

# Alocação de roteadores WiFi com custo ótimo

Fabiano Azevedo César Jardim, Iury Cardoso Brito, Vittor Faria Pereira

**Resumo**—Nesse trabalho é proposta uma solução para o problema de alocação de roteadores WiFi, otimizando o custo da instalação. O problema é modelado para minimizar o custo com roteadores, respeitando um valor mínimo de potência do sinal em todos os pontos receptores. A formulação do problema foi testada para algumas instâncias criadas e resultado foi satisfatório, tanto em termos qualitativos quanto em factibilidade computacional para instâncias com maior número de variáveis.

**Keywords**—WiFi, roteador, otimização, router positioning, localização de facilidades.

## 1 INTRODUÇÃO

A Necessidade de conectividade com a internet é uma questão fundamental que tem sido constantemente discutida ao longo dos últimos anos. A preocupação com a *Internet das Coisas* vai fazer com que essa necessidade seja ainda maior nos próximos anos. Uma questão que surge desse tema é que atualmente existe uma grande quantidade de ambientes como, casas, escolas, empresas, indústrias, universidades e outros, que apesar de possuírem conexão com a internet, a distribuição de sinal no ambiente não é feita de maneira eficiente. Isso pode acontecer devido a má distribuição e seleção de roteadores nesses lugares.

Tendo em mente esse problema, seria interessante se pudessemos implementar um programa de computador que conseguisse nos indicar quais roteadores utilizar e onde colocá-los para que a distribuição de sinal no ambiente fosse mais eficiente, fazendo isso respeitando a alguns critérios e minimizando o custo da infraestrutura. Este é justamente o tema que aqui será discutido.

A figura 1 ilustra o problema que será tratado neste trabalho. Os pontos em azul representam posições em que diferentes roteadores são colocados, os pontos em preto os locais que devem estar dentro do alcance de algum dos roteadores. É possível perceber nessa figura que cada tipo de roteador, R1, R2 e R3 possuem um alcance de sinal diferente, isso é representado pelo tamanho do raio dos círculos de cada um desses roteadores.

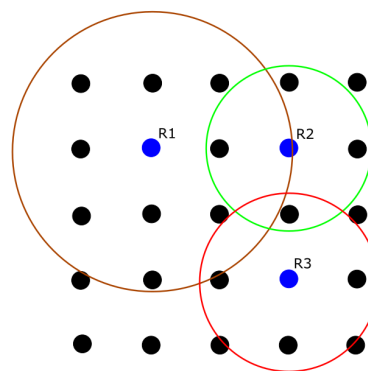


Figura 1: Exemplificação do problema

O primeiro tópico a ser tratado por este artigo será o de revisão da literatura, onde trabalhos similares a este serão discutidos. Em seguida será feita a descrição do problema e sua modelagem, onde acontecerá uma descrição textual do problema e as equações que o modelam serão apresentadas. Depois será descrito o algoritmo utilizado para resolver o problema com base nas equações encontradas. Com os algoritmos definidos e executados, serão apresentados os resultados encontrados e uma análise deles será feita. Por último serão apresentadas as conclusões tiradas com a execução deste trabalho.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A fim de obter uma visão geral do que já foi feito a respeito do problema tratado nesse trabalho, foi realizada a revisão de alguns artigos relacionados.

Em (J.N.Davies, 2008), a modelagem física da propagação de sinais de WiFi é realizada utilizando teoria de antenas, mais especificamente, a equação de Friss. O trabalho também trata da propagação desses sinais através de obstáculos como paredes e vidros, sendo que são realizados testes empíricos para validação das inferências realizadas.

Outros trabalhos, propõem formulações para o problema de localização de roteadores (RP) com objetivos diferentes do custo (objetivo do presente trabalho); (Y. Shi, 2009) propõe uma formulação a fim maximizar a eficiência energética do sistema, além de propor um método de solução eurística para o problema, obtendo redução do consumo de energia em cerca de 50%; (H.Kim, 2005) trata do problema de RP com o objetivo de maximizar a duração de uma rede \*mesh\* de sensores alimentados por bateria.

### 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM

O problema consiste na seleção e no posicionamento de diferentes tipos de roteadores de tal forma que o sinal em um conjunto de pontos preestabelecidos tenha um valor de potência mínimo especificado e que o menor custo seja garantido. Uma simplificação que será feita para reduzir a complexidade do problema é que os roteadores estão conectados entre si através de cabos, este fato elimina a necessidade de que cada roteador esteja dentro do alcance de ao menos um dos outros roteadores.

