

Решения и Ответы

Текстовые задачи на НОД и НОК

5–6 класс

Самостоятельная работа – Вариант 1

Задача 1

Условие: На кружке ребята делали куклы-мотанки из квадратных лоскутков ткани. Сколько куколок можно сшить из ткани 48 см на 40 см без отходов? Какой наибольший размер лоскута?

Решение: Нужно разрезать ткань на квадраты без отходов. Размер квадрата должен быть делителем обеих размеров. Ищем наибольший такой делитель – НОД(48; 40).

$$\begin{aligned}48 &= 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 \\40 &= 2^3 \cdot 5 = 8 \cdot 5 \\\text{НОД}(48; 40) &= 2^3 = 8 \text{ см}\end{aligned}$$

Количество лоскутов:

$$\begin{aligned}\text{По длине: } 48 : 8 &= 6 \text{ лоскутов} \\ \text{По ширине: } 40 : 8 &= 5 \text{ лоскутов} \\ \text{Всего: } 6 \times 5 &= 30 \text{ куколок}\end{aligned}$$

Ответ: 30 куколок, сторона лоскута 8 см.

Задача 2

Условие: На фабрике произвели 210 л виноградного сока, 126 л апельсинового и 294 л ананасового. Сколько упаковок коктейля? Какой состав?

Решение: Нужно разделить соки поровну на одинаковые упаковки. Ищем НОД(210; 126; 294).

$$\begin{aligned}210 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \\126 &= 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \\294 &= 2 \cdot 3 \cdot 7^2 \\\text{НОД}(210; 126; 294) &= 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42\end{aligned}$$

Состав упаковки:

$$\begin{aligned}\text{Виноград: } 210 : 42 &= 5 \text{ л} \\ \text{Апельсин: } 126 : 42 &= 3 \text{ л} \\ \text{Ананас: } 294 : 42 &= 7 \text{ л}\end{aligned}$$

Ответ: 42 упаковки, состав: 5 л, 3 л, 7 л соответственно.

Задача 3

Условие: Фейерверки запущены: жёлтые через 2 сек, красные через 3 сек, белые через 4 сек. Через какое время вспыхнут одновременно?

Решение: События повторяются периодически. Ищем НОК(2; 3; 4) – наименьшее время, когда все события совпадут.

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

$$4 = 2^2$$

$$\text{НОК}(2; 3; 4) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ сек}$$

Проверка: $12 : 2 = 6 \checkmark$, $12 : 3 = 4 \checkmark$, $12 : 4 = 3 \checkmark$

Ответ: Через 12 секунд.

Задача 4

Условие: На тур. слёт поехали 424 школьника в один лагерь и 477 в другой. Сколько автобусов? Сколько мест в каждом? (все места заняты, никто не стоит)

Решение: Нужно разделить детей поровну на одинаковые автобусы. Ищем НОД(424; 477).

Используем алгоритм Евклида:

$$477 : 424 = 1 \text{ (остаток } 53\text{)}$$

$$424 : 53 = 8 \text{ (остаток } 0\text{)}$$

$$\text{НОД}(424; 477) = 53$$

Количество автобусов:

В 1-й лагерь: $424 : 53 = 8$ автобусов

Во 2-й лагерь: $477 : 53 = 9$ автобусов

Всего: $8 + 9 = 17$ автобусов

Ответ: 17 автобусов, по 53 места в каждом.

Задача 5

Условие: Один спортсмен круг пробегает за 90 сек, второй за 106 сек. Через сколько времени они встретятся на финише?

Решение: Ищем НОК(90; 106).

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$106 = 2 \cdot 53$$

$$\text{НОК}(90; 106) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 53 = 90 \cdot 53 = 4770 \text{ сек}$$

Преобразуем в минуты и секунды:

$$4770 \text{ сек} = 4770 : 60 = 79 \text{ мин } 30 \text{ сек}$$

$$= 1 \text{ ч } 19 \text{ мин } 30 \text{ сек}$$

Ответ: Через 4770 секунд или 1 час 19 минут 30 секунд.

Самостоятельная работа – Вариант 2

Задача 1

Условие: Стол 195 см на 156 см украшают квадратными плитками. Какой наибольший размер плитки? Сколько плиток?

Решение: Ищем НОД(195; 156).

$$\begin{aligned}195 &= 3 \cdot 5 \cdot 13 \\156 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \\НОД(195; 156) &= 3 \cdot 13 = 39 \text{ см}\end{aligned}$$

Количество плиток:

$$\begin{aligned}\text{По длине: } 195 : 39 &= 5 \text{ плиток} \\\text{По ширине: } 156 : 39 &= 4 \text{ плитки} \\\text{Всего: } 5 \times 4 &= 20 \text{ плиток}\end{aligned}$$

Ответ: Размер плитки 39 см × 39 см, всего 20 плиток.

