

Решение текстовых задач на НОД и НОК

5–6 класс

Школа Летово

21 января 2026 г.

Оглавление

Основные понятия

НОД — Наибольший общий делитель

Это наибольшее число, на которое делятся все данные числа **нацело**.

Пример: $\text{НОД}(12; 18) = ?$

Делители 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Делители 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Общие: 1, 2, 3, 6

$\text{НОД}(12; 18) = 6$

Основные понятия

НОД — Наибольший общий делитель

Это наибольшее число, на которое делятся все данные числа **нацело**.

Пример: $\text{НОД}(12; 18) = ?$

Делители 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Делители 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18

Общие: 1, 2, 3, 6

$\text{НОД}(12; 18) = 6$

Основные понятия

НОК — Наименьшее общее кратное

Это наименьшее число, которое **делится нацело** на все данные числа.

Пример: $\text{НОК}(4; 6) = ?$

Кратные 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

Кратные 6: 6, 12, 18, 24, 30, ...

Общие: 12, 24, ...

$\text{НОК}(4; 6) = 12$

Основные понятия

НОК — Наименьшее общее кратное

Это наименьшее число, которое **делится нацело** на все данные числа.

Пример: $\text{НОК}(4; 6) = ?$

Кратные 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

Кратные 6: 6, 12, 18, 24, 30, ...

Общие: 12, 24, ...

$\text{НОК}(4; 6) = 12$

Способ 1: Разложение на простые множители

Алгоритм:

- ❶ Разложить каждое число на простые множители
- ❷ Для НОД: выбрать общие множители
- ❸ Для НОК: выбрать все множители с максимальными степенями

Способ 1: Разложение на простые множители

Алгоритм:

- ❶ Разложить каждое число на простые множители
- ❷ Для **НОД**: выбрать общие множители
- ❸ Для **НОК**: выбрать все множители с максимальными степенями

Способ 1: Разложение на простые множители

Алгоритм:

- ① Разложить каждое число на простые множители
- ② Для **НОД**: выбрать общие множители
- ③ Для **НОК**: выбрать все множители с максимальными степенями

Способ 1: Пример

Найти НОД и НОК чисел 24 и 36

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{НОД}(24; 36) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{НОК}(24; 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

Способ 1: Пример

Найти НОД и НОК чисел 24 и 36

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{НОД}(24; 36) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{НОК}(24; 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

Способ 1: Пример

Найти НОД и НОК чисел 24 и 36

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{НОД}(24; 36) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{НОК}(24; 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

Способ 1: Пример

Найти НОД и НОК чисел 24 и 36

$$24 = 2^3 \cdot 3$$

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{НОД}(24; 36) = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

$$\text{НОК}(24; 36) = 2^3 \cdot 3^2 = 8 \cdot 9 = 72$$

Способ 2: Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида (для НОД):

- Большее число делим на меньшее
- Затем делитель делим на остаток
- Продолжаем, пока остаток не будет 0
- **НОД** — последний ненулевой остаток

Пример: НОД(48; 36)

$$48 : 36 = 1 \text{ остаток } 12$$

$$36 : 12 = 3 \text{ остаток } 0$$

$$\text{НОД} = 12$$

Способ 2: Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида (для НОД):

- Большее число делим на меньшее
- Затем делитель делим на остаток
- Продолжаем, пока остаток не будет 0
- **НОД** — последний ненулевой остаток

Пример: НОД(48; 36)

$$48 : 36 = 1 \quad \text{остаток} \quad 12$$

$$36 : 12 = 3 \quad \text{остаток} \quad 0$$

$$\text{НОД} = 12$$

Способ 2: Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида (для НОД):

- Большее число делим на меньшее
- Затем делитель делим на остаток
- Продолжаем, пока остаток не будет 0
- НОД — последний ненулевой остаток

Пример: НОД(48; 36)

$$48 : 36 = 1 \quad \text{остаток} \quad 12$$

$$36 : 12 = 3 \quad \text{остаток} \quad 0$$

$$\text{НОД} = 12$$

Способ 2: Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида (для НОД):

- Большее число делим на меньшее
- Затем делитель делим на остаток
- Продолжаем, пока остаток не будет 0
- **НОД** — последний ненулевой остаток

Пример: НОД(48; 36)

$$48 : 36 = 1 \quad \text{остаток} \quad 12$$

$$36 : 12 = 3 \quad \text{остаток} \quad 0$$

$$\text{НОД} = 12$$

Когда применяем НОД?

