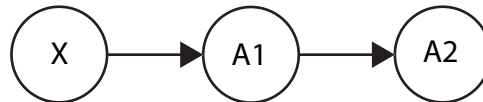


1. Tutkitaan allaolevaa yksinkertaista neuroverkkoa, jossa jokaisessa kerroksessa on vain yksi solu.



Aktivaatiot $a_i, i = 1, 2, 3$, lasketaan seuraavasti:

$$\begin{aligned} z_1 &= w_1 x + b_1, \\ a_1 &= g(z_1), \\ z_2 &= w_2 a_1 + b_2, \\ a_2 &= g(z_2). \end{aligned}$$

Jokaisessa kerroksessa käytetään aktivaatiofunktiona sigmoid-funktiota

$$g(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}},$$

jonka derivaatta voidaan esittää muodossa $g'(x) = g(x)(1 - g(x))$, joten esimerkiksi

$$\frac{\partial}{\partial z_2} a_2 = \frac{\partial}{\partial z_2} g(z_2) = g(z_2)(1 - g(z_2)) = a_2(1 - a_2).$$

Laske yhdistetyn funktion derivoimisäännön eli *ketjusäännön* avulla derivaatat

$$\frac{\partial a_2}{\partial w_2} \quad \text{ja} \quad \frac{\partial a_2}{\partial w_1}.$$

Ohje: Käytä kaavoja

$$\frac{\partial a_2}{\partial w_2} = \frac{\partial a_2}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial w_2} \quad \text{ja} \quad \frac{\partial a_2}{\partial w_1} = \frac{\partial a_2}{\partial z_2} \frac{\partial z_2}{\partial a_1} \frac{\partial a_1}{\partial z_1} \frac{\partial z_1}{\partial w_1}.$$

Vastaus voidaan esittää aktivaatioiden x , a_1 ja a_2 sekä kertoimien w_1 ja w_2 avulla.

2. (*Python-tehtävä*) Sovita logistisen regression malli

$$\hat{y} = \frac{1}{1 + e^{-(\theta_0 + \theta_1 x)}}$$

allaolevaan dataan käyttäen *gradient descent* -menetelmää.

x	1.1	4.1	2.7	3.9	7.1	1.3	9.7	0.7	3.4	6.0
y	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0

Vastaus: $\theta_0 = -3.12097227$, $\theta_1 = 0.66032075$