Задача 2

Условие: Во флористическую мастерскую привезли 156 ромашек, 234 василька и 390 травинок. Сколько букетов больше 50? Какой состав?

Решение: Ищем НОД(156; 234; 390).

$$\begin{aligned}156 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 13 \\234 &= 2 \cdot 3^2 \cdot 13 \\390 &= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13 \\НОД(156; 234; 390) &= 2 \cdot 3 \cdot 13 = 78\end{aligned}$$

По условию требуется больше 50 букетов одинакового состава. Возьмём делитель 13 (меньше 78, даёт большее число букетов):

$$\begin{aligned}156 : 13 &= 12 \\234 : 13 &= 18 \\390 : 13 &= 30\end{aligned}$$

Получается 13 букетов одинакового состава по 12, 18 и 30 цветов соответственно.

Ответ: 13 букетов, состав: 12 ромашек, 18 васильков, 30 травинок.

Задача 3

Условие: Три беспилотника: первый 8 мин, второй 12 мин, третий 18 мин. Через какое время вернутся одновременно?

Решение: Ищем НОК(8; 12; 18).

$$\begin{aligned}8 &= 2^3 \\12 &= 2^2 \cdot 3 \\18 &= 2 \cdot 3^2 \\НОК(8; 12; 18) &= 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72 \text{ мин}\end{aligned}$$

Проверка: $72 : 8 = 9 \checkmark$, $72 : 12 = 6 \checkmark$, $72 : 18 = 4 \checkmark$

Ответ: Через 72 минуты (1 час 12 минут).

Задача 4

Условие: В наборе 185 бусин лилового цвета и 111 бусин бирюзового. Сколько браслетов? Сколько бусин каждого цвета в браслете?

Решение: Ищем НОД(185; 111).

Алгоритм Евклида:

$$\begin{aligned}185 : 111 &= 1 \text{ (остаток 74)} \\111 : 74 &= 1 \text{ (остаток 37)} \\74 : 37 &= 2 \text{ (остаток 0)} \\ \text{НОД}(185; 111) &= 37\end{aligned}$$

Состав браслета:

$$\begin{aligned}\text{Лиловые: } 185 : 37 &= 5 \text{ бусин} \\ \text{Бирюзовые: } 111 : 37 &= 3 \text{ бусины}\end{aligned}$$

Ответ: 37 браслетов, в каждом 5 лиловых и 3 бирюзовых бусины.

Задача 5

Условие: На полке музея 100 экспонатов. Они расставлены по 3, по 4, по 5, по 6 штук. Сколько всего?

Решение: Экспонаты расставлены так, что делятся нацело на 3, 4, 5, 6. Нужно найти НОК(3; 4; 5; 6), но это число должно быть в диапазоне около 100.

$$\begin{aligned}3 &= 3 \\4 &= 2^2 \\5 &= 5 \\6 &= 2 \cdot 3 \\ \text{НОК}(3; 4; 5; 6) &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60\end{aligned}$$

Так как $60 < 100 < 120$, следующее кратное 60 это 120, но оно больше 100. Значит, ответ 60.

Ответ: 60 экспонатов.

Самостоятельная работа – Вариант 3

Задача 1

Условие: Для поделок использовали 36 желудей, 48 орехов и 72 веточки. Какое наибольшее число разных поделок из одинакового количества каждого материала?

Решение: Ищем НОД(36; 48; 72).

$$\begin{aligned}36 &= 2^2 \cdot 3^2 \\48 &= 2^4 \cdot 3 \\72 &= 2^3 \cdot 3^2 \\\text{НОД}(36; 48; 72) &= 2^2 \cdot 3 = 12\end{aligned}$$

Ответ: 12 поделок.

Задача 2

Условие: На новогодний смотр театров приехало 145 мальчиков и 87 девочек. В каждой группе одинаковое число м. и д. Сколько групп? Состав группы?

Решение: Ищем НОД(145; 87).

Алгоритм Евклида:

$$\begin{aligned}145 : 87 &= 1 \text{ (остаток 58)} \\87 : 58 &= 1 \text{ (остаток 29)} \\58 : 29 &= 2 \text{ (остаток 0)} \\\text{НОД}(145; 87) &= 29\end{aligned}$$

Состав группы:

$$\begin{aligned}\text{Мальчиков: } 145 : 29 &= 5 \\\text{Девочек: } 87 : 29 &= 3\end{aligned}$$

Ответ: 29 групп, в каждой 5 мальчиков и 3 девочки.

Задача 3

Условие: Три друга в компьютерном клубе: один ходит 1 раз в 5 дней, второй раз в 12 дней, третий раз в 10 дней. Через какое время встретятся?