Признаки задачи на НОД:

- Нужно **разделить** предметы на равные группы
- Нужен **наибольший размер** или **максимальное количество**
- Слова: “одинаковые”, “поровну”, “разрезать”, “разложить”

Типичные ситуации:

- Разрезание тканей, досок без отходов
- Раздача поровну (букеты, наборы, подарки)
- Составление одинаковых групп
- Размещение с равными расстояниями

Когда применяем НОД?

Признаки задачи на НОД:

- Нужно **разделить** предметы на равные группы
- Нужен **наибольший размер** или **максимальное количество**
- Слова: “одинаковые”, “поровну”, “разрезать”, “разложить”

Типичные ситуации:

- Разрезание тканей, досок без отходов
- Раздача поровну (букеты, наборы, подарки)
- Составление одинаковых групп
- Размещение с равными расстояниями

Когда применяем НОД?

Признаки задачи на НОД:

- Нужно **разделить** предметы на равные группы
- Нужен **наибольший размер** или **максимальное количество**
- Слова: “одинаковые”, “поровну”, “разрезать”, “разложить”

Типичные ситуации:

- Разрезание тканей, досок без отходов
- Раздача поровну (букеты, наборы, подарки)
- Составление одинаковых групп
- Размещение с равными расстояниями

Когда применяем НОК?

Признаки задачи на НОК:

- События повторяются через разные промежутки
- Нужно найти, **когда они совпадут одновременно**
- Слова: “вместе”, “одновременно”, “встречаются”, “повторится”

Типичные ситуации:

- Периодические события (фейерверки, вращение планет)
- Встречи людей с разной периодичностью
- Повторение движений (шестерни, спортсмены)
- Разрезание без остатков на куски разной длины

Когда применяем НОК?

Признаки задачи на НОК:

- События повторяются через разные промежутки
- Нужно найти, **когда они совпадут одновременно**
- Слова: “вместе”, “одновременно”, “встречаются”, “повторится”

Типичные ситуации:

- Периодические события (фейерверки, вращение планет)
- Встречи людей с разной периодичностью
- Повторение движений (шестерни, спортсмены)
- Разрезание без остатков на куски разной длины

Когда применяем НОК?

Признаки задачи на НОК:

- События повторяются через разные промежутки
- Нужно найти, **когда они совпадут одновременно**
- Слова: “вместе”, “одновременно”, “встречаются”, “повторится”

Типичные ситуации:

- Периодические события (фейерверки, вращение планет)
- Встречи людей с разной периодичностью
- Повторение движений (шестерни, спортсмены)
- Разрезание без остатков на куски разной длины

Пример 1: Задача на НОД

Условие: На фабрике произвели 210 л виноградного сока, 126 л апельсинового и 294 л ананасового. Сколько упаковок коктейля?

Решение: Ищем НОД(210; 126; 294)

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$$

$$\text{НОД} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42 \text{ упаковки}$$

Пример 2: Задача на НОК

Условие: Салют: жёлтые через 2 сек, красные через 3 сек, белые через 4 сек. Через какое время вспыхнут одновременно?

Решение: Ищем НОК(2; 3; 4)

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

$$4 = 2^2$$

$$\text{НОК} = 2^2 \cdot 3 = \textcolor{red}{12} \text{ секунд}$$

$$\text{Проверка: } 12 : 2 = 6, \quad 12 : 3 = 4, \quad 12 : 4 = 3$$

Пример 3: Ткань и лоскутки

Условие: Ткань $48\text{ см} \times 40\text{ см}$ режут на квадратные лоскутки. Какой максимальный размер лоскута?