Depois de uma reflexão e discussão sobre o problema, chegamos ao seguinte conjunto de equações que o modelam:

$$\begin{aligned} \text{minimizar}_z \quad & z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} c_i \\ \text{sujeito a} \quad & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} S_{ijk} \geq 1, \quad k = 1, \dots, n. \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n. \\ & x_{ij}, S_{ijk} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k \end{aligned}$$

Nas equações acima,  $x_{ij}$  será 1 caso o roteador do tipo " $i$ " esteja localizado no ponto " $j$ ", caso contrário será 0. A variável  $c_i$  representa o custo do roteador do tipo " $i$ ". O termo  $S_{ijk}$  será igual a 1 se o sinal do roteador do tipo " $i$ ", localizado no ponto " $j$ " alcança o ponto " $k$ " com uma potência de sinal mínima, caso contrário o termo será 0. Ainda falando sobre a variável  $S_{ijk}$ , ela será um vetor que será previamente calculado com base nas configurações dos diferentes tipos de roteador. Os valores " $m$ " e " $n$ " representam a quantidade total de tipos de roteadores e pontos, respectivamente.

A função objetivo  $z$  representa o somatório dos custos dos roteadores selecionados para estarem localizados em algum dos pontos disponíveis. O primeiro conjunto de restrições, definido pelo somatório duplo, indica que ao menos um dos roteadores selecionados deve alcançar um determinado ponto " $k$ ". O segundo conjunto de restrições afirma que somente um ou nenhum roteador deve estar presente em um determinado ponto " $j$ ". De acordo com o que foi discutido no parágrafo anterior, as variáveis  $x_{ij}$  e  $S_{ijk}$  podem ser 0 ou 1.

Como as variáveis  $x_{ij}$  são binárias, este é um problema de programação linear binária.

### 4 DESCRIÇÃO DO ALGORITMO

O algoritmo para modelar e solucionar o problema de otimização proposto foi desenvolvido utilizando-se a interface JupyterLab na linguagem Python, e foi utilizado o *solver* de programação Gurobi para a resolução do problema.

A primeira etapa do algoritmo consiste em calcular todos os valores da matriz  $S_{ijk}$ , para isso deve-se estimar a potência do sinal em cada um dos pontos mapeados para cada tipo de roteador em cada posição possível para o mesmo. É gerada a matriz auxiliar  $AS_{ijk}$  com  $m \cdot n \cdot k$  elementos, sendo que cada elemento identifica a potência do sinal efetivo no ponto  $k$  contribuído pelo roteador de tipo  $i$  localizado no ponto  $j$ . A equação de transmissão de Friis (equação 1) foi utilizada para o preenchimento da matriz  $AS_{ijk}$ .

$$\frac{P_r}{P_t} = D_t D_r \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 \quad (1)$$

Onde  $D_t$  e  $D_r$  representam respectivamente as diretividades das antenas transmissora e receptora,  $\lambda$  o comprimento de onda do radio e  $d$  a distância entre as duas antenas de referência.

Ao considerar o mesmo receptor para todos os casos, podemos utilizar a seguinte simplificação (2) para a equação de Friis:

$$\frac{P_r}{P_t} = K \frac{1}{d^2} \quad (2)$$

Sendo que  $K$  é o único parâmetro de entrada relativo aos tipos de roteadores utilizados. Nos casos onde existem paredes, tomamos o fator de atenuação de -8dB, valor padrão para paredes de alvenaria (J.N.Davies, 2008, p 201).

Para as instâncias utilizadas neste trabalho serão utilizados parâmetros genéricos para designar os roteadores, sendo eles:

- Roteador 1.  $K = 10$ , custo = 100;
- Roteador 2.  $K = 20$ , custo = 120;
- Roteador 3.  $K = 30$ , custo = 140;
- Roteador 4.  $K = 40$ , custo = 160;
- Roteador 5.  $K = 50$ , custo = 170;
- Roteador 6.  $K = 60$ , custo = 200;

Além do conjunto de roteadores foi definida uma outro parâmetro  $A_k$  que atribui uma potência mínima para cada ponto  $k$ . Esse parâmetro possibilita a binarização da matriz  $AS_{ijk}$ . Nas instancias testadas neste trabalho este vetor será preenchido com peso igual para todos os pontos, ou seja, todos os pontos mapeados requerem um mesmo nível mínimo de potência da rede sem fio.

Com estes valores e preenchida a matriz  $AS_{ijk}$ , procede-se o preenchimento da matriz  $S_{ijk}$ , que definirá as restrições de onde pode ou não ser colocado cada tipo de roteador para os pontos mapeados. Este preenchimento é feito comparando-se a potência registrada no ponto com a potência mínima de cada ponto definida no vetor  $A_k$  e, se satisfeita a condição a posição é marcada como 1 na matriz, caso contrário 0.