Решение: Ищем НОК(5; 12; 10).

$$\begin{aligned}5 &= 5 \\12 &= 2^2 \cdot 3 \\10 &= 2 \cdot 5 \\\text{НОК}(5; 12; 10) &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \text{ дней}\end{aligned}$$

Ответ: Через 60 дней.

Задача 4

Условие: На участок 54 м на 48 м ставят столбы для забора через равные расстояния. Сколько столбов? На каком максимальном расстоянии?

Решение: Ищем НОД(54; 48) – это максимальное расстояние между столбами.

$$\begin{aligned}54 &= 2 \cdot 3^3 \\48 &= 2^4 \cdot 3 \\НОД(54; 48) &= 2 \cdot 3 = 6 \text{ м}\end{aligned}$$

Периметр участка: $2 \cdot (54 + 48) = 2 \cdot 102 = 204$ м

Количество столбов: $204 : 6 = 34$ столба

Ответ: 34 столба, расстояние 6 м.

Задача 5

Условие: Утка шагает 60 мм, гусь 75 мм. На каком наименьшем расстоянии они сделают целое число шагов?

Решение: Ищем НОК(60; 75).

$$\begin{aligned}60 &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\75 &= 3 \cdot 5^2 \\НОК(60; 75) &= 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 4 \cdot 3 \cdot 25 = 300 \text{ мм}\end{aligned}$$

Проверка: $300 : 60 = 5$ шагов утки ✓, $300 : 75 = 4$ шага гуся ✓

Ответ: 300 мм = 30 см.

Самостоятельная работа – Вариант 4

Задача 1

Условие: Бусинок 185 лиловых и 111 бирюзовых. Сколько браслетов поровну? Сколько бусин каждого вида в браслете?

Решение: [см. Вариант 2, Задача 4]

Ответ: 37 браслетов, в каждом 5 лиловых и 3 бирюзовых бусины.

Задача 2

Условие: Ромашек 156, васильков 234, травинок 390. Больше 50 букетов одинакового состава. Сколько букетов и какой состав?

Решение: [см. Вариант 2, Задача 2]

Ответ: 13 букетов, состав: 12 ромашек, 18 васильков, 30 травинок.

Задача 3

Условие: На морском побережье салют: каждые 2 сек жёлтые, каждые 3 сек красные, каждые 4 сек белые. Когда вспыхнут вместе?

Решение: [см. Вариант 1, Задача 3]

Ответ: Через 12 секунд.

Задача 4

Условие: Выпускники подарили первоклассникам: 69 карандашей и 46 ластиков поровну каждому. Сколько учеников в классе?

Решение: Ищем НОД(69; 46).

Алгоритм Евклида:

$$69 : 46 = 1 \text{ (остаток } 23\text{)}$$

$$46 : 23 = 2 \text{ (остаток } 0\text{)}$$

$$\text{НОД}(69; 46) = 23$$

Ответ: 23 ученика.

Задача 5

Условие: Лента разрезается на куски 35 см и 50 см без обрезков. Какой наименьший размер ленты? (в метрах)

Решение: Ищем НОК(35; 50).

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$50 = 2 \cdot 5^2$$

$$\text{НОК}(35; 50) = 2 \cdot 5^2 \cdot 7 = 2 \cdot 25 \cdot 7 = 350 \text{ см}$$

В метрах: $350 \text{ см} = 3,5 \text{ м}$

Проверка: $350 : 35 = 10$ кусков \checkmark , $350 : 50 = 7$ кусков \checkmark

Ответ: 3,5 метра.

Проверочная работа – Вариант 1

1. **Задача:** В сувенирном магазине 36 ракушек одного вида, 48 другого и 72 третьего. Какое наибольшее число одинаковых наборов?

Решение: НОД(36; 48; 72) = 12

Ответ:

2. **Задача:** В конкурсе положили в волшебные сундучки 18 жемчужин и 24 кристалла поровну. Сколько сундучков?

Решение: НОД(18; 24) = 6

Ответ:

3. **Задача:** Марш солдат: 12 человек в шеренге и 18 человек. Какое минимальное число солдат?

Решение: НОК(12; 18) = 36

Ответ:

4. **Задача:** Лента разрезается на куски 35 см и 50 см. Какой наименьший размер? (в см)

Решение: НОК(35; 50) = 350 см

Ответ:

5. **Задача:** На участок 54 м на 48 м ставят столбы забора. Максимальное расстояние между столбами?

Решение: НОД(54; 48) = 6 м

Ответ:

Проверочная работа – Вариант 2

1. Ответ:
2. Ответ:
3. Ответ:
4. Ответ:
5. Ответ:

Проверочная работа – Вариант 3

1. Ответ:
2. Ответ:
3. Ответ:
4. Ответ:
5. Ответ:

Проверочная работа – Вариант 4

1. Ответ:
2. Ответ:
3. Ответ:
4. Ответ:
5. Ответ: