „*Matematika je královna věd.*“.

Při samotném zpracování referátu jsem začal objevovat stále nové věci a nakonec referát trochu nabyt na objemu více než jsem čekal.

Pro lepší orientaci v referátu jsem přidal desetinné třídění kapitol a upravil styly nadpisů. Kvůli několika citacím jsem přidal i bibliografii a tím jsem se i naučil spoustu nových fíniček při práci s MS Word.

Při matematické analýze jsem k úspoře času hojně využíval webovou službu Wolfram Alpha, kterou pokládám za velmi kvalitní a troufám si říci, že mi umožnila provádět výpočty, na které mi moje matematické schopnosti zatím nestačí.





## 6 Bibliografie

1. By Borb, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3816716>.
2. Pihan, ing. Roman. fotoroman.cz. [Online] [http://www.fotoroman.cz/glossary/2\\_square\\_law.htm](http://www.fotoroman.cz/glossary/2_square_law.htm).
3. Madaj, Ing. Josef. <https://www.spscv.cz/madaj/>. *Statická a dynamická charakteristika regulované soustavy*. [Online] <https://www.spscv.cz/madaj/109.pdf>.
4. —. <https://www.spscv.cz/madaj/>. *Experimentální identifikace regulovaných soustav*. [Online] <https://www.spscv.cz/madaj/eis.pdf>.

## 7 Seznam obrázků

Obrázek 1 Ideové schéma pracoviště 100 W žárovky .....	3
Obrázek 2 Grafické znázornění zákona zpětných čtverců (1) .....	4
Obrázek 3 Snímek obrazovky z programu MS Excel se zapsanou rovnicí .....	4
Obrázek 4 Ideové schéma pracoviště topné dlaždice .....	10
Obrázek 5 Ideové schéma pracoviště motorku .....	14

## 8 Seznam tabulek

Tabulka 1 Naměřená data z měření luxmetrem .....	5
Tabulka 2 Naměřená data z měření fotorezistorem .....	7
Tabulka 3 Kompletní tabulka měření a výpočtů 100W žárovky .....	9
Tabulka 4 Měření topné dlaždice .....	10
Tabulka 5 Tabulka hodnocení regulovatelnosti (3) .....	12
Tabulka 6 Měření motorku M2 .....	15

## 9 Seznam rovnic

Rovnice 1 Úprava zákona převrácených čtverců pro soustavu .....	4
Rovnice 2 Výpočet $E (lx)$ 100W žárovky s dosazenými hodnoty .....	6
Rovnice 3 Rovnice převodu napětí na luxy .....	9
Rovnice 4 Rovnice druhé derivace funkce $\theta = f(t)$ .....	11
Rovnice 5 Výpočet $I_B$ .....	12
Rovnice 6 Rovnice tečny k bodu $I_B$ .....	12
Rovnice 7 Výpočet $T_U$ a $T_N$ .....	12
Rovnice 8 Vyhodnocení regulovatelnosti .....	12
Rovnice 9 Výpočet 33% a 70% maximální hodnoty .....	12
Rovnice 10 Výpočet časových konstant .....	13
Rovnice 11 Výpočet koeficientu přenosu .....	13
Rovnice 12 Rovnice operátorového přenosu .....	13
Rovnice 13 Koeficienty pro dosazení do diferenciální rovnice .....	13
Rovnice 14 Dosazení koeficientů do diferenciální rovnice .....	13
Rovnice 15 Rovnice originální časové funkce .....	13
Rovnice 16 Lineární rovnice motorku M2 .....	16