Definidas as funções e variáveis descritas acima, é possível executar instâncias com diferentes configurações do problema (incluindo áreas de diferentes tamanhos e proporções, com ou sem paredes, com diferentes pesos para os pontos de maior interesse e também diferentes conjuntos de roteadores mapeados da forma

proposta) na intenção de se aproximar o máximo possível das características de um problema real do tipo.

## 5 RESULTADOS E ANÁLISE

Com a implementação dos algoritmos descritos na seção anterior foi possível executar testes em quatro instâncias de problemas diferentes. Os resultados encontrados estão apresentados nas figuras de 2 até 5. Essas figuras indicam onde os roteadores estão posicionados e como a intensidade do sinal varia em cada posição do espaço. Quanto mais azul for a região do espaço, menor é a intensidade do sinal de WiFi, quanto mais amarela for a região maior a intensidade do sinal. Vale lembrar que mesmo os pontos onde o sinal de potência é mais azul, a potência mínima especificada é respeitada.

A primeira instância representa um espaço aberto de 100mX100m e a restrição de potência mínima para cada ponto foi de -60dB, a figura 2 indica os resultados obtidos.

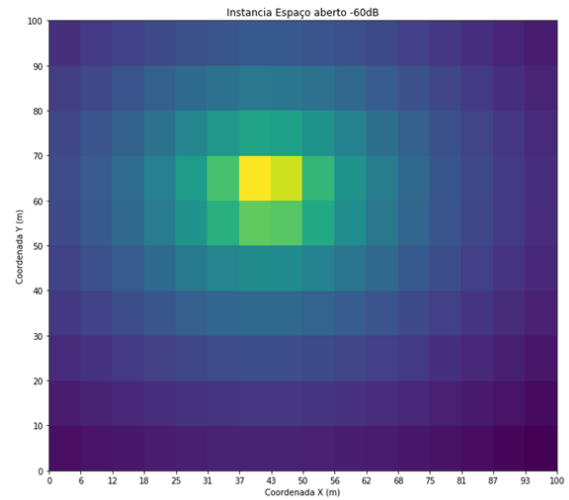


Figura 2: Instância espaço aberto 100mX100m potência mínima -60dB

A solução da figura 2 foi encontrada pelo *presolver* em 0,06 segundos e apenas um roteador do tipo 1 foi posicionado no ponto (43m, 60m). Pode parecer estranho para este primeiro caso o fato do roteador não ter sido posicionado no ponto central do espaço. A explicação para tal fato é que a modelagem do problema especifica que a função objetivo deve minimizar o custo do

conjunto de roteadores selecionados, por causa disso no primeiro momento que o algoritmo encontra o primeiro vértice ótimo, ele para de executar e retorna o resultado. Nesse caso, o posicionamento do roteador em qualquer dos pontos dentro do círculo central do espaço satisfaria as restrições e geraria um resultado ótimo.

A segunda instância representa um espaço aberto de 500mX500m e a restrição de potência mínima para cada ponto foi de -60dB, a figura 3 indica os resultados obtidos.

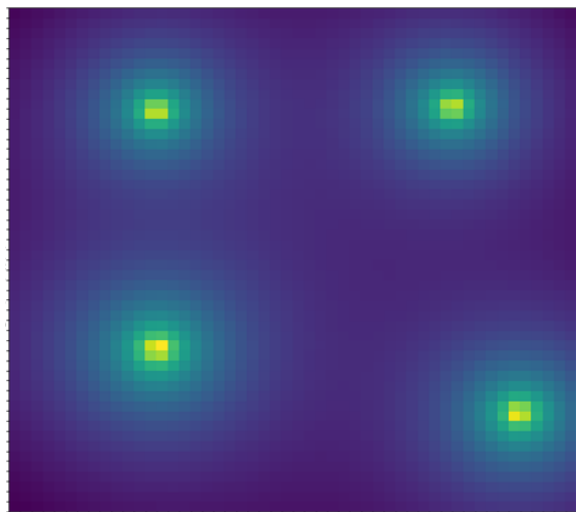


Figura 3: Instância espaço aberto 500mX500m potência mínima -60dB

A solução da figura 3 foi encontrada pelo *presolver* em 0,06 segundos e quatro roteadores foram selecionados, dois do tipo 3, um do tipo 4 e um do tipo 5, posicionados em (130m, 400m), (390m, 400m), (450m, 90m) e (160m, 130m), respectivamente. A posição do roteador do tipo 4 pode parecer estranha, mas a explicação para tal fato é a mesma que foi discutida para o posicionamento do roteador da figura 2.