Решение: Ищем $\text{НОД}(48; 40)$

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

$$40 = 2^3 \cdot 5$$

$$\text{НОД} = 2^3 = 8\text{ см}$$

Количество лоскутков:

$$\frac{48}{8} \times \frac{40}{8} = 6 \times 5 = 30\text{ лоскутков}$$

Алгоритм решения

Пошаговый алгоритм:

- 1 Прочитать задачу внимательно
- 2 Определить тип:
 - Разделение поровну? \Rightarrow НОД
 - Периодические события? \Rightarrow НОК
- 3 Выписать числа из условия
- 4 Найти НОД или НОК
- 5 Проверить ответ
- 6 Записать ответ предложением

Алгоритм решения

Пошаговый алгоритм:

- 1 Прочитать задачу внимательно
- 2 Определить тип:
 - Разделение поровну? \Rightarrow НОД
 - Периодические события? \Rightarrow НОК
- 3 Выписать числа из условия
- 4 Найти НОД или НОК
- 5 Проверить ответ
- 6 Записать ответ предложением

Алгоритм решения

Пошаговый алгоритм:

- 1 Прочитать задачу внимательно
- 2 Определить тип:
 - Разделение поровну? \Rightarrow НОД
 - Периодические события? \Rightarrow НОК
- 3 Выписать числа из условия
- 4 Найти НОД или НОК
- 5 Проверить ответ
- 6 Записать ответ предложением

Алгоритм решения

Пошаговый алгоритм:

- 1 Прочитать задачу внимательно
- 2 Определить тип:
 - Разделение поровну? \Rightarrow НОД
 - Периодические события? \Rightarrow НОК
- 3 Выписать числа из условия
- 4 Найти НОД или НОК
- 5 Проверить ответ
- 6 Записать ответ предложением

Алгоритм решения

Пошаговый алгоритм:

- 1 Прочитать задачу внимательно
- 2 Определить тип:
 - Разделение поровну? \Rightarrow НОД
 - Периодические события? \Rightarrow НОК
- 3 Выписать числа из условия
- 4 Найти НОД или НОК
- 5 Проверить ответ
- 6 Записать ответ предложением

Алгоритм решения

Пошаговый алгоритм:

- ① Прочитать задачу внимательно
- ② Определить тип:
 - Разделение поровну? \Rightarrow НОД
 - Периодические события? \Rightarrow НОК
- ③ Выписать числа из условия
- ④ Найти НОД или НОК
- ⑤ Проверить ответ
- ⑥ Записать ответ предложением

Практические советы

- Главное — правильно определить тип задачи
- Для быстрого разложения используйте малые простые числа: 2, 3, 5, 7, 11
- Алгоритм Евклида удобен для двух больших чисел
- Проверяйте всегда:
 - НОД должен делить все числа
 - НОК должен делиться на все числа
- Полезная формула: $\text{НОД}(a;b) \times \text{НОК}(a;b) = a \times b$

Практические советы

- Главное — правильно определить тип задачи
- Для быстрого разложения используйте малые простые числа: 2, 3, 5, 7, 11
- Алгоритм Евклида удобен для двух больших чисел
- Проверяйте всегда:
 - НОД должен делить все числа
 - НОК должен делиться на все числа
- Полезная формула: $\text{НОД}(a;b) \times \text{НОК}(a;b) = a \times b$

Практические советы

- Главное — правильно определить тип задачи
- Для быстрого разложения используйте малые простые числа: 2, 3, 5, 7, 11
- Алгоритм Евклида удобен для двух больших чисел
- Проверяйте всегда:
 - НОД должен делить все числа
 - НОК должен делиться на все числа
- Полезная формула: $\text{НОД}(a;b) \times \text{НОК}(a;b) = a \times b$

Практические советы

- Главное — правильно определить тип задачи
- Для быстрого разложения используйте малые простые числа: 2, 3, 5, 7, 11
- Алгоритм Евклида удобен для двух больших чисел
- Проверяйте всегда:
 - НОД должен делить все числа
 - НОК должен делиться на все числа
- Полезная формула: $\text{НОД}(a;b) \times \text{НОК}(a;b) = a \times b$