Para as outras duas instâncias foi considerada uma planta com algumas paredes que reduzem a intensidade do sinal em algumas direções. O primeiro caso está indicado na figura 4.

O caso da figura 4 é uma instância com área de 40mX40m e a potência mínima em cada um dos pontos foi de no mínimo -60dB. Nesse caso a solução do problema de otimização foi um roteador do tipo 1 posicionado em (6m, 18m).

Um último exemplo está indicado na figura

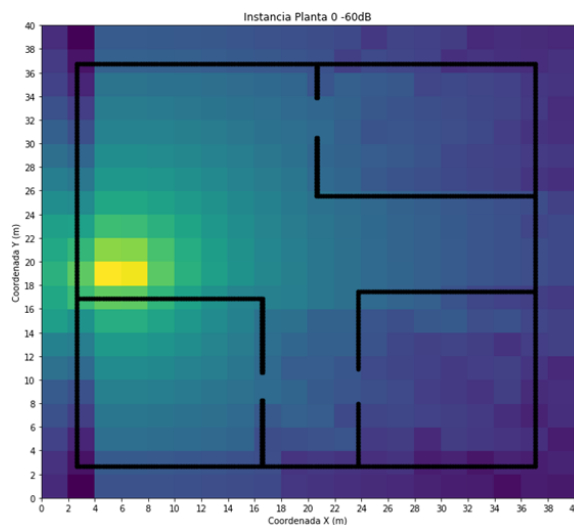


Figura 4: Instância planta 40mX40m potência mínima -60dB

5, nesse caso a instância tem uma área de 40mX40m, como no caso anterior, mas a potência mínima em cada um dos pontos foi de -40dB.

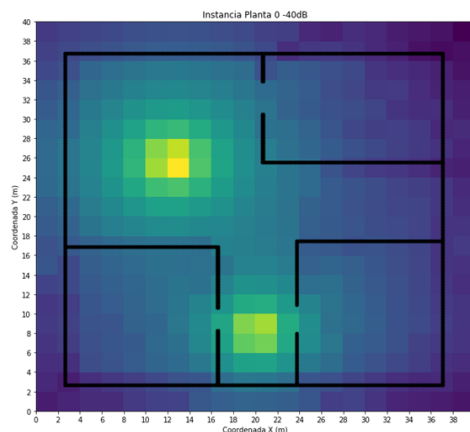


Figura 5: Instância planta 40mX40m potência mínima -40dB

No caso da figura 5 foram selecionados um roteador do tipo 1 e outro do tipo 2, localizados em (20m, 8m) e (12m, 26m), respectivamente. Percebemos que devido a restrição de sinal mais exigente foi necessário a utilização de dois roteadores. Ao analisar a figura percebemos que faz sentido que o posicionamento do roteador do tipo 2 tenha sido mais próximo do ponto central do ambiente, isso pode ser explicado levando em consideração o fato dele ter maior

alcance do que o outro roteador, dessa forma a sua centralização favorece o atendimento das restrições do problema.

## 6 CONCLUSÕES

Analisando o resultado dos testes realizados, pode-se concluir que a formulação utilizada produziu resultados dentro do esperado e com custo computacional razoável mesmo para instâncias com muitas variáveis.

Ficam como sugestões para futuros trabalhos o a melhora na modelagem física da propagação de sinais; incluir outros aspectos de interesse para a qualidade de uma rede WiFi no modelo (multiobjetivo); aplicar o modelo em instâncias mais realistas, com roteadores reais e plantas com mais paredes; incluir na modelagem que os roteadores devem estar conectados entre si pelo alcance de seus sinais, e não por cabos, permitindo assim a inclusão de repetidores de sinal no modelo; expansão do modelo para 3 dimensões, a fim poder aplicar a prédios com mais de um andar.

## 7 MATERIAL SUPLEMENTAR

Código fonte da implementação disponível no [GitHub](#).

## REFERÊNCIAS

- [1] J.N. Davies, Prediction of Wireless Network Signal Strength within a Building, Proceedings of the Seventh International Network Conference, 2008, p. 196.
- [2] H. Kim, Optimal Multi-sink Positioning and Energy-Efficient Routing in Wireless Sensor Networks, ICOIN 2005, LNCS 3391, pp. 264–274, 2005.
- [3] Y. Shi, An Improved Router Placement Algorithm based on Energy Efficient Strategy for Wireless Networks, ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management, 2009.